

Évaluation du transfert radiatif dans le cœur d'un Réacteur à Eau Pressurisée (REP) lors de la phase de renoyage d'un Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP)

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 28 septembre 2012

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Lorraine

(spécialité Mécanique-Énergétique)

par

Jonathan GERARDIN

Composition du jury

<i>Président :</i>	Gérard JEANDEL	Professeur, Université de Lorraine, LEMTA, Nancy
<i>Rapporteurs :</i>	Denis LEMONNIER Rodolphe VAILLON	Directeur de recherche, Institut P', Poitiers Directeur de recherche, CETHIL, Lyon
<i>Examineurs :</i>	Pierre RUYER Nathalie SEILER Alexandre DOUCE Patrick JACQUES	Ingénieur de recherche, IRSN, Cadarache Ingénieur de recherche, CEA, Cadarache Ingénieur de recherche, EDF, Chatou Ingénieur de recherche, EDF-SEPTEN, Lyon
<i>Directeur de thèse :</i>	Pascal BOULET	Professeur, Université de Lorraine, LEMTA, Nancy

Évaluation du transfert radiatif dans le cœur d'un Réacteur à Eau Pressurisée (REP) lors de la phase de renoyage d'un Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP)

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 28 septembre 2012

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Lorraine

(spécialité Mécanique-Énergétique)

par

Jonathan GERARDIN

Composition du jury

<i>Président :</i>	Gérard JEANDEL	Professeur, Université de Lorraine, LEMTA, Nancy
<i>Rapporteurs :</i>	Denis LEMONNIER Rodolphe VAILLON	Directeur de recherche, Institut P', Poitiers Directeur de recherche, CETHIL, Lyon
<i>Examineurs :</i>	Pierre RUYER Nathalie SEILER Alexandre DOUCE Patrick JACQUES	Ingénieur de recherche, IRSN, Cadarache Ingénieur de recherche, CEA, Cadarache Ingénieur de recherche, EDF, Chatou Ingénieur de recherche, EDF-SEPTEN, Lyon
<i>Directeur de thèse :</i>	Pascal BOULET	Professeur, Université de Lorraine, LEMTA, Nancy

Remerciements

Il est maintenant venu le temps des remerciements.

Je vais d'abord remercier Denis LEMONNIER et Rodolphe VAILLON d'avoir accepté d'être mes rapporteurs, pris le temps d'analyser mes travaux et de m'avoir apporté d'excellentes améliorations à mon rapport de thèse.

Je remercie Gérard JEANDEL d'avoir été mon président de jury. Je le remercie également de m'avoir confié de nombreuses heures d'enseignements à l'ESSTIN.

Je vais également remercier Alexandre DOUCE et Patrick JACQUES d'avoir participé à mon jury. Alexandre m'a également donné de nombreux conseils pour maîtriser Code_Saturne tandis que Patrick a suivi avec attention mes travaux tout au long de ma thèse, en apportant ses connaissances pointues sur le contexte de ma thèse.

Mon envie de faire une thèse est apparue lorsque j'étais en stage de Master M2 avec Michel GRADECK. Ce stage de recherche très intéressant m'a permis de vraiment découvrir le monde de la recherche et de voir que cela correspondait bien à mes envies. Je te remercie donc pour cela, ainsi que pour la bonne humeur que tu as affiché durant ce stage. Je regrette cependant que la vodka de Cracovie te donnait vite mal à la tête. Lors de ce stage, j'avais comme collègues de bureau deux trublions : Franck LELONG et Sylvain CHUPIN, doctorants tous les 2 à l'époque. Ils n'avaient pas l'air d'être traumatisés par la thèse et la bonne ambiance qui régnait dans le bureau était incitateur à continuer dans la recherche. Je vous remercie donc tous les 2 de m'avoir poussé à faire une thèse. Franck a même été plus loin que ça puisqu'il m'a aidé à obtenir cette thèse à l'IRSN.

Les encadrants de thèse jouent un très grand rôle dans le bon déroulement de la thèse. Ayant eu l'éminent Professeur Pascal BOULET (non, je n'en ai pas rajouté!) comme enseignant lors de mon master et vu sa pédagogie et sa bonne humeur lors de ces enseignements, faire une thèse sous sa direction me semblait agréable. Franck m'avait également fait des louanges de ses encadrants de thèse IRSN, Nathalie SEILER et Pierre RUYER. Cette thèse semblait donc avoir un encadrement idéal pour travailler dans de bonnes conditions. Et ce fut le cas. Pascal est effectivement un directeur de thèse remarquable, très disponible, pédagogue, toujours de bonne humeur... Je te remercie donc une fois encore de m'avoir fait l'honneur d'être mon directeur de thèse (non, non, je n'en rajoute pas encore une fois!). Du côté de l'IRSN, Franck avait dit vrai. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec Nathalie, qui s'est beaucoup investie même après qu'elle ait quitté l'IRSN puisqu'elle a tenu à suivre mes travaux de thèses jusqu'au bout. Pierre a pris le relais avec brio une fois que Nathalie est partie en conservant la même bonne humeur que Nathalie. Je vous remercie tous les deux pour toute l'aide que vous m'avez apporté, votre sympathie et même votre tendance à réussir à rire de mes jeux de mots pourris (bon pas toujours, des fois, c'était vraiment trop difficile...). Je vous remercie également tous les 3 pour les nombreuses corrections que vous m'avez apporté dans mon manuscrit (je n'ai pas toujours dit ça lorsqu'il y avait des centaines de pages avec des corrections différentes dessus, mais je dois constater qu'elles étaient souvent pertinentes). Je vous remercie également de ne jamais m'en avoir voulu à chaque fois que j'ai fait une de mes nombreuses étourderies. Mais c'était pour pouvoir garder des souvenirs sympa ! Je le redis encore une fois, j'avais choisi cette thèse plus pour les encadrants que pour le sujet et je ne regrette absolument pas mon choix. Donc merci encore.

Je remercie également mes collègues, d'abord du LEMTA, notamment dans la partie transfert radiatif. Je remercie ainsi David LACROIX, le meilleur belge que je connaisse (bon, je n'en connais pas d'autres à vrai dire, mais t'es un belge très sympa), Gilles PARENT, qui m'a donné un grand coup de main sur le dispositif expérimental, ainsi Fatmir ASLLANAJ et Sébastien FUMERON. Je remercie aussi Bernard MONOD qui a également contribué à la réussite de mon dispositif expérimental et qui m'a délecté de nombreuses bonnes blagues. Je remercie aussi Anthony COLLIN, mon "presque co-directeur de thèse", pour ses conseils avisés. Au niveau des doctorants, j'ai pu connaître l'époque "dorée" de l'équipe avec pas moins de 7 doctorants, cette troupe étant menée par le "chef" post-doc de l'époque Zoubir ACEM (qui est désormais Maître de Conférences!). Merci à toi Zoubir pour tout les bons moments que tu nous as fais passé, les nombreuses parties de foot (lorsque tu étais en état de jouer)... Merci à Sullivan LECHENE de m'avoir confié ta place dans la salle des doctorants et de m'avoir aidé à trafiquer un tas d'ordinateur. Tu as été le premier à partir de la troupe et ce n'était pas facile de te remplacer. Mais au moins, je savais que tu ne viendrais plus discrètement dans mon dos pour vérifier si je travaille bien! Merci à Issiaka TRAORE et à Lionel TROVALET pour les soirées passées ensemble autour d'un bon repas et d'un jeu vidéo, histoire de nous sortir un peu de la thèse. Merci à Julien TISSOT et Jérôme MULLER qui, même si je les ai moins cotoyés, m'ont toujours fait part de leur sympathie et de leur bonne humeur. Merci enfin à Simon DAP qui a été mon premier co-bureau et bien qu'il ait quitté le bureau conjugal dans mon dos lorsque j'étais parti en congrès, je ne regrette pas d'avoir partagé mon bureau avec toi. Un grand merci à vous tous. Merci également aux jeunes doctorants qui doivent assumer la relève, à savoir Benjamin LE CORRE et Valentin JEAN, pour les rares mais agréables fois où l'on s'est vu. Je me dois également de remercier Alexandre JENFT, mon nouveau co-bureau, pour toutes les fois où il se moque de mes étourderies, mais pour toutes les fois aussi où il m'amène mon chocolat chaud à l'heure du goûter! Je remercie globalement tous les membres du LEMTA avec qui j'ai pu échanger et partager des moments pendant ma thèse.

Du côté de l'IRSN, je me dois également de remercier tous les membres du LIMAR et du LESAM. Je remercie ainsi Nicolas TREGOURES, chef du labo LIMAR, pour m'avoir conseillé de nombreuses fois et d'avoir également participé à la relecture de ma thèse. Je te remercie également d'avoir fait le déplacement pour assister à ma soutenance. Je dois également remercier Romain AUGÉY qui a aussi tenu à relire ma thèse et à m'y apporter d'excellentes corrections. Je remercie aussi mes co-bureau doctorants, d'abord Daoud BAALBAKI, pour ses nombreux airs mélodieux qu'il a pu fredonner pour égayer le bureau et Léticia BUSLIG pour sa bonne humeur quotidienne. Je remercie le reste du LIMAR (Claude, Jean, Jean Marc, Isabelle, Gaëtan, Tony, Olivier, Sophie, Frédérique, Eric, je ne crois pas en avoir oublié) pour les bons moments que j'ai pu partagé avec vous. Je remercie également tous les membres du LESAM pour leur sympathie.

Je me dois de remercier mes amis qui m'ont permis de me sortir un peu de la thèse. Un grand merci donc à Antoine et Julie, Aurélien et Audrey, Olivier et Céline, Nicolas et Céline, Virgile... de m'avoir permis de passer d'excellentes soirées avec vous en ayant notamment exterminé de nombreux Zerg ou Rakk (oiseau!) avec moi, d'avoir bousillé des manettes pour essayer de battre le record du monde de lancer de marteau (le fameux hammer-throw) et bien entendu, les soirées avec notre pote Mario qui se décline en de nombreux jeux... tout cela bien entendu autour d'un repas très diététique et de boissons non alcoolisées.

Enfin, je me dois de remercier ma famille sans qui je ne serais rien. Un grand merci donc à mes parents Sylvain et Chantal d'avoir fait ce que je suis devenu et de m'avoir toujours soutenu. Vous êtes des parents formidables.

Un grand merci à mes deux soeurs adorées Magali et Aurélia qui ont toujours bien pris soin de moi, notamment avec des bons repas (officiellement des brocolis vapeur pour ma ligne, officieusement des repas avec beaucoup de fromages par exemple). Merci également à mes deux beaux frères Pierrick et Lucien pour s'être notamment intéressé au basket et d'avoir formé avec moi le trio magique des Heat sur NBA2K. Je dédie ma thèse à mes deux filleuls Alice et Mattéo et je leur envoie de très gros bisous.

Un grand merci à mes grands-parents, oncles-tantes, cousins-cousines, pour tout ce qu'il m'ont apporté durant ma vie. Je ne peux avoir qu'une pensée émue pour ceux qui nous ont quitté trop tôt, le dernier en date étant mon grand père Maurice, qui savait tout, mais qui ne savait peut être pas trop de choses en transfert radiatif et pour une fois, c'est moi qui aurais pu lui apprendre des choses.

En remerciement annexe, je vais également remercier mon chat Razay de m'avoir maintenu dans un léger état de fatigue en me réveillant toutes les nuits, pour m'aider à ne pas finir ma thèse trop rapidement. Je vais aussi remercier les cheerleaders des Miami Dolphins de m'avoir donné la pêche de nombreuses fois, notamment le matin de ma soutenance de thèse.

Un grand merci à vous tous pour tout ce que vous m'avez apporté.

Vers l'infini et au-delà
Buzz l'éclair (Toy story)

Odi panem quid meliora
Ça veut rien dire, mais je trouve que ça boucle bien
Le roi Loth (Kaamelott Livre V tome 1)

Table des matières

Liste des figures	xi
Liste des tableaux	xv
Liste des symboles	xvii

Introduction	1
---------------------	----------

Chapitre 1

Contexte	3
-----------------	----------

1.1	Les réacteurs à eau sous pression : REP	3
1.1.1	Circuit primaire	3
1.1.2	Circuit secondaire	6
1.1.3	Circuit tertiaire	6
1.2	L'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire : APRP	6
1.3	Grandeurs caractéristiques du problème	8
1.3.1	Caractéristiques du milieu diphasique	8
1.3.2	Caractéristiques des crayons	9
1.3.3	Géométrie	9
1.4	Étude du problème	10

Chapitre 2

Introduction au transfert radiatif	11
---	-----------

2.1	Définition de la luminance	11
2.2	Angle solide	12
2.3	Loi de Planck	13
2.4	Loi de déplacement de Wien	14
2.5	Propriétés radiatives d'une surface opaque	14
2.6	Propriétés radiatives d'un milieu de particules	15

2.6.1	Atténuation du rayonnement	15
2.6.2	Renforcement par émission de rayonnement et par diffusion	16
2.7	Équation du transfert radiatif	16
2.8	Luminance intégrée, flux radiatif et divergence de flux	18
2.9	Conclusion	19

Chapitre 3	
Propriétés radiatives d'un milieu vapeur-gouttelettes	21

3.1	Spectre utile dans les conditions APRP	22
3.2	Propriétés radiatives des gouttelettes	22
3.2.1	Généralités	22
3.2.2	Application à un milieu de gouttelettes d'eau	23
3.2.3	Théorie de Mie	24
3.2.4	Détermination de la fonction de phase	28
3.2.5	Exemples de propriétés radiatives de gouttelettes et fonction de phase . .	32
3.2.6	Conclusion sur les propriétés radiatives des gouttelettes	37
3.3	Propriétés radiatives de la vapeur d'eau	37
3.3.1	Modèle C-k	38
3.3.2	Exemples de propriétés radiatives pour la vapeur d'eau	40
3.3.3	Conclusion sur les propriétés radiatives de la vapeur	41
3.4	Propriétés radiatives du milieu vapeur+gouttelettes	44
3.4.1	Coefficient d'absorption	44
3.4.2	Coefficient d'extinction	44
3.4.3	Albedo	44
3.4.4	Température radiative du milieu	44
3.4.5	Divergence de flux radiatif	46
3.5	Résolution spectrale pour le calcul des propriétés radiatives	46
3.5.1	Moyenne de Planck	47
3.5.2	Comparaison des résultats obtenus avec différentes résolutions spectrales .	47
3.6	Base de données	47
3.7	Conclusion sur les propriétés radiatives	49

Chapitre 4	
Résolution du transfert radiatif	53

4.1	Présentation générale des méthodes de résolution existantes	53
4.1.1	Méthode de Monte-Carlo (1944)	53
4.1.2	Méthode des zones (1958)	54

4.1.3	Approximation de Rosseland (1936)	55
4.1.4	Approximation de Schuster-Schwarzschild (1905)	55
4.1.5	Méthode des Ordonnées Discrètes (1960)	55
4.1.6	Méthode des transferts discrets (1981)	56
4.1.7	Méthode des Harmoniques Sphériques (1917)	56
4.2	Résolution du transfert radiatif par approximation P_1 et ses méthodes dérivées	56
4.2.1	Présentation générale de la méthode des harmoniques sphériques	56
4.2.2	Approximation P_1	58
4.2.3	Improved Differential Approximation (IDA)	64
4.2.4	Modified Differential Approximation (MDA)	66
4.2.5	Algorithmes numériques	68
4.2.6	Conclusion sur les modèles	73
4.3	Validation des différentes méthodes	74
4.3.1	Validation par rapport à des cas académiques	74
4.3.2	Validation expérimentale	100
4.3.3	Conclusion sur la validation expérimentale	106
4.4	Conclusion sur les méthodes de calcul	106

Chapitre 5

Évaluation du transfert radiatif dans un cœur de réacteur dénuyé	109
---	------------

5.1	Écoulement de type APRP étudié	109
5.1.1	Géométrie	109
5.1.2	Conditions aux limites	110
5.1.3	Écoulement obtenu	110
5.2	Estimation du transfert radiatif par IDA	112
5.2.1	Propriétés radiatives	112
5.2.2	Divergence de flux radiatif	115
5.2.3	Flux radiatif à la paroi	117
5.3	Étude de sensibilité aux différents modèles radiatifs	117
5.3.1	Méthode de calcul	118
5.3.2	Précision spectrale	120
5.3.3	Quadrature angulaire	123
5.3.4	Calcul itératif pour l'IDA	126
5.4	Conclusion sur l'étude de sensibilité	129

Chapitre 6	
Transferts couplés : application à des conditions APRP	131
6.1 Couplage du rayonnement thermique avec les autres modes de transfert	131
6.2 Simulations d'écoulement APRP : influence du transfert radiatif	132
6.2.1 Écoulement étudié	133
6.2.2 Écoulement obtenu sans prise en compte du rayonnement	134
6.2.3 Simulation avec couplage du rayonnement thermique	136
6.2.4 Influence du rayonnement thermique	140
6.2.5 Flux extraits à la paroi	143
6.2.6 Impact sur la résolution numérique	145
6.2.7 Comparaison avec un calcul utilisant l'approximation P_1 seule	146
6.3 Conclusion	148
Conclusion	151
Annexe A	
Formulaire mathématique	153
A.1 Calculs vectoriels portant sur le vecteur direction et intégrales	153
A.1.1 Relations vectorielles	153
A.1.2 Intégrales sur l'ensemble des directions	154
Bibliographie	159

Liste des figures

1.1	Schéma représentant les circuits d'eau d'un réacteur REP	4
1.2	Pastilles de combustible nucléaire	4
1.3	Représentation d'une portion d'assemblage de crayons de combustible	5
1.4	Coupe radiale d'un assemblage déformé, essai Phebus	7
1.5	Schéma du renoyage de l'APRP	9
1.6	Géométrie d'un assemblage de réacteur nucléaire	10
2.1	Analogie entre l'angle plan et l'angle solide	12
2.2	Représentations de l'angle solide (d'après Modest [49])	12
2.3	Luminance monochromatique du corps noir	14
3.1	Indice de réfraction n et d'absorption k_{abs} de l'eau	23
3.2	Limites de la diffusion indépendante	24
3.3	Fonction de phase Henyey-Greenstein pour $g = 0,33$	31
3.4	Fonction de phase Henyey-Greenstein pour $g = 0,9$	31
3.5	Fonction de phase Henyey-Greenstein pour $g = 1$	31
3.6	Anisotropie linéaire vers l'arrière : $A_1 = -1$	33
3.7	Diffusion isotrope : $A_1 = 0$	33
3.8	Anisotropie linéaire vers l'avant : $A_1 = 1$	33
3.9	Coefficient d'absorption des gouttelettes pour différents diamètres	34
3.10	Coefficient de diffusion des gouttelettes pour différents diamètres	34
3.11	Albedo pour différents diamètres de gouttelettes	34
3.12	Fonctions de phase pour les gouttelettes de $50\mu\text{m}$	35
3.13	Fonctions de phase pour les gouttelettes de $500\mu\text{m}$	36
3.14	Coefficient d'absorption moyen de la vapeur d'eau pour différentes pressions	42
3.15	Coefficient d'absorption moyen de la vapeur d'eau pour différentes températures	42
3.16	Transmittance de la vapeur d'eau pour différentes pressions	43
3.17	Transmittance de la vapeur d'eau pour différentes températures	43
3.18	Coefficient d'absorption moyen du milieu en fonction de la longueur d'onde	45
3.19	Coefficient d'extinction du milieu en fonction de la longueur d'onde	45
3.20	Albedo du milieu en fonction de la longueur d'onde	45
3.21	Coefficient d'absorption du milieu suivant les différentes précisions spectrales	48
3.22	Coefficient de diffusion du milieu suivant les différentes précisions spectrales	48
3.23	Propriétés radiatives réelles et interpolées	50
4.1	Représentation de la direction $\vec{\Omega}$ dans le plan $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	57
4.2	Représentation de la quadrature T_4	70
4.3	Illustration de l'algorithme volume à volume avec une symétrie	71

4.4	Emplacement des résultats de référence de Joseph et al.	75
4.5	Cylindre de Joseph et al. : Divergence de flux radiatif pour $\kappa = 0,1 \text{ m}^{-1}$	76
4.6	Cylindre de Joseph et al. : Divergence de flux radiatif pour $\kappa = 1 \text{ m}^{-1}$	76
4.7	Cylindre de Joseph et al. : Divergence de flux radiatif pour $\kappa = 10 \text{ m}^{-1}$	76
4.8	Cylindre de Joseph et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 0,1 \text{ m}^{-1}$	77
4.9	Cylindre de Joseph et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 1 \text{ m}^{-1}$	77
4.10	Cylindre de Joseph et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 10 \text{ m}^{-1}$	77
4.11	Géométrie de la cavité en L	78
4.12	Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 0,5 \text{ m}^{-1}$	79
4.13	Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 2 \text{ m}^{-1}$	79
4.14	Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 10 \text{ m}^{-1}$	79
4.15	Effet de rayons sur la cavité en L	80
4.16	Cavité en L : Flux à la paroi pour différentes quadratures	80
4.17	Cavité en L : flux à la paroi pour différents maillages	81
4.18	Cube de Tan et Hsu : Géométrie et axe des résultats	82
4.19	Cube de Tan et Hsu : G pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,1$	83
4.20	Cube de Tan et Hsu : Flux radiatif pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,1$	83
4.21	Cube de Tan et Hsu : G pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,5$	83
4.22	Cube de Tan et Hsu : Flux radiatif pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,5$	84
4.23	Cube de Tan et Hsu : Flux radiatif pour $\tau = 1$ et $\omega = 1$	84
4.24	Cube de Tan et Hsu : G pour $\tau = 0,1$ et $\omega = 0,5$	84
4.25	Cube de Tan et Hsu : Flux radiatif pour $\tau = 0,1$ et $\omega = 0,5$	85
4.26	Cube de Tan et Hsu : G pour $\tau = 0,5$ et $\omega = 0,5$	85
4.27	Cube de Tan et Hsu : Flux radiatif pour $\tau = 0,5$ et $\omega = 0,5$	85
4.28	Cube inhomogène de Tan et Hsu	86
4.29	Cube de Tan et Hsu : Luminance intégrée pour le milieu non homogène	87
4.30	Cube de Tan et Hsu : Flux radiatif pour le milieu non homogène	87
4.31	Cube inhomogène de Jiang	88
4.32	Cube inhomogène de Jiang : divergence de flux	89
4.33	Cube inhomogène de Jiang : flux radiatif	89
4.34	Cylindre de Chen et Sutton : géométrie et émissivité des parois	90
4.35	Cylindre de Chen et Sutton : flux radiatif radial pour différents ω	91
4.36	Cylindre de Chen et Sutton : G pour différents A_1	91
4.37	Cylindre de Chen et Sutton : écart sur le flux radiatif ($\omega = 0,1$)	93
4.38	Cylindre de Chen et Sutton : écart sur le flux radiatif ($\omega = 0,5$)	93
4.39	Cylindre de Chen et Sutton : écart sur le flux radiatif ($\omega = 0,9$)	93
4.40	Cylindre de Chen et Sutton : écart sur G ($A_1 = -0,99$)	94
4.41	Cylindre de Chen et Sutton : écart sur G ($A_1 = 0$)	94
4.42	Cylindre de Chen et Sutton : écart sur G ($A_1 = 0,99$)	94
4.43	Divergence de flux radiatif pour le cas 4 avec différents nombres d'itérations IDA	95
4.44	Flux radiatif à la paroi pour le cas 4 avec différents nombres d'itérations IDA	96
4.45	Flux radiatif radial pour le cas 5 avec différents nombres d'itérations IDA	96
4.46	Dispositif expérimental	101
4.47	Courbe d'étalonnage pour une température de corps noir à 500°C	103
4.48	Exemple de maillage utilisé pour le calcul numérique	103
4.49	Coefficient d'absorption dans le spray (m^{-1})	104
4.50	Flux théorique et par IDA en milieu transparent	105
4.51	Flux radiatif expérimental et numérique pour une température de 500°C	107

4.52	Flux radiatif expérimental et numérique pour une température de 550°C	107
5.1	Maillage utilisé pour l'étude de sensibilité du transfert radiatif en APRP	110
5.2	Température des crayons (°C) pour le cas d'étude de sensibilité APRP	111
5.3	Axes de résultats	111
5.4	Fraction volumique des gouttelettes en APRP	113
5.5	Température de la vapeur en APRP	113
5.6	Propriétés radiatives des gouttelettes en cas APRP	114
5.7	Propriétés radiatives des gouttelettes sur les axes (cas APRP)	114
5.8	Propriétés radiatives de la vapeur en cas APRP	115
5.9	Estimation des divergences de flux en APRP (axe A)	115
5.10	Estimation des divergences de flux en APRP (axe B)	116
5.11	Estimation des flux à la paroi en cas APRP	117
5.12	Divergence de flux vapeur par P1 et IDA en cas APRP (axe A)	118
5.13	Divergence de flux gouttelettes par P1 et IDA en cas APRP (axe A)	118
5.14	Divergence de flux vapeur par P1 et IDA en cas APRP (axe B)	119
5.15	Divergence de flux gouttelettes par P1 et IDA en cas APRP (axe B)	119
5.16	Flux radiatif à la paroi par P1 et IDA en cas APRP	120
5.17	Divergence de flux vapeur pour 3 résolutions spectrales en cas APRP (axe A)	121
5.18	Divergence de flux gouttelettes pour 3 résolutions spectrales en cas APRP (axe A)	121
5.19	Divergence de flux vapeur pour 3 résolutions spectrales en cas APRP (axe B)	122
5.20	Divergence de flux gouttelettes pour 3 résolutions spectrales en cas APRP (axe B)	122
5.21	Flux radiatif à la paroi pour 3 résolutions spectrales en cas APRP	123
5.22	Divergence de flux vapeur pour 3 quadratures angulaires en cas APRP (axe A)	124
5.23	Divergence de flux gouttelettes pour 3 quadratures angulaires en cas APRP (axe A)	124
5.24	Divergence de flux vapeur pour 3 quadratures angulaires en cas APRP (axe B)	125
5.25	Divergence de flux gouttelettes pour 3 quadratures angulaires en cas APRP (axe B)	125
5.26	Flux radiatif à la paroi pour 3 quadratures angulaires en cas APRP	126
5.27	Divergence de flux vapeur en cas APRP : nombres d'itérations (axe A)	127
5.28	Divergence de flux gouttelettes en cas APRP : nombres d'itérations (axe A)	127
5.29	Divergence de flux vapeur en cas APRP (axe B) : nombres d'itérations	128
5.30	Divergence de flux gouttelettes en cas APRP (axe B) : nombres d'itérations	128
5.31	Flux radiatif à la paroi en cas APRP : nombres d'itérations	129
6.1	Géométrie pour l'écoulement dans les conditions de renoyage APRP	133
6.2	Température des crayons suivant la hauteur (°C)	134
6.3	Fraction volumique des gouttelettes sans couplage du rayonnement	135
6.4	Fraction volumique des gouttelettes en sortie (sans couplage radiatif)	135
6.5	Température de la vapeur (°C) (sans couplage du rayonnement thermique)	136
6.6	Propriétés radiatives des gouttelettes (coefficient gris)	137
6.7	Propriétés radiatives de la vapeur (coefficient moyen gris à la température moyenne des crayons)	137
6.8	Propriétés radiatives sur les 2 axes (m^{-1})	138
6.9	Divergence de flux radiatif pour le cas avec $\varepsilon = 0,8$ (W/m^3)	139
6.10	Divergence de flux radiatif sur les 2 axes (W/m^3)	139
6.11	Flux radiatif à la paroi (W/m^2)	140
6.12	Fraction volumique des gouttelettes avec couplage du rayonnement	141
6.13	Température de la vapeur (°C) (avec couplage du rayonnement thermique)	141

6.14	Taux d'évaporation des gouttelettes suivant 2 axes : influence du rayonnement . .	143
6.15	Température de la vapeur suivant la hauteur	144
6.16	Fraction volumique des gouttelettes suivant la hauteur	144
6.17	Flux extrait à la paroi suivant la hauteur	145
6.18	Comparaison du flux radiatif à la paroi obtenu par IDA et par P_1 (W/m^2)	147
6.19	Comparaison des divergences de flux par IDA et P_1	147
6.20	Écart de l'approximation P_1 par rapport à l'IDA sur les divergences de flux . . .	148

Liste des tableaux

2.1	λ_{max} et spectre de référence pour 3 températures	14
3.1	Spectre d'étude du transfert radiatif en condition d'APRP	22
3.2	Définition de la quadrature de Gauss	40
4.1	Nombre de rayons à lancer suivant le type d'algorithme choisi	69
4.2	Temps de calcul des différentes méthodes pour les cas tests radiatifs	92
4.3	Erreur produite par l'IDA sur la conservation de l'énergie	97
4.4	Niveau de précision des différentes méthodes sur les cas tests radiatifs	99
4.5	Exemple de résultats d'étalonnage pour une température de corps noir de 500°C	102
5.1	Conditions aux limites du milieu pour le test de sensibilité en APRP	110
6.1	Conditions aux limites de l'écoulement APRP	133
6.2	Grandeurs intégrales : influence du rayonnement	142
6.3	Influence du transfert radiatif sur la vitesse de sortie de l'écoulement	142
6.4	Flux total sur les parois : influence du rayonnement thermique	145
6.5	Temps de calcul de la résolution du transfert radiatif (s)	146
6.6	Grandeurs intégrales : influence du choix de la méthode de résolution du rayonnement	148
6.7	Vitesse de sortie de l'écoulement en fonction de la méthode de résolution radiative	148

Liste des symboles

Acronyme

APRP	Accident de Perte de Réfrigérant Primaire
BWR	Boiling Water Reactor
CEA	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives
CFD	Computational Fluid Dynamics
EDF	Électricité De France
ETR	Équation de Transfert Radiatif
IAEA	International Atomic Energy Agency
IDA	Improved Differential Approximation
IRSN	Institut de Radioprotection et Sûreté Nucléaire
LAS	Linear Anisotropic Scattering : Diffusion anisotrope linéaire
LBL	Line By Line
LEMTA	Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée
MDA	Modified Differential Approximation
MMC	Méthode de Monte-Carlo
PWR	Pressurized Water Reactor
REP	Réacteur à Eau Pressurisée

Lettres grecques

$\langle \delta \rangle$	Paramètre C-k
$\langle \gamma \rangle$	Paramètre C-k
α	Absorbance
β	Coefficient d'extinction d'un milieu
Δs	Épaisseur de gaz
$\Delta \lambda$	Taille de la bande spectrale
κ	Coefficient d'absorption d'un milieu
λ	Longueur d'onde

Ω	Angle solide
ω	Albedo d'un milieu
ω_j	Poids de Gauss
Φ	Fonction de phase
ϕ	Angle azimutal
ϕ_{cum}	Fonction de phase cumulée
Π	Transfert de chaleur interfacial
Ψ	Angle azimutal
ψ	Fonction de Riccati-Bessel
ρ	Masse volumique
ρ_R	Réfectance
σ	Coefficient de diffusion d'un milieu
σ_{SB}	Constante de Stefan-Boltzmann
τ	Épaisseur optique
τ_r	Transmittance
τ_s	Épaisseur optique entre la paroi et le point \vec{r}
τ'_s	Épaisseur optique entre la paroi et le point \vec{r}'
τ_{visq}	Tenseur de dissipation visqueuse
θ	Angle
ε	Émissivité
φ	Flux reçu par la thermopile
$\varphi_{(wall \rightarrow k)}$	Flux de chaleur entre la paroi et la phase k
$\vec{\Omega}$	Direction de propagation
ζ	Fonction de Riccati-Bessel

Lettres latines

$\langle k \rangle$	Paramètre C-k
\vec{n}	Vecteur normal à une surface
\vec{q}	Flux radiatif
\vec{q}_m	Flux radiatif provenant du milieu
\vec{q}_r	Flux radiatif radial
\vec{q}_w	Flux radiatif provenant des parois
\vec{r}	Position dans l'espace
\vec{r}_w	Position sur une paroi

A	Coefficient d'anisotropie
a, b	Coefficients complexes de Mie
D	Diamètre
D_N	Dérivée logarithmique
e	Énergie interne massique
f	Fonction de densité de probabilité du coefficient d'absorption
F_v	Fraction volumique
G	Luminance intégrée
g	Facteur d'asymétrie
$g(k)$	Fonction de distribution cumulée de la densité de probabilité
g_i	Accélération de la gravité
g_j	Point de Gauss
G_m	Luminance intégrée provenant du milieu
G_w	Luminance intégrée provenant des parois
H	Flux incident à une paroi
H_k	Enthalpie massique
H_N	Fonction de Hankel
I'	Transfert de quantité de mouvement à l'interface
J_N	Fonction de Bessel
J_w	Radiosité de la paroi
k	Coefficient d'absorption réduit
k_{abs}	Indice d'absorption du milieu
L	Luminance
L_λ^0	Luminance spectrale de Planck (luminance du corps noir)
L_b	Luminance de Planck (intégrée sur tout le spectre)
L_l^m	Coefficient des harmoniques sphériques
L_m	Luminance provenant du milieu
L_w	Luminance provenant des parois
m	Indice optique complexe
N	Nombre d'une série
n	Indice de réfraction du milieu
n^*	Indice complexe de réfraction
n_0	Indice de réfraction du milieu environnant

Liste des symboles

n_g	Nombre de points de Gauss
N_{max}	Nombre maximum de termes considérés pour la série
P	Pression
P_l^m	Polynôme de Legendre
P_s	Pression de référence C-k
Q	Flux thermique conductif
Q_{abs}	Facteur d'efficacité d'absorption
Q_{diff}	Facteur d'efficacité de diffusion
Q_{ext}	Facteur d'efficacité d'extinction
Re	Partie réelle du nombre complexe
S	Terme source radiatif (émission du milieu)
s_0	Distance géométrique représentative du milieu
S_{CN}	Surface du corps noir étendu
T	Température
T_N	Quadrature de Thurgood
T_r	Transmittance
T_s	Température de référence C-k
U	Vitesse moyenne
u_p	Parcours de pression
x_p	Paramètre de taille
Y	Harmonique sphérique

Indices

λ	à la longueur d'onde λ
c	Classes
c	crayons
CN	Corps noir
g	gouttelettes
go	des gouttelettes
HG	De Henyey-Greenstein
i	Numéro de la classe
i, j	direction i ou j
j	Numéro du point de Gauss
LAS	De Linear Anisotropic Scattering

<i>m, l</i>	Ordres des harmoniques sphériques
<i>Mie</i>	De Mie
<i>mil</i>	du milieu
<i>n</i>	Ordre
<i>p</i>	Particule
<i>p, k</i>	phase <i>p</i> ou <i>k</i>
<i>therm</i>	Thermopile
<i>v</i>	vapeur
<i>vap</i>	de la vapeur

Introduction

L'énergie nucléaire se développe de plus en plus, que ce soit en terme de nombre de réacteurs, ou en terme de puissance générée. Il est évident que la défaillance d'un réacteur nucléaire pourrait causer de nombreuses conséquences dramatiques au niveau industriel, environnemental et surtout humain. La sûreté nucléaire fait donc l'objet de nombreuses études pour parer à tout type d'accident. L'accident de Fukushima en mars 2011 incite à augmenter la sûreté des installations nucléaires.

L'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP) est un des accidents de dimensionnement de référence d'un Réacteur à Eau Pressurisé (REP) en France. Son étude permet notamment le dimensionnement des systèmes de secours mis en place dans les installations nucléaires de base. L'accident survenu à Fukushima est différent d'un APRP (c'était un accident de Perte de Source Froide couplée à une perte des installations électriques), mais ses conséquences sont les mêmes que celles que les systèmes de sécurité doivent permettre d'éviter en cas d'APRP, à savoir un cœur de réacteur asséché, qui monte en température et peut fondre. L'étude du transitoire d'un APRP, notamment lors de la phase de renoyage du cœur, est donc très importante pour le comprendre et le maîtriser.

Lors d'un renoyage de cœur, l'eau des systèmes de sécurité entre dans le cœur chaud pour refroidir les crayons et empêcher leur fusion. Le transitoire d'un renoyage de cœur lors d'un APRP est un problème complexe car de nombreux phénomènes physiques s'y produisent, tels que la turbulence, la convection, le changement de phase par évaporation ou condensation, le rayonnement... c'est un problème multi-physique avec de nombreux phénomènes couplés. De plus, ce type d'accident peut provoquer des déformations du cœur du réacteur, impliquant une altération complexe de la géométrie. Enfin, durant cette phase, le milieu est très hétérogène, composé de gouttelettes en suspension dans de la vapeur d'eau, avec notamment des gradients de température ou de concentration importants. Nous verrons plus en détail le fonctionnement d'un cœur de réacteur nucléaire et la problématique de l'APRP dans un premier chapitre.

L'IRSN étudie la thermohydraulique se produisant lors de la phase de renoyage d'un APRP. Les études se font à des échelles macroscopiques (taille d'un réacteur) ou plus locales (étude de la thermohydraulique dans une petite partie d'un assemblage de crayons). L'étude à l'échelle locale aide notamment à établir des modèles pour les simulations à échelle macroscopique. Pour l'échelle locale, le logiciel utilisé par l'IRSN s'appelle Neptune_CFD. Ce logiciel de CFD multiphasique n'était pas orienté spécifiquement pour l'étude du renoyage d'un cœur de réacteur lors d'un APRP. L'IRSN a donc développé des modèles supplémentaires afin de l'adapter à un APRP. Cependant, le transfert radiatif est un mode de transfert d'énergie qui n'a pas encore été implémenté et ce mode de transfert va impacter la simulation de l'écoulement. L'ajout d'un modèle de résolution du rayonnement thermique lors d'un APRP fait donc l'objet de cette thèse dans le cadre d'une collaboration entre l'IRSN et le LEMTA.

Le phénomène de transfert radiatif est un problème de thermique complexe. L'émission du rayonnement thermique se fait sur un large spectre de longueurs d'onde qui vont affecter de manière plus ou moins importante le transfert radiatif. De plus, le milieu environnant va contribuer à absorber et/ou diffuser le rayonnement, plus ou moins fortement suivant les longueurs d'ondes. Enfin, l'émission du rayonnement thermique va se faire depuis les crayons combustibles, mais aussi depuis le milieu, qui est également à forte température. Nous aborderons ainsi dans le second chapitre des notions de rayonnement thermique utiles à la résolution.

Lors d'un APRP, on limite la montée en température des crayons en les refroidissant avec de l'eau, ce qui crée un milieu de vapeur d'eau-gouttelettes d'eau autour des crayons combustibles. Ce milieu va être participatif d'un point de vue du transfert radiatif, en absorbant, diffusant et émettant le rayonnement thermique. Nous déterminerons les propriétés radiatives d'un milieu de vapeur d'eau-gouttelettes d'eau dans le troisième chapitre.

Nous évoquerons les différentes méthodes de résolution du transfert radiatif ainsi que leur capacité de modélisation et contraintes, puis nous donnerons le détail de formulation de 3 méthodes que nous avons utilisées. Nous avons choisi une première méthode (l'approximation P_1) de par sa simplicité de mise en forme et sa rapidité de calcul. Cependant, elle ne permet pas une bonne résolution dans certains cas que l'on peut retrouver en APRP. Nous avons donc testé deux autres méthodes qui en sont dérivées (IDA et MDA) et qui sont censées combler ces manquements. Ces méthodes, peu utilisées dans le domaine du transfert radiatif, ont été testées pour la première fois avec une quadrature pour gérer leur dépendance directionnelle. Une validation de ces méthodes a été effectuée pour déterminer le niveau de précision de chacune d'elles (chapitre 4).

La méthode de résolution du transfert radiatif a alors ensuite permis d'évaluer le transfert radiatif se produisant lors d'un APRP. Nous avons d'abord fait une étude de sensibilité des paramètres radiatifs sur les résultats de notre méthode afin d'évaluer les meilleurs paramètres à utiliser pour obtenir un résultat précis tout en conservant un temps de calcul raisonnable (chapitre 5).

Le transfert radiatif a ensuite été couplé aux autres modes de transfert d'énergie déjà présents dans Neptune_CFD et nous avons mesuré son influence sur les transferts de masses et d'énergie par rapport aux autres modes de transfert dans le dernier chapitre.

Chapitre 1

Contexte

Sommaire

1.1	Les réacteurs à eau sous pression : REP	3
1.1.1	Circuit primaire	3
1.1.2	Circuit secondaire	6
1.1.3	Circuit tertiaire	6
1.2	L'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire : APRP	6
1.3	Grandeurs caractéristiques du problème	8
1.3.1	Caractéristiques du milieu diphasique	8
1.3.2	Caractéristiques des crayons	9
1.3.3	Géométrie	9
1.4	Étude du problème	10

Cette partie du rapport va compléter l'introduction en approfondissant la problématique de l'APRP. Nous ferons une présentation plus détaillée du fonctionnement d'un Réacteur à Eau sous Pression (REP) et de la problématique d'un Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP).

1.1 Les réacteurs à eau sous pression : REP

Une centrale nucléaire utilise la chaleur dégagée par les réactions nucléaires pour produire de l'énergie électrique. Dans un REP, 3 circuits d'eau sont nécessaires pour permettre cette production d'énergie électrique. Une représentation schématique est donnée sur la figure 1.1.

1.1.1 Circuit primaire

Le circuit primaire se situe dans l'enceinte du réacteur nucléaire. L'énergie fournie dans le cœur provient du combustible nucléaire. Il est conditionné sous la forme de petites pastilles d'environ 8 mm de diamètre et 13,5 mm de hauteur pour une masse d'environ 8 g. Une seule pastille permet de produire autant d'énergie que 800 kg de charbon. Une photo de pastilles de combustible est présentée sur la figure 1.2

Les pastilles sont ensuite empilées à l'intérieur de tubes en Zircaloy (alliage de zirconium), puis maintenues sous pression avec de l'hélium à 30 bar (empilement de 272 pastilles soit environ 2 kg de combustible). Cela constitue un crayon de combustible d'une hauteur d'environ 4 mètres. Les crayons sont ensuite réunis en assemblages. Les assemblages les plus couramment utilisés en France contiennent 264 crayons de combustible (arrangement 17 X 17, contenant également

Centrale nucléaire

Réacteur à Eau Pressurisée (REP)

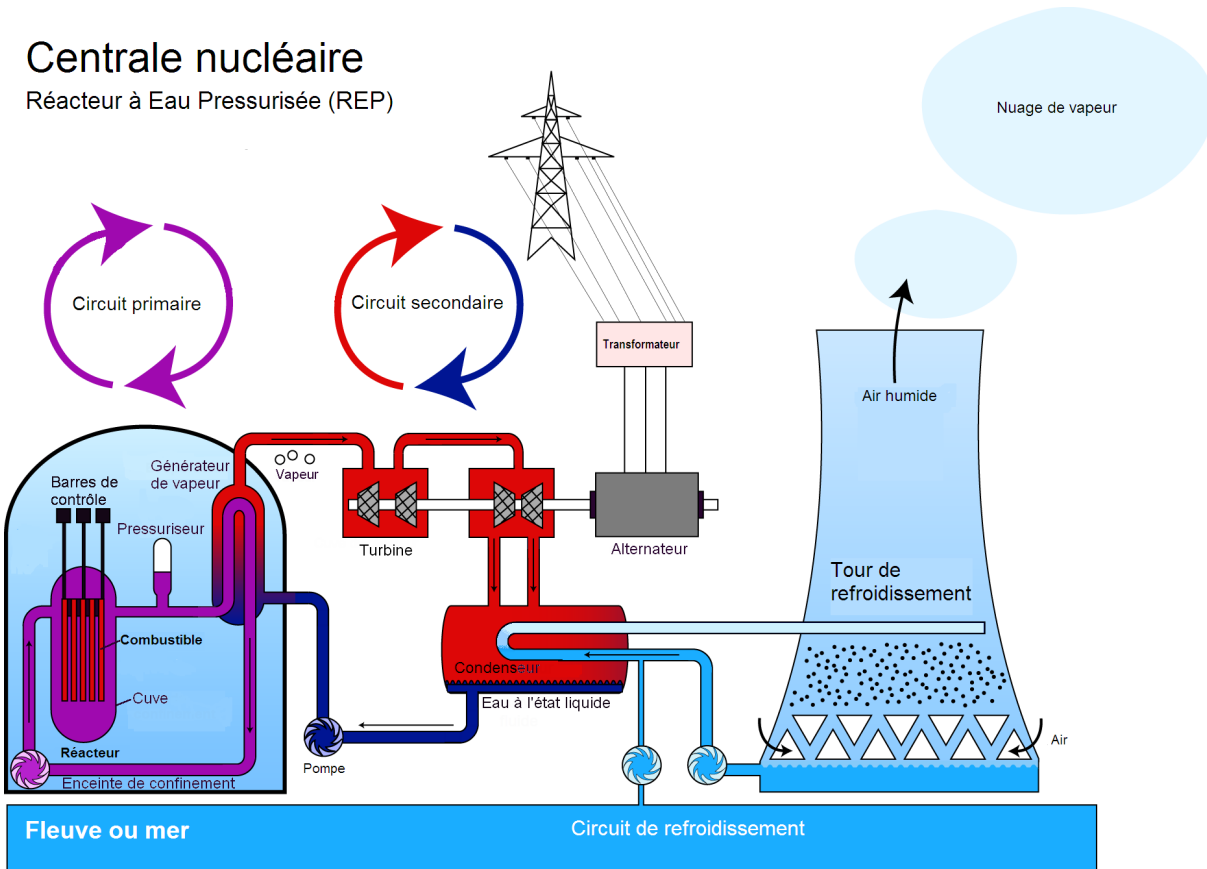


FIGURE 1.1 – Schéma de principe d'une tranche nucléaire disposant d'un réacteur REP et d'une tour de refroidissement



FIGURE 1.2 – Pastilles de combustible nucléaire

24 tubes guides et 1 tube d'instrumentation). La figure 1.3 montre des crayons de combustible sur une petite portion d'assemblage (carré de 5 X 5). Des grilles de maintien sont placées environ tous les 30-50 cm pour maintenir en place l'assemblage et ont été conçues comme des dispositifs anti-débattements (pour limiter la déflexion des crayons) et de mélange.

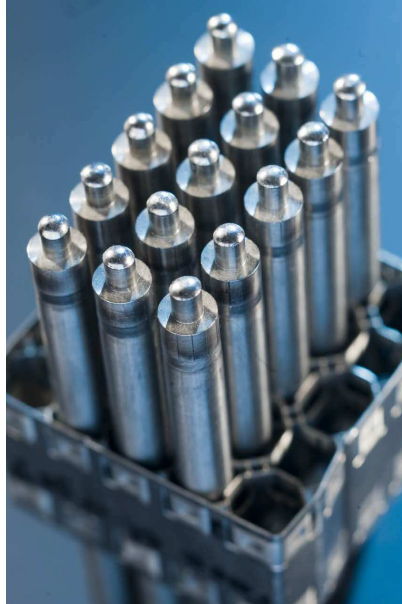


FIGURE 1.3 – Représentation d'une portion d'assemblage de crayons de combustible

Le cœur du réacteur nucléaire contient un certain nombre d'assemblages de crayons en fonction de sa puissance. Ainsi, un réacteur de 900 MWe contient 157 assemblages de 264 crayons.

Les assemblages sont plongés dans l'eau du cœur du réacteur, formant le circuit primaire. Les réactions nucléaires de fission se produisant à l'intérieur de ces crayons permettent de générer une importante quantité de chaleur qui sera totalement transmise à l'eau, mise en mouvement via des pompes. L'eau chaude va transiter via la branche chaude pour atteindre un générateur de vapeur. Elle va alors transmettre une partie de sa chaleur à l'eau du circuit secondaire pour permettre son évaporation. L'eau du circuit primaire va ainsi se refroidir et retourner dans la cuve du cœur du réacteur par la branche froide. L'eau réalise donc une boucle. On peut trouver plusieurs boucles au sein d'un même réacteur.

Pour avoir de bonnes conditions de fonctionnement, le débit d'eau doit être important (environ $60000 \text{ m}^3/\text{h}$) afin de limiter la montée en température de l'eau du circuit primaire sous la température de saturation. Ainsi la température de l'eau du circuit primaire va varier entre 296°C en entrée de cuve et 327°C en sortie de cuve. La pression à l'intérieur du circuit primaire doit impérativement dépasser la pression de saturation pour éviter l'ébullition. Une pression de 155 bar est ainsi générée par un pressuriseur en branche chaude sur l'une des boucles (la température de saturation de l'eau à 155 bar est de 345°C). Il existe également des systèmes auxiliaires nécessaires au bon fonctionnement de l'installation comme :

- le circuit de contrôle volumétrique et chimique qui assure, entre autres, le contrôle de la quantité de fluide dans le circuit primaire ainsi que sa composition (produits actifs, pH).
- le système d'injection de sécurité qui intervient notamment en cas de rupture dans le circuit primaire pour injecter de l'eau dans le cœur et assurer le refroidissement des crayons. Des

accumulateurs de 40 m³ sont placés sur la branche froide de chaque boucle.

Le circuit primaire est entièrement contenu dans un bâtiment réacteur fermé par une à deux enceintes étanche en béton. Ces enceintes constituent la troisième barrière de confinement des produits actifs en cas d'accident, la première barrière étant la gaine du crayon de combustible et la seconde étant l'enveloppe du circuit primaire. La première enceinte du bâtiment réacteur est conçue pour résister à l'augmentation de pression due à un APRP grosse brèche. La seconde enceinte, présente uniquement sur 24 des 58 réacteurs français, est dimensionnée pour résister à la chute d'un avion militaire tel qu'un mirage V de 13 tonnes volant à 540 km/h.[1]

1.1.2 Circuit secondaire

L'eau du circuit secondaire passe dans le générateur de vapeur où elle est chauffée par l'eau du circuit primaire. Elle se vaporise à une température d'environ 270°C et une pression entre 55 et 70 bar (dépendant de la puissance du réacteur). Le débit d'eau est d'environ 7000 m³/h. La vapeur va d'abord être détendue dans le corps Haute Pression (HP) de la turbine, puis subir une surchauffe avant de poursuivre sa détente dans les corps Basse Pression (BP) de la turbine. La turbine entraîne un alternateur qui va produire l'électricité.

A la fin de la détente, la vapeur passe dans un condenseur qui va la liquéfier et lui extraire certains gaz incondensables (tel que le dioxygène). Cette eau est ensuite réchauffée avant de retourner aux générateurs de vapeur.

On remarque que toute l'énergie fournie sous forme de chaleur ne sera pas récupérée sous forme d'électricité du fait du refroidissement du circuit tertiaire. En effet, le rendement global de conversion de la chaleur en électricité est d'environ 33 %.

1.1.3 Circuit tertiaire

L'eau du circuit tertiaire va permettre de condenser l'eau du circuit secondaire en fin de détente. Elle provient généralement d'un fleuve ou de la mer. Il existe deux types de refroidissement :

- Soit l'eau du circuit tertiaire est prélevée, utilisée pour condenser la vapeur du circuit secondaire puis rejetée en aval, ce qui augmente localement la température du fleuve ou de la mer.
- Soit après avoir condensé la vapeur du circuit secondaire, l'eau du circuit tertiaire est envoyée sous forme de sprays dans une tour de réfrigération. Les fines gouttelettes vont avoir un bon échange de chaleur avec l'air et ceci va ramener la température de l'eau à température ambiante. Cependant une partie de l'eau va s'évaporer (environ 500 l/s). Il est donc nécessaire de faire un prélèvement d'eau dans le fleuve ou la mer pour compenser cette perte en eau.

De plus amples détails sur le fonctionnement du réacteur peuvent être trouvés sur différents sites internet ([2]-[3]).

1.2 L'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire : APRP

Un des accidents de dimensionnement de référence d'un REP est l'APRP (Accident de Perte de Réfrigérant Primaire) dont l'étude permet entre autre de dimensionner les systèmes de secours

des installations nucléaires de base.

L'APRP correspond à une fuite de l'eau du circuit primaire. Cette fuite peut être due à la rupture d'une tuyauterie (appelé APRP "grosse brèche") ou à la perte d'un joint d'étanchéité sur une pompe (appelé APRP "petite brèche") par exemple. Dans notre application, nous étudierons uniquement l'APRP "grosse brèche", correspondant à la rupture maximale d'une tuyauterie. Au cours d'un tel accident, une violente chute de pression se produit dans le cœur du fait de cette brèche. Il en résulte une vaporisation importante de l'eau du circuit primaire. Le cœur du réacteur est ainsi asséché par la perte d'eau à travers la brèche et par la vaporisation de l'eau restante. Les crayons de combustible ne sont plus refroidis, il s'en suit une augmentation de la température des gaines du fait de leur puissance résiduelle. Ces variations de pressions et températures entraînent une déformation et un gonflement des gaines des crayons de combustible pressurisés, suite au différentiel de pression existant entre l'intérieur et l'extérieur de la gaine, couplée à un changement de phase du matériau de gainage du fait de leur montée en température. Ces gonflements peuvent générer l'apparition de zones significativement bouchées dans le cœur et en compromettre ainsi le refroidissement lors de la phase de renoyage. La figure 1.4 montre une coupe radiale d'un assemblage déformé de crayons de combustible. Ce résultat provient du programme Phebus-LOCA dont l'objectif était notamment de disposer d'une base de données expérimentale de cas représentatifs d'une fusion de Réacteur à Eau Pressurisé (REP). On remarque bien des gaines de combustibles déformées, réduisant considérablement la section de passage du fluide autour des crayons.

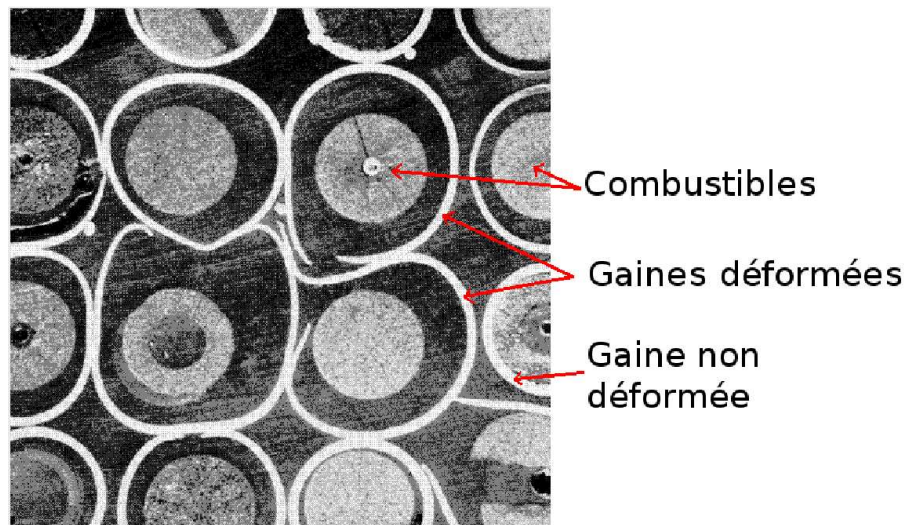


FIGURE 1.4 – Coupe radiale d'un assemblage déformé, essai Phebus

La phase dite de renoyage est initiée par l'activation des systèmes de secours, qui permettent l'injection d'eau borée dans le cœur, afin de refroidir les crayons combustibles. On suppose ici que l'eau progresse principalement dans le cœur de bas en haut. Elle remonte donc le long des crayons et se vaporise à leur contact. On définit le front de trempe comme étant l'interface horizontale entre l'eau et la vapeur. À ce niveau, la vaporisation importante de l'eau produit un fort débit de vapeur qui arrache et entraîne des gouttelettes. En remontant le long des crayons, ces gouttes peuvent s'évaporer jusqu'à disparaître. Ainsi le long d'un assemblage, le régime d'échange de chaleur paroi-fluide et le régime d'écoulement varient fortement ; on passe progressivement, de

bas en haut, du monophasique liquide, à l'ébullition nucléée, puis à la vapeur chargée de gouttelettes et enfin à la vapeur pure.

En outre, sous ces conditions accidentelles, le gonflement de certains crayons peut produire un bouchage significatif de la section de passage du fluide. Le combustible contenu dans ces crayons peut se relocaliser et s'accumuler au sein des ballons ainsi formés. Au niveau des zones déformées, on observe à la fois une restriction de la section de passage du fluide et une surpuissance locale due à un amas de pastilles combustibles. La hauteur de ces gonflements varie de quelques centimètres à quelques décimètres, des grilles de maintien constituant une barrière limitante à la propagation axiale de ces gonflements.

La progression du front de trempe est gouvernée principalement par le débit d'eau et par la température des crayons en aval du front de trempe. Durant la montée du front de trempe, cette température pariétale dépend fortement des échanges de chaleur dans le régime vapeur chargée de gouttelettes. Le mécanisme prépondérant de transfert de chaleur paroi-écoulement en régime de gouttes dispersées et l'augmentation du coefficient d'échange par rapport au cas vapeur seule ne sont pas clairement associés à un phénomène particulier. Il peut s'agir de la combinaison de l'influence de la présence de gouttelettes comme des puits de chaleur au sein de l'écoulement avec la turbulence accrue par la présence des gouttes, ou de l'impact de gouttes, ou des transferts radiatifs vers les gouttes, etc. tels que la figure 1.5 page ci-contre le présente.

Un des phénomènes de transfert de chaleur présent lors du renoyage est le transfert radiatif. Les gaines chaudes vont émettre du rayonnement thermique, contribuant ainsi à leur refroidissement, tandis que le milieu de vapeur gouttelettes va absorber le rayonnement thermique. Les gouttelettes vont ainsi partiellement s'évaporer du fait de cette absorption d'énergie et agir comme des puits de chaleur en absorbant l'énergie radiative. Nous allons nous intéresser à ce mode de transfert d'énergie.

1.3 Grandeurs caractéristiques du problème

Nous allons définir plus précisément le domaine d'étude de notre problème, en nous référant aux travaux de Lee [38].

1.3.1 Caractéristiques du milieu diphasique

1.3.1.1 Gouttelettes

Voici les niveaux de températures, diamètres et fraction volumique en gouttelettes générés par le front de trempe dans des conditions APRP.

- Température : $T_g \leq 100^\circ\text{C}$ (température de saturation)
- Diamètre : $50 \mu\text{m} \leq D_g \leq 1000 \mu\text{m}$
- Fraction volumique : $10^{-4} \text{ m}_{eau}^3/\text{m}^3 \leq Fv \leq 10^{-2} \text{ m}_{eau}^3/\text{m}^3$

Il est possible d'avoir des particules d'un diamètre inférieur à $50\mu\text{m}$ lors d'un écoulement APRP du fait de l'évaporation. Leur concentration demeure toutefois faible.

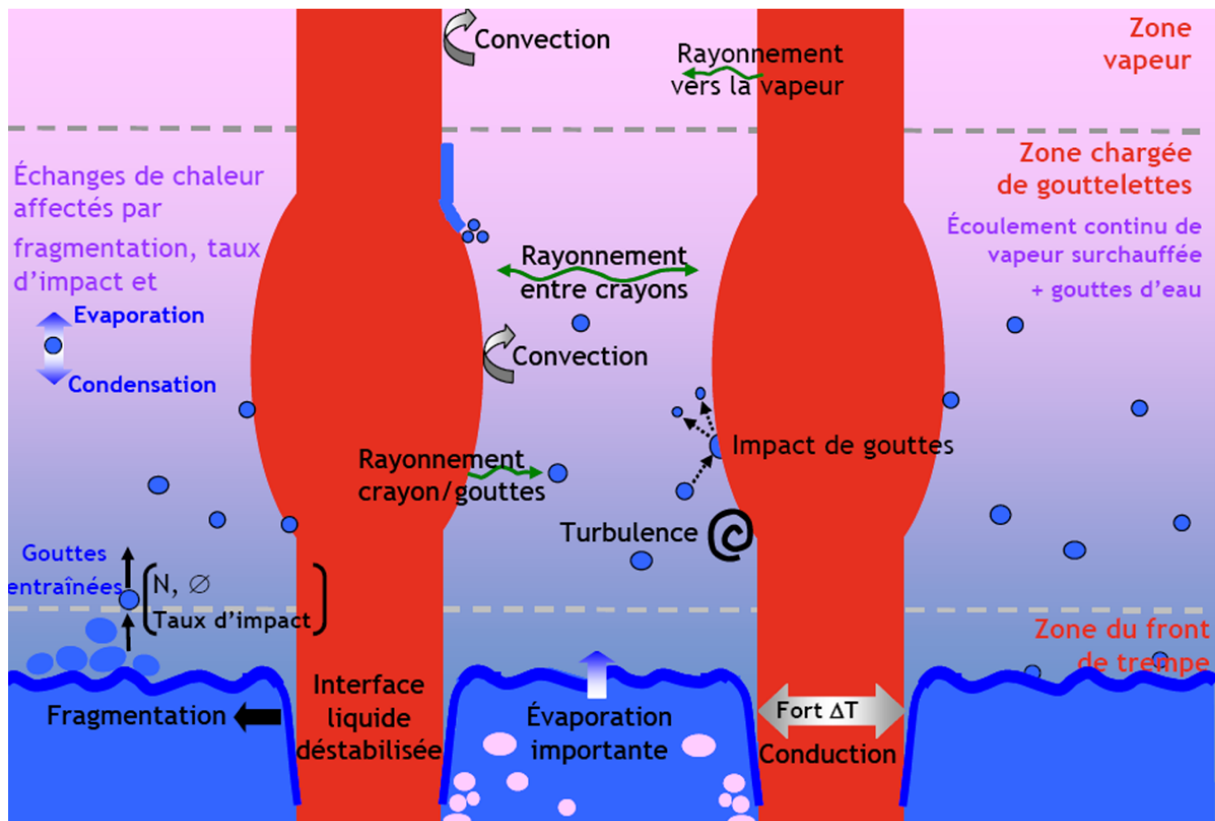


FIGURE 1.5 – Schéma représentant les différents phénomènes physiques lors du renouage d'un APRP

1.3.1.2 Vapeur d'eau

L'ordre de grandeur des caractéristiques de la vapeur d'eau dans des conditions APRP sont :

- Température : $100^{\circ}\text{C} \leq T_v \leq 800^{\circ}\text{C}$
- Pression : $1 \text{ bar} \leq P_v \leq 3 \text{ bar}$

1.3.2 Caractéristiques des crayons

La température et l'émissivité des crayons de combustibles en APRP sont :

- Température : $400^{\circ}\text{C} \leq T_c \leq 1200^{\circ}\text{C}$
- Émissivité des parois : $0,5 \leq \varepsilon \leq 0,8$

L'émissivité des crayons de combustible dépend de l'état de surface du crayon, c'est à dire du niveau d'oxydation du matériau de gainage. Un rapport technique de l'IAEA (International Atomic Energy Agency) présente notamment l'émissivité des crayons de combustible en Zircaloy suivant leur niveau d'oxydation [61].

1.3.3 Géométrie

L'écoulement se fait à l'intérieur d'un assemblage de crayons de combustible dans le cœur du réacteur nucléaire. La figure 1.6, présente les dimensions 2D du problème. Il ne faut pas perdre

de vue que les dimensions des crayons peuvent changer en cas de gonflement des gaines. Pour la géométrie 3D, la hauteur étudiée sera d'environ 30 à 50 cm (distances intergrilles).

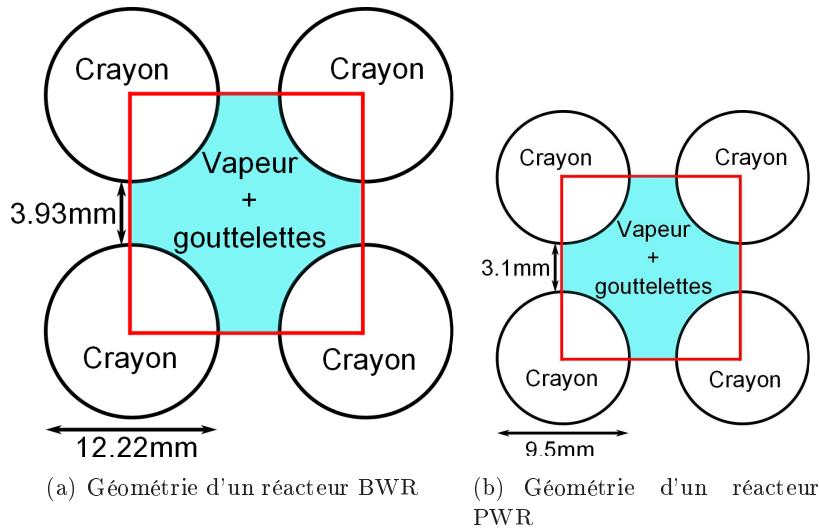


FIGURE 1.6 – Géométrie d'un assemblage de 4 crayons de combustible pour 2 types de réacteurs

1.4 Étude du problème

L'IRSN étudie l'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire et notamment la phase de renoyage à différentes échelles. Pour une échelle locale, de la taille d'un canal d'écoulement situé entre 4 crayons, l'IRSN modélise les transferts de masse et d'énergie à l'aide d'un code de CFD 3D appelé Neptune_CFD. La géométrie complexe d'un réacteur déformé et les propriétés non uniformes de l'écoulement nécessitent de faire une étude en 3D. Ce logiciel, mis au point en collaboration avec EDF, le CEA et AREVA, permet de modéliser un écoulement de vapeur contenant des gouttelettes d'eau en suspension. Plusieurs modèles ont été adaptés dans Neptune_CFD pour simuler des phénomènes physiques particuliers rencontrés lors du renoyage du cœur suite à un APRP, tels qu'un modèle d'impact de gouttes sur les crayons de combustible (voir la thèse de Lelong [39]), ou une meilleure modélisation des termes de transfert de quantité de mouvement entre la vapeur et les gouttelettes, ainsi que de la turbulence (voir la thèse de Baalbaki [4]). Le code Neptune_CFD ne contient cependant pas de modèle de rayonnement thermique pour la simulation d'un APRP, l'objet de cette thèse sera donc de doter Neptune_CFD d'un module de résolution du transfert radiatif dans des conditions de type APRP. Le code de calcul radiatif devra être précis mais ne devra pas avoir un temps de calcul trop coûteux du fait du couplage du rayonnement thermique avec les autres modes de transferts de masse et d'énergie. La résolution du transfert radiatif permettra ainsi d'introduire de nouveaux termes de transfert d'énergie pour les gouttelettes et la vapeur d'eau. Une étude préliminaire à cette thèse a été effectuée dans le cadre d'un stage (Hassini [24]) qui a permis de montrer que la prise en compte du transfert radiatif dans des conditions de renoyage d'un APRP est nécessaire puisque les premiers ordres de grandeur trouvés pour le flux à la paroi et la divergence de flux radiatif du milieu n'étaient pas négligeable devant les autres modes de transfert. Cette étude s'est notamment basée sur des calculs de transfert radiatif en 2D par Méthode de Monte Carlo.

Chapitre 2

Introduction au transfert radiatif

Sommaire

2.1	Définition de la luminance	11
2.2	Angle solide	12
2.3	Loi de Planck	13
2.4	Loi de déplacement de Wien	14
2.5	Propriétés radiatives d'une surface opaque	14
2.6	Propriétés radiatives d'un milieu de particules	15
2.6.1	Atténuation du rayonnement	15
2.6.2	Renforcement par émission de rayonnement et par diffusion	16
2.7	Équation du transfert radiatif	16
2.8	Luminance intégrée, flux radiatif et divergence de flux	18
2.9	Conclusion	19

Cette partie propose une brève initiation au transfert radiatif, en vue d'introduire toutes les connaissances et variables utilisées par la suite.

Le transfert radiatif correspond au transfert de chaleur causé par les ondes électromagnétiques. C'est un transfert de chaleur à distance puisqu'il ne nécessite pas obligatoirement de milieu pour pouvoir se propager. Le transfert radiatif s'effectue donc à toute position de l'espace. Chaque onde électromagnétique se propage dans une direction, le rayonnement thermique a donc une dépendance directionnelle. Enfin, les ondes électromagnétiques peuvent avoir des fréquences différentes, nous verrons par la suite l'influence de la longueur d'onde sur le type et la puissance de l'onde électromagnétique.

2.1 Définition de la luminance

On définit la luminance $L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega})$ comme la densité surfacique de puissance rayonnée par longueur d'onde λ , au point \vec{r} et dans une direction de l'espace $\vec{\Omega}$. La puissance rayonnée est exprimée par longueur d'onde (μm), par unité de surface projetée (m^2) et par unité d'angle solide (sr) entourant la direction choisie. La luminance s'exprime en $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$. L'aspect directionnel du rayonnement implique donc de déterminer l'importance de chaque direction, se calculant par l'angle solide que nous allons présenter.

2.2 Angle solide

L'angle solide Ω mesure la portion de l'espace couverte par une surface observée depuis une position donnée. C'est l'analogie tridimensionnelle de l'angle plan θ (voir figure 2.1). Son unité est le stéradian noté *sr*. La valeur totale de l'angle solide vaut $4\pi sr$.

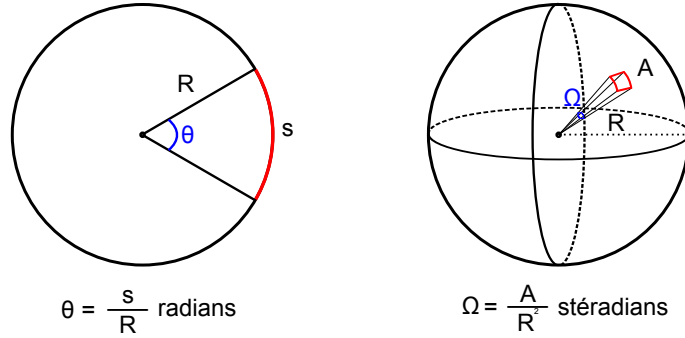


FIGURE 2.1 – Analogie entre l'angle plan bi-dimensionnel et l'angle solide tri-dimensionnel

On considère une surface infinitésimale dA_j vue par un point P sous une direction $\vec{\Omega}$ (notée \hat{s} sur la figure 2.2). La direction $\vec{\Omega}$ est caractérisée par un angle polaire θ et un angle azimutal ψ .

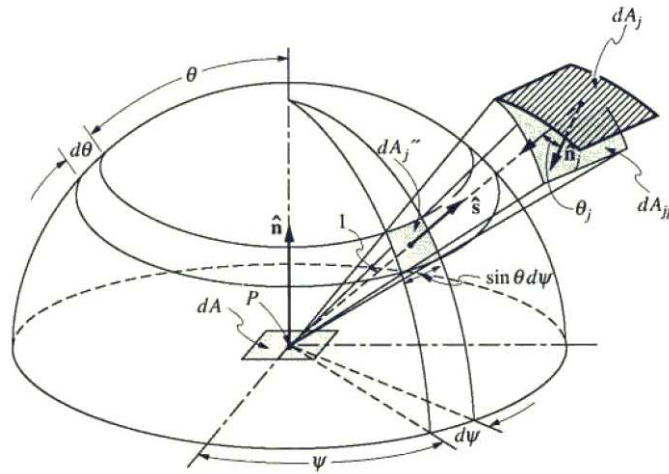


FIGURE 2.2 – Représentations de l'angle solide (d'après Modest [49])

On va déterminer quel est l'angle solide sous lequel le point P perçoit la surface infinitésimale dA_j . Par analogie avec l'angle plan (voir figure 2.1), l'expression de l'angle solide pour ce cas tri-dimensionnel donne :

$$d\Omega = \frac{dA_j \cos(\theta_j)}{l_{A_j}^2} \quad (2.1)$$

avec l_{A_j} la distance séparant le point P et le centre de dA_j et θ_j l'angle formé entre la direction $\vec{\Omega}$ et la normale \vec{n}_j à la surface dA_j . Cette surface infinitésimale dA_j peut être projetée sur une sphère de rayon l_{A_j} ayant pour centre le point P . La surface infinitésimale projetée, notée dA_{jp} ,

est vue sous le même angle solide que dA_j . Comme sa normale est orientée comme la direction $\vec{\Omega}$, il vient :

$$d\Omega = \frac{dA_{jp}}{l_{A_{jp}}^2} \quad (2.2)$$

du fait que l'angle θ_j est nul pour ce cas. La surface dA_{jp} est également vue sous le même angle solide que la surface $dA_{j''}$, placée sur une sphère de taille l . On remarque que cette surface a pour côté $l \sin \theta d\Psi$ et $l d\theta$. Sa surface vaut donc :

$$dA_{j''} = l d\theta \times l \sin(\theta) d\Psi \quad (2.3)$$

avec θ l'angle polaire (compris entre 0 et π) de la direction $\vec{\Omega}$. On trouve ainsi l'expression d'une variation de l'angle solide en fonction des variations des angles polaires et azimutaux selon :

$$d\Omega = \frac{dA_{j''}}{l^2} = \frac{l d\theta \times l \sin(\theta) d\Psi}{l^2} = \sin(\theta) d\theta d\Psi \quad (2.4)$$

2.3 Loi de Planck

La plupart des milieux absorbent et émettent des ondes électromagnétiques. La puissance et les longueurs d'onde d'émission dépendent de la température du matériau.

La loi de Planck décrit la luminance monochromatique $L_\lambda^0(T)$ pour un corps noir en fonction de la température T et de la longueur d'onde λ par :

$$L_\lambda^0(T) = \frac{C_1}{n^2 \lambda^5 \left(\exp\left(\frac{C_2}{n\lambda T}\right) - 1 \right)} \quad (2.5)$$

avec :

- constante $C_1 = 2hc^2 = 1,19106 \cdot 10^{-16} \text{ Wm}^2$
- constante $C_2 = \frac{hc}{k} = 1,43879 \cdot 10^{-2} \text{ mK}$
- constante de Planck $h = 6,62617 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
- célérité de la lumière $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$
- constante de Boltzmann $k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
- indice de réfraction du milieu n
- longueur d'onde λ (en m)

La figure 2.3 donne la luminance monochromatique en fonction de la longueur d'onde pour trois températures différentes. On remarque très clairement un pic d'émission (situé à une longueur d'onde que l'on appellera λ_{max}) qui démontre l'importance de certaines longueurs d'onde par rapport à d'autres. On remarque également qu'à certaines longueurs d'onde, l'intensité radiative est faible ou nulle. Le transfert radiatif sera donc résolu selon un spectre de longueurs d'onde limité pour éviter une résolution sur les longueurs d'onde ne contribuant pas significativement au transfert radiatif.

L'intégrale de la fonction de Planck sur tout le spectre de longueur d'onde vaut :

$$\int_{\lambda=0}^{\lambda=+\infty} L_0^\lambda(T) d\lambda = \frac{n^2 \sigma_{SB} T^4}{\pi} \quad (2.6)$$

avec σ_{SB} la constante de Stefan-Boltzmann $= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$. Elle est généralement représentée par L_b .

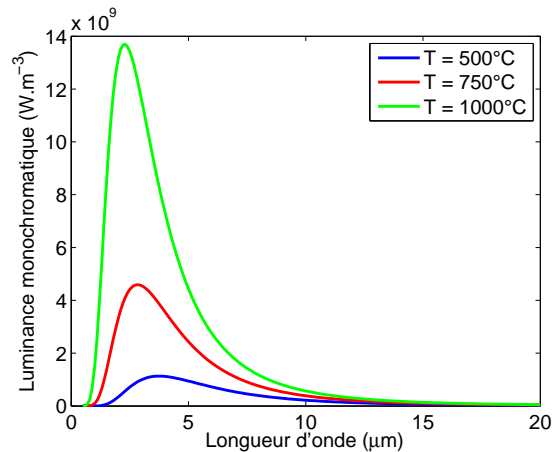


FIGURE 2.3 – Luminance monochromatique du corps noir pour différentes températures en fonction de la longueur d’onde

2.4 Loi de déplacement de Wien

La loi de déplacement de Wien permet de déterminer la longueur d’onde λ_{max} d’intensité maximale de la fonction de Planck pour une température donnée. Elle s’écrit de la façon suivante :

$$n\lambda_{max}T = 2898\mu\text{m.K} \quad (2.7)$$

avec n l’indice de réfraction du milieu et T la température d’émission représentative (en K).

Il faut savoir que 99% de l’énergie est émise entre $0.2\lambda_{max}$ et $5\lambda_{max}$. Le tableau 2.1 donne la valeur de la longueur d’onde maximale de la fonction de Planck pour 3 températures (500°C, 750°C et 1000°C), ainsi que le spectre de référence pour lequel 99% du transfert radiatif est effectué. On considèrera un milieu avec un indice de réfraction de 1 (ex : de l’air)

Température (°C)	λ_{max} (μm)	Spectre de référence (μm)
500	3.75	$0.75 \leq \lambda \leq 18.74$
750	2.83	$0.57 \leq \lambda \leq 14.16$
1000	2.27	$0.45 \leq \lambda \leq 11.38$

TABLEAU 2.1 – Longueur d’onde maximale et spectre de référence de la fonction de Planck pour 3 températures.

2.5 Propriétés radiatives d’une surface opaque

Une surface pure et parfaitement lisse est définie par son absorptivité α , sa réflectivité ρ_R , sa transmittivité τ_r et son émissivité ε donnant la capacité d’un milieu à absorber, réfléchir, transmettre ou émettre le rayonnement¹ :

- Une surface opaque est définie par $\tau_r = 0$.

1. Pour une surface non pure ou présentant des rugosité, on utilisera les termes d’absorbance, réflectance, transmittance et émittance

- Une surface noire est telle que $\alpha = \varepsilon = 1$
- Une surface opaque non noire réfléchit une partie du rayonnement reçu. Le ratio est donné par sa réflectivité ρ_R qui peut s'écrire également $(1 - \varepsilon)$.

Une paroi est dite "diffuse" si elle émet son rayonnement avec la même intensité dans toutes les directions (on considère donc une diffusion isotrope). Le flux de chaleur total quittant une paroi diffuse à une position \vec{r} s'écrit alors à l'aide la radiosité $J_w(\vec{r})$ selon :

$$J_w(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r})\pi L_b(\vec{r}) + \rho_R(\vec{r})H(\vec{r}) \quad (2.8)$$

avec $\varepsilon(\vec{r})$ et $\rho_R(\vec{r})$ l'émissivité et la réflectivité de la paroi, $L_b(\vec{r})$ la luminance de Planck et $H(\vec{r})$ le flux incident à la paroi. Le flux quittant la paroi est dû au flux émis par la paroi elle-même et au flux qui est réfléchi par cette paroi.

2.6 Propriétés radiatives d'un milieu de particules

2.6.1 Atténuation du rayonnement

Un milieu composé de particules solides, liquides ou gazeuses interagit avec les ondes électromagnétiques. Il va atténuer le rayonnement graduellement, mais ne peut généralement pas être considéré comme opaque. Le milieu peut absorber et/ou diffuser le rayonnement.

On définit le coefficient d'absorption κ_λ représentant sa capacité d'absorption du rayonnement à la longueur d'onde λ et le coefficient de diffusion σ_λ représentant sa capacité de diffusion du rayonnement à la longueur d'onde λ . Les coefficients d'absorption et de diffusion s'expriment en (m^{-1}).

On définit $\Phi_\lambda(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}')$ la probabilité de diffusion du rayonnement de la direction incidente $\vec{\Omega}$ vers la direction $\vec{\Omega}'$. On l'appelle la fonction de phase. La diffusion est isotrope si la probabilité de diffusion est la même pour toutes les directions ; sinon elle est anisotrope. On distingue alors le cas où le rayonnement peut être majoritairement diffusé vers l'avant ou, en théorie du moins, majoritairement diffusé vers l'arrière. Ces phénomènes seront décrits plus précisément dans le chapitre suivant.

On définit le coefficient d'extinction β_λ par :

$$\beta_\lambda = \kappa_\lambda + \sigma_\lambda \quad (2.9)$$

Le coefficient d'extinction donne la capacité du milieu à atténuer le rayonnement. L'atténuation du rayonnement le long d'un chemin optique entre un point r compris entre une abscisse $r = 0$ et une abscisse $r = x$ peut s'écrire à l'aide de l'épaisseur optique τ_λ , qui vaut :

$$\tau_\lambda(x) = \int_0^x \beta_\lambda(r) dr \quad (2.10)$$

On défini généralement l'épaisseur optique d'un milieu en calculant la valeur de τ_λ pour une longueur caractéristique du milieu (distance, etc). Un milieu est défini comme optiquement fin lorsque $\tau_\lambda \ll 1$ et comme optiquement épais lorsque $\tau_\lambda \gg 1$. Un milieu est couramment admis comme opaque pour $\tau_\lambda \gg 5$.

L'albedo de diffusion ω_λ s'écrit :

$$\omega_\lambda = \frac{\sigma_\lambda}{\beta_\lambda} \quad (2.11)$$

et représente l'importance des phénomènes de diffusion dans l'extinction du rayonnement.

2.6.2 Renforcement par émission de rayonnement et par diffusion

Le milieu de particules peut également contribuer à émettre du rayonnement. La quantité de rayonnement émis dépend de sa température, de la longueur d'onde et de la capacité du milieu à absorber (et donc à émettre) le rayonnement.

La quantité de rayonnement à une position \vec{r} et dans une direction $\vec{\Omega}$ peut également être augmentée par la diffusion. En effet, si le rayonnement peut être atténué parce qu'il part dans une autre direction, il peut également être augmenté en provenant d'une autre direction. On appelle ce phénomène le renforcement par diffusion.

2.7 Équation du transfert radiatif

La résolution du transfert radiatif consiste à déterminer en chaque point de l'espace et pour chaque direction la valeur de la luminance. L'équation fondamentale, qui régit la variation de luminance dans un milieu semi-transparent et en régime permanent (pour notre application, la propagation des ondes a un temps caractéristique très inférieur au temps caractéristique de l'écoulement), appelée Équation du Transfert Radiatif (ETR), s'écrit ([49]) :

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \cdot \nabla L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) = & \underbrace{-\kappa_\lambda L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega})}_{\text{Pertes par absorption}} - \underbrace{\sigma_\lambda L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega})}_{\text{Pertes par diffusion}} \\ & + \underbrace{n_\lambda^2 \kappa_\lambda L_\lambda^0(T(\vec{r}))}_{\text{Gains par émission}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \sigma_\lambda L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}') \Phi_\lambda(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) d\Omega'}_{\text{Gains par renforcement par diffusion}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Elle représente la variation spatiale de la luminance L à la position \vec{r} dans la direction $\vec{\Omega}$ pour la longueur d'onde λ selon cette même direction $\vec{\Omega}$.

Les deux premiers termes de la partie droite de cette équation représentent les pertes de luminance :

- dues à l'absorption du milieu (via le coefficient d'absorption κ_λ)
- dues à une diffusion du rayonnement dans une autre direction (via le coefficient de diffusion σ_λ)

Les troisième et quatrième termes représentent les gains de luminance :

- dus à l'émission propre du milieu (via le coefficient d'absorption κ_λ , n_λ l'indice de réfraction du milieu, L_λ^0 la luminance de Planck et T la température du milieu)
- dus au renforcement par diffusion, c'est à dire le rayonnement venant d'une autre direction $\vec{\Omega}'$ et repartant dans la direction $\vec{\Omega}$ (via le coefficient de diffusion σ_λ et la fonction de phase Φ_λ)

On peut déduire de cette équation de bilan local sous forme d'une équation intégral-différentielle une expression de $L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega})$ sous forme intégrale, qui sera utilisée aussi par la suite. On va maintenant réécrire l'équation (2.12) en la divisant par le coefficient d'extinction du milieu β_λ .

On obtient :

$$\frac{\vec{\Omega}}{\beta_\lambda} \cdot \nabla L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) + L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) = n_\lambda^2 \left(\frac{\kappa_\lambda}{\beta_\lambda} \right) L_\lambda^0(T(\vec{r})) + \frac{1}{4\pi\beta_\lambda} \int_{4\pi} \sigma_\lambda L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}') \Phi_\lambda(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) d\Omega' \quad (2.13)$$

En notant $\tau_\lambda(\vec{r})$ l'épaisseur optique sur un chemin dans la direction $\vec{\Omega}$ entre un point situé à une abscisse 0 où la luminance est connue et le point \vec{r} (équation 2.10) et ω_λ l'albedo que l'on considère indépendant de la direction $\vec{\Omega}$ (équation 2.11), il vient :

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla_\tau L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) + L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) = n_\lambda^2 (1 - \omega_\lambda) L_\lambda^0(T(\vec{r})) + \frac{\omega_\lambda}{4\pi} \int_{4\pi} L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}') \Phi_\lambda(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) d\Omega' \quad (2.14)$$

avec $\nabla_\tau = \frac{d}{d\tau_\lambda}$. On peut réécrire l'équation (2.14) sous la forme suivante :

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla_\tau L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) + L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) = S(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.15)$$

avec $S(\vec{r}, \vec{\Omega})$ qui désigne le terme source de rayonnement :

$$S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = n_\lambda^2 (1 - \omega_\lambda) L_\lambda^0(T(\vec{r})) + \frac{\omega_\lambda}{4\pi} \int_{4\pi} L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}') \Phi_\lambda(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) d\Omega' \quad (2.16)$$

L'équation (2.15) peut ensuite être intégrée entre l'abscisse 0 et l'abscisse r pour obtenir :

$$L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) = L_\lambda(0, \vec{\Omega}) e^{-\tau_\lambda} + \int_0^{\tau_\lambda} S(\vec{r}, \vec{\Omega}) e^{-(\tau_\lambda - \tau'_\lambda)} d\tau'_\lambda \quad (2.17)$$

On obtient ainsi la formulation intégrée de l'équation de transfert radiatif. Le premier terme de droite représente une luminance supposée connue et située à l'abscisse 0. D'un point de vue pratique, on considère donc la paroi comme origine. Cette contribution décroît de façon exponentielle du fait de l'atténuation du rayonnement due au milieu, le long de l'épaisseur optique τ_λ . Le terme à l'intérieur de l'intégrale représente la contribution de la source locale (émission propre + renforcement par diffusion) à une abscisse r' située entre 0 et r , également atténuée exponentiellement entre r' et r (soit pour l'épaisseur optique : $\tau_\lambda - \tau'_\lambda$). L'intégrale permet de sommer les contributions de l'émission locale sur tout le chemin optique situé entre les abscisses 0 et r .

Une des conditions aux limites couramment utilisée s'écrit :

$$L(\vec{r} = \vec{r}_w, \vec{\Omega}) = L_w(\vec{r}_w, \vec{\Omega}) \text{ pour } \vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0 \quad (2.18)$$

On considère la luminance du milieu dans la direction $\vec{\Omega}$ et à une position $\vec{r} = \vec{r}_w$ située sur la paroi comme égale à la luminance à la paroi (à la position \vec{r}_w).

2.8 Luminance intégrée, flux radiatif et divergence de flux

On définit la luminance intégrée spectrale comme la somme de la luminance spectrale dans toutes les directions (donc une somme sur tous les angles solides $d\Omega$). Elle s'écrit donc :

$$G_\lambda(\vec{r}) = \int_{4\pi} L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\Omega \quad (2.19)$$

On obtient la luminance intégrée totale (W.m^{-2}) en sommant sur toutes les longueurs d'onde :

$$G(\vec{r}) = \int_{\lambda=0}^{\infty} G_\lambda(\vec{r}) d\lambda \quad (2.20)$$

Le flux radiatif spectral dans la direction $\vec{\Omega}$ s'écrit :

$$\vec{q}_\lambda(\vec{r}) = \int_{4\pi} L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) \vec{\Omega} d\Omega \quad (2.21)$$

Le flux radiatif total (W.m^{-2}) s'obtient en sommant tous les flux spectraux :

$$\vec{q}(\vec{r}) = \int_{\lambda=0}^{\infty} \vec{q}_\lambda(\vec{r}) d\lambda \quad (2.22)$$

Le flux radiatif spectral net sur une paroi fait le bilan entre le flux radiatif arrivant sur la paroi et le flux quittant la paroi. Le flux incident correspond à la luminance reçue sur la paroi et s'écrit :

$$q_{\lambda\text{incident}}(\vec{r}_w) = \int_{\cos\theta < 0} L_\lambda(\vec{r}_w, \vec{\Omega}) \cos\theta d\Omega \quad (2.23)$$

où θ représente l'angle entre la direction incidente et la normale à la paroi. Le flux quittant la paroi est obtenu par :

$$q_{\lambda\text{quittant}}(\vec{r}_w) = \int_{\cos\theta > 0} L_\lambda(\vec{r}_w, \vec{\Omega}) \cos\theta d\Omega \quad (2.24)$$

Le flux radiatif spectral net à la paroi s'écrit donc :

$$q_{\lambda\text{net}}(\vec{r}_w) = q_{\lambda\text{incident}}(\vec{r}_w) + q_{\lambda\text{quittant}}(\vec{r}_w) = \int_{4\pi} L_\lambda(\vec{r}_w, \vec{\Omega}) \cos\theta d\Omega \quad (2.25)$$

Le flux radiatif total net à la paroi (W.m^{-2}) s'obtient en sommant tous les flux spectraux :

$$q_{\text{net}}(\vec{r}_w) = \int_{\lambda=0}^{\infty} q_{\lambda\text{net}}(\vec{r}_w) d\lambda \quad (2.26)$$

La divergence spectrale du flux radiatif représente le bilan volumique de puissance entre l'énergie émise et l'énergie absorbée pour une longueur d'onde. Ce bilan d'énergie s'écrit :

$$\text{div}(\vec{q}_\lambda) = \int_{4\pi} n_\lambda^2 \kappa_\lambda L_\lambda^0 d\Omega - \kappa_\lambda \int_{4\pi} L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\Omega \quad (2.27)$$

$$\text{div}(\vec{q}_\lambda) = \kappa_\lambda (4\pi n_\lambda^2 L_\lambda^0 - G_\lambda) \quad (2.28)$$

On obtient la divergence de flux totale en sommant les divergences spectrales du flux radiatif :

$$\operatorname{div}(\vec{q}) = \int_{\lambda=0}^{\infty} \kappa_{\lambda} (4\pi n_{\lambda}^2 L_{\lambda}^0 - G_{\lambda}) d\lambda \quad (2.29)$$

La divergence du flux radiatif (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$) est donc importante pour établir le bilan d'énergie dans le milieu, c'est cette variable qui permet de déterminer si le milieu va recevoir de l'énergie ou si au contraire, il va en émettre.

2.9 Conclusion

La résolution du transfert radiatif dans un cœur de réacteur nucléaire va utiliser ces différentes notions. Le problème radiatif est décomposé en deux sous-parties, l'une concernant l'évaluation des propriétés radiatives du milieu, donc la détermination du comportement du milieu d'un point de vue radiatif, c'est à dire si c'est un milieu transparent, semi transparent ou opaque, comment ce milieu va absorber, diffuser et/ou émettre le rayonnement s'il n'est pas transparent... La seconde partie consiste à trouver une méthode de résolution de l'ETR qui soit efficace pour un milieu tel que l'on peut en rencontrer lors du renoyage du cœur du réacteur nucléaire. Nous allons d'abord examiner dans le prochain chapitre l'évaluation des propriétés radiatives du milieu puis nous aborderons dans le chapitre 4 les méthodes de résolution du transfert radiatif.

Chapitre 3

Propriétés radiatives d'un milieu vapeur-gouttelettes

Sommaire

3.1	Spectre utile dans les conditions APRP	22
3.2	Propriétés radiatives des gouttelettes	22
3.2.1	Généralités	22
3.2.2	Application à un milieu de gouttelettes d'eau	23
3.2.3	Théorie de Mie	24
3.2.4	Détermination de la fonction de phase	28
3.2.5	Exemples de propriétés radiatives de gouttelettes et fonction de phase	32
3.2.6	Conclusion sur les propriétés radiatives des gouttelettes	37
3.3	Propriétés radiatives de la vapeur d'eau	37
3.3.1	Modèle C-k	38
3.3.2	Exemples de propriétés radiatives pour la vapeur d'eau	40
3.3.3	Conclusion sur les propriétés radiatives de la vapeur	41
3.4	Propriétés radiatives du milieu vapeur+gouttelettes	44
3.4.1	Coefficient d'absorption	44
3.4.2	Coefficient d'extinction	44
3.4.3	Albedo	44
3.4.4	Température radiative du milieu	44
3.4.5	Divergence de flux radiatif	46
3.5	Résolution spectrale pour le calcul des propriétés radiatives	46
3.5.1	Moyenne de Planck	47
3.5.2	Comparaison des résultats obtenus avec différentes résolutions spectrales	47
3.6	Base de données	47
3.7	Conclusion sur les propriétés radiatives	49

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, les crayons combustibles sont refroidis par un milieu vapeur-gouttelettes qui va notamment interagir avec le rayonnement thermique en l'absorbant et/ou en le diffusant à certaines longueurs d'ondes du rayonnement.

Ainsi, nous devons effectuer un calcul des propriétés radiatives des gouttelettes et de la vapeur d'eau pour différentes longueurs d'ondes pour comprendre leur comportement sur le spectre de longueur d'onde et définir comment résoudre le transfert radiatif sur l'intégralité du spectre. Il

n'est pas pertinent d'effectuer une résolution du transfert radiatif pour des longueurs d'onde qui ne vont que très peu contribuer au rayonnement thermique. Nous devons donc également déterminer quel est le spectre de longueurs d'onde à étudier.

3.1 Spectre utile dans les conditions APRP

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, la loi de Wien permet de déterminer le spectre de longueurs d'onde dans lequel 99% du transfert radiatif est effectif. Nous allons déterminer quel est le spectre utile appliqué à des conditions APRP à l'aide de son expression (voir equation (2.7))

La température des crayons de combustibles peut varier entre 400°C et 1200°C, nous allons prendre ces températures comme référence. Le milieu pourra émettre du rayonnement à plus faible température, mais avec également moins d'intensité. Notre milieu, très majoritairement composé de vapeur d'eau, a un indice de réfraction très proche de 1 d'après Scheibener et Straub [56].

Le tableau 3.1 donne les spectres de longueurs d'onde à étudier pour des cas APRP pour les températures de parois considérées.

Température des crayons	λ_{max} (μm)	Spectre d'étude (μm)
400°C	4.3	$0.86 \leq \lambda \leq 21.52$
1200°C	1.97	$0.39 \leq \lambda \leq 9.83$

TABLEAU 3.1 – Spectre d'étude du transfert radiatif en condition d'APRP

On remarque ainsi qu'il n'est pas nécessaire d'aller bien au delà de 20 μm . Dans notre application, le spectre étudié allait ainsi de 1.12 μm à 22.85 μm (résolution spectrale liée à la méthode de détermination des propriétés radiatives de la vapeur d'eau que nous verrons par la suite).

3.2 Propriétés radiatives des gouttelettes

3.2.1 Généralités

Les gouttelettes d'eau vont contribuer à une partie du phénomène d'absorption et engendrer l'intégralité du phénomène de diffusion.

Nous allons donc calculer les trois propriétés radiatives caractéristiques d'un milieu de particules absorbant/diffusant :

- le coefficient spectral d'absorption κ_λ [m^{-1}]
- le coefficient spectral de diffusion σ_λ [m^{-1}]
- la fonction de phase $P_\lambda (\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$

Ces propriétés radiatives dépendent de plusieurs paramètres :

- la forme des particules (sphériques, cylindriques ...etc)
- la composition du milieu semi transparent à travers l'indice complexe de réfraction n^* qui est défini à partir de l'indice de réfraction n et de l'indice d'absorption k_{abs} par la formule :

$$n^* = n - ik_{abs} \quad (3.1)$$

On obtient l'indice optique complexe relatif m par :

$$m = \frac{n^*}{n_0} \quad (3.2)$$

avec n_0 l'indice de réfraction du milieu environnant.

– le paramètre de taille x_p donné par la relation :

$$x_p = \frac{\pi D_p}{\lambda} \quad (3.3)$$

avec d_p le diamètre de la particule et λ la longueur d'onde.

– la quantité de diffuseurs présents. En effet, si la concentration en particules diffusantes est forte, on ne peut pas additionner simplement leurs contributions individuelles. Nous devons donc définir si nous sommes dans un cas de diffusion dépendante (lorsque la concentration en particules est forte) ou dans un cas de diffusion indépendante (lorsque les diffuseurs sont suffisamment éloignés pour ne pas interférer entre eux). Nous verrons par la suite que c'est bien notre cas.

Il existe différentes méthodes pour calculer les coefficients spectraux et la fonction de phase. Pour notre part, nous avons utilisé la théorie de Mie, qui est valable pour les sphères homogènes isotropes quels que soient l'indice complexe de réfraction et le paramètre de taille.

3.2.2 Application à un milieu de gouttelettes d'eau

3.2.2.1 Indices optiques

Notre milieu est composé de gouttelettes d'eau. Les indices optiques n et k_{abs} de l'eau proviennent de la base de données de Hale et Query [23] et dépendent de la longueur d'onde (voir figure 3.1)

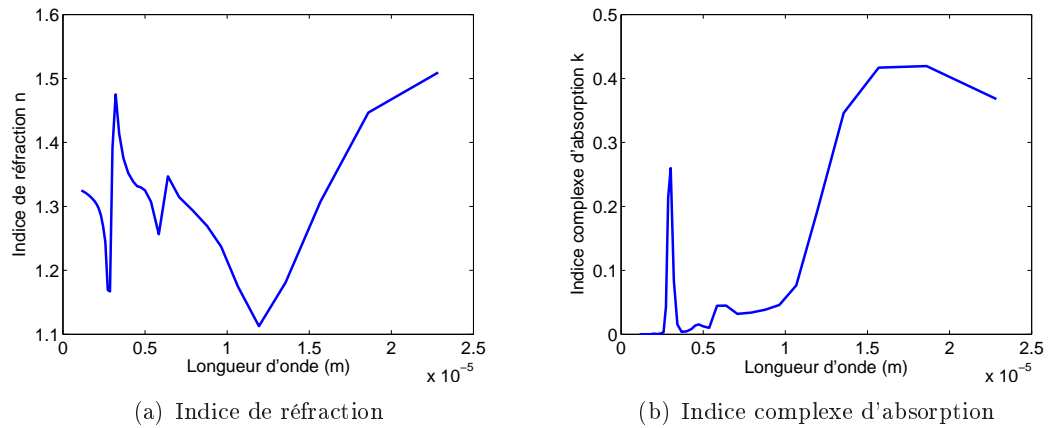


FIGURE 3.1 – Indice de réfraction n et d'absorption k_{abs} de l'eau en fonction de la longueur d'onde d'après Hale et Query [23]

Le milieu environnant les gouttelettes est uniquement composé de vapeur d'eau dont l'indice de réfraction n_0 est globalement constant à une valeur très proche de 1 d'après Schiebener et Straub [56]. Ainsi, on peut identifier m à n^* .

3.2.2.2 Paramètre de taille

Le plus grand paramètre de taille dans notre domaine concerne les gouttelettes de diamètre maximum (1 mm) pour les longueurs d'onde du spectre les plus petites (de l'ordre de 1 μm). On obtient ainsi un paramètre de taille maximum d'environ 3000.

Le plus petit paramètre de taille concerne les gouttelettes du plus petit diamètre (50 μm) pour les longueurs d'onde du spectre les plus grandes (environ 20 μm). Le paramètre de taille minimum est d'environ 7.

3.2.2.3 Diffusion indépendante

Nous avons vérifié l'hypothèse de diffusion indépendante à l'aide de la figure 3.2 :

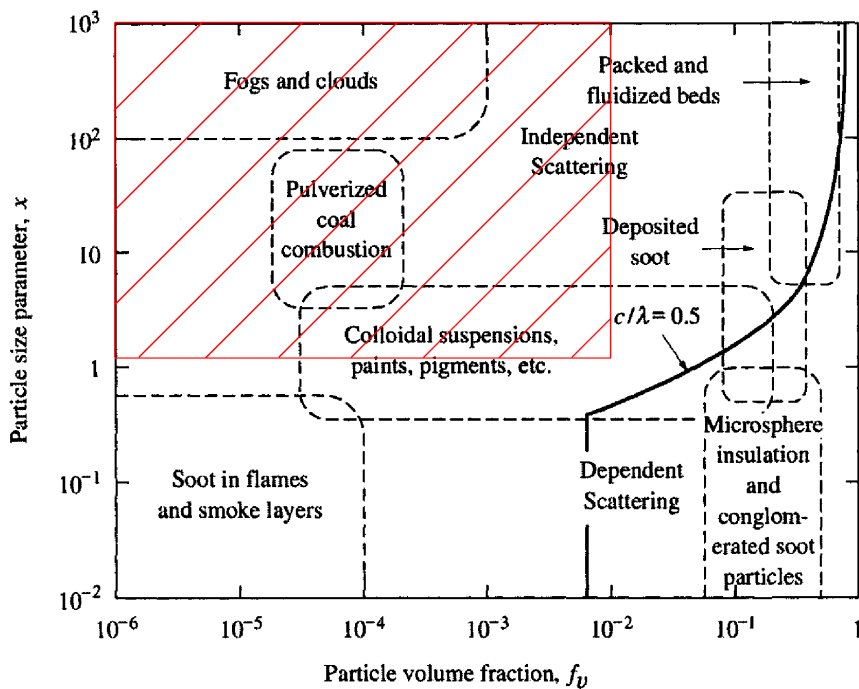


FIGURE 3.2 – Carte représentant les limites de la diffusion indépendante en fonction du paramètre de taille et de la fraction volumique en particules d'après Tien et Drolen [63]

La zone hachurée en rouge correspond au milieu de gouttelettes que nous pouvons rencontrer dans un milieu APRP. La fraction volumique des gouttelettes reste inférieure à $10^{-2}\text{m}^3/\text{m}^3$. Nous sommes donc bien toujours dans un cas de diffusion indépendante.

3.2.3 Théorie de Mie

La théorie de Mie décrit notamment l'absorption et la diffusion d'une onde électromagnétique plane par une particule sphérique homogène et isotrope. Elle est basée sur la résolution des équations de Maxwell. À l'origine, elle n'était valable que pour les sphères, mais elle a depuis été étendue à d'autres géométries (cylindriques, ellipsoïdes, sphères non homogènes...). Nous allons donner les principales équations formant la théorie de Mie. Plus de détails sur la formulation

sont donnés par Modest[49], Bohren et Huffman [5] ou encore Van de Hulst [13].

3.2.3.1 Détermination des coefficients d'absorption, de diffusion et d'extinction

Les coefficients d'absorption, de diffusion et d'extinction d'un milieu de gouttelettes sont calculés en faisant la somme de l'efficacité d'absorption, de diffusion et d'extinction de chaque gouttelette présente dans le milieu. On va considérer un milieu contenant une polydispersion de particules de N_c classes de diamètre d_i différent et de fraction volumique Fv_i . La classe i contient un nombre N_i de particules par unité de volume, tel que :

$$N_i = \frac{6Fv_i}{\pi D_i^3} \quad (3.4)$$

Le coefficient spectral d'absorption de ce milieu polydisperse s'obtient par :

$$\kappa_\lambda = \sum_{i=1}^{N_c} \pi \frac{d_i^2}{4} N_i Q_{\lambda abs}(D_i) \quad (3.5)$$

avec $Q_{\lambda abs}$ le facteur d'efficacité d'absorption surfacique d'une gouttelette de taille d_i . On somme ainsi l'efficacité de chacune des gouttelettes.

De façon analogue, le coefficient spectral de diffusion s'écrit :

$$\sigma_\lambda = \sum_{i=1}^{N_c} \pi \frac{D_i^2}{4} N_i Q_{\lambda diff}(D_i) \quad (3.6)$$

et le coefficient spectral d'extinction vaut :

$$\beta_\lambda = \sum_{i=1}^{N_c} \pi \frac{D_i^2}{4} N_i Q_{\lambda ext}(D_i) \quad (3.7)$$

avec $Q_{\lambda diff}$ et $Q_{\lambda ext}$ les facteurs d'efficacité de diffusion et d'extinction d'une gouttelette de diamètre D_i . Il faut déterminer ces facteurs d'efficacité.

3.2.3.2 Détermination des facteurs d'efficacité d'absorption, de diffusion et d'extinction

La théorie de Mie permet d'exprimer les efficacités d'extinction et de diffusion en séries infinies que l'on tronquera à un nombre N_{max} de termes. Ainsi, d'après Kerker [35], on a :

$$Q_{\lambda ext}(D_p) = \frac{2}{x_p^2} \sum_{N=1}^{N_{max}} (2N+1) Re[a_N + b_N] \quad (3.8)$$

$$Q_{\lambda diff}(D_p) = \frac{2}{x_p^2} \sum_{N=1}^{N_{max}} (2N+1) [|a_N|^2 + |b_N|^2] \quad (3.9)$$

$$Q_{\lambda abs}(D_p) = Q_{\lambda ext}(D_p) - Q_{\lambda diff}(D_p) \quad (3.10)$$

Les facteurs d'efficacité, représentant la capacité d'une gouttelette à absorber, diffuser ou atténuer le rayonnement, dépendent du paramètre de taille (équation 3.3 page 23) et donc de la longueur d'onde λ du rayonnement et du diamètre D_p de la particule. Ainsi, on est capable de définir le facteur d'efficacité pour un paramètre de taille donné. a_N et b_N sont les coefficients complexes de Mie, où $Re[X]$ désigne la partie réelle du nombre complexe X . Nous allons déterminer ces suites et le nombre de coefficient N_{max} à utiliser pour tronquer la somme.

3.2.3.3 Suite des coefficients de Mie

Nombre N_{max} d'éléments à prendre en considération

Le nombre de termes à prendre en compte a fait l'objet de plusieurs études :

D'après Modest [49] :

$$N_{max} \approx 2x_p \quad (3.11)$$

Deimerdjian et al. [14] ont proposé :

$$N_{max} = 1.2x_p + 9 \quad (3.12)$$

Pour Wiscombe [66] :

$$N_{max} = x_p + 4x_p^{1/3} + 1 \quad (3.13)$$

Enfin, Bohren et Huffman [5] ont proposé une amélioration de l'expression de Wiscombe :

$$N_{max} = \max \left[|mx_p|; x_p + 4x_p^{1/3} + 2 \right] \quad (3.14)$$

Ces différentes relations donnent des valeurs de N_{max} du même ordre de grandeur.

Un critère de convergence est proposé par Dave [11] pour stopper le calcul à l'élément N si :

$$|a_N|^2 + |b_N|^2 < 10^{-14} \quad (3.15)$$

Nous utiliserons ce critère de convergence pour tronquer notre somme puisqu'il nous assure le fait que les facteurs d'efficacité ne vont plus varier.

Détermination des suites a_N et b_N

On peut trouver différentes écritures des coefficients de Mie dans la littérature, comme celle de Van de Hulst [13] :

$$a_N = \frac{\psi'_N(mx_p)\psi_N(x_p) - m\psi_N(mx_p)\psi'_N(x_p)}{\psi'_N(mx_p)\zeta_N(x_p) - m\psi_N(mx_p)\zeta'_N(x_p)} \quad (3.16)$$

$$b_N = \frac{m\psi'_N(mx_p)\psi_N(x_p) - \psi_N(mx_p)\psi'_N(x_p)}{m\psi'_N(mx_p)\zeta_N(x_p) - \psi_N(mx_p)\zeta'_N(x_p)} \quad (3.17)$$

où ψ_N et ζ_N sont les fonctions de Riccati-Bessel et ψ'_N et ζ'_N leurs dérivées. Les fonctions de Riccati-Bessel sont reliées aux fonctions de Bessel J_N et Hankel H_N par :

$$\psi_N(x) = \left(\frac{\pi x}{2}\right)^{1/2} J_{N+1/2}(x) \quad (3.18)$$

$$\zeta_N(x) = \left(\frac{\pi x}{2}\right)^{1/2} H_{N+1/2}(x) \quad (3.19)$$

Cependant, cette écriture n'est pas facile à programmer numériquement puisqu'elle nécessite de connaître les fonctions de Bessel et Hankel pour retomber sur les fonctions de Riccati-Bessel et donc déterminer les coefficients a_N et b_N .

Une autre expression a été proposée par Bohren et Huffman [5] :

$$a_N = \frac{[D_N(mx_p)/m + N/x_p] \operatorname{Re}[\zeta_N(x_p)] - \operatorname{Re}[\zeta_{N-1}(x_p)]}{[D_N(mx_p)/m + N/x_p] \zeta_N(x_p) - \zeta_{N-1}(x_p)} \quad (3.20)$$

$$b_N = \frac{[mD_N(mx_p) + N/x_p] \operatorname{Re}[\zeta_N(x_p)] - \operatorname{Re}[\zeta_{N-1}(x_p)]}{[mD_N(mx_p) + N/x_p] \zeta_N(x_p) - \zeta_{N-1}(x_p)} \quad (3.21)$$

D_N et ζ_N sont deux séries à déterminer, décrites ci dessous.

Série D_N

D_N représente la dérivée logarithmique de $\psi_N(x)$ suivant :

$$D_N(x) = \frac{d}{dx} [\ln(\psi_N(x))] \quad (3.22)$$

On obtient la suite D_N par un algorithme descendant :

$$D_{N-1}(mx_p) = \frac{N}{mx_p} - \frac{1}{D_N(mx_p) + N/(mx_p)} \quad (3.23)$$

Cette suite démarre de :

$$D_{N_{max}} = 0 + 0.i \quad (3.24)$$

Dans notre cas, nous avons pris un N_{max} égal à trois fois le paramètre de taille pour initialiser cette série. Cela permet de considérer des séries plus longues que celles préconisées dans la littérature. Cependant, l'objet de ce travail n'est pas d'avoir un code de détermination des propriétés radiative optimisé en temps de calcul, mais de s'assurer d'avoir le résultat le plus précis possible. Nous verrons par la suite un moyen de s'affranchir de ce temps de calcul lors de l'application du transfert radiatif à des conditions APRP.

Série ζ_N

Pour calculer la suite ζ_N , on utilise une récurrence ascendante. On démarre de :

$$\zeta_0(x) = \sin(x) + i \cos(x) \quad (3.25)$$

$$\zeta_1(x) = \frac{\sin(x)}{x} - \cos(x) + i \left(\frac{\cos(x)}{x} + \sin(x) \right) \quad (3.26)$$

$$\zeta_N(x) = \frac{2N-1}{x} \zeta_{N-1}(x) - \zeta_{N-2}(x) \quad (3.27)$$

La série des ζ_N diverge vers l'infini lorsque N tend vers l'infini. Nous avons donc également placé un critère d'arrêt sur cette série pour l'arrêter avant qu'elle ne diverge ($\zeta \leq 10^{300}$).

Au final, nos sommes sont faites sur un nombre N_{max} un peu plus élevé que ceux préconisés par les autres méthodes, pour une amélioration négligeable en règle générale. Cependant, sur certains cas, une différence de quelques pourcents peut être observée sur les propriétés radiatives.

3.2.4 Détermination de la fonction de phase

Nous sommes en présence d'un milieu de particules diffusantes, le rayonnement provenant d'une direction peut donc être diffusé dans une autre direction. Comme expliqué au chapitre 2, le rayonnement n'est pas forcément diffusé dans toutes les directions suivant la même probabilité.

Soit $P_\lambda(\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}')$ la fonction de phase qui détermine la probabilité que le rayonnement provenant de la direction $\vec{\Omega}$ soit diffusé dans la direction $\vec{\Omega}'$.

La somme des probabilités de la diffusion du rayonnement provenant de toutes les directions pour aller vers la direction Ω' correspond à l'intégrale de la fonction de phase $P_\lambda(\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}')$ sur l'ensemble des directions, donc sur l'ensemble des angles solides :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} P_\lambda(\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') d\Omega = 1 \quad (3.28)$$

La somme des probabilités est ainsi normalisée à 1.

Cette fonction de phase possède également des propriétés de symétrie si, et c'est notre cas, la particule est parfaitement sphérique :

$$P_\lambda(\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') = P_\lambda(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \quad (3.29)$$

$$P_\lambda(\vec{\Omega} \rightarrow -\vec{\Omega}') = P_\lambda(-\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') \quad (3.30)$$

La fonction de phase dépend du paramètre de taille de la particule et de l'angle de diffusion Θ formé entre les directions $\vec{\Omega}$ et $\vec{\Omega}'$. Ainsi, on peut écrire :

$$P_\lambda(\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') = \Phi_\lambda(d_p, \Theta) \quad (3.31)$$

3.2.4.1 Fonction de phase de Mie

Le calcul de la fonction de phase par la théorie de Mie est détaillé par Bohren et Huffman [5]. Pour une particule de diamètre d_p et un angle de diffusion Θ , elle s'écrit :

$$\Phi_\lambda^{Mie}(d_p, \Theta) = 2 \frac{|S_1(\Theta)|^2 + |S_2(\Theta)|^2}{x_p^2 Q_{\lambda diff}(d_p)} \quad (3.32)$$

avec S_1 et S_2 des fonctions d'amplitude complexe qui peuvent être obtenues grâce aux coefficients de Mie a_N et b_N :

$$S_1(\Theta) = \sum_{N=1}^{N_{max}} \frac{2N+1}{N(N+1)} [a_N \pi_N(\cos\Theta) + b_N \tau_N(\cos\Theta)] \quad (3.33)$$

$$S_2(\Theta) = \sum_{N=1}^{N_{max}} \frac{2N+1}{N(N+1)} [b_N \pi_N(\cos\Theta) + a_N \tau_N(\cos\Theta)] \quad (3.34)$$

Les suites π_N et τ_N sont définies par récurrence :

$$\pi_N(\mu) = \frac{2N-1}{N-1} \mu \pi_{N-1}(\mu) - \frac{N}{N-1} \pi_{N-2}(\mu) \quad (3.35)$$

$$\tau_N(\mu) = N \mu \pi_N(\mu) - (N+1) \pi_{N-1}(\mu) \quad (3.36)$$

avec pour initialisation $\pi_0 = 0$ et $\pi_1 = 1$

Pour une polydispersion en taille de particules, la fonction de phase est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des fonctions de phase obtenues à chaque diamètre de classe :

$$\Phi_\lambda^{Mie}(\Theta) = \frac{1}{\sigma_\lambda} \sum_{i=1}^{N_c} \pi \frac{d_i^2}{4} Q_{\lambda diff}(d_i) \Phi_\lambda^{Mie}(d_i, \Theta) N_i \quad (3.37)$$

La fonction de phase de Mie est délicate à utiliser et peut présenter des instabilités très fortes pour certains paramètres de taille. Il existe des fonctions de phase approchées qui simplifient les calculs ou qui permettent de bien modéliser une partie de la fonction de phase (ex : un pic de diffusion dans une direction). Nous allons en présenter deux d'entre elles.

3.2.4.2 Fonctions de phase approchées

Fonction de phase d'Henyey-Greenstein : Φ_{HG}

L'une des fonctions de phase les plus utilisées est celle d'Henyey-Greenstein, notamment pour représenter la diffusion fortement marquée vers l'avant.

Un seul paramètre est nécessaire pour calculer cette fonction de phase approchée, il s'agit du facteur d'asymétrie g dont la définition mathématique donne :

$$g = \frac{1}{2} \int_0^\pi P_\lambda(\vec{\Omega}_1 \rightarrow \vec{\Omega}_2) \sin\Theta \cos\Theta d\Theta \quad (3.38)$$

avec Θ l'angle formé entre la direction $\vec{\Omega}_1$ et la direction $\vec{\Omega}_2$. Ainsi, le coefficient d'asymétrie g représente une valeur moyenne du cosinus θ de l'angle de diffusion et varie entre -1 et 1. Lorsque la fonction de phase P_λ n'est pas connue, le facteur d'asymétrie g peut notamment être calculé d'après la relation donnée par Bohren et Huffman [5] :

$$g(xp) = \frac{4}{x_p^2 Q_{diff}} \sum_{N=1}^{N_{max}} \left[\frac{N(N+2)}{(N+1)} \text{Re}[a_N \overline{a_{N+1}} + b_N \overline{b_{N+1}}] + \frac{2N+1}{N(N+1)} \text{Re}[a_N \overline{b_N}] \right] \quad (3.39)$$

où $\overline{a_{N+1}}$, $\overline{b_{N+1}}$ et $\overline{b_N}$ représentent les complexes conjugués de a_{N+1} , b_{N+1} , b_N . Une fois le facteur d'asymétrie connu, la fonction de phase de Henyey-Greenstein est définie par :

$$\Phi_{HG}(d_p, \Theta) = \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g \cos\Theta)^{3/2}} \quad (3.40)$$

On notera que pour $g = 0$, on obtient $\Phi_{HG} = 1$ quel que soit l'angle Θ , c'est donc une fonction de phase isotrope. Lorsque $g \rightarrow 1$, on obtient $\Phi_{HG} = 0$ pour tous les angles sauf pour $\Theta = 0^\circ$, cela correspond donc à une diffusion purement vers l'avant (équivalent à une absence de diffusion). Une diffusion purement vers l'arrière (ou rétrograde) est obtenue lorsque $g \rightarrow -1$.

Les probabilités de diffusion du rayonnement sur une particule sphérique pour une fonction de phase de Henyey-Greenstein en fonction de plusieurs facteurs d'asymétrie sont représentées sur les figures 3.3, 3.4 et 3.5. Plus la flèche représentée dans une direction est d'une grande taille et plus la probabilité de diffusion dans cette direction est importante. Cependant, l'intensité maximale de la plus grande flèche a été normalisée pour ne pas sortir du cadre. Ainsi, la probabilité de diffusion vers l'avant pour un facteur d'asymétrie g de 0,33 n'est pas aussi importante que la probabilité de diffusion vers l'avant pour un facteur d'asymétrie g de 1 malgré le fait que les 2 flèches soient de la même taille.

Diffusion anisotrope linéaire (Linear Anisotropic Scattering : Φ_{LAS})

La fonction de phase peut être également écrite sous forme d'une série de polynômes de Legendre (P_n), d'après Chu et Churchill [8, 9] :

$$\Phi_{LAS}(d_p, \Theta) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n P_n(\cos\Theta) \quad (3.41)$$

avec A_n les coefficients d'anisotropie, reliés au facteur d'asymétrie g par :

$$A_n = (2n + 1)g^n \quad (3.42)$$

Si on effectue une troncature à l'ordre 1, on obtient :

$$\Phi_{LAS}(d_p, \Theta) = 1 + A_1 P_1(\cos\Theta) \quad (3.43)$$

décrivant la fonction de phase de façon anisotrope suivant une évolution linéaire, avec :

$$3g = A_1 \quad (3.44)$$

et :

$$P_1(\cos\Theta) = \cos(\Theta) \quad (3.45)$$

La fonction de phase linéaire anisotrope arrêtée à l'ordre 1 s'écrit donc :

$$\Phi_{LAS}(d_p, \Theta) = 1 + A_1 \cos(\Theta) \quad (3.46)$$

La fonction de phase étant forcément positive ou nulle, on remarque ainsi que A_1 doit être compris entre -1 et 1 (soit équivalent à $-0,33 \leq g \leq 0,33$), ce qui limite donc les capacités d'une fonction de phase linéaire anisotrope à modéliser un rayonnement fortement marqué vers l'avant ou l'arrière.

Une représentation des probabilités de diffusion du rayonnement pour une fonction de phase linéaire anisotrope suivant plusieurs coefficients A_1 est proposée sur les figures 3.6, 3.7 et 3.8. On remarque ainsi une diffusion isotrope pour $A_1 = 0$ et qu'une diffusion linéaire anisotrope vers l'avant, avec $A_1 = 1$ (donc le maximum d'anisotropie possible), donne un comportement sensiblement similaire à celui d'une fonction de phase d'Henyey-Greenstein avec un facteur d'asymétrie

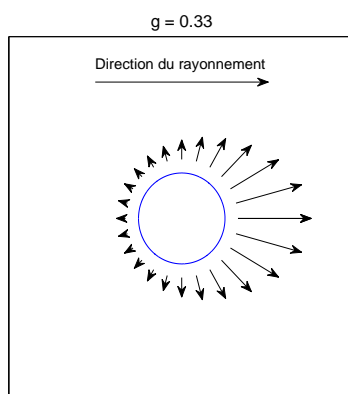


FIGURE 3.3 – Représentation des probabilités de diffusion pour une fonction de phase de Henyey - Greenstein pour $g = 0.33$

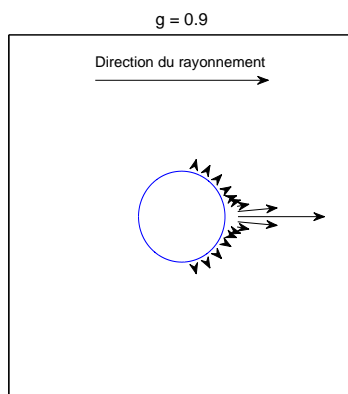


FIGURE 3.4 – Représentation des probabilités de diffusion pour une fonction de phase de Henyey - Greenstein pour $g = 0.9$

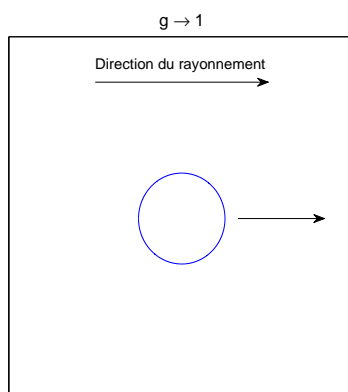


FIGURE 3.5 – Représentation des probabilités de diffusion pour une fonction de phase de Henyey - Greenstein pour $g = 1$

$g = 0,33$ (voir figure 3.3), illustrant les difficultés d'une fonction de phase linéaire anisotrope à modéliser une anisotropie fortement marquée vers l'avant puisqu'elle ne peut pas modéliser une fonction de phase plus marquée vers l'avant.

3.2.5 Exemples de propriétés radiatives de gouttelettes et fonction de phase

Les figures suivantes (3.9 à 3.11) ont été tracées pour des populations monodisperses de gouttelettes d'eau d'une fraction volumique de 10^{-2} m^3 d'eau par m^3 d'air. La fraction volumique agit tel un facteur multiplicateur sur les propriétés radiatives du milieu (proportionnel au nombre de gouttelettes), il n'y a donc pas de modification de l'allure des courbes suivant les différentes fractions volumiques puisque les efficacités d'extinction, de diffusion et d'absorption restent constantes avec le diamètre. Seul l'ordre de grandeur varie.

3.2.5.1 Coefficient d'absorption

Le coefficient d'absorption κ_λ des gouttelettes en fonction de la longueur d'onde pour différents diamètres est représenté sur la figure 3.9. Le calcul a été effectué pour 38 longueurs d'onde (choisies pour concorder avec les longueurs d'onde qui seront utilisées pour le calcul des propriétés radiatives de la vapeur d'eau, comme nous le verrons par la suite). On peut remarquer qu'à quantité d'eau constante (même fraction volumique égale à 10^{-2} m^3 d'eau par m^3 d'air), les petites gouttelettes vont beaucoup plus absorber le rayonnement que les grosses. On remarque également que sur les petites longueurs d'onde, l'absorption du rayonnement est très faible, tandis qu'elle est relativement constante pour les longueurs d'onde supérieures à $6 \mu\text{m}$. On remarque enfin que les grosses gouttelettes induisent moins de variation du coefficient d'absorption sur tout le spectre d'intérêt pour notre étude que les petites gouttelettes.

3.2.5.2 Coefficient de diffusion

La figure 3.10 donne le coefficient de diffusion σ_λ des gouttelettes en fonction de la longueur d'onde pour différents diamètres. Le calcul est également effectué sur 38 longueurs d'onde. A l'instar du phénomène d'absorption et toujours à quantité d'eau constante, on remarque que les petites gouttelettes contribuent beaucoup plus à la diffusion du rayonnement que les grosses gouttelettes. Cela est dû au fait qu'un ensemble de petites gouttelettes présente une surface globale supérieure par rapport à un volume équivalent constitué de grosses gouttelettes. Le coefficient de diffusion tend également à être constant après $6 \mu\text{m}$. Sur les courtes longueurs d'onde, le milieu est très diffusant.

3.2.5.3 Albédo

Sur la figure 3.11 est représenté l'albédo ω_λ des gouttelettes en fonction de la longueur d'onde pour différents diamètres. L'albédo représente l'importance des phénomènes de diffusion dans l'extinction du rayonnement. On remarque ainsi que le phénomène de diffusion est important dans l'atténuation du rayonnement puisque qu'il est responsable d'au moins 50 %, voire quasiment de 100 % de l'extinction pour les petites longueurs d'onde.

3.2.5.4 Fonction de phase

Les figures 3.12 et 3.13 montrent les fonctions de phase de Mie ainsi que les deux fonctions de phase approchées précédemment évoquées (Henyey-Greenstein et LAS). Les figures représentent plus précisément la fonction de phase cumulée de diffusion du rayonnement, s'écrivant :

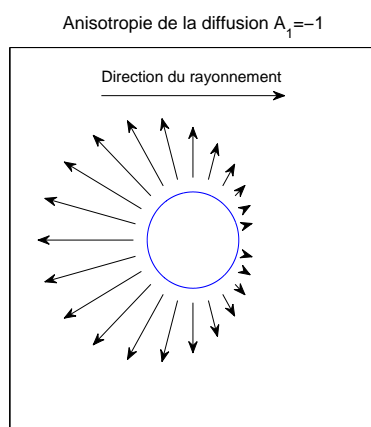


FIGURE 3.6 – Anisotropie linéaire vers l'arrière : $A_1 = -1$

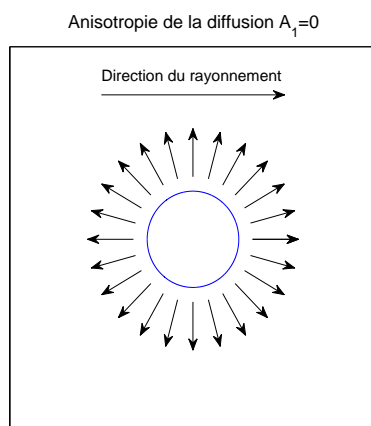


FIGURE 3.7 – Diffusion isotrope : $A_1 = 0$

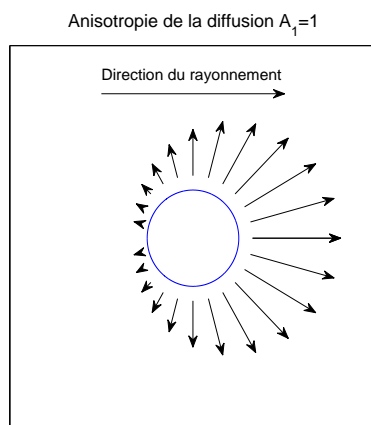


FIGURE 3.8 – Anisotropie linéaire vers l'avant : $A_1 = 1$

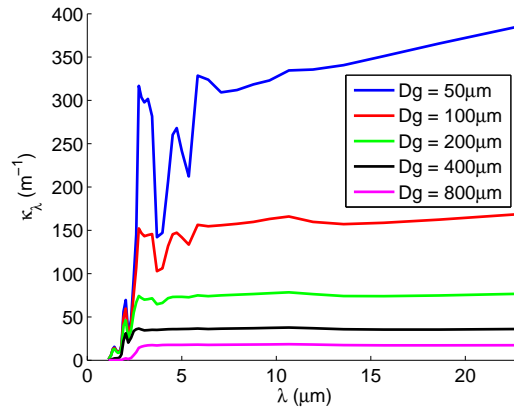


FIGURE 3.9 – Coefficient d'absorption pour différents diamètres d_g de gouttelettes. $F_v = 10^{-2} m^3/m^3$

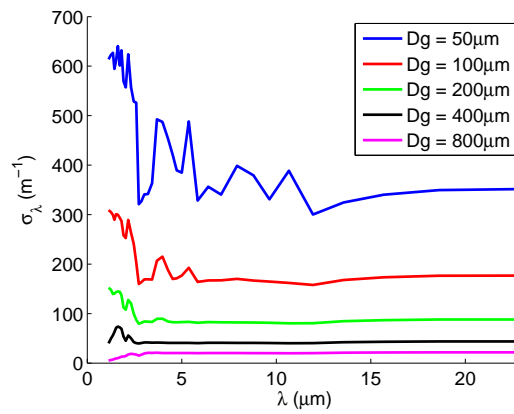


FIGURE 3.10 – Coefficient de diffusion pour différents diamètres de gouttelettes. $F_v = 10^{-2} m^3/m^3$

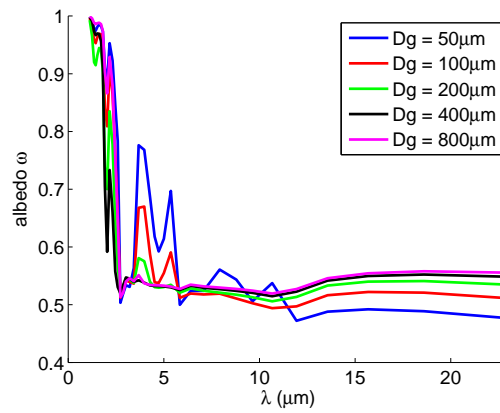


FIGURE 3.11 – Albedo pour différents diamètres de gouttelettes

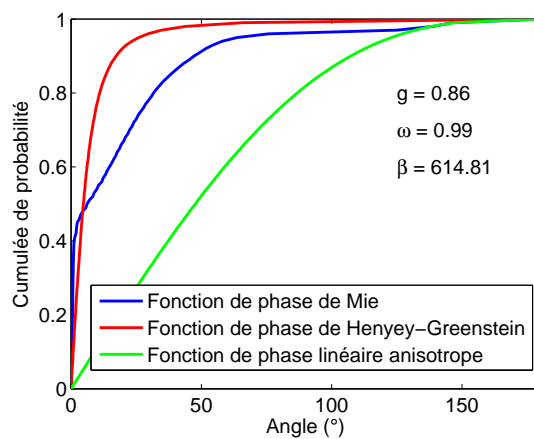
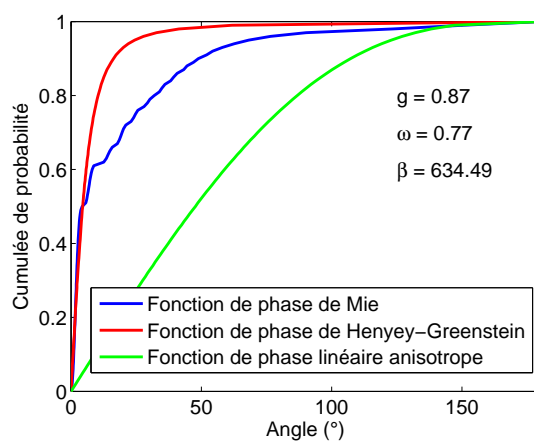
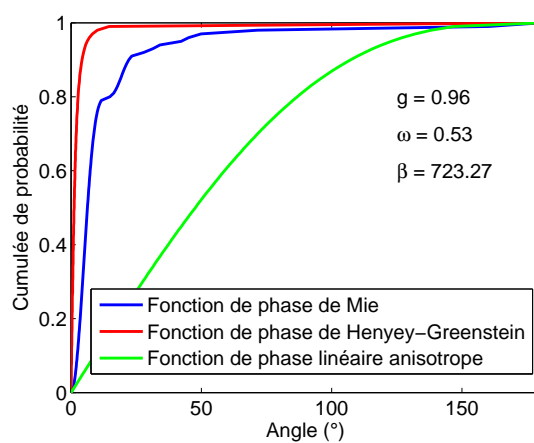
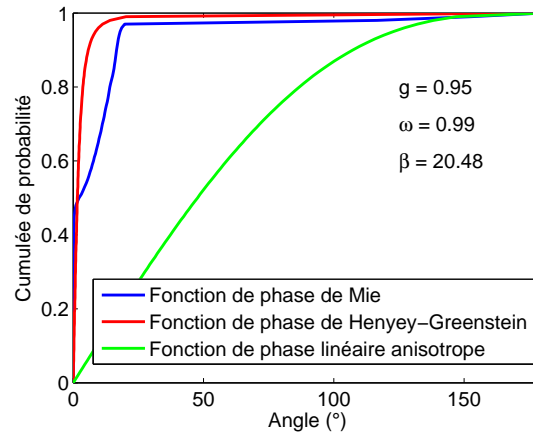
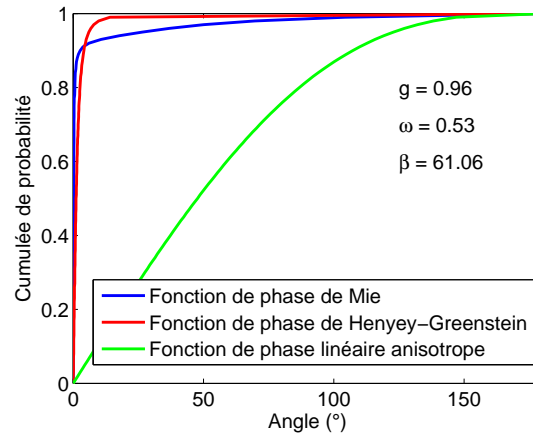
(a) $\lambda = 1,12 \mu\text{m}$ (b) $\lambda = 3,68 \mu\text{m}$ (c) $\lambda = 10,66 \mu\text{m}$

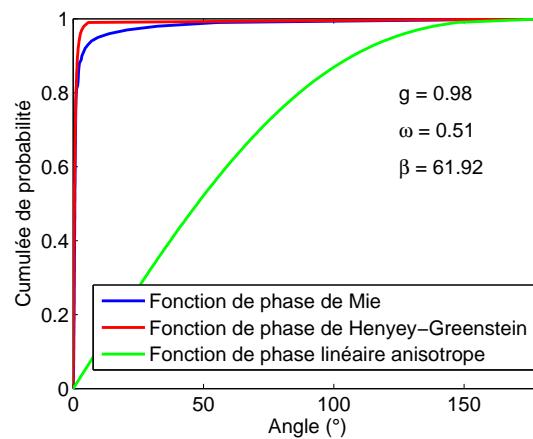
FIGURE 3.12 – Fonctions de phase réelle et approchées pour une gouttelette de 50μm et 3 longueurs d'onde



(a) $\lambda = 1,12 \mu\text{m}$



(b) $\lambda = 3,68 \mu\text{m}$



(c) $\lambda = 10,66 \mu\text{m}$

FIGURE 3.13 – Fonctions de phase réelle et approchées pour une gouttelette de $500\mu\text{m}$ et 3 longueurs d'onde

$$\phi_{cum}(\Theta) = \int_0^{\Theta} \Phi(\theta) d\theta \quad (3.47)$$

avec θ , compris entre 0° et 180° , correspondant à l'angle entre les directions $\vec{\Omega}$ et $\vec{\Omega}'$ en fonction de l'angle de diffusion pour des gouttelettes d'un diamètre de $50 \mu\text{m}$ et $500 \mu\text{m}$, pour 3 longueurs d'onde différentes ($1,12 \mu\text{m}$ où la diffusion représente une forte part dans l'extinction du rayonnement, $3,68 \mu\text{m}$ qui correspond environ aux longueurs d'onde d'émission maximale du rayonnement dans les conditions APRP et $10,66 \mu\text{m}$ où la diffusion a une part moins importante dans le phénomène d'extinction). On remarque tout d'abord sur la fonction de phase de Mie qu'une bonne partie du rayonnement est diffusée vers l'avant, notamment pour les gouttelettes de grosses tailles, puisqu'il y a entre 50 et 90 % de rayonnement diffusé sur un angle très réduit vers l'avant. Pour les gouttelettes de petites tailles, la diffusion vers l'avant est moins marquée mais la majorité de la diffusion se fait sur un angle inférieur à 50° par rapport à la direction initiale. On remarque également que la fonction de phase de Henyey-Greenstein a tendance à surestimer l'anisotropie de la diffusion vers l'avant, tandis que la fonction de phase linéaire anisotrope arrêtée à l'ordre 1 a tendance à la sous-estimer fortement.

3.2.6 Conclusion sur les propriétés radiatives des gouttelettes

Les capacités d'absorption et de diffusion des gouttelettes dépendent fortement de leur diamètre et de la longueur d'onde. Le milieu de gouttelettes que l'on trouve en condition APRP forme ainsi un milieu non gris, absorbant et diffusant de façon anisotrope avec des directions de diffusion orientées vers l'avant. Les fonctions de phase approchées peuvent surestimer les probabilités de diffusion vers l'avant (fonction de phase de Henyey-Greenstein) ou les sous-estimer (fonction de phase linéaire anisotrope). Nous verrons cependant par la suite l'utilisation de la fonction de phase linéaire anisotrope dans nos méthodes de résolution du transfert radiatif.

3.3 Propriétés radiatives de la vapeur d'eau

Le milieu constitué lors de la phase de renoyage d'un APRP est principalement composé de vapeur d'eau issue de l'évaporation importante qui se produit dans le cœur. La vapeur d'eau est un milieu semi-transparent, qui va contribuer à atténuer le rayonnement thermique en l'absorbant. Il n'y a pas de phénomène de diffusion par la phase gazeuse.

Il existe plusieurs moyens de calculer les coefficients d'absorption de la phase gazeuse, qui sont plus ou moins précis et plus ou moins coûteux en temps de calcul.

L'approche raie par raie (Line By Line : LBL) donne la représentation spectrale la plus fine (bandes spectrales d'une largeur de l'ordre de 0.0002 à 0.02cm^{-1}) mais les ressources numériques requises pour effectuer ce type de calcul sont très importantes car il est nécessaire de résoudre l'ETR sur chacune des bandes spectrales.

Des méthodes approchées, utilisant des évaluations moyennées sur des bandes de longueurs d'onde définies de tailles étroites ou larges, permettent d'obtenir une rapidité de calcul plus importante mais avec une précision moindre.

Le modèle C-k permet d'obtenir les coefficients d'absorption de différents gaz, dont la vapeur d'eau, sur 43 ou 367 bandes étroites de longueurs d'onde dans sa version couramment adaptée. Nous avons utilisé pour cela des données tirées de Taine et Soufiani [59] pour effectuer le calcul des propriétés radiatives de la vapeur d'eau.

3.3.1 Modèle C-k

Dans le modèle C-k, les propriétés radiatives sont moyennées sur des bandes spectrales où la fonction de Planck est supposée constante. Les coefficients d'absorption spectraux sont réordonnés à l'intérieur de ces bandes étroites pour former des fonctions strictement croissantes sur la bande étroite. Il est ensuite possible de remonter à des coefficients d'absorption moyens à partir de ces fonctions.

Pour un milieu d'épaisseur Δs , contenant un gaz homogène et isotherme, la transmittance moyenne sur une largeur de bande $\Delta\lambda$ est définie par :

$$T_{r\lambda} = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\Delta\lambda} e^{-\kappa_\lambda \Delta s} d\lambda = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\Delta\lambda} e^{-k_\lambda u_p} d\lambda \quad (3.48)$$

où κ_λ est le coefficient d'absorption du gaz, k_λ le coefficient d'absorption réduit et u_p le parcours de pression défini par :

$$u_p = FvP\Delta s \quad (3.49)$$

avec Fv la fraction volumique et P la pression. La transmittance spectrale peut être reformulée de la façon suivante :

$$T_{r\lambda} = \int_0^\infty f(k) e^{-ku_p} dk \quad (3.50)$$

$f(k)$ est la fonction de densité de probabilité du coefficient d'absorption. D'un point de vue mathématique, on peut montrer que $f(k)$ est la transformée inverse de Laplace de la transmittance. Dembélé [15] a proposé l'expression suivante de $f(k)$:

$$f(k) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\langle k_\lambda \rangle \langle \gamma \rangle}{\pi k \langle \delta_\lambda \rangle}} \exp \left[\frac{\langle \gamma \rangle}{\langle \delta_\lambda \rangle} \left(2 - \frac{k}{\langle k_\lambda \rangle} - \frac{\langle k_\lambda \rangle}{k} \right) \right] \quad (3.51)$$

avec les paramètres de modélisation :

- $\langle k_\lambda \rangle$: quotient de l'intensité moyenne des raies et de l'espacement moyen des raies (en $\text{cm}^{-1}\text{atm}^{-1}$)
- $\frac{1}{\langle \delta_\lambda \rangle}$: inverse d'un espacement caractéristique des raies (en cm)
- $\langle \gamma \rangle$: largeur moyenne des raies (en cm^{-1}).

Nous disposons des valeurs de $\langle k_\lambda \rangle$ et de $\frac{1}{\langle \delta_\lambda \rangle}$ pour 14 températures comprises entre 300K et 2900K tous les 200K pour 43 ou 367 bandes de longueurs d'onde, d'après Taine et Soufiani [59]. Ils ont également donné l'expression du coefficient $\langle \gamma \rangle$ pour la vapeur d'eau pure :

$$\langle \gamma_{H_2O} \rangle = \frac{P}{P_s} \left[0.462 \frac{T_s}{T} + 0.079 \sqrt{\frac{T_s}{T}} \right] \quad (3.52)$$

avec P_s et T_s les pression et température de référence ($T_s = 296\text{K}$ et $P_s = 1\text{atm}$). Ce coefficient ne dépend pas de la longueur d'onde.

Nous devons donc évaluer l'intégrale de $f(k)dk$ entre 0 et $+\infty$ pour déterminer la transmittance de l'épaisseur Δ_s de vapeur. Mais nous pouvons simplifier l'écriture de l'équation (3.50). On définit $g(k)$ la fonction de distribution cumulée de la densité de probabilité du coefficient d'absorption $f(k)$, obtenue par l'expression :

$$g(k') = \int_0^{k'} f(k)dk \quad (3.53)$$

Cette fonction $g(k)$ est strictement croissante et comprise entre 0 et 1. On peut faire un changement de variable de k à g ce qui donne :

$$\int_0^1 dg = \int_0^\infty f(k)dk \quad (3.54)$$

En insérant l'équation 3.54 dans l'équation 3.50, on obtient :

$$T_{r\lambda} = \int_0^1 e^{-ku_p} dg \quad (3.55)$$

Nous devons donc déterminer cette nouvelle intégrale pour connaître la transmittance de l'épaisseur de vapeur étudiée. Les méthodes de quadrature permettent d'obtenir une approximation de la valeur numérique d'une intégrale. Pour ce faire, le calcul de l'intégrale est remplacé par une somme pondérée prise en un certain nombre de points du domaine (ici appelés points de Gauss). Ainsi, la transmittance peut s'écrire sous la forme :

$$T_{r\lambda} = \sum_{j=1}^{n_g} \omega_j e^{-k_j u_p} \quad (3.56)$$

avec n_g le nombre de point de Gauss considérés et ω_j le poids de ce point de Gauss. Pour déterminer le coefficient d'absorption réduit k_j au point de Gauss j , il faut calculer la borne de l'intégrale :

$$\int_0^{k_j} f(k')dk' = g_j \quad (3.57)$$

avec g_j le point de Gauss considéré (correspondant donc à une valeur de la fonction de distribution cumulée g). Pour y parvenir, la méthode d'intégration de Simpson a été utilisée car cette méthode offre le maximum de précision avec un temps de calcul relativement faible.

Appliqué au modèle Ck, Dembélé [15] a étudié la comparaison entre l'utilisation d'une quadrature sur 7 points de Gauss et une quadrature sur 10 points de Gauss. Il en a conclu que l'utilisation d'une quadrature sur 7 points de Gauss donne une précision suffisante lorsque l'épaisseur optique du milieu traversé est inférieure à 1. Nous utiliserons la quadrature sur 7 points de Gauss et vérifierons que cette condition est bien respectée dans notre cas. Le tableau 3.2 page suivante donne les points et poids de Gauss pour une quadrature sur 7 points.

Le modèle Ck présente ainsi l'avantage de déterminer pour chaque bande spectrale plusieurs coefficients d'absorption représentatifs du milieu (un par point de Gauss). Cela permet une meilleure représentation des propriétés radiatives du gaz. Il faudra cependant faire une résolution de l'ETR pour chaque point de Gauss au lieu de la faire pour chaque bande spectrale. Cela va donc également contribuer à augmenter considérablement le nombre de résolutions à effectuer (pour notre utilisation avec 7 points de Gauss, cela multiplie le nombre de résolutions par 7).

Point de Gauss g_j	Poids de Gauss ω_j
0	0,045
0,155405848	0,245
0,45	0,32
0,744594152	0,245
0,9	0,0561111111
0,935505103	0,051248583
0,984494897	0,037640306

TABLEAU 3.2 – Définition de la quadrature de Gauss

Nous pouvons toutefois évaluer si nécessaire un coefficient moyen sur chaque bande spectrale respectant la valeur de la transmittance calculée sur la bande :

$$T_{r\lambda} = e^{-\kappa_\lambda \Delta s} \quad (3.58)$$

Ce coefficient d'absorption moyen est moins bien représentatif du milieu gazeux, mais il permet de ne faire qu'une seule résolution de l'ETR. Il nous permettra également d'obtenir une représentation des propriétés radiatives du gaz (tracer les différents coefficients d'absorption réduits n'a pas forcément un grand intérêt du fait qu'ils n'ont pas la même importance).

Nous avons ainsi obtenu des coefficients d'absorption réduits sur 7 points de Gauss et des coefficients d'absorption moyens pour des résolutions spectrales :

- Sur 367 bandes pour des nombres d'onde allant de 150 cm^{-1} (soit $\lambda=66.7 \text{ }\mu\text{m}$) à 9300 cm^{-1} (soit $\lambda=1.07 \text{ }\mu\text{m}$) à pas constant de 25 cm^{-1} .
- Sur 43 bandes pour des nombres d'onde allant de 150 cm^{-1} à 9300 cm^{-1} à pas variable.

Le spectre balayé par ces deux résolutions est important. Il permet notamment d'obtenir les coefficients d'absorption pour des longueurs d'onde supérieures à $20 \text{ }\mu\text{m}$. Nous avons donc volontairement mis de côté les plus grandes longueurs d'onde pour lesquelles la contribution radiative est négligeable en APRP. Cela nous a conduit à travailler sur 353 bandes et sur 38 bandes. Nous pouvons remarquer que la plus petite longueur d'onde possible est de $1.07 \text{ }\mu\text{m}$, ce qui est un peu plus élevé que notre longueur d'onde minimale sur nos spectres de référence calculés par la loi de Wien (voir tableau 3.1). Cependant, ces longueurs d'onde inférieures à $1.07 \text{ }\mu\text{m}$ contribuent relativement peu au transfert global, l'erreur commise sera donc faible.

3.3.2 Exemples de propriétés radiatives pour la vapeur d'eau

3.3.2.1 Coefficient d'absorption moyen

On illustre ici, pour notre problème, les variations des coefficients d'absorption moyens de la vapeur d'eau en fonction de la longueur d'onde. Sur la figure 3.14, on peut voir l'influence de différentes pressions sur le coefficient d'absorption. La température est constante à 100°C pour les trois cas. Il faudra toutefois noter qu'il s'agit d'une évaluation de principe basée sur une extrapolation de données à pression atmosphérique. Pour des pressions supérieures à la pression atmosphérique, des données plus précises peuvent être obtenues en utilisant une base de données issue de mesures effectuée avec des pressions plus élevées.

Les propriétés ont été calculées sur la base des 38 bandes de longueurs d'onde. On remarque que lorsque la pression augmente, les pics d'absorption sont plus marqués, le milieu est plus absorbant à forte pression.

Sur la figure 3.15, les coefficients d'absorption moyens de la vapeur d'eau sont représentés en fonction de la longueur d'onde pour différentes températures. La pression a été fixée à 1bar.

On remarque ainsi que pour les plus faibles températures, les pics d'absorption aux longueurs d'onde inférieures à 8 μm sont plus marqués. Par contre, pour des longueurs d'onde supérieures à 10 μm , l'effet inverse est observé et la vapeur d'eau absorbe beaucoup plus le rayonnement lorsque la température augmente.

On remarque que le coefficient d'absorption moyen atteint environ 100 m^{-1} sur quelques longueurs d'onde au maximum et qu'il est très proche de 0 sur une grande partie du spectre qui nous intéresse. La distance caractéristique de notre milieu est celle entre 2 crayons, à savoir 3,1 mm, ce qui correspond donc à une épaisseur optique τ de 0,3, soit un milieu optiquement mince. Cela confirme l'utilisation d'une quadrature sur 7 points de Gauss.

3.3.2.2 Transmittance

Comme expliqué précédemment, la transmittance représente la façon dont un milieu d'une épaisseur donnée va transmettre le rayonnement. Les figures 3.16 et 3.17 donnent une représentation de la transmittance d'une couche de vapeur d'eau d'une épaisseur de 3,1 mm en fonction de la longueur d'onde et montrent l'influence de la pression et de la température. L'épaisseur choisie correspond à la distance entre 2 crayons de combustibles d'un réacteur REP. La figure 3.16 montre l'influence de la pression sur la transmittance à température constante ($T=100^\circ\text{C}$).

La transmittance peut descendre jusque 70 %, au niveau des longueurs d'onde correspondant aux pics d'absorption. La transmittance en fonction de la pression suit naturellement la même évolution que le coefficient d'absorption. La vapeur d'eau transmet donc moins le rayonnement à forte pression qu'à faible pression.

La figure 3.17 donne l'influence de la température sur la transmittance. La pression a été prise constante à 1 bar.

On remarque qu'à forte température, le milieu a une très forte transmittance (supérieure à 0,95) pour la majeure partie du spectre, excepté sur la fin du spectre (mais cela correspond à des longueurs d'onde dont la contribution radiative est moins importante dans notre problème). La transmittance décroît plus pour les faibles températures.

3.3.3 Conclusion sur les propriétés radiatives de la vapeur

La vapeur va contribuer uniquement au phénomène d'absorption du rayonnement. Elle présente un aspect non gris très marqué avec des pics d'absorption localisés sur certaines longueurs d'onde et un comportement analogue à celui d'un milieu transparent sur d'autres longueurs d'onde. Ainsi, il sera nécessaire de considérer la résolution de l'ETR pour plusieurs bandes. En l'absence de gouttelettes, la vapeur d'eau ne produira qu'une faible atténuation du rayonnement puisque qu'elle constituera toujours un milieu optiquement mince dans notre géométrie de cœur de réacteur.

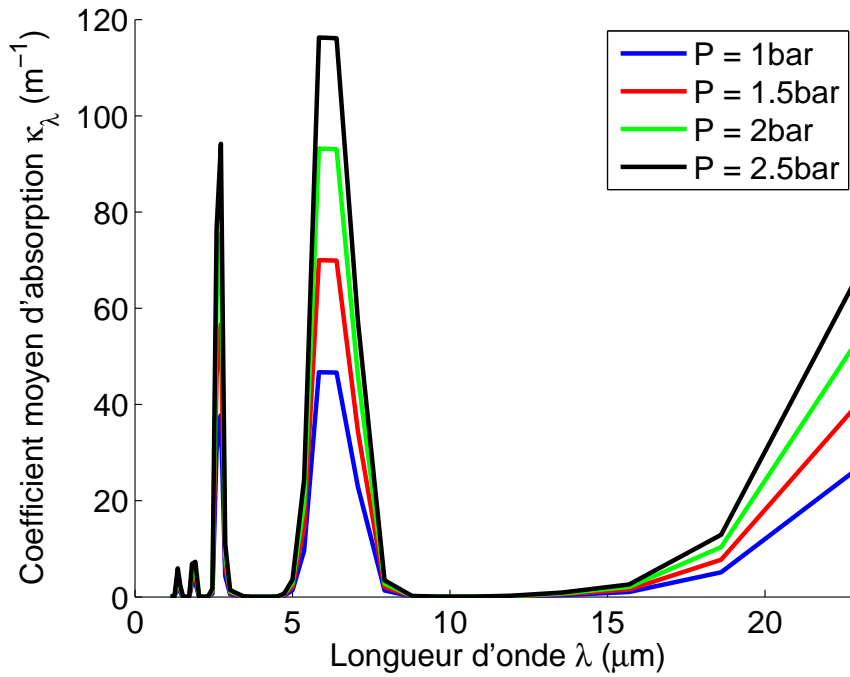


FIGURE 3.14 – Coefficient d'absorption moyen de la vapeur d'eau en fonction de la longueur d'onde pour différentes pressions ($T=373.15\text{K}$ et $\Delta s = 3.1\text{mm}$)

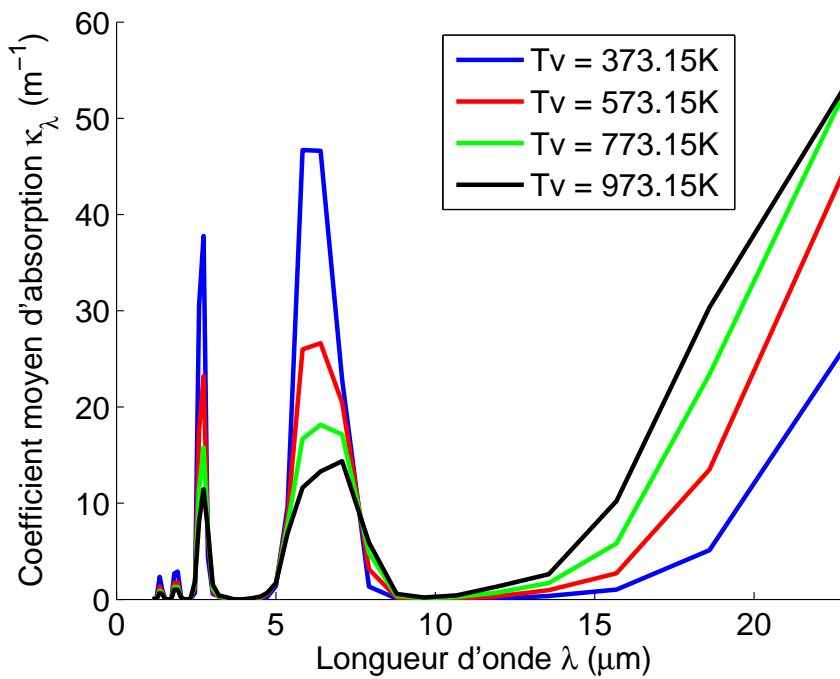


FIGURE 3.15 – Coefficient d'absorption moyen de la vapeur d'eau en fonction de la longueur d'onde pour différentes températures ($P=1\text{bar}$ et $\Delta s = 3.1\text{mm}$)

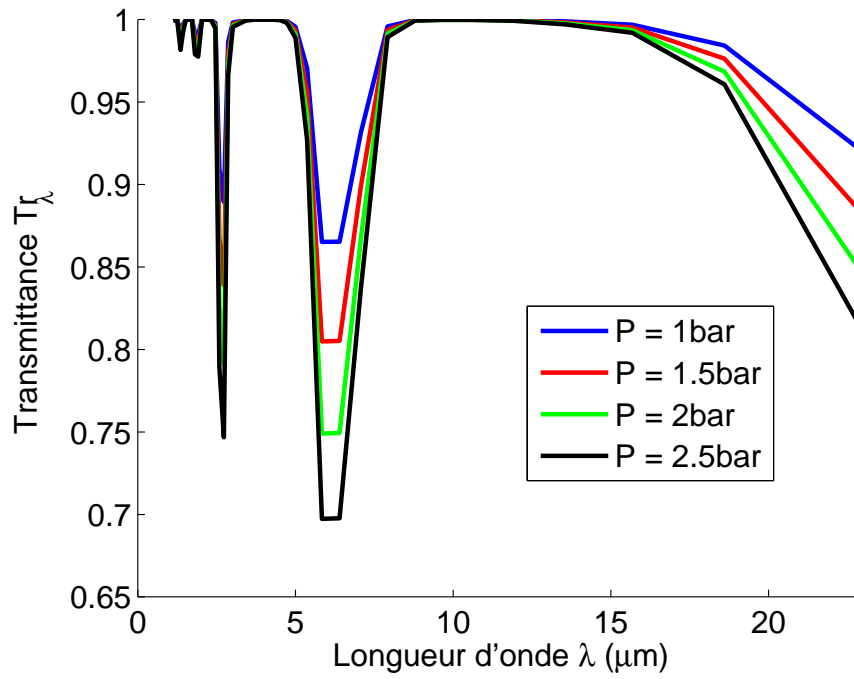


FIGURE 3.16 – Transmittance de la vapeur d'eau en fonction de la longueur d'onde pour différentes pressions ($T=100^\circ\text{C}$)

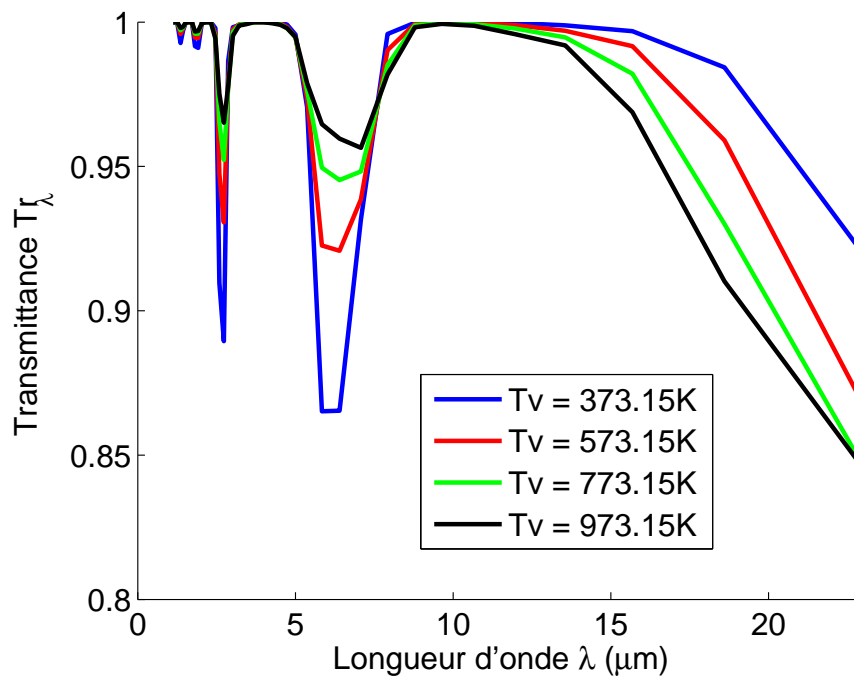


FIGURE 3.17 – Transmittance de la vapeur d'eau en fonction de la longueur d'onde pour différentes températures ($P=1 \text{ bar}$)

3.4 Propriétés radiatives du milieu vapeur+gouttelettes

Nous effectuons la résolution du transfert radiatif dans un milieu de type APRP composé de gouttelettes d'eau et de vapeur d'eau. Nous allons former un milieu défini comme équivalent à ce milieu de vapeur-gouttelettes en sommant les propriétés radiatives des deux composants. Nous effectuerons ainsi la résolution du transfert radiatif sur ce milieu équivalent.

Nous allons représenter les propriétés radiatives d'un milieu de vapeur gouttelettes. Toutes les représentations utilisent le coefficient d'absorption moyen pour la vapeur.

3.4.1 Coefficient d'absorption

La figure 3.18 représente le coefficient d'absorption moyen du milieu en fonction de la longueur d'onde pour différents types de milieux (avec variation du diamètre des gouttelettes et de leur fraction volumique, ainsi que de la température de la vapeur, la pression restant constante à 1 bar). On remarque que le coefficient d'absorption varie fortement suivant la longueur d'onde, en étant faible sur les petites longueurs d'onde, mais pouvant être élevé sur le reste du spectre. On remarque également que le niveau d'absorption peut fortement varier en fonction de la composition du milieu, avec parfois des milieux très absorbants (notamment lorsqu'il y a une forte population de petites gouttelettes) ou parfois des milieux faiblement absorbants (milieu composé d'une faible population de grosses gouttelettes).

3.4.2 Coefficient d'extinction

La figure 3.19 donne le coefficient d'extinction en fonction de la longueur d'onde pour les mêmes milieux que précédemment. On remarque que le milieu présente une extinction élevée lorsqu'il contient une forte population de petites gouttelettes, tandis que le coefficient d'extinction est faible pour une petite population de grosses gouttelettes. On remarque de nouveau l'importante variation d'extinction possible entre différents milieux de vapeur gouttelettes tels que l'on peut en rencontrer en APRP. Nous devons donc utiliser une méthode capable de résoudre correctement le transfert radiatif pour des milieux avec une forte extinction ou avec une faible extinction.

3.4.3 Albedo

La figure 3.20 donne l'albedo du milieu en fonction de la longueur d'onde. On peut voir que les petites gouttelettes provoquent un albédo supérieur à 0,5 sur tout le spectre, du fait de l'importante diffusion induite. A contrario, les grosses gouttelettes diffusent moins (à quantité d'eau égale) et cela implique un albédo pouvant atteindre 0. La part d'absorption de la vapeur et des gouttelettes prend donc le pas sur la diffusion dans ce cas. On remarque également que l'albedo varie beaucoup sur le spectre de longueurs d'onde, notamment lorsque la diffusion des gouttelettes est faible.

3.4.4 Température radiative du milieu

La résolution du transfert radiatif se faisant pour un milieu équivalent au milieu de gouttelettes / vapeur, nous devons également calculer la température "radiative" de ce milieu équivalent. Nous connaissons les coefficients d'absorption κ_{vap} et κ_{go} de la vapeur et des gouttelettes, ainsi que leur températures T_{vap} et T_{go} . Le milieu équivalent doit émettre la même quantité

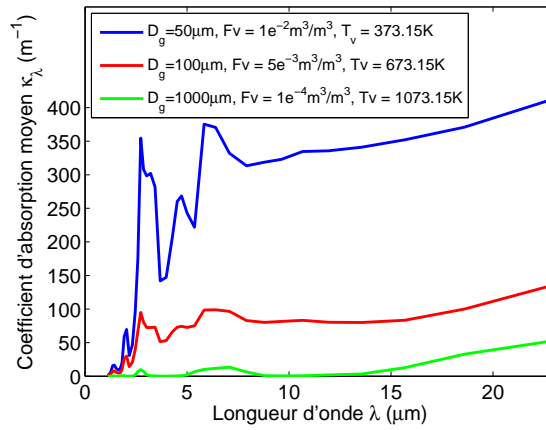


FIGURE 3.18 – Coefficient d'absorption moyen du milieu en fonction de la longueur d'onde

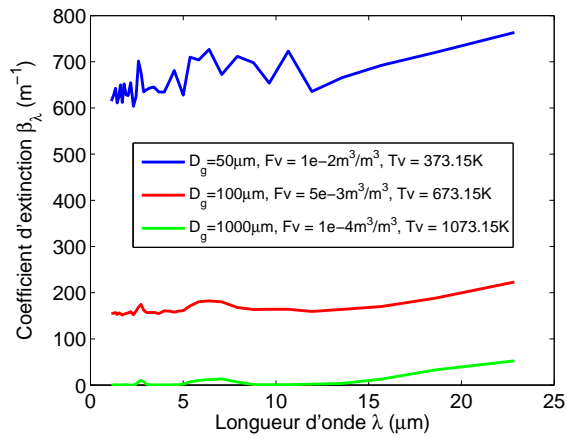


FIGURE 3.19 – Coefficient d'extinction du milieu en fonction de la longueur d'onde

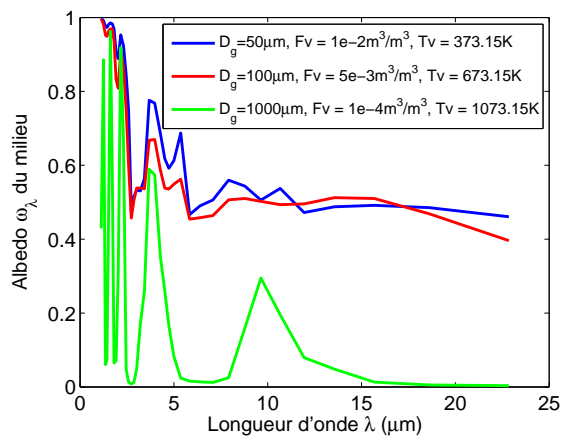


FIGURE 3.20 – Albedo du milieu en fonction de la longueur d'onde

de rayonnement que le milieu de vapeur gouttelettes d'eau, il doit donc respecter la relation suivante :

$$4\pi\kappa_{mil}\frac{\sigma_{SB}T_{mil}^4}{\pi} = 4\pi\kappa_{vap}\frac{\sigma_{SB}T_{vap}^4}{\pi} + 4\pi\kappa_{go}\frac{\sigma_{SB}T_{go}^4}{\pi} \quad (3.59)$$

où κ_{mil} et T_{mil} représente le coefficient d'absorption et la température "radiative" du milieu équivalent. Ce qui permet d'obtenir :

$$\kappa_{mil}T_{mil}^4 = \kappa_{vap}T_{vap}^4 + \kappa_{go}T_{go}^4 \quad (3.60)$$

$$T_{mil} = \left(\frac{\kappa_{vap}T_{vap}^4 + \kappa_{go}T_{go}^4}{\kappa_{mil}} \right)^{0.25} \quad (3.61)$$

3.4.5 Divergence de flux radiatif

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre précédent, la divergence de flux radiatif réalise un bilan entre l'énergie émise et l'énergie absorbée par le milieu. Nous résolvons l'ETR pour un milieu équivalent, qui absorbe ou émet de l'énergie. Nous devons ensuite partager cette quantité d'énergie entre la contribution pour la vapeur et la contribution pour les gouttelettes du fait que, dans la description de notre écoulement par le code Neptune_CFD, un bilan d'énergie est calculé indépendamment pour chaque phase.

On rappelle l'expression de la divergence de flux radiatif :

$$\nabla\vec{q}_{\lambda mil} = \kappa_{\lambda mil}(4\pi L_{\lambda}^0(T_{mil}) - G_{\lambda mil}) \quad (3.62)$$

La part attribuable à chaque phase est alors évaluée de façon approximative sur la base de leur part respective dans le coefficient d'absorption.

$$\nabla\vec{q}_{\lambda vap} + \nabla\vec{q}_{\lambda go} = \underbrace{\kappa_{\lambda vap}(4\pi L_{\lambda}^0(T_{mil}) - G_{\lambda mil})}_{\nabla\vec{q}_{\lambda vap}} + \underbrace{\kappa_{\lambda go}(4\pi L_{\lambda}^0(T_{mil}) - G_{\lambda mil})}_{\nabla\vec{q}_{\lambda go}} \quad (3.63)$$

3.5 Résolution spectrale pour le calcul des propriétés radiatives

Comme nous l'avons vu précédemment, les propriétés radiatives de notre milieu ont un caractère fortement non gris (i.e dépendant de la longueur d'onde). Pour plus de précision, il faut résoudre l'ETR à chaque longueur d'onde pour bien prendre en compte ce caractère non gris. Cela peut donc prendre beaucoup de temps de calcul. Il y a, à l'inverse, la possibilité de calculer des propriétés radiatives grises équivalentes, ce qui consiste à faire une moyenne des propriétés radiatives sur tout le spectre et obtenir ainsi un milieu "moyen" ne nécessitant qu'une seule résolution de l'ETR. Mais cette méthode est plus approximative et sa précision pourrait ne pas être suffisante. Nous pouvons obtenir un compromis des deux méthodes en créant des propriétés radiatives sur plusieurs bandes larges. Nous avons par exemple effectué une moyenne de Planck sur six bandes de longueurs d'onde afin d'avoir une bonne représentation de l'aspect non gris de notre milieu sans toutefois avoir trop de calculs à effectuer. Ces bandes ont été choisies afin de représenter au mieux le spectre d'absorption de la vapeur d'eau.

3.5.1 Moyenne de Planck

Nous utilisons des moyennes de Planck pour obtenir les propriétés des milieux gris équivalents. Cela permet d'obtenir une moyenne sur les propriétés radiatives de façon plus cohérente, puisque ces moyennes tiennent compte des capacités d'émission du milieu pour chaque longueur d'onde. On peut donc écrire les propriétés radiatives moyennes équivalentes sur une bande de longueur d'onde allant de λ_1 à λ_2 :

$$\langle \kappa \rangle = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \kappa_{\lambda} L_{\lambda}^0 d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L_{\lambda}^0 d\lambda} \quad (3.64)$$

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \sigma_{\lambda} L_{\lambda}^0 d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L_{\lambda}^0 d\lambda} \quad (3.65)$$

où $\langle \kappa \rangle$ et $\langle \sigma \rangle$ désignent les coefficients d'absorption et de diffusion moyens sur la bande de longueur d'onde.

3.5.2 Comparaison des résultats obtenus avec différentes résolutions spectrales

Les figures 3.21 et 3.22 montrent respectivement le coefficient d'absorption et le coefficient de diffusion du milieu ($P_{vap}=1\text{bar}$, $T_{vap}=373.15\text{K}$, $D_g=50\mu\text{m}$, $F_v = 10^{-2}\text{m}_{eau}^3/\text{m}^3$) pour les différentes résolutions spectrales, à savoir sur 353 bandes, 38 bandes (issues du modèle C-k pour les 2), le modèle à 6 bandes larges et enfin le milieu gris équivalent.

On remarque relativement peu de différences entre les propriétés radiatives obtenues avec 353 bandes et 38 bandes. La méthode à 6 bandes larges donne une bonne allure des propriétés radiatives. Le modèle du milieu gris équivalent représente assez mal les propriétés radiatives.

3.6 Base de données

Les propriétés radiatives spectrales de notre milieu vapeur d'eau/gouttelettes d'eau ne dépendent que de quelques paramètres :

Vapeur d'eau :

- Température
- Pression

Gouttelettes d'eau :

- Diamètre
- Fraction volumique

Le milieu dans des conditions de renoyage du cœur survenant après un APRP n'est pas homogène. Sa composition varie également dans le temps. Avant de résoudre l'ETR, il faudrait donc effectuer le calcul des propriétés radiatives dans chaque élément et à chaque pas de temps, ce qui demanderait des temps de calcul considérables. Afin de remédier à ce problème, nous avons créé deux bases de données :

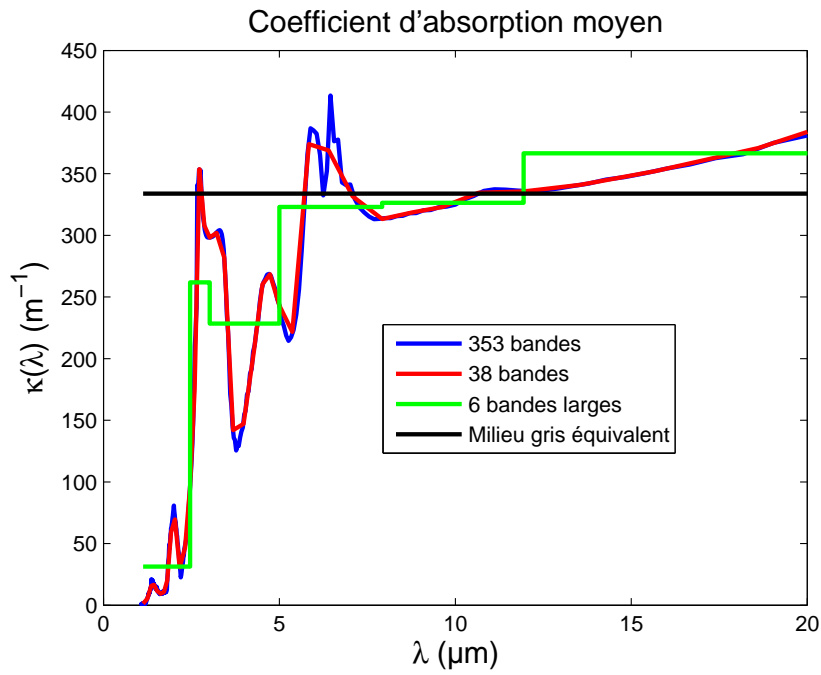


FIGURE 3.21 – Coefficient d'absorption du milieu suivant les différentes précisions spectrales

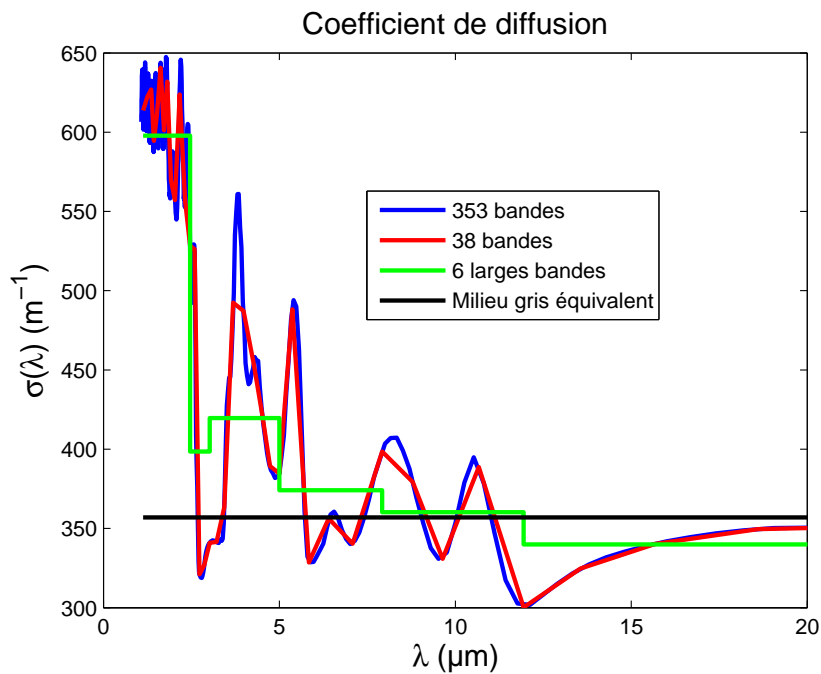


FIGURE 3.22 – Coefficient de diffusion du milieu suivant les différentes précisions spectrales

- une regroupant les propriétés radiatives des gouttelettes d'eau en fonction du diamètre pour les 38 bandes de longueurs d'onde.
- l'autre regroupant les propriétés radiatives de la vapeur d'eau en fonction de la pression et de la température pour les mêmes 38 bandes de longueurs d'onde.

La fraction volumique agit sur les propriétés des gouttelettes comme un facteur multiplicatif, il n'est donc pas nécessaire de considérer cette variable comme une données d'entrée de cette base.

Voici comment ces deux bases de données se décomposent :

Base de données sur les propriétés de l'eau liquide :

38 lignes pour les 38 bandes et 991 colonnes pour représenter des diamètres allant de 10 μm à 1000 μm (tous les 1 μm)

Base de données sur les propriétés de la vapeur d'eau :

38 lignes pour les 38 bandes et 756 colonnes pour représenter les pressions allant de 1 bar à 3 bar (tous les 0,1bar) et les températures allant de 373,15 K à 1073,15 K (tous les 20 K).

La base de données se décompose au final en 10 fichiers :

- Coefficients d'absorption des gouttelettes d'eau liquide,
- Coefficients de diffusion des gouttelettes d'eau liquide,
- Coefficients d'absorption de la vapeur d'eau (8 fichiers : 1 fichier pour chaque point de Gauss et 1 fichier de coefficient "moyen").

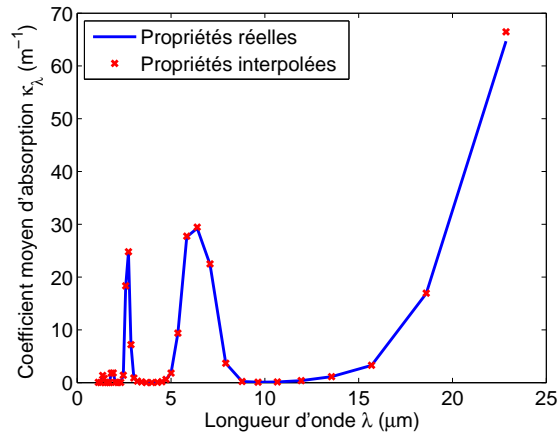
La mise en forme de cette base de données est conditionnée par l'utilisation qui en est faite dans le code de calcul. Les valeurs entrées pour les différentes propriétés radiatives peuvent être facilement mises à jour. En particulier, les propriétés de la vapeur pourraient être définies de façon plus précises en ce qui concerne les résolutions les moins fines. Des techniques de modèles à bandes larges existent et pourraient être utilisées ici. Nous verrons toutefois par la suite que la détermination des propriétés sur un modèle à 6 bandes n'est pas en cause dans le niveau de précision des calculs. Par contre, l'utilisation des bases de données pour la vapeur d'eau à des pressions supérieures à la pression atmosphérique constituerait un point d'amélioration possible.

Les figures 23(a), 23(b), 23(c) montrent l'interpolation des propriétés radiatives (respectivement le coefficient d'absorption moyen de la vapeur, le coefficient d'absorption des gouttelettes et le coefficient de diffusion) par rapport au calcul exact. Le milieu considéré est composé de gouttelettes d'eau de 57,8 μm (interpolation entre 57 μm et 58 μm) d'une fraction volumique de $10^{-2}\text{m}^3/\text{m}^3$ et de vapeur d'eau à une pression de 1,06 bar (interpolation entre 1 bar et 1,1 bar) et à une température de 600 K (interpolation entre 593,15 K et 613,15 K). L'écart entre les propriétés radiatives interpolées et les "vraies" propriétés radiatives est inférieur à 1 % .

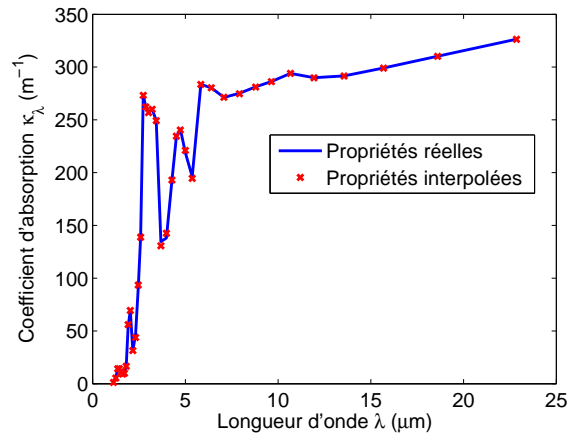
Il est donc désormais possible de calculer les propriétés radiatives de n'importe quel milieu dont les propriétés sont comprises dans notre base de données par une simple interpolation linéaire sans perdre de précision tout en ayant un temps de calcul très faible.

3.7 Conclusion sur les propriétés radiatives

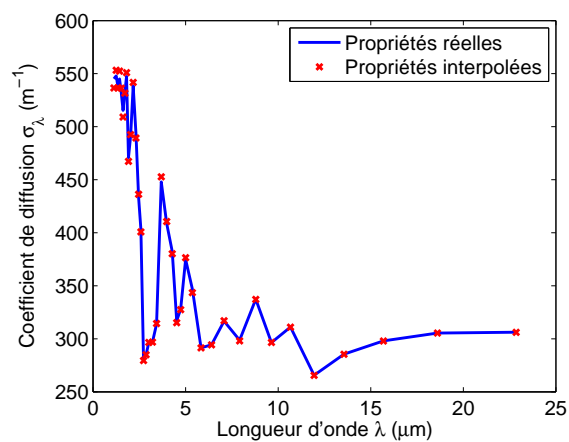
Notre milieu vapeur-gouttelettes est un milieu absorbant, diffusant anisotrope, émissif et non gris. Sa composition en vapeur et en gouttelettes va fortement influencer la résolution de l'ETR puisque dans certains cas, notre milieu sera optiquement épais ou optiquement fin lors d'un calcul



(a) Coefficient d'absorption moyen de la vapeur



(b) Coefficient d'absorption des gouttelettes



(c) Coefficient de diffusion des gouttelettes

FIGURE 3.23 – Interpolation des propriétés radiatives du milieu vapeur-gouttelettes : comparaison avec les propriétés réelles

instationnaire caractérisant un APRP. Nous allons devoir résoudre l'ETR pour plusieurs gammes d'épaisseurs optiques. Plusieurs représentations de l'anisotropie de diffusion des gouttelettes ont été présentées, montrant leurs différentes capacités de modélisation de la diffusion vers l'avant. Nous avons également proposé une mise en données des propriétés radiatives appliquée à notre cas d'étude. Du fait du caractère non gris de notre milieu, nous testerons les différentes précisions spectrales évoquées précédemment. Ceci étant dépendant de la façon dont on résout l'ETR, nous allons d'abord présenter les différentes méthodes de calcul existantes.

Chapitre 4

Résolution du transfert radiatif

Sommaire

4.1	Présentation générale des méthodes de résolution existantes	53
4.1.1	Méthode de Monte-Carlo (1944)	53
4.1.2	Méthode des zones (1958)	54
4.1.3	Approximation de Rosseland (1936)	55
4.1.4	Approximation de Schuster-Schwarzschild (1905)	55
4.1.5	Méthode des Ordonnées Discrètes (1960)	55
4.1.6	Méthode des transferts discrets (1981)	56
4.1.7	Méthode des Harmoniques Sphériques (1917)	56
4.2	Résolution du transfert radiatif par approximation P_1 et ses méthodes dérivées	56
4.2.1	Présentation générale de la méthode des harmoniques sphériques	56
4.2.2	Approximation P_1	58
4.2.3	Improved Differential Approximation (IDA)	64
4.2.4	Modified Differential Approximation (MDA)	66
4.2.5	Algorithmes numériques	68
4.2.6	Conclusion sur les modèles	73
4.3	Validation des différentes méthodes	74
4.3.1	Validation par rapport à des cas académiques	74
4.3.2	Validation expérimentale	100
4.3.3	Conclusion sur la validation expérimentale	106
4.4	Conclusion sur les méthodes de calcul	106

4.1 Présentation générale des méthodes de résolution existantes

En dehors de configurations très simples (1D, symétrie azimutale ...), l'ETR ne possède pas de solution analytique. Elle nécessite donc généralement une résolution numérique pour l'approcher. De nombreuses méthodes numériques ont été développées afin de résoudre l'ETR. Voici une brève présentation de ces différentes méthodes.

4.1.1 Méthode de Monte-Carlo (1944)

Les méthodes de Monte-Carlo sont basées sur des tirages aléatoires pour déterminer des statistiques et ont un champ d'application plus large que la seule résolution de l'ETR. Elles sont

apparues vers 1944, dans le domaine de la recherche sur la bombe atomique (projet Manhattan) par Von Neumann, Ulam et Metropolis, pour modéliser la diffusion des neutrons dans les matériaux de fission. Le nom de Monte Carlo a été suggéré par Metropolis en référence à un oncle d’Ulam qui y perdait souvent son argent dans les casinos. Appliquées au transfert radiatif dans les années 60 par Fleck [20, 21] puis par Howell et Perlmutter [27, 28, 51], elles consistent alors à suivre le comportement de photons (ou de quanta d’énergie) à travers un milieu semi transparent.

Un quantum est lancé depuis une paroi ou depuis le milieu. Il est donc caractérisé par une position, une direction de propagation et une énergie. Il se propage à travers le milieu semi-transparent. En fonction des propriétés radiatives du milieu qui déterminent les probabilités d’absorption et de diffusion d’un quantum et à partir de l’utilisation de nombres aléatoires, on peut déterminer s’il va être absorbé ou diffusé par le milieu. En cas de diffusion, un calcul de la nouvelle direction de propagation est effectué (toujours en utilisant les propriétés radiatives du milieu pour déterminer les probabilités de diffusion dans chaque direction et un tirage aléatoire). Une fois que le quantum est absorbé par le milieu, un nouveau quantum est lancé. La luminance correspond à un flux de quanta en un point et selon une direction. Il est ainsi possible de remonter aux valeurs de luminance intégrée ou de flux dans le milieu une fois une série de quanta lancée. On arrête le processus de lancer de quanta une fois que le champ de luminance intégrée ou de flux ne varie plus.

Cette méthode est précise numériquement car elle n’effectue pas d’approximation dans la modélisation des phénomènes radiatifs. La solution obtenue tend donc vers la solution exacte du problème, ce qui en fait une méthode de référence pour la résolution du transfert radiatif.

Cependant, cette méthode induit un temps de calcul important du fait du grand nombre de quanta devant être lancés afin d’assurer la convergence de la solution. Cela rend cette méthode difficilement compatible avec un problème de transferts thermiques couplés (couplage du rayonnement avec la conduction, la convection etc...) tel que notre étude. Nous ne l’utiliserons donc pas.

4.1.2 Méthode des zones (1958)

Cette méthode a été développée pour la première fois par Hottel et Cohen [25] en 1958, pour la résolution du transfert radiatif à travers des milieux absorbants, émettants et non diffusants. Elle a ensuite été adaptée à des milieux diffusants isotropes et non gris par Hottel et Sarofim [26].

Elle consiste à résoudre le bilan radiatif par petites zones du milieu pour lesquelles les propriétés radiatives sont considérées comme uniformes. Un découpage de la paroi en petites zones est également effectué. Un bilan énergétique est réalisé entre l’énergie rayonnée entre zones et surfaces, zones entre elles ou surface entre elles, grâce à des facteurs de forme. Un système de n équations non linéaires à n inconnues est obtenu (n étant le nombre de zones + surfaces considérées), la résolution se faisant par le biais d’un calcul matriciel.

Cette méthode nécessite toutefois de déterminer correctement les surfaces d’échanges entre surfaces et zones, ce qui peut s’avérer compliqué pour des cas où la géométrie est complexe. Elle ne permet pas non plus la résolution du transfert radiatif pour des diffusions anisotropes. Cette méthode ne peut donc pas être utilisée dans notre problème.

4.1.3 Approximation de Rosseland (1936)

La méthode de Rosseland [53] permet la résolution du transfert radiatif dans un milieu optiquement épais.

Elle permet d'obtenir facilement la valeur du flux radiatif échangé et un coefficient de conductivité équivalente dans un milieu optiquement épais. La formulation de conductivité équivalente permet de traiter facilement un problème couplé entre conduction et rayonnement.

Souvent utilisée comme première approximation, cette méthode ne peut s'appliquer qu'aux milieux optiquement épais du fait des hypothèses utilisées pour sa formulation. De plus, la solution près des parois est généralement peu précise. Elle ne peut donc pas s'appliquer au domaine que nous étudions.

4.1.4 Approximation de Schuster-Schwarzschild (1905)

Schuster [57] et Schwarzschild [58] ont mis au point une méthode simple pour résoudre le transfert radiatif pour un cas monodimensionnel représentant un milieu gris absorbant et émettant inclus entre 2 plans parallèles. Leur méthode a ensuite été étendue aux milieux absorbant, émettant et diffusant.

Cette méthode considère un découpage de l'espace en secteurs angulaires où la luminance est supposée constante. L'intégration de l'ETR pour chaque intervalle angulaire conduit à un système d'équations aux dérivées partielles qui relient les luminances inconnues. Pour un système angulaire simple (2 directions), cette méthode est également appelée "méthode deux flux" puisque la luminance est calculée dans 2 directions.

Elle reste très approchée et elle ne peut pas convenir à notre problème tri-dimensionnel à géométrie complexe avec des milieux pouvant être optiquement épais.

4.1.5 Méthode des Ordonnées Discrètes (1960)

La Méthode des Ordonnées Discrètes (ou la Méthode des Volumes Finis qui fonctionne sur le même principe), proposée par Chandrasekhar [6] pour l'estimation du rayonnement atmosphérique et stellaire, est l'une des méthodes les plus utilisées dans les travaux de recherches sur le rayonnement. Elle a notamment été appliquée et optimisée pour des problèmes généraux de transfert radiatif par Fiveland [16, 17, 18, 19] et Truelove [30, 64, 65]

Cette méthode résout l'ETR sous sa forme différentielle par l'intermédiaire d'une discrétisation angulaire en un nombre fini de directions pour calculer le terme intégral, combinée à une discrétisation spatiale pour remplacer le terme différentiel à partir des valeurs aux nœuds du maillage. On peut ainsi obtenir un système d'équations différentielles plus simple à résoudre.

Cette méthode nécessite toutefois forcément un processus itératif pour résoudre les problèmes avec de la diffusion puisqu'elle calcule les valeurs de la luminance une direction après l'autre. Or, pour calculer le terme de renforcement par diffusion, il faut connaître la valeur de la luminance dans toutes les directions. Il est donc nécessaire de faire au préalable une estimation des valeurs

de luminances dans toutes les directions puis de faire un calcul itératif jusqu'à convergence.

La méthode est réputée fiable mais potentiellement coûteuse en temps de calcul en fonction du nombre de directions choisies et du maillage. Notre cas d'étude étant un milieu potentiellement très diffusant, cette méthode n'est pas retenue pour des raisons de temps de calcul.

4.1.6 Méthode des transferts discrets (1981)

Cette méthode, mise au point plus récemment (dans les années 80) par Lockwood et Shah [41], utilise le principe de base de la méthode de Monte Carlo puisqu'elle consiste à effectuer des lancers de rayons depuis les parois dans un grand nombre de directions. La variation de l'intensité de rayonnement est ensuite calculée pour chaque rayon. La solution obtenue pour un milieu purement absorbant est très précise.

Cette méthode nécessite toutefois un processus itératif pour des parois non noires et des difficultés de résolutions supplémentaires pour un milieu diffusant. Elle nécessite également beaucoup de temps de calcul du fait du grand nombre de rayons lancés. Elle ne convient donc pas pour notre problématique.

4.1.7 Méthode des Harmoniques Sphériques (1917)

La méthode des harmoniques sphériques, proposée par Jeans [32] en 1917 pour le rayonnement des étoiles, utilise les harmoniques sphériques pour réécrire l'expression de la luminance en une somme infinie d'harmoniques sphériques. L'ETR se retrouve décomposée en $N(N+1)/2$ équations aux dérivées partielles à résoudre, N étant l'ordre de la série. Elle nécessite donc la résolution d'une seule équation différentielle lorsque l'on s'arrête à l'ordre 1. Elle permet la résolution du transfert radiatif pour tout type de milieu et géométrie, y compris en présence de diffusion anisotrope.

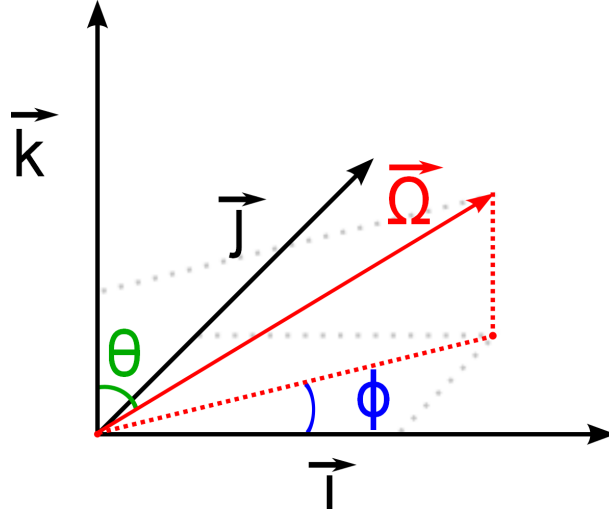
La méthode tronquée à l'ordre 1, dite "P₁", est réputée très rapide et relativement fiable pour les milieux optiquement épais, mais peut présenter des faiblesses pour les milieux optiquement fins. Deux méthodes dérivées de l'approximation P₁ ont été établies pour compenser cette faille. Ces méthodes semblent donc intéressantes pour résoudre le transfert radiatif lors d'un APRP. Nous les présentons dans la partie suivante.

4.2 Résolution du transfert radiatif par approximation P₁ et ses méthodes dérivées

4.2.1 Présentation générale de la méthode des harmoniques sphériques

La méthode des harmoniques sphériques consiste à exprimer la luminance $L(\vec{r}, \vec{\Omega})$ au point \vec{r} et dans la direction $\vec{\Omega}$ en terme de séries de Fourier généralisées à deux dimensions. On omettra volontairement d'indiquer les notations spectrales λ sur toutes les variables.

$$L(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l L_l^m(\vec{r}) Y_l^m(\vec{\Omega}) \quad (4.1)$$


 FIGURE 4.1 – Représentation de la direction $\vec{\Omega}$ dans le plan $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

où $L_l^m(\vec{r})$ représente les coefficients dépendant de la position \vec{r} et $Y_l^m(\vec{\Omega})$ les harmoniques sphériques, dépendant de la direction $\vec{\Omega}$, données par l'équation suivante :

$$Y_l^m(\vec{\Omega}) = (-1)^{\frac{m+|m|}{2}} \left[\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \right]^{\frac{1}{2}} e^{im\phi} P_l^{|m|}(\cos(\theta)) \quad (4.2)$$

avec θ et ϕ représentant les angles polaires et azimutaux caractérisant la direction $\vec{\Omega}$ (voir figure 4.1) et représentée par la formule suivante :

$$\vec{\Omega} = \sin(\theta)\cos(\phi)\vec{i} + \sin(\theta)\sin(\phi)\vec{j} + \cos(\theta)\vec{k} = \mu\vec{i} + \eta\vec{j} + \xi\vec{k} \quad (4.3)$$

Les polynômes de Legendre, représentés par $P_l^{|m|}$, s'écrivent :

$$P_l^m(x) = \frac{(1-x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2-1)^l \quad (4.4)$$

La partie directionnelle du rayonnement est estimée grâce aux harmoniques sphériques, permettant d'éliminer la dépendance directionnelle du rayonnement lors de la résolution et donc d'utiliser un faible nombre d'équations pour résoudre le rayonnement dans toutes les directions. Il ne reste qu'à déterminer les coefficients $L_l^m(\vec{r})$ qui ne dépendent donc que de la position. Les harmoniques sphériques étant une somme infinie des coefficients $L_l^m(\vec{r})Y_l^m(\vec{\Omega})$, cela implique une infinité de coefficients à déterminer. En tronquant la somme à un ordre l pour avoir un nombre de $(l+1)^2$ coefficients $L_l^m(\vec{r})$ à déterminer et en utilisant l'ETR, cela donne $l(l+1)/2$ équations aux dérivées partielles couplées à résoudre pour le problème du rayonnement thermique.

Il a été démontré par Modest [49] que les harmoniques sphériques tronquées à un ordre pair ne donnaient pas des résultats satisfaisants. Tronquer la somme à l'ordre 1 donne des résultats satisfaisants pour un temps de calcul très faible puisque cela ne nécessite la résolution que d'une seule équation aux dérivées partielles. Nous allons donc nous intéresser à cette méthode, plus communément appelée approximation P_1 .

4.2.2 Approximation P_1

4.2.2.1 Mise en équations (voir Modest [49])

L'approximation P_1 consiste à tronquer l'équation (4.1) au premier ordre, soit $l = 1$. On obtient donc :

$$L(\vec{r}, \vec{\Omega}) = L_0^0(\vec{r})Y_0^0(\vec{\Omega}) + L_1^{-1}(\vec{r})Y_1^{-1}(\vec{\Omega}) + L_1^0(\vec{r})Y_1^0(\vec{\Omega}) + L_1^1(\vec{r})Y_1^1(\vec{\Omega}) \quad (4.5)$$

En utilisant les équations (4.2) et (4.4) ainsi que l'écriture de $\vec{\Omega}(\theta, \phi)$, on trouve :

$$Y_0^0 = P_0^0(\cos(\theta)) = 1 \quad (4.6)$$

$$Y_1^0 = P_1^0(\cos(\theta)) = \cos(\theta) \quad (4.7)$$

$$Y_1^{-1} = \sqrt{\frac{1}{2}}e^{-i\phi}P_1^1(\cos(\theta)) = \sqrt{\frac{1}{2}}e^{-i\phi}\sin(\theta) \quad (4.8)$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{1}{2}}e^{i\phi}P_1^1(\cos(\theta)) = -\sqrt{\frac{1}{2}}e^{i\phi}\sin(\theta) \quad (4.9)$$

On obtient donc :

$$L(\vec{r}, \theta, \phi) = L_0^0(\vec{r}) + L_1^0(\vec{r})\cos(\theta) + \frac{L_1^{-1}(\vec{r})}{\sqrt{2}}e^{-i\phi}\sin(\theta) - \frac{L_1^1(\vec{r})}{\sqrt{2}}e^{i\phi}\sin(\theta) \quad (4.10)$$

$$L(\vec{r}, \theta, \phi) = L_0^0(\vec{r}) + L_1^0(\vec{r})\cos(\theta) + \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{2}} \left(L_1^{-1}(\vec{r})e^{-i\phi} - L_1^1(\vec{r})e^{i\phi} \right) \quad (4.11)$$

En utilisant l'écriture trigonométrique des exponentielles suivant les formules :

$$e^{i\phi} = \cos(\phi) + i\sin(\phi) \quad (4.12)$$

$$e^{-i\phi} = \cos(\phi) - i\sin(\phi) \quad (4.13)$$

On a ainsi :

$$\begin{aligned} L_1^{-1}(\vec{r})e^{-i\phi} - L_1^1(\vec{r})e^{i\phi} &= L_1^{-1}(\vec{r})(\cos(\phi) - i\sin(\phi)) - L_1^1(\vec{r})(\cos(\phi) + i\sin(\phi)) \\ &= L_1^{-1}(\vec{r})\cos(\phi) - L_1^{-1}(\vec{r})i\sin(\phi) - L_1^1(\vec{r})\cos(\phi) + L_1^1(\vec{r})i\sin(\phi) \\ &= \cos(\phi)(L_1^{-1}(\vec{r}) - L_1^1(\vec{r})) + i\sin(\phi)(L_1^{-1}(\vec{r}) + L_1^1(\vec{r})) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$L(\vec{r}, \theta, \phi) = \quad (4.15)$$

$$L_0^0(\vec{r}) + L_1^0(\vec{r})\cos(\theta) + \frac{1}{\sqrt{2}}(L_1^{-1}(\vec{r}) - L_1^1(\vec{r}))\sin(\theta)\cos(\phi) - \frac{i}{\sqrt{2}}(L_1^{-1}(\vec{r}) + L_1^1(\vec{r}))\sin(\theta)\sin(\phi)$$

En identifiant dans (4.15) les composants de $\vec{\Omega}$ (équation 4.3), l'équation (4.15) peut être réécrite sous une forme équivalente.

$$L(\vec{r}, \theta, \phi) = a(\vec{r}) + \vec{b}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega}(\theta, \phi) \quad (4.16)$$

On doit alors chercher les inconnues $a(\vec{r})$ et $\vec{b}(\vec{r})$ dont on va voir qu'elles ont une signification physique intéressante. On peut ainsi montrer que ces inconnues peuvent s'écrire en fonction de la luminance intégrée et du flux radiatif. La luminance intégrée G est obtenue par définition par :

$$\int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\Omega = G(\vec{r}) \quad (4.17)$$

En intégrant ainsi l'équation (4.16) sur $4\pi sr$, on obtient :

$$G(\vec{r}) = a(\vec{r}) \int_{4\pi} d\Omega + \vec{b}(\vec{r}) \cdot \int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega \quad (4.18)$$

On peut donc effectuer l'intégration de l'équation (4.18) à l'aide de l'équation (2.4). On intègre ϕ entre 0 et 2π et θ entre 0 et π .

$$G(\vec{r}) = a(\vec{r}) \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin(\theta) d\theta d\phi + \vec{b}(\vec{r}) \cdot \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \sin(\theta) d\theta d\phi$$

or, comme expliqué en annexe par les équations (A.19), (A.21a), (A.21b) et (A.23) :

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin(\theta) d\theta d\phi = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) d\theta = 2\pi \times 2 = 4\pi \quad (4.19)$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \mu \sin(\theta) d\theta d\phi = \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \sin(\theta) d\theta \underbrace{\int_{\phi=0}^{2\pi} \cos(\phi) d\phi}_{=0} = 0 \quad (4.20)$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \eta \sin(\theta) d\theta d\phi = \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \sin(\theta) d\theta \underbrace{\int_{\phi=0}^{2\pi} \sin(\phi) d\phi}_{=0} = 0 \quad (4.21)$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \xi \sin(\theta) d\theta d\phi = 2\pi \underbrace{\int_{\theta=0}^{\pi} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta}_{=0} = 0 \quad (4.22)$$

On trouve donc que $a(r)$ est directement lié à la luminance intégrée $G(r)$:

$$G(\vec{r}) = 4\pi a(\vec{r}) \Leftrightarrow a(\vec{r}) = \frac{G(\vec{r})}{4\pi} \quad (4.23)$$

On va prendre maintenant la définition du flux radiatif qui est également fonction de la luminance suivant l'équation :

$$\vec{q}(\vec{r}) = \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{\Omega}) \vec{\Omega} d\Omega \quad (4.24)$$

On obtient (avec l'aide de l'expression A.7) :

$$\vec{q}(\vec{r}) = a(\vec{r}) \int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega + \vec{b}(\vec{r}) \cdot \int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega \quad (4.25)$$

Or, d'après les formules (A.21a), (A.21b) et (A.23) :

$$\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega = \vec{0} \quad (4.26)$$

et comme expliqué précisément de l'équation (A.25) à (A.44) en annexe :

$$\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega = \frac{4\pi}{3} \vec{\delta} \quad (4.27)$$

avec $\vec{\delta}$ le tenseur unitaire.

On obtient donc :

$$\vec{q}(\vec{r}) = \frac{4\pi}{3} \vec{b}(\vec{r}) \iff \vec{b}(\vec{r}) = \frac{3\vec{q}}{4\pi} \quad (4.28)$$

Les composantes de $\vec{b}(\vec{r})$ sont donc directement liées aux composantes du flux radiatif.

On a donc maintenant deux relations (4.23 et 4.28) liant $a(\vec{r})$ et $\vec{b}(\vec{r})$ à G et \vec{q} . Ce qui nous permet d'écrire :

$$L(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \left(G(\vec{r}) + 3\vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \right) \quad (4.29)$$

On obtient ainsi une nouvelle écriture de la luminance propre à l'approximation P_1 . Cette équation présente toujours 4 inconnues : la luminance intégrée $G(\vec{r})$ et les 3 composantes du flux radiatif $\vec{q}(\vec{r})$ suivant les directions \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} . Introduisons cette nouvelle formulation dans l'ETR (voir équation 2.14).

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \nabla_{\tau} \left(\left(G(\vec{r}) + 3\vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \right) \right) + \frac{1}{4\pi} \left(G(\vec{r}) + 3\vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \right) = \\ (1 - \omega) L_b(\vec{r}) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{\Omega}') \Phi(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') d\Omega' \end{aligned} \quad (4.30)$$

Le terme $\Phi(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') d\Omega'$ représente la fonction de phase comme expliqué dans le chapitre précédent. Nous allons exprimer la fonction de phase sous une forme linéaire anisotrope dont on rappelle l'expression :

$$\Phi(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') = 1 + A_1 \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' \quad (4.31)$$

On peut maintenant simplifier l'expression du terme de renforcement par diffusion de l'équation (4.30) (à l'aide de l'expression (A.6)) :

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{\Omega}') \Phi(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') d\Omega' &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \left(G(\vec{r}) + 3\vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega}' \right) \left(1 + A_1 \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' \right) d\Omega' \\ &= \frac{G(\vec{r})}{4\pi} \left[\underbrace{\int_{4\pi} d\Omega'}_{=4\pi} + A_1 \vec{\Omega} \cdot \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega}' d\Omega'}_{=\vec{0}} \right] + \frac{3\vec{q}(\vec{r})}{4\pi} \cdot \left[\underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega}' d\Omega'}_{=\vec{0}} + A_1 \vec{\Omega} \cdot \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega}' \otimes \vec{\Omega}' d\Omega'}_{=\frac{4\pi}{3} \vec{\Omega}} \right] \\ &= \left(G(\vec{r}) + A_1 \vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

On utilise donc les équations (4.29) et (4.32) pour réécrire l'ETR (équation 2.14)

$$\frac{1}{4\pi} \nabla_\tau \left(\vec{\Omega} \left(G(\vec{r}) + 3\vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \right) \right) + \frac{1}{4\pi} \left(G(\vec{r}) + 3\vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \right) = (1 - \omega) L_b(\vec{r}) + \frac{\omega}{4\pi} \left(G(\vec{r}) + A_1 \vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \right) \quad (4.33)$$

Cette équation présente toujours les termes de direction $\vec{\Omega}$, indépendants de l'épaisseur optique. On peut ainsi placer le premier terme $\vec{\Omega}$ à l'intérieur du gradient. Pour éliminer ces termes de direction, on effectue une intégration de cette équation sur les 4π stéradian. On obtient :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \nabla_\tau \left(G(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega}_{=0} + 3\vec{q}(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega}_{=\frac{4\pi}{3} \vec{\delta}} \right) + \frac{1}{4\pi} G(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} d\Omega}_{=4\pi} + \frac{1}{4\pi} 3\vec{q}(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega}_{=0} \\ & = (1 - \omega) L_b(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} d\Omega}_{=4\pi} + \frac{\omega}{4\pi} G(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} d\Omega}_{=4\pi} + \frac{\omega}{4\pi} A_1 \vec{q}(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega}_{=0} \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\nabla_\tau \vec{q}(\vec{r}) = (1 - \omega) (4\pi L_b(\vec{r}) - G(\vec{r})) \quad (4.35)$$

On retrouve donc l'expression de la divergence de flux en fonction de la luminance de Planck et de la luminance intégrée, comme présentée précédemment (équation 2.29).

On peut également multiplier l'équation (4.33) par $\vec{\Omega}$ et faire de nouveau une intégration sur tout l'angle solide pour trouver une seconde équation :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \nabla_\tau \left(G(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega}_{=\frac{4\pi}{3} \vec{\delta}} + 3 \underbrace{\int_{4\pi} \vec{q}(\vec{r}) \cdot (\vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega}) \vec{\Omega} d\Omega}_{=0} \right) + \frac{1}{4\pi} G(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega}_{=0} + \frac{1}{4\pi} 3\vec{q}(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega}_{=\frac{4\pi}{3} \vec{\delta}} \\ & = (1 - \omega) L_b(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega}_{=0} + \frac{\omega}{4\pi} G(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega}_{=0} + \frac{\omega}{4\pi} A_1 \vec{q}(\vec{r}) \underbrace{\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega}_{=\frac{4\pi}{3} \vec{\delta}} \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\nabla_\tau \frac{G(\vec{r})}{3} + \vec{q}(\vec{r}) = \frac{\omega}{3} A_1 \vec{q}(\vec{r}) \quad (4.37)$$

$$\nabla_\tau G(\vec{r}) = -(3 - A_1 \omega) \vec{q}(\vec{r}) \quad (4.38)$$

ou encore

$$\vec{q}(\vec{r}) = -\frac{\nabla_\tau G(\vec{r})}{(3 - A_1 \omega)} \quad (4.39)$$

On va donc maintenant combiner les équations (4.35) et (4.39) pour former une équation de type Helmholtz sur G .

$$\nabla_{\tau} \left(-\frac{1}{(3 - A_1\omega)} \nabla_{\tau} G(\vec{r}) \right) + (1 - \omega) G(\vec{r}) = (1 - \omega) 4\pi L_b(\vec{r}) \quad (4.40)$$

Enfin, on va avoir besoin d'une condition aux limites pour pouvoir résoudre cette équation. Cette condition doit être écrite pour la luminance intégrée $G(\vec{r})$ (et non plus la luminance $L(\vec{r}, \vec{\Omega})$). On ne peut donc pas utiliser les conditions classiques pour la luminance mais utiliser le modèle approché de Marshak [45].

On rappelle la condition aux limites classique :

$$L \left(r = r_w, \vec{\Omega} \right) = L_w \left(r_w, \vec{\Omega} \right) \text{ pour } \vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0 \quad (4.41)$$

\vec{n} étant la normale à la paroi. Il convient donc que l'angle entre la normale à la paroi \vec{n} et la direction $\vec{\Omega}$ soit compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$. Toutefois, cette condition aux limites ne peut plus fonctionner avec l'approximation P_1 du fait de l'utilisation des harmoniques sphériques. Cependant, il est possible de satisfaire cette équation dans son sens intégral. Marshak a ainsi démontré que [45] :

$$\int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L \left(r = r_w, \vec{\Omega} \right) Y_{2i-1}^m(\vec{\Omega}) d\Omega = \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L_w(\vec{\Omega}) Y_{2i-1}^m(\vec{\Omega}) d\Omega \quad (4.42)$$

avec $i = 1, 2, \dots, \frac{1}{2}(N + 1)$ et tous les m possibles avec $-i \leq m \leq i$, N étant l'ordre de la troncature des harmoniques sphériques (donc $N = 1$ pour l'approximation P_1). Il vient donc que $i = 1$ et $-1 \leq m \leq 1$. On peut donc obtenir 3 formes différentes pour cette intégrale :

$$\int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L \left(r = r_w, \vec{\Omega} \right) Y_1^{-1}(\vec{\Omega}) d\Omega = \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L_w(r_w, \vec{\Omega}) Y_1^{-1}(\vec{\Omega}) d\Omega \quad (4.43)$$

$$\int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L \left(r = r_w, \vec{\Omega} \right) Y_1^0(\vec{\Omega}) d\Omega = \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L_w(r_w, \vec{\Omega}) Y_1^0(\vec{\Omega}) d\Omega \quad (4.44)$$

$$\int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L \left(r = r_w, \vec{\Omega} \right) Y_1^1(\vec{\Omega}) d\Omega = \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L_w(r_w, \vec{\Omega}) Y_1^1(\vec{\Omega}) d\Omega \quad (4.45)$$

qui pourraient donc nous donner 3 conditions aux limites alors qu'une seule condition est requise. Davison [12] a démontré que lorsqu'il y a trop de conditions aux limites possibles, il faut prendre d'abord celle avec les plus petites valeurs de $|m|$. Pour l'approximation P_1 , nous utilisons donc l'équation (4.44), obtenue avec $m = 0$. On rappelle la valeur de Y_1^0 (relation 4.7)

$$Y_1^0 = P_1^0(\cos(\theta)) = \cos(\theta) = \vec{\Omega} \cdot \vec{n} \quad (4.46)$$

puisque θ représente l'angle entre $\vec{\Omega}$ et la normale à la surface \vec{n} .

En remplaçant la valeur de la luminance dans l'équation (4.44) par la relation (4.29). On obtient :

$$\int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} L_w \left(r_w, \vec{\Omega} \right) \vec{n} \cdot \vec{\Omega} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} \left(G(r_w) + 3\vec{q}(r_w) \cdot \vec{\Omega} \right) \vec{n} \cdot \vec{\Omega} d\Omega \quad (4.47)$$

En remplaçant $\vec{\Omega}$ par son expression (4.3) puis après intégration, on trouve :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega} > 0} \left(G(r_w) + 3\vec{q}(r_w) \cdot \vec{\Omega} \right) \vec{n} \cdot \vec{\Omega} d\Omega = \frac{1}{4} \left(G(r_w) + 2\vec{q}(r_w) \cdot \vec{n} \right) \quad (4.48)$$

Or, pour une paroi opaque et diffuse, on a :

$$\vec{q}(r_w) \cdot \vec{n} = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (\pi L_b(r_w) - J_w(r_w)) \quad (4.49)$$

et, comme la paroi est diffuse, la luminance à la paroi est de même intensité dans toutes les directions :

$$L_w(r_w, \vec{\Omega}) = L_w(r_w) = \frac{J_w(r_w)}{\pi} \quad (4.50)$$

avec $J_w(r_w)$ la radiosité de la paroi, ce qui nous permet d'obtenir

$$G(r_w) + 2\vec{q}(r_w) \cdot \vec{n} = 4J_w(r_w) \quad (4.51)$$

On obtient la condition aux limites en combinant les équations (4.39), (4.49) et (4.51) :

$$-\frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{2}{3 - A_1 \omega} \nabla_\tau G(r_w) \cdot \vec{n} + G(r_w) = 4\pi L_b(r_w) \quad (4.52)$$

4.2.2.2 Avantages et inconvénients de l'approximation P_1

L'approximation P_1 permet de résoudre très rapidement et très simplement (une seule équation à résoudre : l'équation (4.40)) un calcul de rayonnement thermique pouvant comprendre une diffusion anisotrope et des parois non grises. Il est donc envisageable de coupler cette méthode avec d'autres codes puisque son temps de calcul est faible.

Par contre, cette méthode a des limites au niveau de sa précision. Ainsi, d'après Modest [49], la troncature au premier ordre et le modèle de conditions aux limites de Marshak impliquent des erreurs sur la luminance intégrée (et donc pour le flux radiatif et le flux incident) pour les milieux optiquement fins. Les milieux à diffusion anisotrope peuvent également poser problème compte tenu de l'hypothèse limitée (due à la fonction de phase linéaire anisotrope) en cas de forte anisotropie. On relève également des difficultés lorsque la distribution en luminance est fortement anisotrope (rayonnement collimaté), pour des géométries longues et étroites, ainsi que pour des cas où l'émission des parois est dominante devant l'émission du milieu. Comme nous l'avons vu précédemment, notre cas de figure peut présenter un milieu optiquement fin avec une forte émission des parois. De plus, notre géométrie complexe implique des zones étroites. Le calcul par approximation P_1 pourrait donc être insuffisamment précis dans nos cas d'étude.

Cependant, il existe des méthodes dérivées de l'approximation P_1 . Ces méthodes découpent la luminance en deux contributions : une contribution provenant du milieu et une contribution provenant des parois, ceci afin d'améliorer les résultats pour les cas optiquement fins ou près des parois, c'est à dire lorsque la contribution des parois est importante. L'Improved Differential Approximation (IDA) [48] utilise l'approximation P_1 pour estimer rapidement le terme de renforcement par diffusion dans la forme intégrale de l'ETR. Une autre méthode, la Modified Differential Approximation (MDA) [47], permet d'effectuer une modification de l'équation de l'approximation P_1 à résoudre en prenant en compte séparément l'apport des parois et celui du milieu dans cette équation. Ce qui implique également la modification de la condition aux limites.

Les résultats obtenus par ces méthodes sont plus précis, mais requièrent un temps de calcul plus important. Voici une présentation de ces deux méthodes.

4.2.3 Improved Differential Approximation (IDA)

4.2.3.1 Mise en équations

Soit l'équation de transfert radiatif dans sa forme intégrale :

$$L(\vec{r}, \vec{\Omega}) = L_w(\vec{r}_w, \vec{\Omega})e^{-\tau_s} + \underbrace{\int_0^{\tau_s} S(\vec{r}_w + s'\vec{\Omega}, \vec{\Omega})e^{-(\tau_s - \tau'_s)} d\tau'_s}_{L_m} \quad (4.53)$$

La luminance au point \vec{r} dans la direction $\vec{\Omega}$ est fonction de la luminance des parois L_w provenant du point \vec{r}_w et atténuée le long du chemin optique par l'épaisseur optique τ_s et de la somme des luminances L_m provenant du milieu sur tout le chemin compris entre la paroi en amont (au point \vec{r}_w) et le point \vec{r} considéré. On somme donc toutes les luminances provenant du milieu à toutes les positions $\vec{r}' = \vec{r}_w + s'\vec{\Omega}$ comprises entre le point \vec{r}_w et le point \vec{r} . Ces luminances sont également atténuées par le milieu entre le point \vec{r}' et le point \vec{r} par l'épaisseur optique $\tau_s - \tau'_s$.

On considère que les parois sont diffuses, ce qui nous permet d'écrire le terme de paroi $L_w(\vec{r}_w, \vec{\Omega})$ en fonction de la radiosité des parois (voir équation (4.50)).

Le terme source représentant le rayonnement issu du milieu s'écrit (équation (2.16)) :

$$S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \underbrace{n^2(1 - \omega)L_b(\vec{r})}_{\text{émission propre}} + \underbrace{\frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{\Omega})P(\vec{\Omega}.\vec{\Omega}')d\Omega'}_{\text{renforcement par diffusion}} \quad (4.54)$$

contenant donc l'émission propre du milieu et le renforcement par diffusion. La difficulté posée par ce terme source est de calculer le renforcement par diffusion, qui nécessite généralement un processus itératif pour être résolu puisqu'il requiert la valeur de la luminance dans toutes les directions alors qu'il s'agit de la variable recherchée. Cependant, on peut également l'écrire à l'aide de l'équation (4.32), issue de l'approximation P₁ et de l'utilisation d'une fonction de phase linéaire anisotrope :

$$\frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{\Omega})P(\vec{\Omega}.\vec{\Omega}')d\Omega' = \frac{\omega}{4\pi} \left[G(\vec{r}) + A_1 \vec{q}(\vec{r}).\vec{\Omega} \right] \quad (4.55)$$

On obtient ainsi :

$$S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = n^2(1 - \omega)L_b(\vec{r}) + \frac{\omega}{4\pi} \left[G(\vec{r}) + A_1 \vec{q}(\vec{r}).\vec{\Omega} \right] \quad (4.56)$$

Le terme source nécessite donc une résolution du rayonnement au préalable pour estimer les termes de luminance intégrée G et de flux radiatif \vec{q} pour le renforcement par diffusion.

On peut donc désormais calculer l'intégrale de ce terme source le long du chemin optique pour déterminer L_m . On peut simplifier cette intégrale en faisant l'hypothèse que le terme source varie linéairement le long du chemin optique. Réécrivons alors la valeur du terme source à la position $\vec{r}_w + s'\vec{\Omega}$ en fonction du terme source à la position \vec{r} et de la variation du terme source suivant l'épaisseur optique entre \vec{r}_w (position sur la paroi) et \vec{r} (position considérée pour le calcul de luminance) suivant l'expression :

$$S(\vec{r}_w + s'\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) \simeq S(\vec{r}, \vec{\Omega}) - (\tau_s - \tau'_s) \frac{dS(\vec{r}, \vec{\Omega})}{d\tau_s} \quad (4.57)$$

avec $\tau_s - \tau'_s$ l'épaisseur optique entre le point \vec{r} et le point $r_w + s'\vec{\Omega}$. Si on utilise cette expression dans le terme L_m de l'équation (4.53) et que l'on effectue l'intégration entre 0 et τ_s , on obtient :

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau_s} S(r_w + s'\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) e^{-(\tau_s - \tau'_s)} d\tau'_s &\simeq \int_0^{\tau_s} S(\vec{r}, \vec{\Omega}) - (\tau_s - \tau'_s) \frac{dS(\vec{r}, \vec{\Omega})}{d\tau_s} e^{-(\tau_s - \tau'_s)} d\tau'_s \\ &\simeq S(\vec{r}, \vec{\Omega})(1 - e^{-\tau_s}) - \frac{dS(\vec{r}, \vec{\Omega})}{d\tau_s} [1 - (1 + \tau_s)e^{-\tau_s}] \\ &\simeq (1 - e^{-\tau_s}) \left[S(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \frac{dS(\vec{r}, \vec{\Omega})}{d\tau_s} \left(1 - \frac{\tau_s e^{-\tau_s}}{1 - e^{-\tau_s}} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.58)$$

On introduit τ_0 :

$$\tau_0 = \int_0^{s_0} \beta(\vec{r} - s''\vec{\Omega}) ds'' = 1 - \frac{\tau_s e^{-\tau_s}}{1 - e^{-\tau_s}} \quad (4.59)$$

ce qui nous permet d'obtenir :

$$\int_0^{\tau_s} S(r_w + s'\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) e^{-(\tau_s - \tau'_s)} d\tau'_s \simeq (1 - e^{-\tau_s}) \underbrace{\left[S(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \frac{dS(\vec{r}, \vec{\Omega})}{d\tau_s} \tau_0 \right]}_{S(\vec{r} - s_0\vec{\Omega}, \vec{\Omega})} \quad (4.60)$$

Ainsi, on remplace un calcul d'intégrale du terme source par une valeur représentative du terme source à un point donné (situé à une distance s_0 en amont du point \vec{r}) et atténuée par $1 - e^{-\tau_s}$. Pour déterminer la distance s_0 , il suffit de déterminer la distance nécessaire pour obtenir une épaisseur optique τ_0 depuis le point \vec{r} considéré.

On peut maintenant reprendre l'équation (4.53) de l'ETR :

$$L(\vec{r}, \vec{\Omega}) \simeq \frac{J_w}{\pi}(r_w) e^{-\tau_s} + S(\vec{r} - s_0\vec{\Omega}, \vec{\Omega})(1 - e^{-\tau_s}) \quad (4.61)$$

Il reste à calculer la radiosité qui est exprimée par l'équation suivante :

$$J_w(r_w) = \varepsilon \pi L_{bw}(r_w) + (1 - \varepsilon) \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n} < 0} \left(\frac{J_w}{\pi}(r') e^{-\tau_s} + S(r_w - s_0\vec{\Omega}, \vec{\Omega})(1 - e^{-\tau_s}) \right) |\vec{\Omega} \cdot \vec{n}| d\Omega \quad (4.62)$$

La radiosité de la surface à la position r_w dépend de ce qu'elle émet compte tenu de sa température (terme de gauche) mais également de ce qu'elle réfléchit du rayonnement reçu de toutes les autres parois ou du milieu (terme de droite). On pourrait simplifier cette équation de la manière suivante :

$$J_w(r_w) = \varepsilon \times (\text{flux émis}) + (1 - \varepsilon) \times (\text{flux incident}) \quad (4.63)$$

On peut donc maintenant faire le calcul de la luminance intégrée et du flux radiatif dans le milieu en faisant l'intégration de l'équation 4.61 sur tout l'angle solide.

$$G(\vec{r}) = \frac{1}{\pi} \int_{4\pi} \left(J_w(r') e^{-\tau_s} + \pi S(\vec{r} - s_0\vec{\Omega}, \vec{\Omega})(1 - e^{-\tau_s}) \right) d\Omega \quad (4.64)$$

$$\vec{q}(\vec{r}) = \frac{1}{\pi} \int_{4\pi} \left[J_w(r') e^{-\tau_s} + \pi S(\vec{r} - s_0\vec{\Omega}, \vec{\Omega})(1 - e^{-\tau_s}) \right] \vec{\Omega} d\Omega \quad (4.65)$$

Le flux radiatif incident à la paroi est obtenu par :

$$\vec{q} \cdot \vec{n}(\vec{r}') = \frac{1}{\pi} \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n} < 0} \left[J_w(\vec{r}') e^{-\tau_s} + \pi S(\vec{r}' - s_0 \vec{\Omega}, \vec{\Omega}) (1 - e^{-\tau_s}) \right] |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}| d\Omega \quad (4.66)$$

Lorsque le milieu est optiquement épais (τ_s grand), la solution tend vers la contribution du milieu S . De plus, la distance particulière s_0 tend vers 0 lorsque τ_s tend vers l'infini. On ne voit donc que la contribution du milieu proche du point considéré, ce qui tend bien vers la bonne solution ; lorsque l'épaisseur optique est importante, le rayonnement est très vite atténué et on ne "perçoit" ainsi que le rayonnement proche.

Lorsque le milieu est optiquement fin (τ_s petit), la solution tend vers la contribution des parois par l'intermédiaire de la radiosité ce qui, asymptotiquement, est de nouveau la bonne solution. La contribution du milieu devient négligeable (avec une distance particulière s_0 importante, donc le terme source représentatif du milieu est situé en proche paroi).

L'IDA nécessite une estimation de la luminance intégrée et du flux radiatif pour calculer le terme source en chaque point. Nous utiliserons une résolution P_1 pour obtenir rapidement ces estimations. Il est ainsi ensuite possible de calculer la luminance intégrée et le flux radiatif par IDA en prenant en compte la radiosité de chaque paroi et l'épaisseur optique séparant la paroi et le point du milieu considéré. Il est à remarquer que pour un milieu purement absorbant bordé par des parois noires, l'IDA ne nécessite pas d'estimation préalable (puisque le terme de renforcement par diffusion est nul et qu'il n'y a pas de rayonnement réfléchi par les parois). L'IDA nécessitant une estimation de luminance intégrée, du flux radiatif et du flux incident aux parois, un calcul itératif est nécessaire pour converger vers une meilleure solution. Nous étudierons d'abord le calcul avec une seule itération (c'est à dire l'utilisation de l'IDA avec des estimations faites par l'approximation P_1) mais nous ferons également une étude de sensibilité sur l'apport d'un calcul itératif (c'est à dire en utilisant le résultat IDA, donc meilleur que celui de l'approximation P_1 en vue d'un nouveau calcul IDA).

4.2.4 Modified Differential Approximation (MDA)

À l'instar de l'IDA, la MDA utilise une décomposition de la luminance en chaque point du milieu pour séparer celle issue des parois et celle issue du milieu. Cependant cette décomposition est introduite directement dans l'ETR sous sa forme différentielle. On écrit donc :

$$L(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \underbrace{L_w(\vec{r}, \vec{\Omega})}_{\text{provenant des parois}} + \underbrace{L_m(\vec{r}, \vec{\Omega})}_{\text{provenant du milieu}} \quad (4.67)$$

On définit alors G_w , G_m , q_w et q_m suivant la même décomposition puisqu'ils découlent de l'intégration de l'équation précédente :

$$G(\vec{r}) = G_w(\vec{r}) + G_m(\vec{r}) \quad (4.68)$$

et :

$$\vec{q}(\vec{r}) = \vec{q}_w(\vec{r}) + \vec{q}_m(\vec{r}) \quad (4.69)$$

On va maintenant utiliser ces trois équations de décomposition et reprendre l'équation (4.30) pour réécrire l'ETR de façon analogue à l'approximation P_1 .

$$\begin{aligned} & \nabla_\tau \vec{\Omega} \left(L_m(\vec{r}, \vec{\Omega}) + L_w(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right) + \left(L_m(\vec{r}, \vec{\Omega}) + L_w(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right) \\ & = (1 - \omega) 4\pi L_b + \frac{\omega}{4\pi} \left[(G_m(\vec{r}) + G_w(\vec{r})) + A_1 (\vec{q}_m(\vec{r}) + \vec{q}_w(\vec{r})) \cdot \vec{\Omega} \right] \end{aligned} \quad (4.70)$$

On suppose alors que cette équation est la somme de deux équations, l'une portant sur L_w et l'autre sur L_m :

$$\nabla_\tau \vec{\Omega} L_w(\vec{r}, \vec{\Omega}) = -L_w(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (4.71)$$

$$\begin{aligned} & \nabla_\tau \vec{\Omega} L_m(\vec{r}, \vec{\Omega}) + L_m(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ & = (1 - \omega) 4\pi L_b + \frac{\omega}{4\pi} \left[(G_m(\vec{r}) + G_w(\vec{r})) + A_1 (\vec{q}_m(\vec{r}) + \vec{q}_w(\vec{r})) \cdot \vec{\Omega} \right] \end{aligned} \quad (4.72)$$

L'équation (4.71) sur L_w représente la contribution des parois. Cette équation, après intégration sur l'épaisseur optique, donne pour une paroi diffuse :

$$L_w(\vec{r}) = \frac{J_w(\vec{r}_w) e^{-\tau_s}}{\pi} \quad (4.73)$$

qui après intégration sur les 4π stéradians permet d'obtenir :

$$G_w(\vec{r}) = \frac{1}{\pi} \int_{4\pi} J_w(\vec{r}_w) e^{-\tau_s} d\Omega \quad (4.74)$$

et

$$q_w(\vec{r}) = \frac{1}{\pi} \int_{4\pi} J_w(\vec{r}_w) e^{-\tau_s} \vec{\Omega} d\Omega \quad (4.75)$$

avec J_w la radiosité des parois, calculable de la même façon que pour l'IDA à l'aide de l'équation (4.62).

L_m , représentée par l'équation (4.72), permet de déterminer l'apport du milieu. On effectue le même processus que pour l'approximation P_1 (à partir de l'équation (4.33) jusqu'à obtenir des équations de la forme de l'équation (4.35) et (4.39)) et enfin une équation aux dérivées partielles sur G (ici G_m) et \vec{q} (ici \vec{q}_m) comme l'équation (4.40). Il vient donc :

$$\nabla_\tau \vec{q}_m(\vec{r}) = (1 - \omega) 4\pi L_b(\vec{r}) + \omega (G_m(\vec{r}) + G_w(\vec{r})) - G_m(\vec{r}) \quad (4.76)$$

pour la divergence de flux provenant du milieu et

$$\vec{q}_m(\vec{r}) = \frac{\nabla_\tau G_m(\vec{r}) - \omega A_1 \vec{q}_w(\vec{r})}{\omega A_1 - 3} \quad (4.77)$$

pour l'expression du flux radiatif provenant du milieu. En combinant ces deux dernières équations, on obtient une équation de type Helmholtz comme pour l'approximation P_1 (équation (4.40)) :

$$\nabla_\tau \left(-\frac{1}{(3 - \omega A_1)} \nabla_\tau G_m(\vec{r}) \right) + (1 - \omega) G_m(\vec{r}) = (1 - \omega) 4\pi L_b(\vec{r}) + \omega G_w(\vec{r}) - \frac{\nabla_\tau \omega A_1 \vec{q}_w(\vec{r})}{3 - \omega A_1} \quad (4.78)$$

On peut obtenir une équation portant uniquement sur G_m et G_w en simplifiant le terme $\nabla_\tau \vec{q}_w(\vec{r})$ par son expression qui découle de l'équation (4.71) intégrée sur 4π stéradians :

$$\nabla_\tau \vec{q}_w(\vec{r}) = -G_w(\vec{r}) \quad (4.79)$$

Il reste à déterminer la condition aux limites pour résoudre cette équation. L'équation d'Helmholtz obtenue permet de résoudre la luminance intégrée provenant du milieu, la condition aux limites doit porter sur le rayonnement provenant du milieu. La formulation de Marshak doit ainsi être écrite sur G_m , ce qui correspond à une condition aux limites avec des parois froides. Elle est obtenue d'une façon analogue à celle de l'approximation P_1 . On obtient :

$$\frac{2(2-\varepsilon)}{\varepsilon} \left[\frac{-1}{3-A_1\omega} \right] [\nabla_\tau G_m(r_w) - A_1\omega \vec{q}_w(r_w)] \cdot \vec{n} + G_m(r_w) = 0 \quad (4.80)$$

avec donc le terme de droite, qui représente le terme des parois, égal à 0. Pour l'approximation P_1 , ce terme n'est pas nul. On en déduit au final la luminance intégrée et le flux radiatif par :

$$G(\vec{r}) = G_w(\vec{r}) + G_m(\vec{r}) \quad (4.81)$$

$$\vec{q}(\vec{r}) = \vec{q}_w(\vec{r}) + \vec{q}_m(\vec{r}) \quad (4.82)$$

Lors de la résolution MDA, pour un milieu optiquement épais, la solution tend vers une approximation P_1 (l'apport des parois est négligeable sauf près des bords), tandis que pour un milieu optiquement fin, la solution tend vers les termes liés à l'apport des parois, puisqu'on trouve que l'apport du milieu est négligeable après résolution de l'équation P_1 modifiée. Pour un milieu non diffusant, on peut également remarquer que l'équation d'Helmholtz de l'approximation P_1 (eq. 4.40) et celle de la MDA (eq. 4.78) sont identiques. Leur résolution donnera cependant des résultats légèrement différents du fait des conditions limites différentes qui sont utilisées (eq. (4.52) et eq. (4.80)). Les résultats obtenus par P_1 et MDA seront proches pour des milieux non diffusants, surtout si l'apport des parois est faible. Pour un cas avec des parois noires à 0K, les résolutions par approximation P_1 ou par MDA donneront exactement le même résultat. La MDA modélise le rayonnement issu des parois de la même façon que l'IDA, la différence entre les deux méthodes résidant dans la manière dont le rayonnement du milieu est évalué.

4.2.5 Algorithmes numériques

4.2.5.1 Quadrature angulaire

Les méthodes IDA ou MDA sont directionnelles et nécessitent donc de prendre en compte le rayonnement venant de toutes les directions, notamment en ce qui concerne l'évaluation du terme d'émission du rayonnement provenant de la paroi. Ce processus s'apparente donc à un lancer de rayons et ne dépend que de la géométrie étudiée. La première méthode de calcul mise en place, que nous appellerons algorithme "rigoureux", consiste à prendre en compte autant de directions que d'éléments de paroi, ce qui peut représenter un grand nombre de directions, débouchant donc sur un temps de calcul important, sans forcément toujours apporter un réel gain de précision. Une alternative consiste à utiliser un nombre fini de directions notamment par le biais d'une quadrature angulaire, chaque direction ayant un 'poids' spécifique (correspondant à l'angle solide qui l'entoure).

Différents types de quadratures existent (Koch [36] a résumé la formulation de nombreuses quadratures et a quantifié leur niveau de précision). Notre choix s'est porté sur les quadratures de type T_N qui permettent de balayer relativement équitablement tout l'angle solide sans direction privilégiée. Elles sont simples à implémenter et leur niveau de précision est très bon.

Les quadratures de type T_N (d'après Thurgood [62]) consistent à découper un triangle représentant un huitième de l'angle solide en N^2 sous-triangles de même taille. Les sommets et centres de ces sous-triangles sont ensuite projetés sur la sphère unité (voir figure 4.2).

Le nombre de directions d'une quadrature T_N vaut ainsi $8N^2$.

L'utilisation de l'algorithme rigoureux de l'IDA et MDA (autant de directions que d'éléments de parois) nécessite également d'évaluer l'angle solide sous lequel l'élément considéré voit cet élément de paroi. Avec l'utilisation d'une quadrature, ce calcul n'est pas nécessaire puisque les directions possèdent un poids spécifique correspondant à leur angle solide qui est calculé une seule fois.

L'utilisation d'une quadrature de type T_4 (128 directions) permet de diminuer drastiquement le nombre de rayons à lancer pour un calcul de type IDA/MDA. En effet, pour un maillage de taille modérée (7296 cellules et 3200 éléments de parois), le nombre de rayons à lancer est divisé par 33 avec l'utilisation d'une telle quadrature par rapport à l'algorithme complet (voir tableau 4.1). Cela permet également d'alléger le coût numérique de l'enregistrement de chacun des chemins parcourus. En effet, ce processus ne dépendant que de la géométrie qui reste fixe, il donne toujours le même résultat lors d'un calcul instationnaire, il est donc intéressant de le stocker en mémoire.

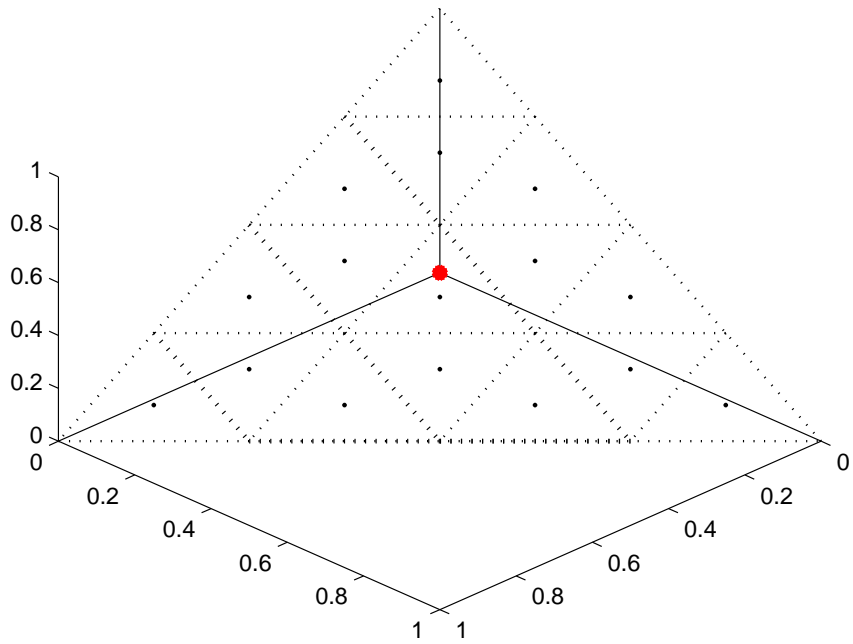
	Nombre d'éléments dans le milieu	Nombre de directions	Nombre d'éléments de paroi	Nombre de directions	Nombre de lancers de rayons
Quadrature T_4	7296	128	3200	64	1 138 688
Algorithme complet	7296	3200	3200	3199	33 584 000

TABLEAU 4.1 – Nombre de rayons à lancer suivant le type d'algorithme choisi

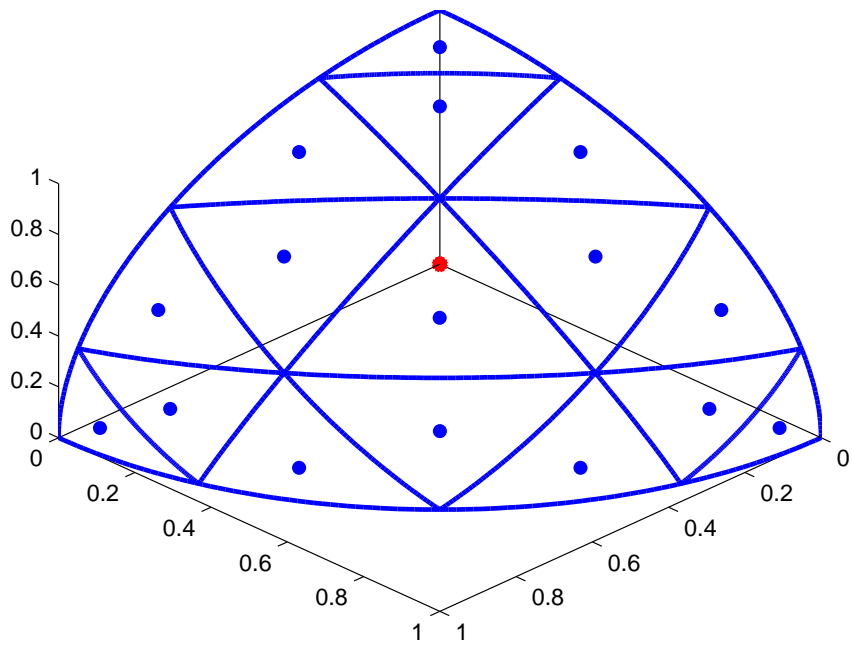
4.2.5.2 Détermination du chemin optique

L'algorithme dit "Volume à volume" (voir Mazumder [46]) permet de déterminer sur l'espace discrétisé un chemin optique parcouru d'un point donné dans une direction donnée. Il consiste à partir du centre d'un élément volumique ou surfacique dans une certaine direction et à naviguer de cellule en cellule (ou volume à volume) jusqu'à rencontrer une paroi portant une condition aux limites pour le transfert radiatif.²

2. Notre domaine peut également présenter des conditions aux limites de type 'inlet' (entrée de fluide) ou 'outlet' (sortie de fluide) pour l'écoulement. Il n'est pas possible de connaître exactement les caractéristiques d'une paroi de type 'mur' située au delà de ces frontières de type 'inlet' ou 'outlet', on s'arrête donc dès que l'on rencontre une frontière de ce type et on considère cette paroi comme une paroi noire ayant un flux net nul. Ainsi, sa radiosité est égale à son flux incident.



(a) Sous Triangle



(b) Transposition sur la sphère unité

FIGURE 4.2 – Représentation de la quadrature T_4

Nous obtenons donc le chemin parcouru entre l'élément et la paroi qui est dans cette direction, sous la forme d'une liste ordonnée contenant le numéro de chaque élément traversé et la longueur parcourue dans chacun d'entre eux. Ainsi l'épaisseur optique d'un milieu non homogène dans une direction donnée est obtenue en multipliant le coefficient d'extinction de chaque élément traversé par la longueur parcourue dans cet élément.

Si le maillage présente des frontières portant une condition de symétrie, une réflexion spéculaire est effectuée permettant une poursuite du calcul. La figure 4.3 illustre le résultat de l'algorithme de volume à volume, démarrant du centre d'un élément surfacique (point A), touchant une paroi de type 'symétrie' (point B) et arrivant jusqu'à une frontière ayant une condition aux limites radiative (point C).

Cet algorithme n'a besoin d'être exécuté qu'une seule fois en début de calcul (au premier calcul IDA), les chemins parcourus pouvant être stockés en mémoire. Cela présente tout de même des difficultés de stockage pour les maillages fins puisque le nombre de chemins à stocker est de l'ordre de grandeur du produit du nombre de directions par le nombre d'éléments.

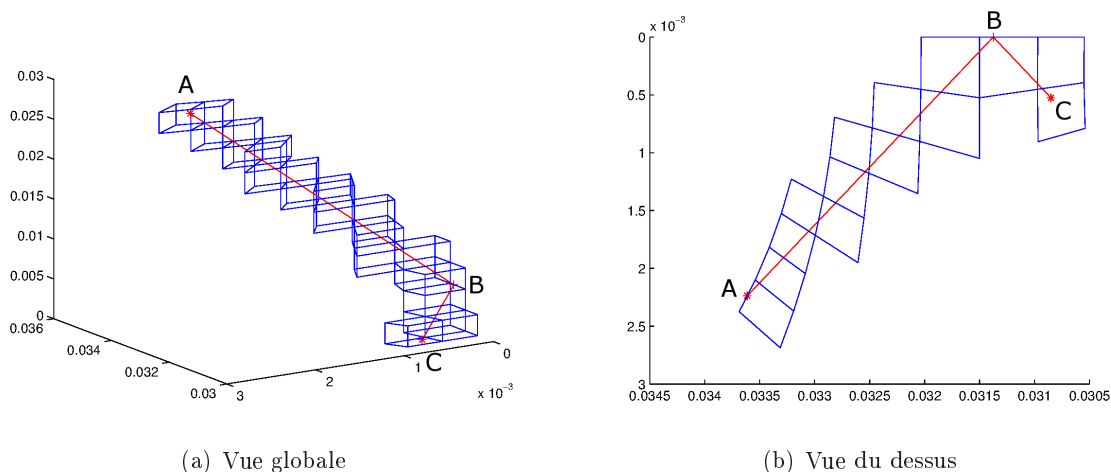


FIGURE 4.3 – Illustration de l'algorithme volume à volume avec une symétrie

Algorithme numérique de l'IDA

L'algorithme général de l'IDA est le suivant :

1. Calcul et enregistrement des chemins optiques dans toutes les directions à partir de toutes les frontières portant une condition aux limites qui n'est pas de type symétrie.
2. Calcul et enregistrement des chemins optiques dans toutes les directions à partir de tous les éléments du milieu.
3. Début du processus itératif
 - (a) Initialisation : estimation de G et \vec{q} dans le milieu ainsi que du flux incident \vec{q}_{incid} par approximation P_1 (ou reprise des résultats par IDA à partir de la seconde itération)
 - (b) Pour chaque élément de paroi
 - i. Pour chaque direction

- A. Calcul IDA (voir algorithme suivant)
 - (c) Pour chaque élément du milieu
 - i. Pour chaque direction
 - A. Calcul IDA (voir algorithme suivant)
 - (d) Test de convergence. Retour à l'étape 3 si le calcul n'est pas suffisamment convergé.
4. Calcul du flux net aux parois
 5. Calcul de la divergence de flux dans le milieu

Algorithme de résolution IDA :

1. Calcul de la longueur totale entre le centre de l'élément considéré et la paroi atteinte dans cette direction en sommant la longueur parcourue dans chacun des éléments du milieu.
2. Calcul de l'épaisseur optique sur ce chemin en sommant l'épaisseur optique obtenue dans chacun des éléments du milieu.
3. Calcul de l'épaisseur optique τ_{00} via l'équation (4.59).
4. Recherche de l'élément situé à la distance s_0 (donc à une épaisseur optique τ_0) du centre de l'élément et dans la direction considérée.
5. Calcul du terme source (équation (4.55)) à partir des valeurs de luminance intégrée, du flux radiatif, de la fonction de Planck et des propriétés radiatives de cet élément à la distance s_0 .
6. Calcul de la radiosité des parois via l'équation (4.62) (en utilisant le flux incident provenant de l'approximation P_1 ou de l'IDA si le calcul IDA sur les parois a déjà été effectué).
7. Calcul de la part de luminance intégrée G et du flux radiatif \vec{q} dans l'élément pour la direction considérée à partir des équations (4.64) et (4.65).

Algorithme numérique de la MDA

La MDA fonctionne de façon similaire à l'IDA pour déterminer l'apport des parois. Le calcul rigoureux se fait en prenant en compte l'apport de chacun des éléments de parois mais pour des raisons de temps de calcul, l'utilisation d'une quadrature peut également être adaptée.

L'algorithme numérique de la MDA est le suivant :

1. Résolution de l'équation d'Helmholtz (équation 4.40 page 62) pour obtenir le flux incident aux parois par P_1 en cas de calcul avec parois non noires.
2. Calcul et enregistrement des chemins optiques dans toutes les directions à partir de toutes les parois physiques.
3. Calcul et enregistrement des chemins optiques dans toutes les directions à partir de tous les éléments du milieu.
4. Calcul de la radiosité de toutes les parois (équation 4.62)
5. Pour chaque paroi
 - (a) Pour chaque direction
 - i. Calcul de l'épaisseur optique entre la paroi considérée et la paroi atteinte dans la direction choisie.

- ii. Calcul de L_w à la paroi pour cette direction (équation 4.73).
- (b) Boucle sur toutes les directions (donc sommation de la luminance dans toutes les directions). On connaît ainsi G_w et q_w pour cette paroi grâce aux équations (4.74) et (4.75)
- 6. On connaît ainsi G_w et q_w pour tous les éléments de parois.
- 7. Pour chaque élément
 - (a) Pour chaque direction
 - i. Calcul de l'épaisseur optique entre l'élément considéré et la paroi atteinte dans la direction choisie.
 - ii. Calcul de L_w dans l'élément pour cette direction (équation 4.73).
 - (b) Boucle sur toutes les directions (donc sommation de la luminance dans toutes les directions). On connaît ainsi G_w et q_w pour cet élément grâce aux équations (4.74) et (4.75).
- 8. On connaît ainsi G_w et q_w pour tous les éléments du milieu.
- 9. Résolution de l'équation P_1 modifiée de type Helmholtz (équation (4.78)) pour obtenir G_m et q_m .
- 10. Détermination de la luminance intégrée G et du flux radiatif \vec{q} par les équations (4.81) et (4.82).
- 11. Calcul du flux net aux parois
- 12. Calcul de la divergence de flux dans le milieu

La MDA nécessite donc le même processus de lancer de rayons que l'IDA, cette étape n'étant nécessaire qu'une seule fois dans le calcul. La résolution du rayonnement provenant du milieu est réalisée de façon analogue à l'approximation P_1 .

4.2.6 Conclusion sur les modèles

L'approximation P_1 permet de s'affranchir de l'aspect directionnel du rayonnement grâce aux orthogonalités des harmoniques sphériques. Cela permet une résolution rapide du transfert radiatif. Mais cette méthode pourrait avoir des limites en cas de rayonnement très directionnel. C'est une méthode qui est également réputée pour être imprécise en milieu optiquement fin, notamment lorsque l'apport des parois est important devant l'apport du milieu. Ses méthodes dérivées, la MDA et l'IDA, repartent sur une approche directionnelle, qui permet notamment une bonne modélisation du rayonnement reçu par les parois. Ces deux méthodes modélisent le rayonnement provenant du milieu de façon différente, l'une (MDA) de façon similaire à l'approximation P_1 et l'autre (IDA) sous une formulation intégrale de l'ETR. Cependant, l'aspect directionnel nécessite une résolution plus complexe et donc un temps de calcul accru. Nous nous proposons donc d'utiliser une quadrature de type T_N afin de limiter le nombre de directions nécessaires pour couvrir tout l'espace angulaire et ainsi garder un temps de calcul raisonnable. Nous allons maintenant vérifier le niveau de précision de ces différentes méthodes et analyser les conditions radiatives dans lesquelles leurs résultats sont précis ou non. Nous ferons une analyse sur différents cas test pour couvrir les différents aspects radiatifs que l'on peut rencontrer dans un APRP.

4.3 Validation des différentes méthodes

L'approche P_1 permet d'obtenir une résolution du transfert radiatif de façon très rapide, mais, dans certains cas, au détriment de la précision. Ses méthodes dérivées (IDA et MDA) sont censées combler ces manquements. Nous allons donc quantifier l'erreur commise par chaque méthode de calcul par rapport à des résultats de référence de la littérature sur des cas "académiques" et puis par rapport à des résultats obtenus expérimentalement dans une situation impliquant un milieu gaz-gouttelettes plus proche de notre application.

4.3.1 Validation par rapport à des cas académiques

Dans cette partie sont présentés des résultats P_1 , IDA et MDA (toutes deux utilisant une quadrature T_4 offrant un bon rapport temps de calcul/précision) pour différents cas de la littérature. Pour chaque cas présenté, une première figure présentera le résultat des différentes méthodes par rapport à la solution de référence, tandis qu'une deuxième figure présentera les écarts relatifs des méthodes par rapport au résultat de référence. L'écart relatif est calculé suivant la relation :

$$\text{Écart relatif} = \frac{\text{Résultat}_{\text{solution}} - \text{Résultat}_{\text{référence}}}{\text{Résultat}_{\text{référence}}} \quad (4.83)$$

L'écart moyen "em" du résultat obtenu pour chaque méthode considérée par rapport à la solution de référence est également mentionné. Le résultat de référence est toujours représenté en rouge, l'approximation P_1 en vert, l'IDA en bleu et la MDA en violet.

Cette étape de validation a été faite à l'aide du code libre `Code_Saturne` (EDF), contenant notamment un module de résolution du transfert radiatif par approximation P_1 et dans lequel nous avons implémenté nos modèles IDA et MDA.

Un récapitulatif des écarts moyens et temps de calcul de chaque méthode sur les différents cas-tests est également présenté.

Les différents cas-tests ont été choisis pour couvrir tous les aspects radiatifs que l'on peut rencontrer dans les conditions d'un accident de perte de réfrigérant primaire, à savoir des milieux optiquement fins ou optiquement épais, absorbant et/ou diffusant avec également les aspects de diffusion anisotrope, une géométrie avec des zones ne pouvant rayonner entre elles, les parois non noires, les milieux non homogènes.

4.3.1.1 Cas 1 : Cylindre purement absorbant

Notre premier cas de validation porte sur l'étude du transfert radiatif à l'intérieur d'une enceinte de la forme d'un cylindre de révolution d'un diamètre de 1 m et d'une hauteur de 3 m (voir figure 4.4) contenant un milieu homogène purement absorbant à 1200 K, bordé par des parois noires à 300 K. Des résultats de référence, provenant de Joseph [34] et obtenus par une méthode de lancer de rayons, sont disponibles pour trois coefficients d'absorption ($\kappa = 0,1, 1$ ou 10 m^{-1}) pour le flux à la paroi le long d'une génératrice et la divergence de flux radiatif à l'intérieur du milieu suivant l'axe du cylindre.

Divergence de flux radiatif

Les figures 4.5, 4.6 et 4.7 représentent la divergence de flux radiatif et l'écart relatif pour chaque méthode par rapport aux résultats obtenus par la méthode de référence (lancer de rayons). On remarque que, quelle que soit l'épaisseur optique, l'IDA avec une quadrature T_4 donne des

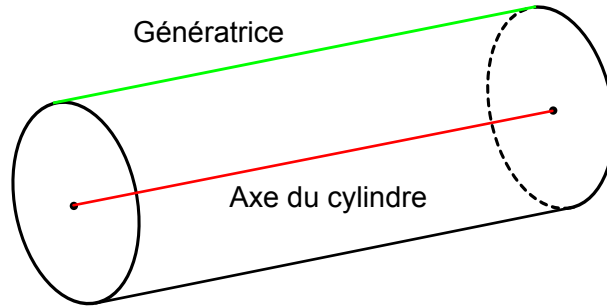


FIGURE 4.4 – Emplacement des résultats de référence de Joseph et al.

résultats toujours bien meilleurs que ceux obtenus par l'approximation P_1 ou par la MDA (ces deux solutions étant quasiment confondues). L'écart moyen obtenu pour l'IDA est généralement inférieur à 1 % pour les milieux optiquement fins ou intermédiaires. On observe un écart plus important pour un milieu très optiquement épais (que l'on pourrait même considérer comme opaque du fait de l'importante épaisseur optique $\tau \gg 5$). On remarque ainsi que l'approximation P_1 donne dans ces cas-là un meilleur résultat en milieu optiquement fin qu'en milieu optiquement épais ce qui est troublant vu les caractéristiques de la P_1 . Cependant, le milieu émettant tout de même beaucoup plus de rayonnement que les parois, cela peut expliquer les résultats plutôt bons de l'approximation P_1 dans ce cas. La MDA ne permet pas d'améliorer le résultat P_1 du fait que le milieu est purement absorbant (donc l'albédo est nul). Comme le milieu est fortement émissif (milieu 4 fois plus chaud que les parois donc pour ce cas, le milieu est capable d'émettre une puissance 256 fois supérieure si on se base sur la loi de Stefan), le terme radiatif des parois est négligeable devant le terme radiatif du milieu. Ainsi, pour un temps de calcul supérieur (et du même ordre de grandeur que l'IDA), le résultat MDA reste très proche du résultat P_1 . Elle n'apporte donc rien pour ce cas-test.

Flux radiatif à la paroi

Nous comparons le flux net à la paroi (figures 4.8, 4.9 et 4.10 page 77) obtenus par les différentes méthodes par rapport à celui calculé par la méthode de lancer de rayons. Les écarts relatifs sont plus importants que ceux de la divergence de flux à l'intérieur du milieu pour les méthodes P_1 et MDA avec notamment des difficultés à prédire correctement le flux sur les extrémités du cylindre et le surestiment jusque 40 %. L'IDA parvient à modéliser correctement le flux net et présente un écart moyen inférieur à 4,5 % dans le cas le moins favorable.

4.3.1.2 Cas 2 : Cavité en L

Ce second cas de validation, étudié notamment par Malalasekera et James [43], puis repris par Sakami et al. [55] et Grissa et al.[22], concerne une cavité en forme de L. Cette géométrie est intéressante car elle conduit à des zones cachées puisque certaines parties de la cavité ne peuvent pas rayonner directement l'une vers l'autre. Il est donc intéressant de vérifier si nos codes sont capables de simuler correctement le transfert radiatif dans ce type de géométrie. En effet, dans notre cas d'étude, un assemblage de crayons présente également des zones cachées. Cette cavité en L (dont la géométrie exacte est représentée sur la figure 4.11) contient un milieu homogène purement absorbant à 1000 K, bordé par des parois noires à 500 K. Nous présentons des comparaisons avec les résultats obtenus par Sakami et al. [55], pour le flux net à la paroi sur

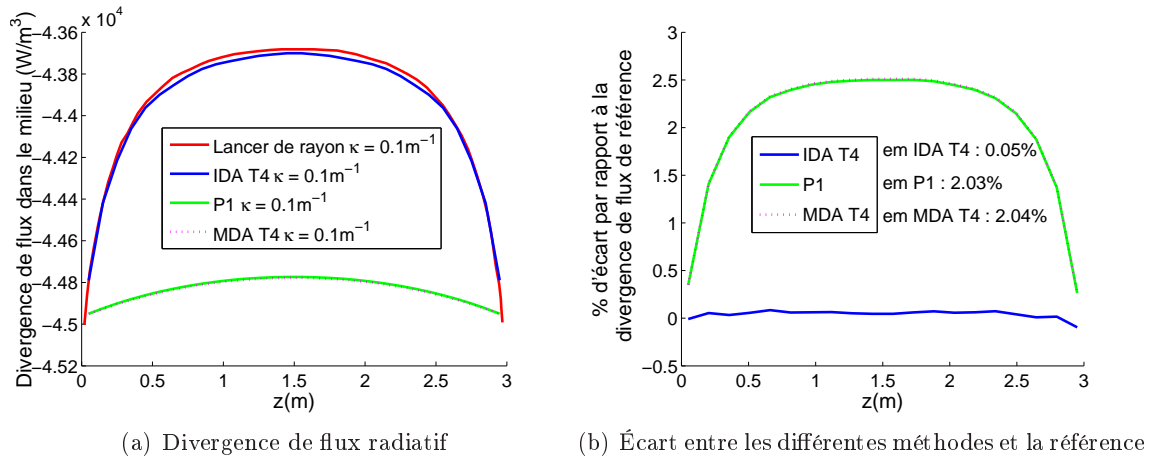


FIGURE 4.5 – Cylindre de Joseph et al. : Divergence de flux radiatif pour $\kappa = 0,1 \text{ m}^{-1}$

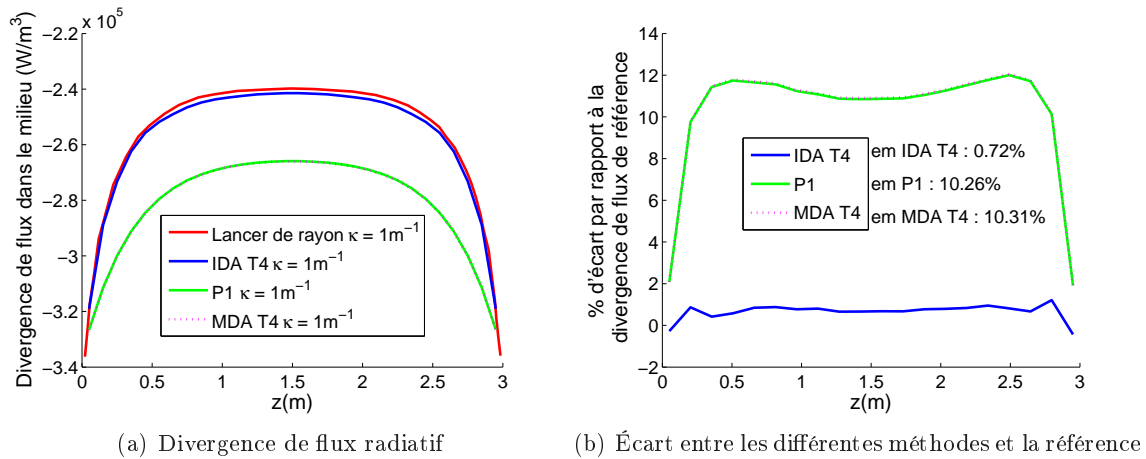


FIGURE 4.6 – Cylindre de Joseph et al. : Divergence de flux radiatif pour $\kappa = 1 \text{ m}^{-1}$

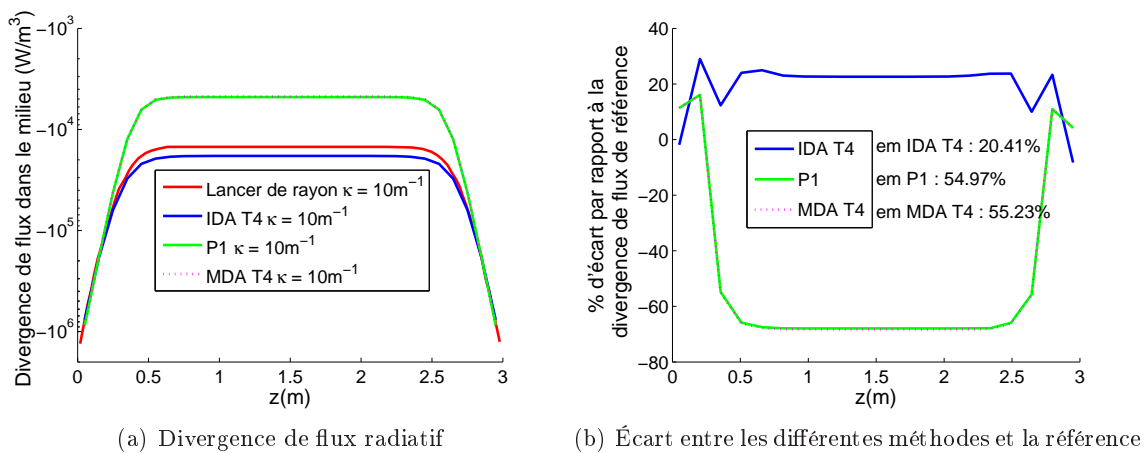


FIGURE 4.7 – Cylindre de Joseph et al. : Divergence de flux radiatif pour $\kappa = 10 \text{ m}^{-1}$

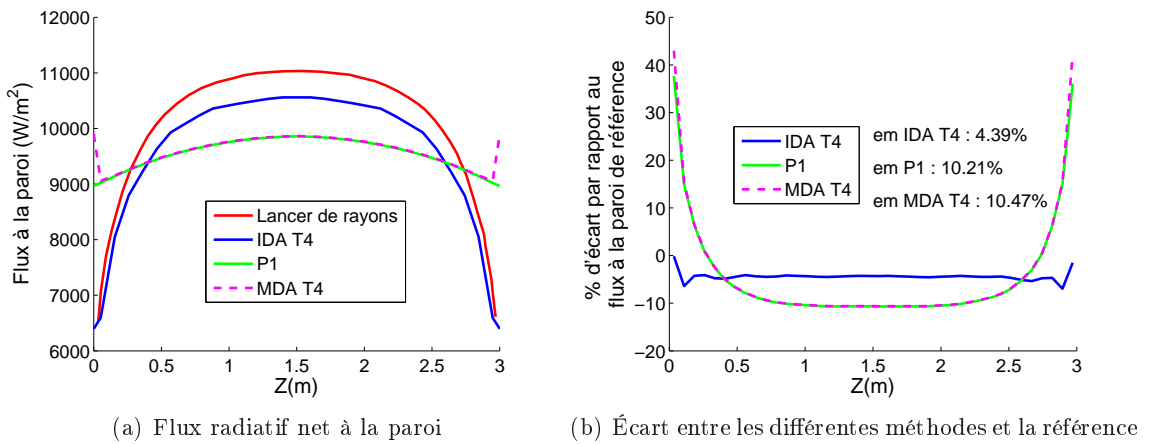


FIGURE 4.8 – Cylindre de Joseph et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 0,1 \text{ m}^{-1}$

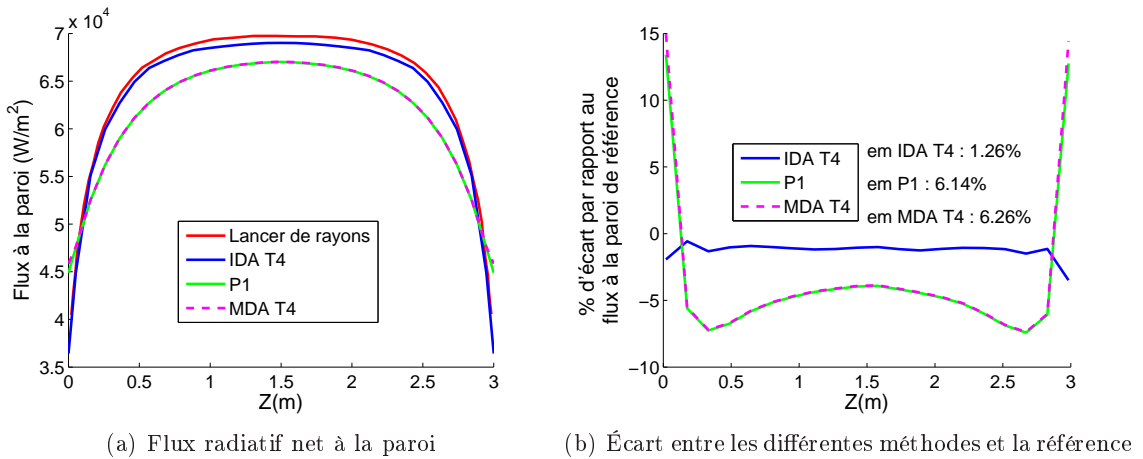


FIGURE 4.9 – Cylindre de Joseph et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 1 \text{ m}^{-1}$

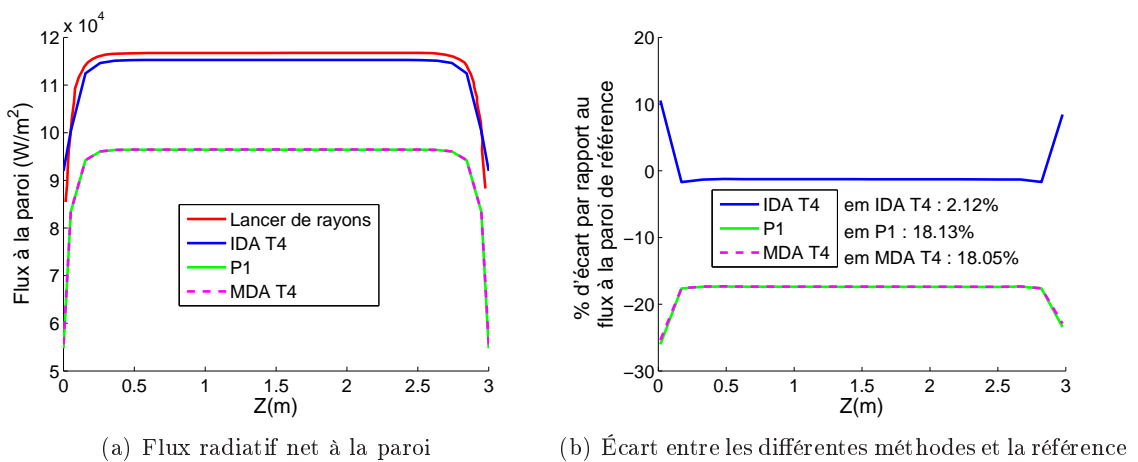


FIGURE 4.10 – Cylindre de Joseph et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 10 \text{ m}^{-1}$

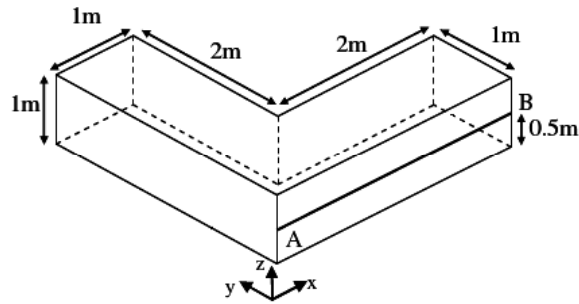


FIGURE 4.11 – Géométrie de la cavité en L

le segment AB pour trois coefficients d'absorption différents ($\kappa = 0,5, 2$ ou 10 m^{-1}).

Flux net radiatif à la paroi

Les figures 4.12, 4.13 et 4.14 donnent le flux à la paroi obtenu avec les différentes méthodes et celui donné par la méthode de référence de Sakami (méthode des volumes finis) ainsi que les écarts relatifs observés. On peut remarquer que l'écart relatif moyen pour l'IDA est inférieur à 2 % avec un écart maximum local de 4 %. Les résultats de l'approximation P_1 et de la MDA sont très proches (pour les mêmes raisons que pour le cylindre purement absorbant) avec un écart moyen compris entre 4,5 et 9 %. On remarque également dans le cas faiblement absorbant quelques oscillations pour le résultat IDA, dans la zone comprise entre l'abscisse 1 m et l'abscisse 2 m. Elles sont dues à un léger effet de rayon, lié à l'utilisation de la quadrature angulaire. Le rayonnement des parois est prépondérant dans un milieu de faible épaisseur optique, ainsi une mauvaise prise en compte de la géométrie du fait d'un nombre de directions trop faible va induire cet effet de rayon. On peut remarquer qu'il n'y a plus de "dissymétrie" dans les résultats lorsque le coefficient d'absorption augmente. En effet, le rayonnement des parois est rapidement atténué et a donc une plus faible influence sur les résultats.

Influence de la quadrature angulaire

Regardons l'influence du choix de la quadrature angulaire sur l'effet de rayon en faisant varier la quadrature angulaire de la T_2 (32 directions) jusque la quadrature T_8 (512 directions) (voir figure 4.16). L'effet de rayon est visible sur la figure 4.15 qui représente le flux à la paroi avec l'utilisation d'une quadrature de type T_2 .

On remarque que le flux à la paroi oscille fortement avec l'utilisation d'une quadrature avec un faible nombre de directions, tandis que le résultat est plus lissé avec les quadratures à nombre de directions important. On constate également que la quadrature T_4 semble toutefois suffisante puisque présentant en moyenne le même niveau de précision que les quadratures d'ordre plus élevé.

Influence du maillage

La discrétisation spatiale peut également avoir un rôle important sur la précision de la méthode. Nous avons testé deux maillages différents. Le premier pour lequel nous avons effectué

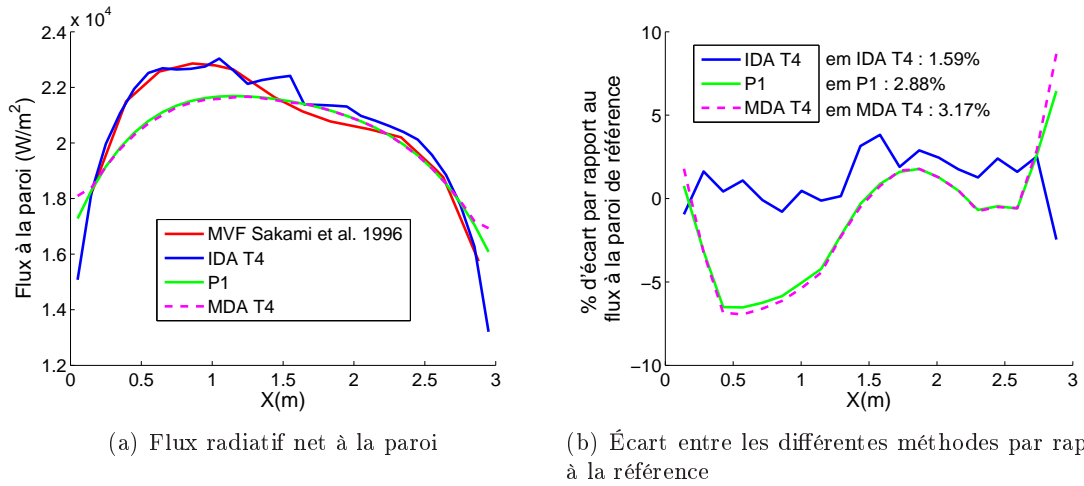


FIGURE 4.12 – Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 0,5 \text{ m}^{-1}$

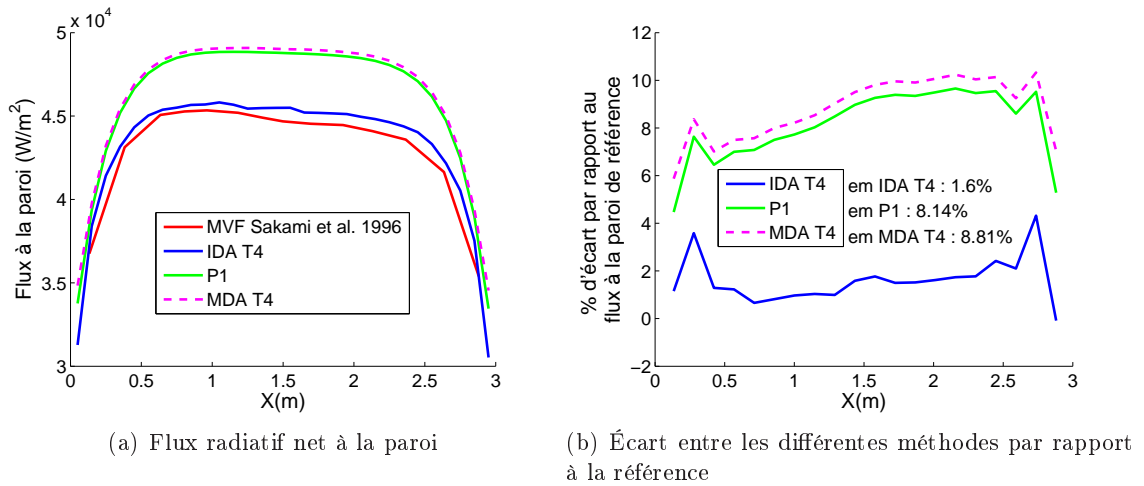


FIGURE 4.13 – Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 2 \text{ m}^{-1}$

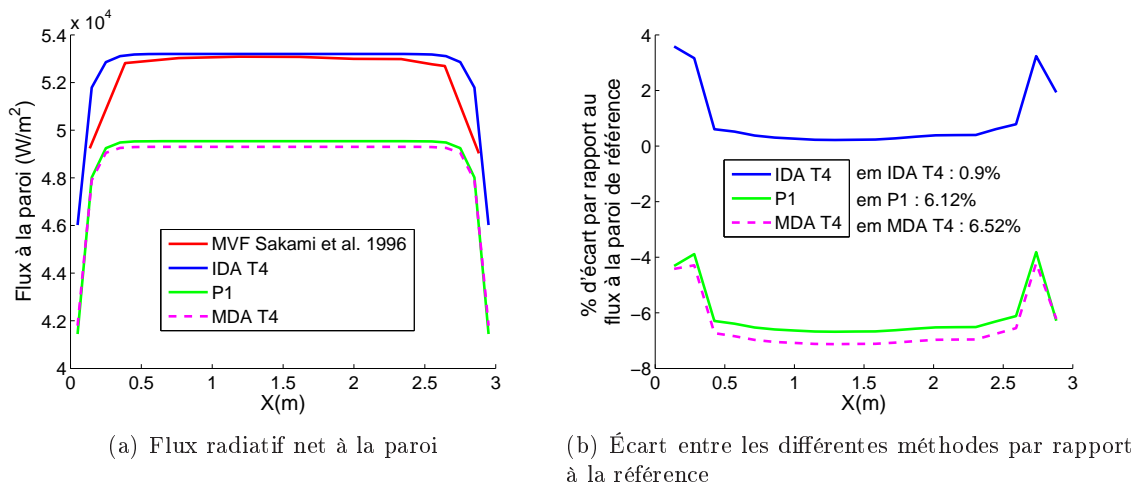


FIGURE 4.14 – Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 10 \text{ m}^{-1}$

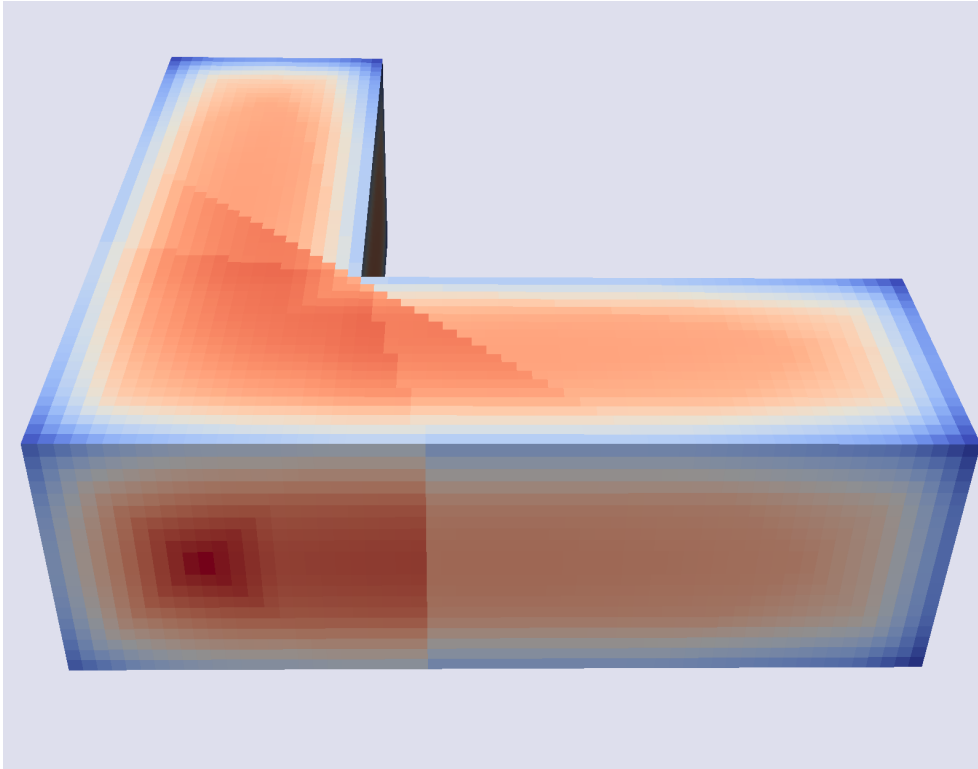


FIGURE 4.15 – Flux à la paroi pour la cavité en L par IDA T2, maillage 40000 éléments : illustration de l'effet de rayon

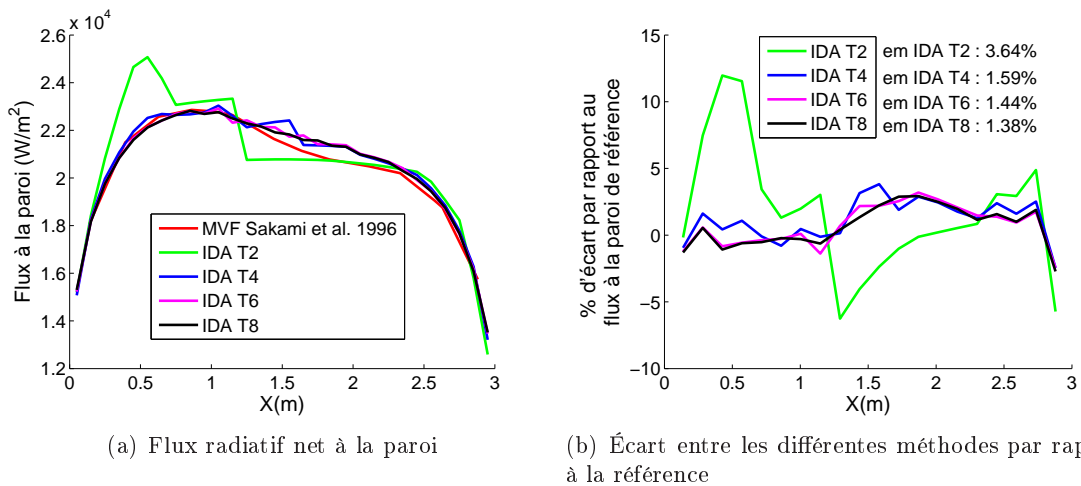


FIGURE 4.16 – Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 0,5 \text{ m}^{-1}$ pour différentes quadratures angulaires

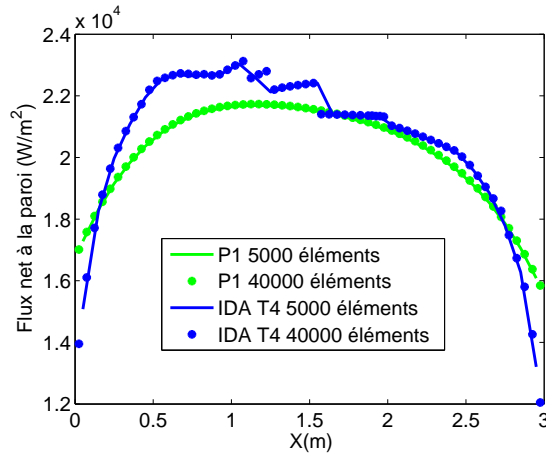


FIGURE 4.17 – Cavité en L de Sakami et al. : Flux radiatif net à la paroi pour $\kappa = 0,5 \text{ m}^{-1}$ pour différentes discrétisations spatiales

tous nos calculs présentés précédemment et contenant 5000 éléments de 0,1 m de côté et un second plus fin (40 000 éléments de 0,05m de côté) qui servira de comparaison. Les résultats pour l'approximation P_1 et l'IDA T_4 pour le coefficient d'absorption $\kappa = 0,5 \text{ m}^{-1}$ sont représentés sur la figure 4.17 (la MDA donnant un résultat similaire à l'approximation P_1 , il n'est pas intéressant de faire son calcul sur un maillage plus fin).

On remarque très peu de différences entre les 2 maillages, que ce soit pour l'approximation P_1 ou l'IDA. L'effet de rayon se fait ressentir sensiblement de la même manière pour l'IDA tandis que le résultat sur l'approximation P_1 n'est pas amélioré avec l'utilisation d'un maillage plus fin. Compte tenu de sa formulation, l'IDA nécessite de calculer les épaisseurs optiques entre un point du milieu et une paroi atteinte dans différentes directions. La discrétisation spatiale ne modifie pas les épaisseurs optiques donc l'IDA est, comme on pouvait s'en douter, relativement peu dépendante du maillage.

4.3.1.3 Cas 3 : Cube absorbant/diffusant

Ce troisième cas de validation, étudié par Tan et Hsu [60], concerne une enceinte cubique de 1 m de côté contenant un milieu absorbant/diffusant isotrope. Ce cas test présente également la particularité d'avoir un rayonnement fortement directionnel et dépendant de la température de la paroi. En effet, le milieu et cinq faces sont à une température de 0 K, seule une face est à une température de 86.27 K, afin d'avoir une puissance d'émission unitaire ($\frac{\sigma_{SB} T^4}{\pi} = 1$). Toutes les parois sont noires. Ils ont donné plusieurs résultats de référence pour un milieu homogène, ainsi que pour un milieu non-homogène. Les résultats sont exprimés en terme de luminance intégrée G et de flux radiatif dans la direction y selon la ligne pointillée représentée sur la figure 4.18. Cette ligne traverse le cube en allant du centre de la paroi chaude vers le centre de la paroi qui lui est opposée.

Milieu homogène

Tan et Hsu [60] ont étudié ce problème en utilisant une formulation intégrale de l'ETR (méthode YIX) pour différents albédos ($\omega = 0,1, 0,5$ ou 1) pour une épaisseur optique τ de 1

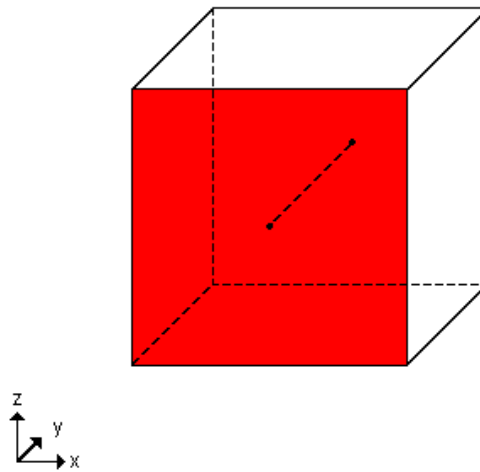


FIGURE 4.18 – Géométrie et axe des résultats

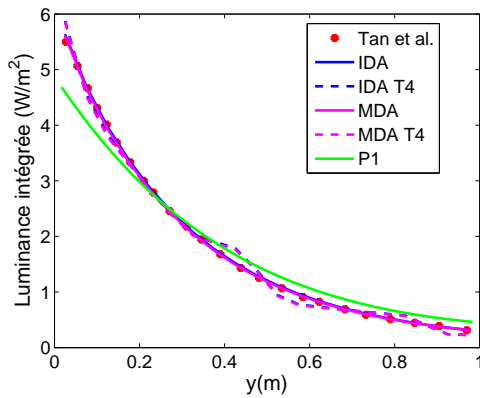
ainsi que pour différentes épaisseurs optiques ($\tau = 0,1, 0,5$ ou 1) pour un albédo ω de $0,5$, ce qui nous fait un total de 5 cas de référence.

Ce cas test présentant un rayonnement fortement directionnel, l'utilisation d'une quadrature de type T_4 présente un nombre de directions trop faible et provoque ainsi des effets de rayons. Nous avons donc également utilisé l'approche stricte des méthodes IDA et MDA en utilisant toutes les directions possibles (algorithme "rigoureux"), c'est à dire tous les couples élément de paroi-élément du milieu possibles. Il y a ainsi autant de directions que d'éléments de paroi. Cet algorithme nécessite également de calculer l'angle solide sous lequel chaque élément considéré voit chacun des éléments de parois. Les calculs représentés par "IDA" et "MDA" utilisent cette approche, nous avons également indiqué les résultats de calculs utilisant la quadrature T_4 mettant en évidence les effets de rayons.

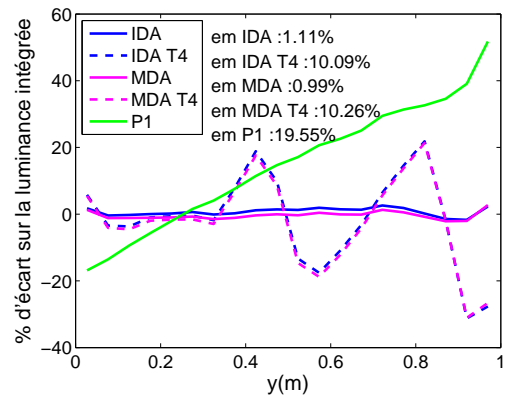
Les figures 4.19, 4.21, 4.24 et 4.26 représentent la luminance intégrée pour les différents cas (sauf lorsque $\tau = 1$ et $\omega = 1$) ainsi que les écarts relatifs correspondants tandis que les figures 4.20, 4.22, 4.23, 4.25 et 4.27 concernent le flux radiatif.

On peut remarquer que, quelles que soient les propriétés radiatives du cas test, l'IDA et la MDA permettent d'obtenir une luminance intégrée et un flux radiatif très proches des solutions de référence. On remarque également les fortes oscillations dues aux effets de rayons lorsque l'on utilise une quadrature T_4 . Elles s'amplifient lorsque l'on s'éloigne de la paroi chaude. Cela s'explique simplement par le fait que plus un élément du milieu est éloigné de la paroi chaude et plus l'angle solide sous lequel il la perçoit diminue. Il en résulte donc un plus petit nombre de directions atteignant la paroi chaude et ainsi une mauvaise représentation de cette paroi. Les résultats IDA et MDA sont proches du fait de l'importance de l'émission des parois par rapport à l'émission du milieu, caractérisée dans les deux méthodes par la radiosité.

Les résultats P_1 sont assez imprécis, avec des écarts moyens de 20 % au mieux, pouvant même atteindre 60 % lorsque le milieu est optiquement fin. Cela montre bien les limites de l'approximation P_1 pour un rayonnement fortement directionnel.

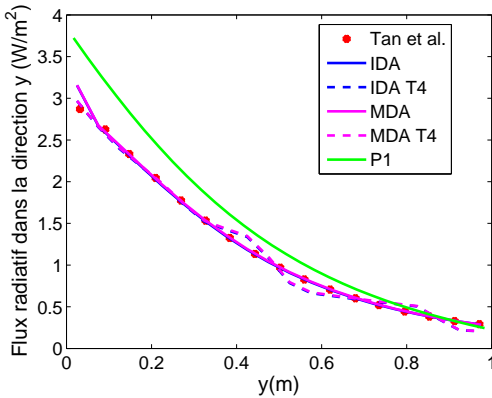


(a) Luminance intégrée

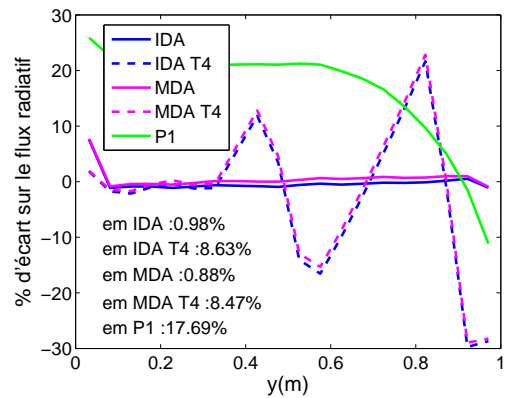


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.19 – Luminance intégrée pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,1$

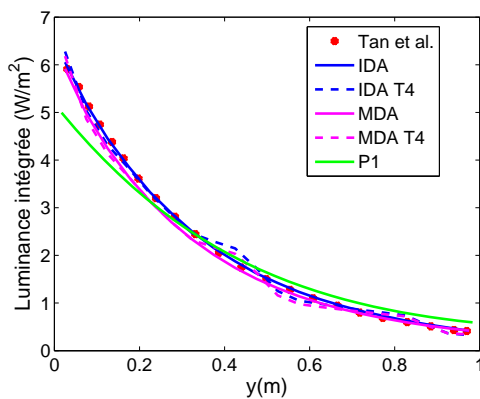


(a) Flux radiatif dans la direction y

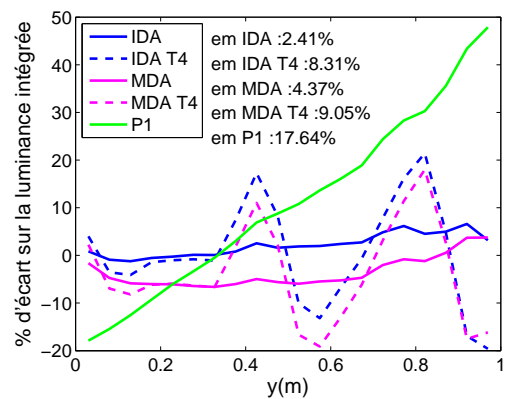


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.20 – Flux radiatif pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,1$

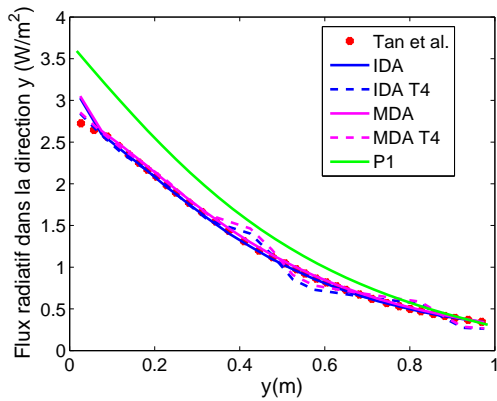


(a) Luminance intégrée

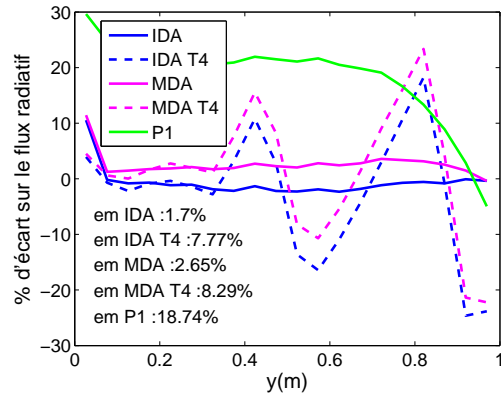


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.21 – Luminance intégrée pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,5$

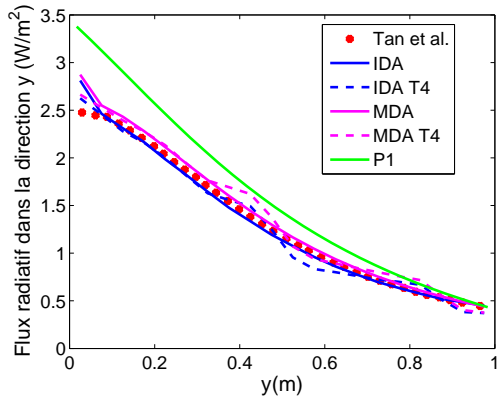


(a) Flux radiatif dans la direction y

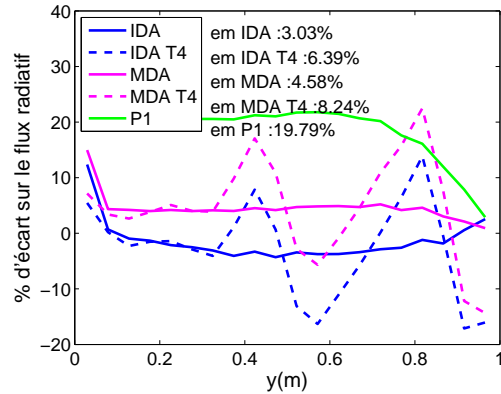


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.22 – Flux radiatif pour $\tau = 1$ et $\omega = 0,5$

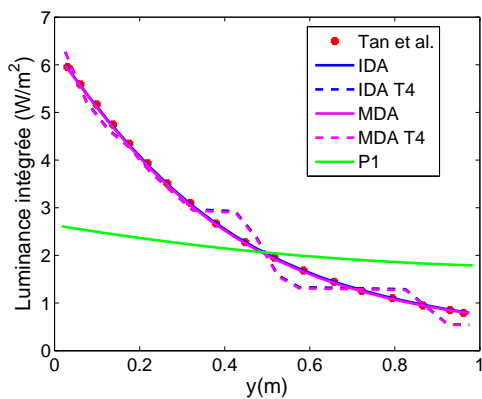


(a) Flux radiatif dans la direction y

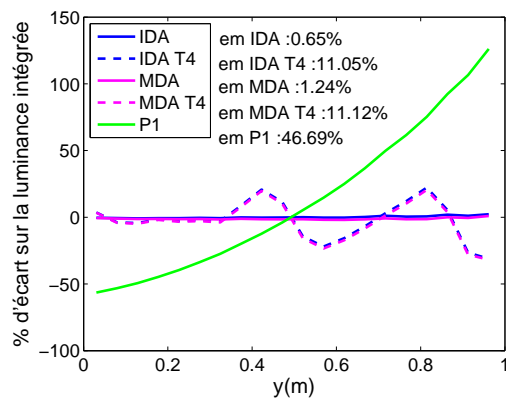


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.23 – Flux radiatif pour $\tau = 1$ et $\omega = 1$

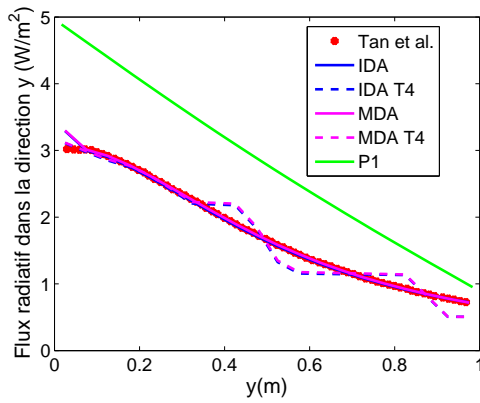


(a) Luminance intégrée

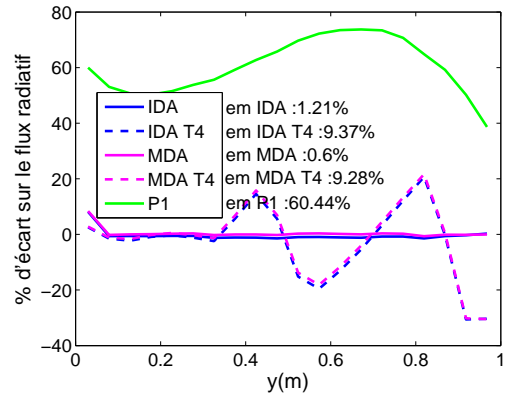


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.24 – Luminance intégrée pour $\tau = 0,1$ et $\omega = 0,5$

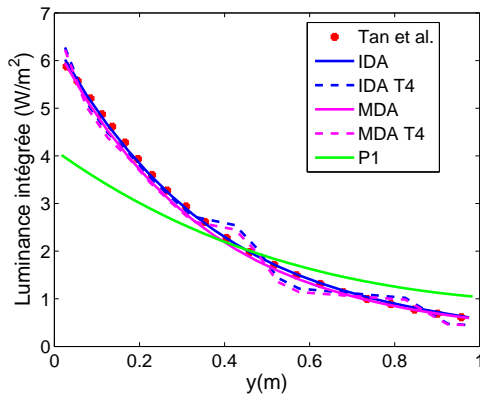


(a) Flux radiatif dans la direction y

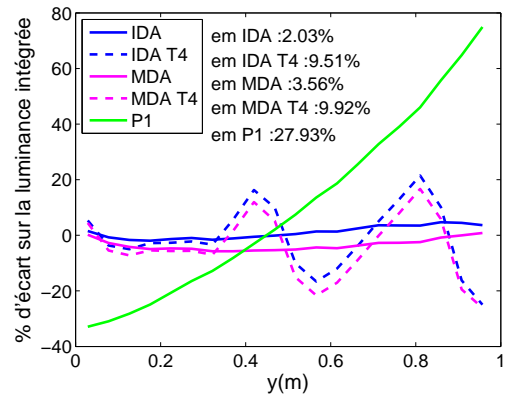


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.25 – Flux radiatif pour $\tau = 0,1$ et $\omega = 0,5$

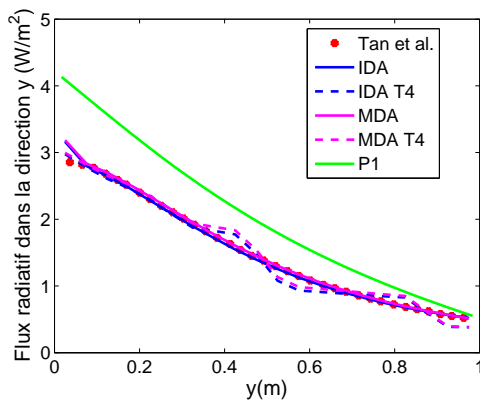


(a) Luminance intégrée

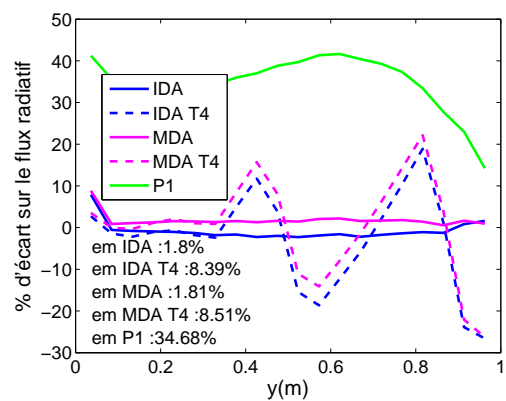


(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.26 – Luminance intégrée pour $\tau = 0,5$ et $\omega = 0,5$



(a) Flux radiatif dans la direction y



(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.27 – Flux radiatif pour $\tau = 0,5$ et $\omega = 0,5$

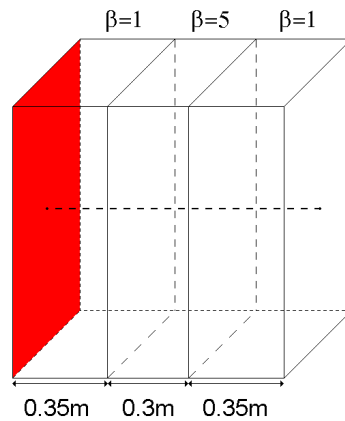


FIGURE 4.28 – Cube inhomogène de Tan et Hsu

L'IDA fait, pour chaque direction, l'évaluation de la luminance provenant des parois, provenant de l'émission du milieu et provenant du renforcement par diffusion. Or, dans ce cas test, le milieu est à une température de 0K (donc pas d'émission du milieu) et cinq faces sont à une température nulle (donc luminance nulle provenant des parois). Cela veut donc dire que pour une majorité des directions dans un calcul IDA, le seul terme non nul est le terme de renforcement par diffusion, évalué au préalable par approximation P_1 . Ainsi, pour le cas test avec $\tau = 1$ et $\omega = 1$, le terme de renforcement par diffusion contribue en moyenne à 16 % du flux total, atteignant même 46% du flux total pour les zones loin de la paroi chaude. Malgré les résultats peu précis donnés par l'approximation P_1 pour ce cas test, le résultat par IDA présente une très bonne précision (3 à 4 % d'écart maximum).

Milieu non homogène

Tan et Hsu [60] ont également étudié le cas d'un milieu non homogène. Le cube est alors découpé en trois zones comme indiqué sur la figure 4.28. Les deux zones latérales ont un coefficient d'extinction β égal à 1 tandis que la zone centrale a un coefficient d'extinction β égal à 5. Collin [10] a également étudié ce problème sur la luminance intégrée à l'aide d'une méthode de Monte-Carlo. Nous prendrons en valeur de référence le résultat de Collin pour la luminance intégrée. Nous ferons une comparaison par rapport au résultat de Tan et Hsu pour le flux radiatif.

Les figures 4.29 et 4.30 représentent respectivement la luminance intégrée et le flux radiatif au sein du milieu inhomogène le long de la ligne pointillée représentée sur la figure 4.28. Pour ce cas inhomogène, on constate pour la luminance intégrée une très bonne précision de l'IDA et la MDA par rapport à la méthode de Monte-Carlo avec un écart d'environ 3 %, les fortes erreurs se produisant pour les plus faibles valeurs de luminance intégrée. L'utilisation de la quadrature T_4 induit toujours un effet de rayon qui peut donner une sous-estimation ou surestimation de la luminance intégrée d'environ 20 % localement. L'écart moyen reste toutefois d'environ 9 %. L'approximation P_1 a des difficultés à prédire correctement la luminance intégrée dans la zone proche de la paroi chaude. On remarque également que le résultat obtenu par Tan et Hsu présente une rupture de pente à partir de $x=0,5$ m, ce qui l'éloigne du résultat par méthode de Monte-Carlo. Cette méthode semble donc avoir des difficultés à prédire correctement la luminance

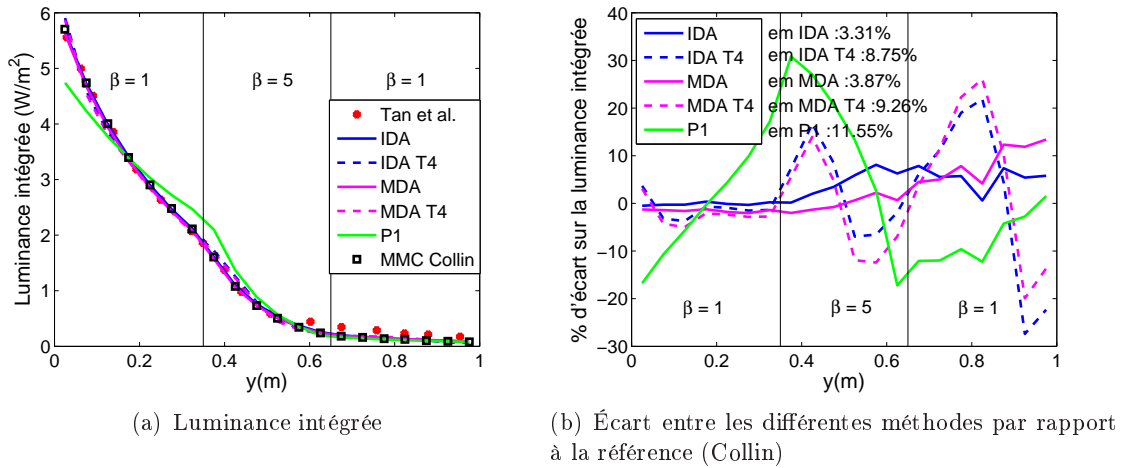


FIGURE 4.29 – Luminance intégrée pour le milieu non homogène

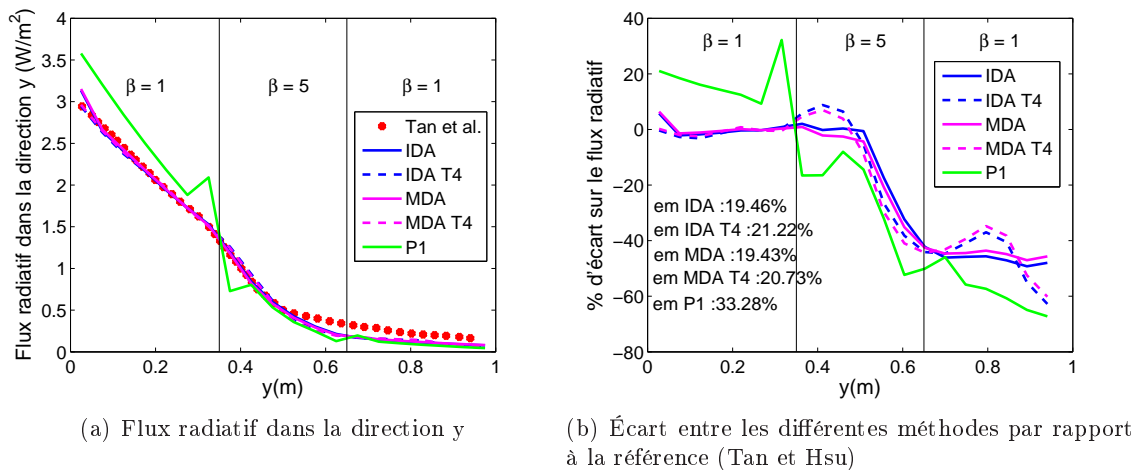


FIGURE 4.30 – Flux radiatif pour le milieu non homogène

intégrée.

Au niveau du flux radiatif, les résultats de l'IDA et de la MDA sont similaires à la solution de référence par Tan et Hsu sur la première moitié du cube. Le résultat par Tan et Hsu présentant de nouveau une rupture de pente à $x=0,5$ m, nous pouvons avoir des doutes sur le niveau de validité de leur résultat sur le flux par rapport à nos méthodes. L'important écart relatif de l'IDA et de la MDA par rapport au résultat de Tan et Hsu n'est sans doute pas significatif de l'écart réel par rapport à un résultat de référence qui aurait pu être obtenu par une méthode de Monte-Carlo.

Nos méthodes possèdent donc un écart relatif important après cette discontinuité, cependant pour des valeurs de flux et de luminance intégrée qui sont très faibles.

4.3.1.4 Cas 4 : Cube non homogène absorbant/diffusant

Nous avons étudié à nouveau un milieu non homogène dans ce quatrième cas de validation. On considère une enceinte cubique de 1 m de côté bordée par des parois noires à 0 K et contenant un milieu non homogène à 64,8 K (pour avoir un pouvoir émissif de référence $\sigma_{SB}T^4 = 1$). Le milieu est à la fois absorbant et diffusant de façon isotrope, avec un albédo ω de 0,9. Le coefficient d'extinction dépend de l'espace selon :

$$\beta(x, y, z) = 0,9 \times \left(1 - \frac{|x|}{0,5}\right) \left(1 - \frac{|y|}{0,5}\right) \left(1 - \frac{|z|}{0,5}\right) + 0,1 \quad (4.84)$$

sachant que l'origine O se situe au centre du cube (0;0;0) (voir figure 4.31). On se retrouve donc avec un milieu possédant un coefficient d'extinction $\beta = 1$ au centre du cube et un faible coefficient d'extinction β près des parois. Ce cas a été étudié par Jiang [33] et Hsu et Farmer[29] avec l'utilisation de méthodes de Monte-Carlo. Ils ont ainsi obtenu des résultats de référence pour la divergence de flux radiatif à l'intérieur du milieu (ligne de B à O) ainsi que pour le flux à la paroi (ligne de A à B, le flux radiatif à la paroi étant identique sur les 6 parois du fait de la symétrie du problème). Leurs méthodes de Monte-Carlo convergent vers des valeurs similaires, nous comparerons nos résultats avec ceux de ces deux méthodes.

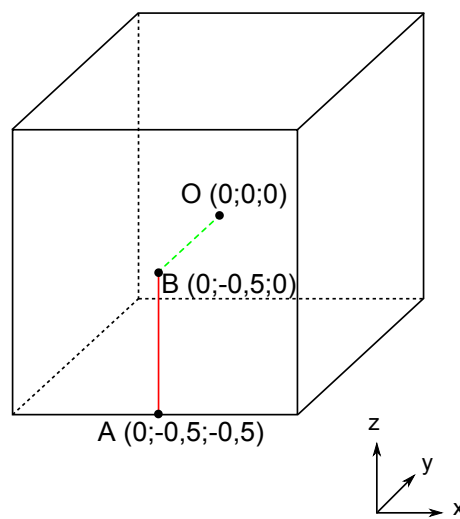
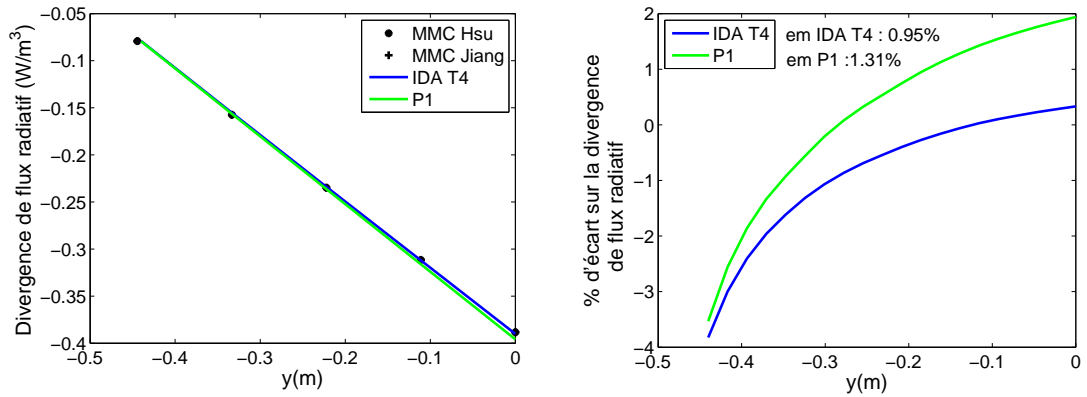


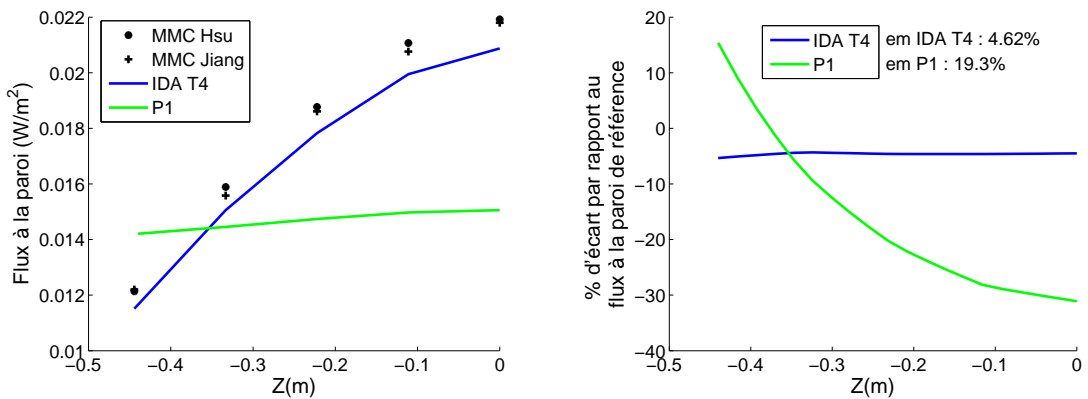
FIGURE 4.31 – Cube inhomogène de Jiang



(a) Divergence de flux radiatif

(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.32 – Divergence de flux radiatif pour le cube non homogène de Jiang



(a) Flux à la paroi

(b) Écart entre les différentes méthodes par rapport à la référence

FIGURE 4.33 – Flux à la paroi pour le cube non homogène de Jiang

Les figures 4.32 et 4.33 montrent les résultats pour la divergence de flux radiatif et pour le flux à la paroi dans ce milieu non-homogène. Les écarts sont également représentés de façon similaire aux cas précédents. Les résultats de la MDA ne sont pas représentés car ils sont strictement identiques aux résultats P_1 du fait que les parois sont non émissives. En effet, dans ce cas, les équations MDA sont strictement identiques à celle de l'approximation P_1 .

On remarque que les résultats IDA et P_1 sont très bons pour la divergence de flux avec un écart moyen de l'ordre de 1 %. Les résultats en terme de flux à la paroi sont moins bons, notamment pour l'approximation P_1 qui accuse un écart moyen proche de 20 %, tandis que l'IDA sous-estime légèrement le flux d'environ 5 %.

4.3.1.5 Cas 5 : Cylindre absorbant/diffusant anisotrope avec parois non noires

La dernière validation de nos méthodes porte sur un cas avec parois non noires et diffusion anisotrope linéaire. Chen et Sutton [7] ont étudié le transfert radiatif à l'intérieur d'un cylindre de révolution contenant un milieu absorbant/diffusant homogène ($\beta = 1$) à 86,27 K (voir figure 4.34). Les parois inférieures et supérieures sont noires à 0 K. Les parois sur le tour sont opaques à 0 K et d'une émissivité variable suivant la formule :

$$\varepsilon = 0,5(1 - \sin \phi) \quad (4.85)$$

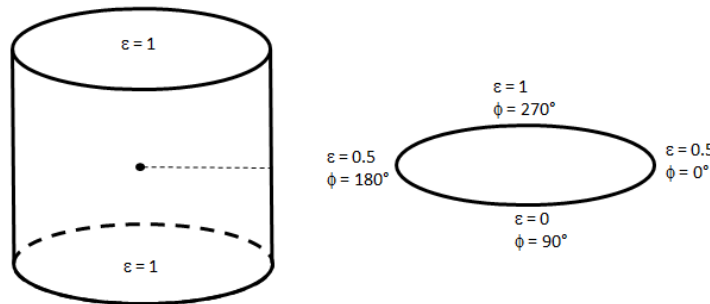


FIGURE 4.34 – Géométrie du problème et émissivité des parois

Chen et Sutton[7] ont notamment étudié le flux radiatif radial \vec{q}_r sur l'axe en pointillé pour une diffusion isotrope pour différents albédos, ainsi que la variation de la luminance intégrée sur ce même axe pour 3 coefficients d'anisotropie linéaire de la diffusion $A_1 = -0,99, 0$ et $0,99$. La MDA n'a pas été développée pour le calcul sur parois non noires, du fait de ses résultats moins performants par rapport à l'IDA pour les précédents cas tests. De plus, comme les parois sont à une température de 0K, l'apport des parois est faible (il y a tout de même un peu de réflexion du fait que des parois ne sont pas noires). Le résultat MDA serait donc proche du résultat par approximation P_1 .

La figure 4.35 présente le flux radiatif radial pour les différents albédos tandis que la figure 4.36 montre la luminance intégrée pour différentes anisotropies de diffusion. Les figures 4.37, 4.38 et 4.39 représentent l'écart relatif sur le flux radial tandis que les figures 4.40, 4.41 et 4.42 montrent l'écart sur la luminance intégrée.

Les parois non noires vont réfléchir une partie du rayonnement qu'elles reçoivent, impliquant un calcul plus compliqué pour la radiosité des parois puisque désormais, le second terme dans la

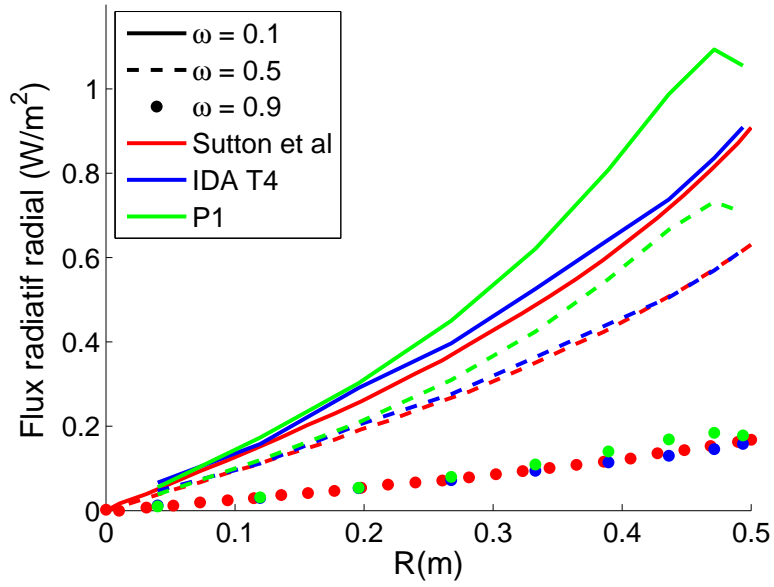


FIGURE 4.35 – Flux radiatif radial pour différents albédos

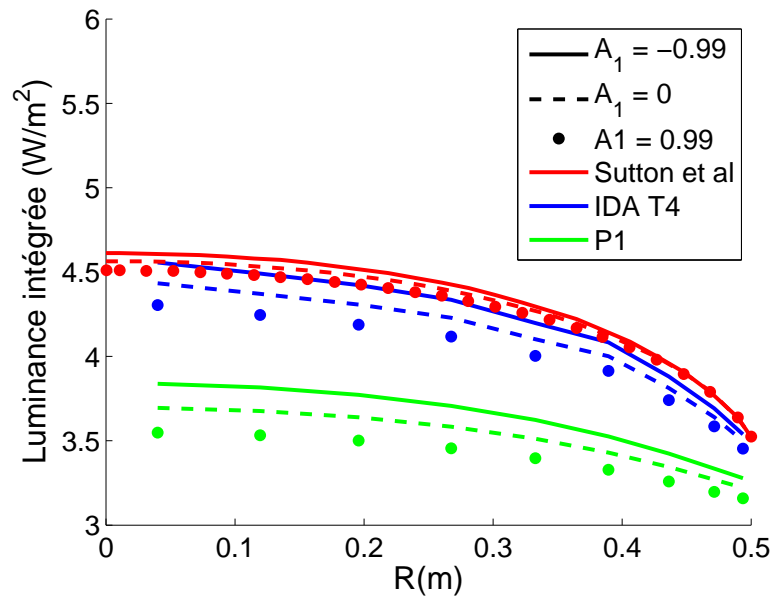


FIGURE 4.36 – Luminance intégrée pour différentes anisotropies linéaires

radiosité (eq. 4.62 page 65) n'est plus nul. Nous effectuons ainsi une première évaluation de la radiosité à l'aide de l'approximation P_1 qui permet de déterminer très rapidement le flux incident à la paroi. Nous effectuons ensuite le calcul de flux radiatif par IDA sur les parois, afin d'obtenir une nouvelle valeur plus précise du flux incident sur les parois. Enfin, nous avons effectué le calcul IDA pour le flux radiatif et la luminance intégrée dans le milieu en utilisant la valeur du flux incident aux parois provenant de l'IDA. Nos calculs IDA n'ont été faits ici que sur une seule itération, il serait sans doute possible d'améliorer le résultat en effectuant un calcul itératif. Nous verrons cela par la suite.

L'utilisation d'une quadrature T_4 induit ici une erreur sur le flux incident à la paroi puisque l'émissivité des parois n'est pas constante dans un angle solide. Nous pouvons cependant remarquer sur les résultats que l'écart relatif moyen de l'IDA avec la quadrature T_4 (figures 4.37, 4.38 et 4.39) oscille entre 3 et 7 % du flux radiatif radial, tandis que l'approximation P_1 reste relativement éloignée du résultat de référence avec un écart compris entre 11 et 23 %.

Les résultats sur l'anisotropie de la diffusion (figure 4.36) montrent que les différentes méthodes prennent en compte cette anisotropie de façon similaire. Cependant, les résultats P_1 sont insuffisamment précis (écart moyen compris entre 15 et 20 %) tandis que l'IDA débouche sur des résultats d'une bonne précision (avec un écart moyen ne dépassant pas les 4 %).

4.3.1.6 Temps de calcul des différentes méthodes

Le tableau 4.2 regroupe les temps de calcul de l'approximation P_1 , de l'IDA T_4 et de la MDA T_4 pour chaque cas test. Les temps de calcul dépendent du maillage utilisé pour le cas test. La composition du milieu (coefficient d'absorption, diffusion,...) ne modifient pas le temps de calcul.

Cas	Nombre d'éléments		Temps total de calcul (s)			Temps de calcul de l'algorithme de volume à volume (s)
	Parois	Cellules	P_1	IDA T_4	MDA T_4	
Cas 1	1400	3000	0,016	47,53	47,81	46,94
Cas 2	2200	5000	0,024	82,06	82,46	81,14
Cas 3	5400	27000	0,188	807,40	807,73	801,56
Cas 4	486	729	0,004	8,71	8,82	8,56
Cas 5	2164	6840	0,048	140,46	-	139,13

TABLEAU 4.2 – Temps de calcul des différentes méthodes pour les cas tests radiatifs

On peut remarquer que l'approximation P_1 donne des résultats quasiment instantanés, ce qui fait son intérêt. L'IDA et la MDA ont un temps de calcul total beaucoup plus important et du même ordre de grandeur. Cependant, la majorité de ce temps de calcul concerne l'algorithme de volume à volume qui permet de déterminer tous les chemins géométriques que l'on a dans notre milieu. Cet algorithme de calcul dépend seulement de la géométrie. Lors d'un calcul nécessitant plusieurs résolutions de l'ETR (ex : calcul instationnaire avec un milieu évoluant avec le temps, calcul itératif), il donnerait donc toujours le même résultat à chaque pas de temps. Il est possible de ne l'exécuter qu'une seule fois durant un tel calcul et de stocker son résultat en mémoire. Cela donne donc des temps de calcul IDA ou MDA relativement faibles une fois les chemins optiques calculés. Néanmoins, il faudrait travailler alors à l'optimisation du stockage notamment pour des géométries complexes et en vue de la parallélisation du calcul.

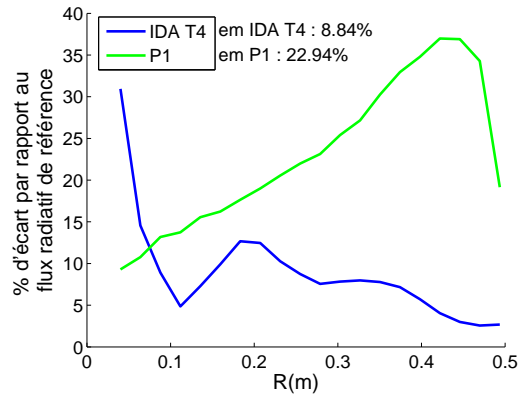


FIGURE 4.37 – Écart sur le flux radiatif radial pour $\omega = 0,1$

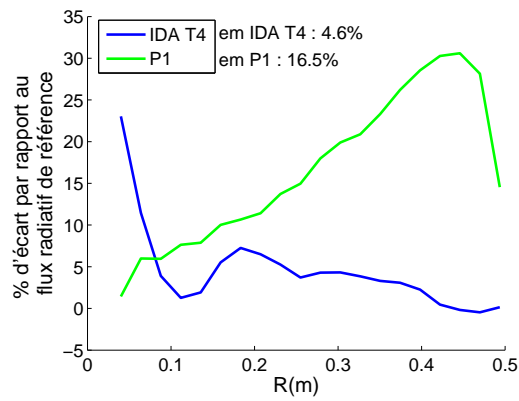


FIGURE 4.38 – Écart sur le flux radiatif radial pour $\omega = 0,5$

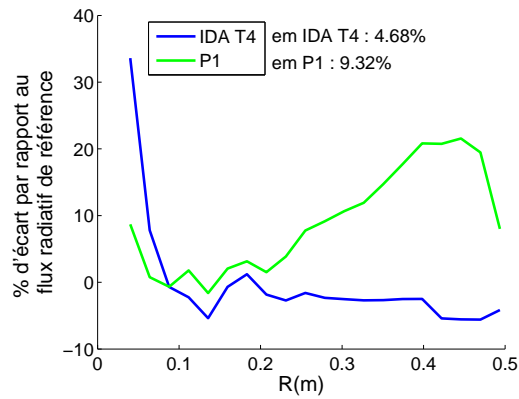


FIGURE 4.39 – Écart sur le flux radiatif radial pour $\omega = 0,9$

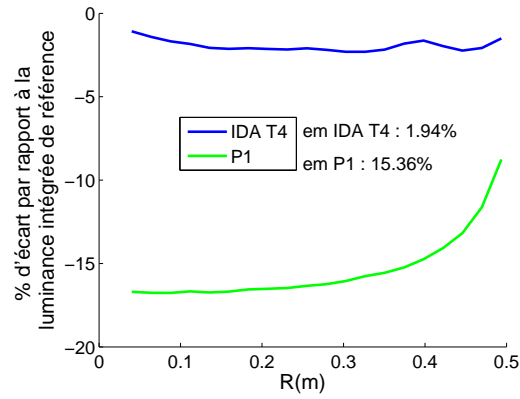


FIGURE 4.40 – Écart sur la luminance intégrée pour $A_1 = -0,99$

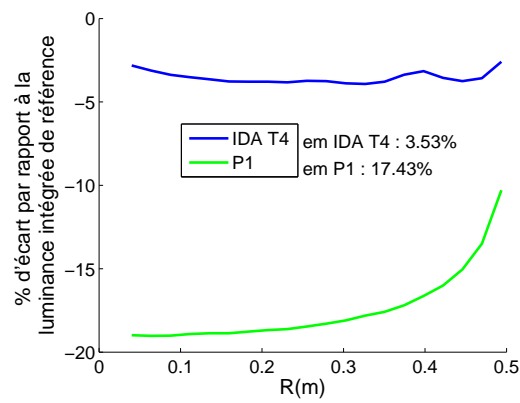


FIGURE 4.41 – Écart sur la luminance intégrée pour $A_1 = 0$

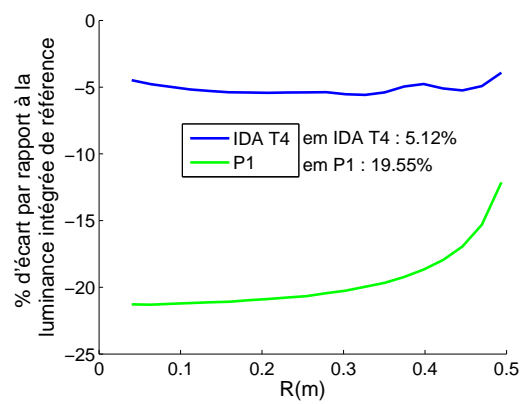


FIGURE 4.42 – Écart sur la luminance intégrée pour $A_1 = 0,99$

4.3.1.7 Calcul itératif

Comme nous l'avons vu dans la présentation de la méthode IDA, un calcul itératif est possible. En effet, l'IDA nécessite une première étape d'estimation de la luminance intégrée et du flux radiatif pour déterminer le terme de renforcement par diffusion. Elle a également besoin du flux incident aux parois pour le calcul de la radiosité. Pour résoudre rigoureusement le système d'équations, il faut alors réaliser une ou plusieurs étapes de correction jusqu'à la convergence de la solution.

Nous avons effectué un calcul itératif sur le cas 4 (cube non homogène absorbant/diffusant) et sur quelques résultats du cas 5 (cylindre avec parois non noires). Le calcul itératif aurait également pu être effectué sur le cas 3 (cube absorbant/diffusant) mais ce calcul nécessitant l'algorithme "rigoureux" pour éviter le fort effet de rayon, cela aurait pris beaucoup de temps de calcul. Pour les cas 1 et cas 2 qui concernent le transfert radiatif dans un milieu purement absorbant avec des parois noires, un calcul itératif n'aurait aucun effet sur le résultat puisque le résultat obtenu est déjà convergé.

Les figures 4.43 et 4.44 présentent la divergence de flux et le flux à la paroi pour le cas 4 obtenus par IDA T4 après 1, 2, 5 et 10 itérations. L'écart moyen par rapport aux méthodes de référence est également indiqué. On remarque que le résultat converge effectivement et que l'écart moyen diminue encore lorsque l'on effectue quelques itérations pour le calcul IDA. La divergence de flux, très précise après une itération (moins d'1 % d'erreur) s'améliore encore une fois que l'on a fait une itération supplémentaire (plus que 0,07 % d'erreur). Pour le flux à la paroi, on constate également que le flux, qui était sous-estimé d'environ 4 % après une itération du calcul IDA, s'approche beaucoup plus des résultats de référence. Le meilleur résultat est obtenu après 2 itérations (1,5 % d'erreur moyenne), le résultat convergé (c'est à dire lorsque le résultat IDA n'évolue plus) surestimant le flux d'environ 2%.

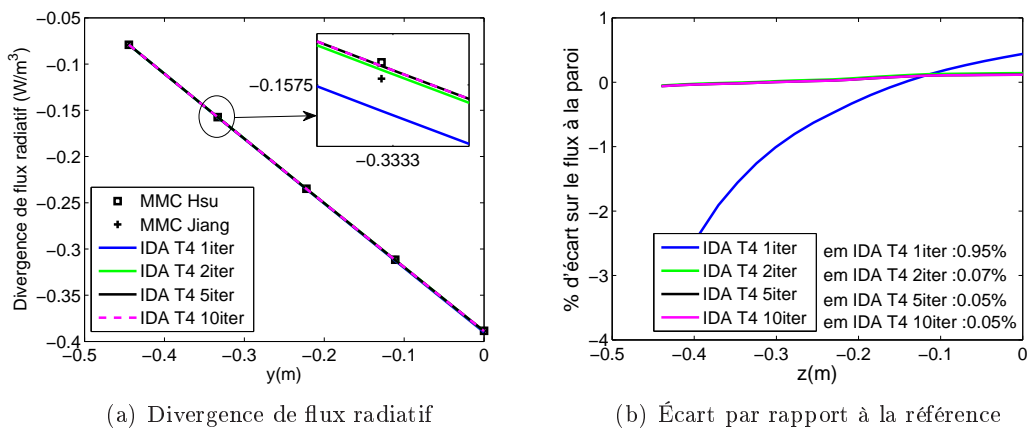


FIGURE 4.43 – Divergence de flux radiatif pour le cas 4 avec différents nombres d'itérations IDA

Pour le cas 5 concernant le cylindre avec parois non noires, les résultats obtenus pour un albedo $\omega = 0,5$ avec une diffusion isotrope ($A_1 = 0$) sont présentés sur la figure 4.45. On remarque que les résultats obtenus après itérations sont moins bons, puisque le résultat convergé de l'IDA se retrouve à 7 % du résultat de référence tandis que le résultat au bout d'une itération était seulement à 3 % de la référence.

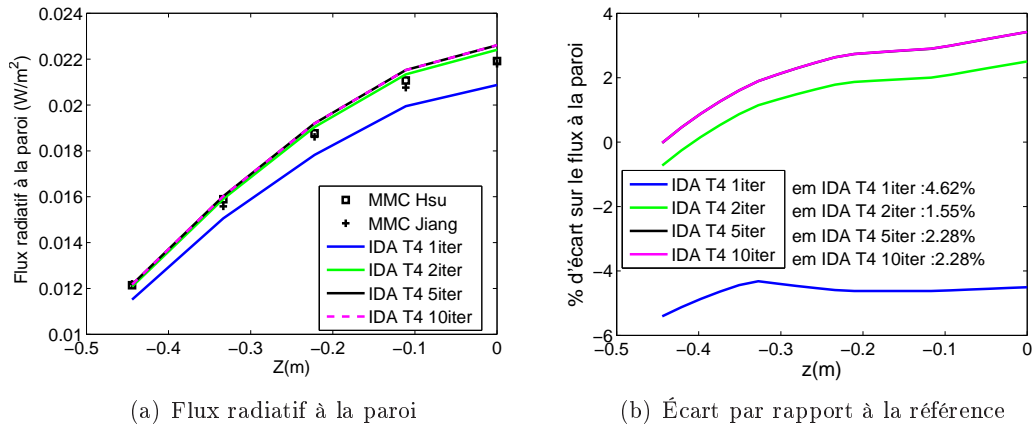


FIGURE 4.44 – Flux radiatif à la paroi pour le cas 4 avec différents nombres d'itérations IDA

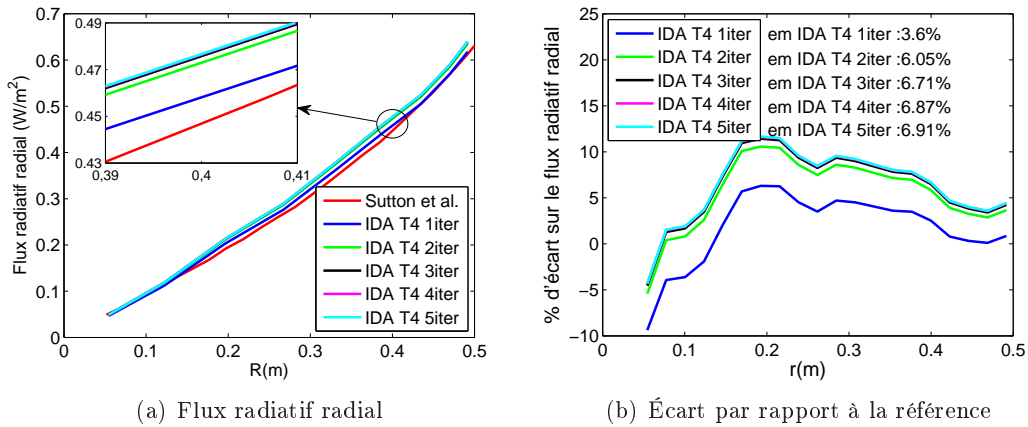


FIGURE 4.45 – Flux radiatif radial pour le cas 5 avec différents nombres d'itérations IDA

4.3.1.8 Conservation de l'énergie

Le transfert radiatif doit bien entendu respecter la conservation de l'énergie. Nous devons donc nous assurer que la puissance radiative émise (ou reçue) par les parois est bien égale à la puissance radiative reçue (ou émise) par le milieu, soit :

$$\iiint \nabla \vec{q}_{\text{rad}} dV = \iint \vec{q}_{\text{rad}} \text{ paroi} dS \quad (4.86)$$

Cela consiste donc à mesurer l'écart entre la puissance théoriquement émise (ou reçue) par les parois et celle reçue (ou émise) par le milieu. Contrairement à l'approximation P_1 , l'IDA dans la forme que nous l'avons écrite n'est pas une méthode conservative, notamment du fait de l'utilisation d'une quadrature angulaire ne permettant pas une prise en compte exacte de la géométrie.

Le tableau 4.3 récapitule les erreurs commises sur la conservation de l'énergie pour les différents cas tests.

Cas académique	Paramètres du milieu	% d'erreur sur la conservation d'énergie
Joseph	$\kappa = 0,1\text{m}^{-1}$	0,2 %
	$\kappa = 1\text{m}^{-1}$	0,4 %
	$\kappa = 10\text{m}^{-1}$	6,7 %
Sakami	$\kappa = 0,5\text{m}^{-1}$	0,5 %
	$\kappa = 2\text{m}^{-1}$	2 %
	$\kappa = 10\text{m}^{-1}$	18 %
Tan et Hsu	$\tau = 0,1$ et $\omega = 0,5$	3,4 %
	$\tau = 0,5$ et $\omega = 0,5$	0,6 %
	$\tau = 1$ et $\omega = 0,5$	2,4 %
	$\omega = 0,1$ et $\tau = 1$	0,2 %
Jiang		3,7%
Sutton et Chen	$\omega = 0,1$	2,9 %
	$\omega = 0,9$	7,8 %
	$\omega = 0,5$ et $A_1 = -0,99$	4,9 %
	$\omega = 0,5$ et $A_1 = 0$	5,2 %
	$\omega = 0,5$ et $A_1 = 0,99$	5,5 %

TABLEAU 4.3 – Erreur produite par l'IDA (après 1 itération) sur la conservation de l'énergie

On observe ainsi toujours un écart entre la puissance radiative sur les parois et la puissance radiative dans le milieu. On remarque que la méthode a des difficultés à conserver l'énergie pour les deux premiers cas tests avec un milieu très absorbant. Nous avons notamment vu que la divergence de flux dans le cylindre purement absorbant de Joseph n'avait pas un bon niveau de précision pour le cas avec $\kappa = 10 \text{ m}^{-1}$. On remarque également que la conservation de l'énergie est moins bonne pour les cas diffusants avec un fort albedo ω . Cela peut se corriger après plusieurs itérations, du fait d'une meilleure prise en compte de la diffusion car l'estimation du terme de renforcement par diffusion à l'aide de l'approximation P_1 induit un biais sur la conservation de l'énergie.

Le niveau de précision sur la conservation de l'énergie dépend donc du niveau de convergence de l'IDA. Pour les deux premiers cas tests, l'IDA est convergée (puisque le milieu est purement absorbant avec parois noires), tandis que pour les autres cas test, les résultats présentés le sont

après une itération IDA. L'écart entre les puissances échangées reste toutefois acceptable dans la majorité des cas.

4.3.1.9 Synthèse et conclusion sur la validation des méthodes

Nous avons donc, à l'aide de ces différents cas tests, étudié le niveau de précision de l'approximation P_1 et de ses méthodes dérivées. Les différents cas tests ont été choisis afin d'effectuer une validation des différents aspects du problème radiatif que nous souhaitons étudier indépendamment les uns des autres. Le tableau 4.4 donne un résumé des différents cas tests de complexité progressive, avec le type de vérification examiné et le niveau de précision des différentes méthodes.

L'IDA montre des résultats très satisfaisants avec un écart moyen par rapport à la solution de référence souvent très faible. La MDA ne présente pas toujours des améliorations vis à vis de l'approximation P_1 par rapport à nos cas tests (qui ne sont pas toujours favorables aux hypothèses de la MDA, puisqu'elle requiert un milieu diffusant et du rayonnement émis par les parois pour améliorer le résultat par rapport à l'approximation P_1). De plus, l'IDA présente une mise en place plus simple que la MDA pour un temps de calcul équivalent et une meilleure précision dans tous nos cas de figures, nous retiendrons donc cette méthode. L'approximation P_1 présente parfois de gros écarts avec la solution de référence et ne semble pas être adaptée. Mais étant donné son temps de calcul très faible, elle pourrait servir d'estimation préalable lors d'un calcul instationnaire.

L'utilisation d'une quadrature T_4 pour l'IDA semble suffisante pour garantir des résultats précis pour un temps de calcul raisonnable. Une étude de sensibilité sur le choix de la quadrature pour un cas APRP sera toutefois effectuée.

Auteur	Géométrie	Spécificité recherchée	Variable validée	Écart par rapport à la référence
Joseph et al. [2005]	Cylindre	Milieu absorbant	$\nabla_{\tau}\vec{q}$ opt. fin opt. intermédiaire opt. épais \vec{q}_{wall} opt. fin opt. intermédiaire opt. épais	P ₁ -MDA T ₄ : 2 % IDA T ₄ : 0,05 % P ₁ -MDA T ₄ : 10 % IDA T ₄ : 0,7 % P ₁ -MDA T ₄ : 55 % IDA T ₄ : 20 % P ₁ -MDA T ₄ : 11 % IDA T ₄ : 4 % P ₁ -MDA T ₄ : 6 % IDA T ₄ : 1 % P ₁ -MDA T ₄ : 18 % IDA T ₄ : 2 %
Sakami et al. [1998]	Forme en L	Milieu absorbant Occlusions	\vec{q}_{wall} opt. fin opt. intermédiaire opt. épais	P ₁ -MDA T ₄ : 3 % IDA T ₄ : 1,6 % P ₁ -MDA T ₄ : 8,5 % IDA T ₄ : 1,6 % P ₁ -MDA T ₄ : 6 % IDA T ₄ : 0,9 %
Tan et Hsu [2002]	Cube	Milieu abs. / dif. isotrope	G opt. fin ($\tau < 0.5$) \vec{q} opt. fin ($\tau < 0.5$) G opt. intermédiaire \vec{q} opt. intermédiaire	P ₁ : 28-46 % IDA-MDA : 1-4 % P ₁ : 35-60 % IDA-MDA : 1-2 % P ₁ : 17-20 % IDA-MDA : 1-4 % P ₁ : 17-20 % IDA-MDA : 1-4 %
Tan et Hsu [2002]	Cube	Milieu abs. / dif. isotrope non homogène	G opt. épais \vec{q} opt. épais	P ₁ : 29 % IDA-MDA : 19 % P ₁ : 33 % IDA-MDA : 19 %
Jiang [2008]	Cube	Milieu abs. / dif. isotrope non homogène	$\nabla_{\tau}\vec{q}$ opt. fin \vec{q}_{wall} opt. fin	P ₁ -MDA : 1,3 % IDA T ₄ : 0,9 % P ₁ -MDA : 19 % IDA T ₄ : 4,6 %
Chen et Sutton [2003]	Cylindre	Milieu abs. / dif. anisotrope Parois non noires	\vec{q} opt. intermédiaire (dif. isotrope) G opt. intermédiaire (dif. anisotrope)	P ₁ : 9-23 % IDA T ₄ : 4-9 % P ₁ : 15-19 % IDA T ₄ : 2-5 %

TABLEAU 4.4 – Niveau de précision des différentes méthodes sur les cas tests radiatifs

4.3.2 Validation expérimentale

Nous avons également utilisé un dispositif expérimental permettant de valider notre modèle IDA de simulation du transfert radiatif à travers un rideau d'eau. Ce dispositif expérimental permet de juger la précision de notre modèle dans le cas d'un milieu gaz-gouttelettes présentant une diffusion fortement anisotrope vers l'avant. Ce cas test porte donc sur un milieu plus représentatif de notre cas APRP que les milieux des cas tests académiques réalisés auparavant. Comme nous l'avons vu précédemment, notre modèle radiatif utilise une fonction linéaire anisotrope pour estimer les probabilités de diffusion du rayonnement et cela ne peut simuler au mieux qu'une diffusion légèrement vers l'avant. Cela constitue un point faible que nous pourrions quantifier à l'aide de cette expérimentation.

4.3.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental, situé au sein du LEMTA, a été mis en place pour plusieurs thèses précédentes (Collin [10] et Lechêne [37]) portant sur l'atténuation du rayonnement à travers un rideau d'eau avec pour application la protection incendie.

Il est composé de (voir fig 4.46) :

- un corps noir étendu de type ECN100H de la marque HGH, ayant pour dimension d'émission 30 cm x 35 cm avec une température pouvant varier entre 50°C et 550°C.
- un rideau d'eau formé par une rampe de sprays. Les buses proviennent de Spraying System & Co et sont de type TP400067. Elles permettent de former un spray plat plein de section elliptique, avec un grand angle d'injection de 46,8°, un petit angle d'injection de 18,5° pour un débit de 0,32 L/min sous une pression de 4 bar. Le diamètre des gouttes formées varie entre 66 μm et 271 μm pour une fraction volumique de l'ordre de 10^{-4} m³ d'eau par m³ pour une configuration en rampe, les buses étant espacées tous les 10 cm.
- une thermopile servant à détecter le flux reçu.
- un réservoir en eau de 30 L. Il est également relié à un réservoir tampon de 50 L contenant de l'air sous une pression de 10 bar afin de stabiliser la pression de l'eau en sortie de buse et éviter ainsi les variations de pression pouvant provenir du réseau et susceptibles d'affecter la granulométrie et le débit.

4.3.2.2 Protocole expérimental

Les expériences consistent à mesurer le flux radiatif reçu à une certaine distance du corps noir étendu, le rayonnement du corps noir étant atténué par le passage à travers le rideau d'eau.

Etalonnage

La thermopile permet l'évaluation du flux radiatif. Cependant, elle n'indique pas directement la valeur du flux mais donne une valeur en unité arbitraire qu'il faut étalonner afin de pouvoir convertir cette valeur en flux radiatif. Par ailleurs, la thermopile reçoit du rayonnement provenant à la fois du corps noir chaud et de l'environnement. Afin de connaître uniquement la part de rayonnement issu du corps noir, nous avons donc dû relever, à différentes distances entre le capteur et le corps noir, la valeur indiquée par la thermopile face au corps noir (donc le rayonnement provenant du corps noir et de l'environnement) ainsi que la valeur de la thermopile après avoir masqué le corps noir (donc le rayonnement uniquement issu de l'environnement). Après soustraction, cela nous permet d'obtenir une valeur en unité arbitraire de la thermopile reliée au rayonnement uniquement envoyé par le corps noir.

Pour convertir la valeur en unité arbitraire en un flux radiatif, on effectue un étalonnage en l'absence de sprays. Le rayonnement émis par le corps noir traverse uniquement de l'air, qui est considéré comme transparent, avant d'atteindre la thermopile. Il est donc possible de faire un calcul théorique du flux Φ reçu par la thermopile. En considérant que la thermopile est assimilable à un point situé sur la normale au corps noir et qu'elle le voit sous un angle solide Ω faible, on peut écrire le flux reçu simplement comme :

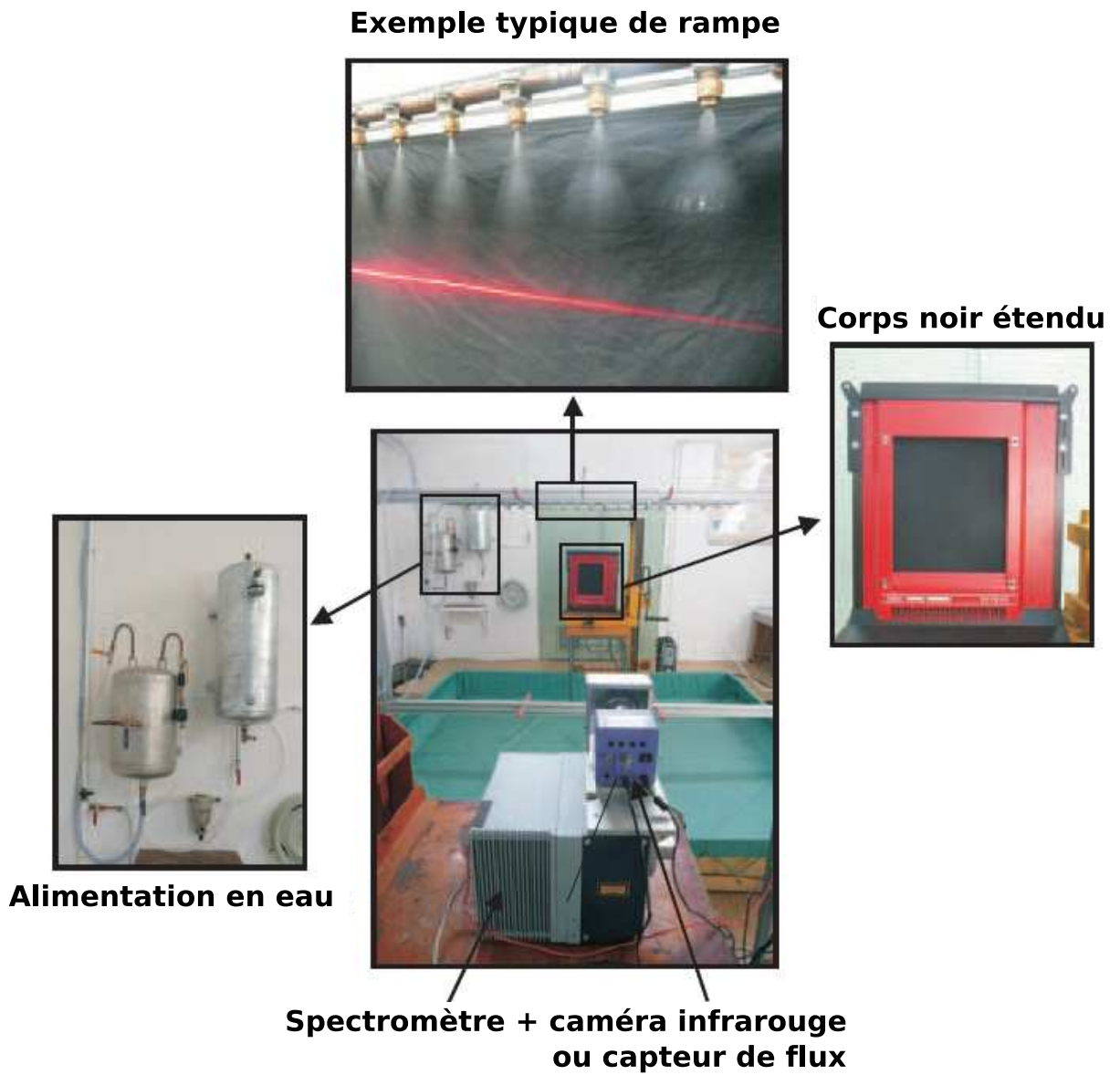


FIGURE 4.46 – Dispositif expérimental

$$\Phi = \frac{\varepsilon_{CN}\sigma_{SB} (T_{CN}^4 - T_{therm}^4)}{\pi} \Omega \quad (4.87)$$

avec Φ le flux radiatif reçu par la thermopile, ε_{CN} l'émissivité du corps noir valant 1, σ_{SB} la constante de Stephan-Boltzmann ($\sigma_{SB} = 5,6704.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$), T_{CN} la température du corps noir (en Kelvin), T_{therm} la température de la thermopile (en Kelvin) et Ω l'angle solide sous lequel la thermopile voit le corps noir. On rappelle l'équation de l'angle solide appliquée à notre cas :

$$\Omega = \frac{S_{CN}\cos\phi}{l^2} \quad (4.88)$$

avec S_{CN} la surface du corps noir (m^2), ϕ l'angle sous lequel la thermopile voit le corps noir étendu (on pourra considérer ici que l'angle ϕ vaut 0° du fait de la distance séparant notre capteur et notre source et du fait de la petite taille de notre capteur) et l la distance entre la thermopile et le corps noir. L'angle solide est donné dans le tableau (4.5) et est de l'ordre de 10^{-2} sr.

La figure 4.47 montre une courbe d'étalonnage obtenue pour une température de corps noir de 500°C . Sur la figure, la valeur du flux radiatif calculé est tracée en fonction de la valeur de la thermopile correspondante (après avoir soustrait le rayonnement environnant). Le tableau 4.5 récapitule les données de l'étalonnage.

Distance (cm)	Angle solide (sr)	Flux radiatif (W/m^2)	Val. thermopile (-)
290	$1,246.10^{-2}$	78,73	278
300	$1,165.10^{-2}$	73,57	245
310	$1,091.10^{-2}$	68,90	216
320	$1,024.10^{-2}$	64,67	189
330	$9,628.10^{-3}$	60,80	165
340	$9,07.10^{-3}$	57,29	143
350	$8,56.10^{-3}$	54,06	123
360	$8,092.10^{-3}$	51,11	106

TABLEAU 4.5 – Exemple de résultats d'étalonnage pour une température de corps noir de 500°C

On remarque que la réponse de la thermopile au flux radiatif est une droite, ce qui permet d'utiliser une simple régression linéaire pour modéliser la valeur du flux radiatif en fonction de la valeur de la thermopile.

4.3.2.3 Représentation numérique du problème

Nous avons ensuite simulé l'expérience à l'aide du logiciel Code_Saturne afin de tester la validité du modèle IDA, notamment par rapport à l'anisotropie du milieu de gouttelettes.

Maillage

Nous cherchons à retrouver le flux radiatif à différentes distances du corps noir étendu, sur une normale passant par son centre. Nous avons donc maillé un rectangle de dimension 30 cm x 35 cm x 360 cm, représentant respectivement la largeur et la hauteur du corps noir étendu ainsi que la distance maximale de mesure entre le corps noir étendu et le capteur de flux. La représentation d'un maillage est donnée sur la figure 4.48. Deux maillages ont été utilisés, un maillage avec des cubes de 2,5 cm pour le calcul en milieu transparent et un autre avec des cubes de 1 cm pour la simulation avec spray.

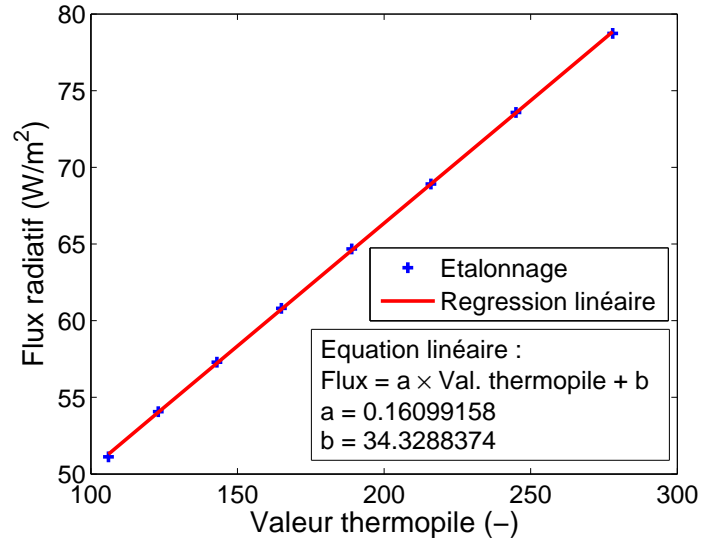


FIGURE 4.47 – Courbe d'étalonnage pour une température de corps noir à 500°C

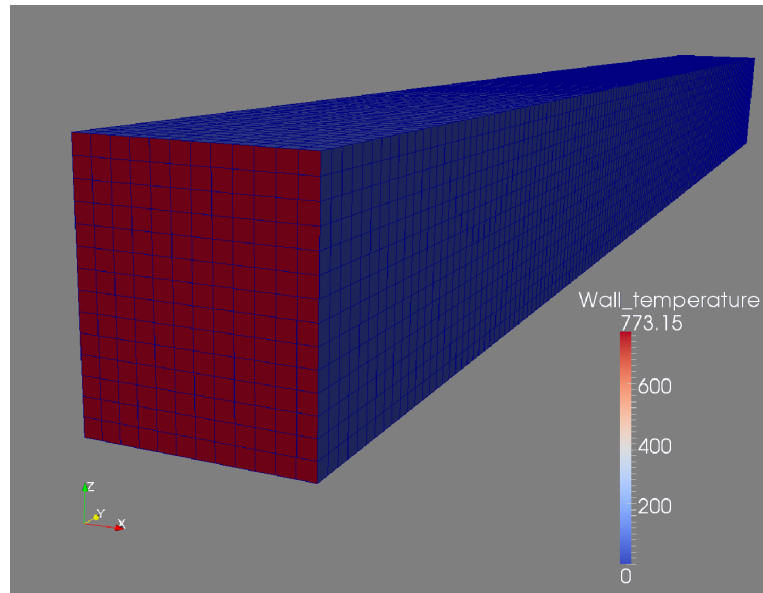


FIGURE 4.48 – Exemple de maillage utilisé pour le calcul numérique

Conditions numériques

Lors de l'expérience, nous avons mesuré le flux reçu par le capteur provenant uniquement du corps noir étendu. Numériquement, nous pouvons donc mettre une température de 0 K dans chaque maille ainsi que pour chaque élément de paroi, sauf les éléments de parois correspondants au corps noir étendu (voir figure 4.48). Toutes les parois ont une émissivité de 1, en considérant comme négligeable les effets de diffusion multiple du rayonnement.

Hors du spray, le milieu est considéré comme quasiment transparent, nous avons mis un coefficient d'absorption arbitraire égal à 10^{-5}m^{-1} pour pouvoir réaliser une résolution par approximation P_1 , nécessaire pour estimer le terme de renforcement par diffusion. Ce coefficient d'absorption est trop faible pour jouer sur l'extinction du rayonnement hors du spray, puisque l'épaisseur optique est alors de l'ordre de 3.10^{-5} .

Spray numérique

Afin de représenter les coefficients d'absorption et de diffusion de la rampe de spray, nous avons utilisé des résultats numériques provenant de Lechène [37] pour évaluer la répartition spatiale du diamètre de Sauter et de la fraction volumique des gouttelettes présentes dans le spray pour ce type de configuration. Nous avons ainsi pu calculer les propriétés radiatives de ce milieu de gouttelettes. Plusieurs représentations de ces propriétés du spray sont présentées sur la figure (4.49).

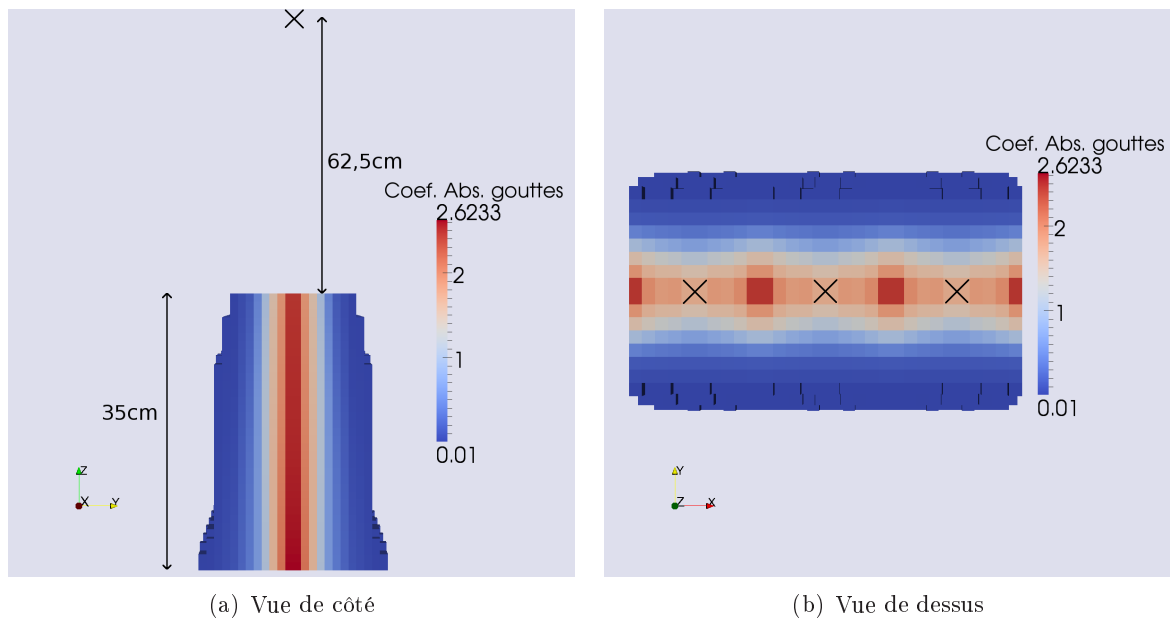


FIGURE 4.49 – Coefficient d'absorption dans le spray (m^{-1})

Ce spray est formé par 3 buses, situées à l'emplacement indiqué par des croix. La zone étudiée se situe entre 62,5 cm et 97,5 cm sous les buses d'injection, elle est d'une largeur de 30 cm et une épaisseur variant globalement entre 16 et 24 cm.

4.3.2.4 Résultats

Rayonnement en milieu transparent

On compare d'abord le calcul théorique du flux de chaleur reçu en milieu transparent en fonction de la distance d'éloignement du corps noir avec le résultat numérique obtenu par l'IDA. Nous avons utilisé l'algorithme "rigoureux" pour le calcul IDA (c'est-à-dire vers tous les éléments de paroi) du fait de l'aspect très directionnel du rayonnement (comme le cas test radiatif du cube de Tan et Hsu). En effet, comme le montre le tableau 4.5, l'angle solide sous lequel la thermopile voit la paroi est de l'ordre de 10^{-2} sr. La quadrature T_4 est composée de 128 directions pour représenter l'angle solide total de 4π stéradian, soit un angle solide moyen de 10^{-1} sr. Donc une direction de la quadrature T_4 atteignant la paroi implique un angle solide sous lequel la paroi est vue dix fois trop grand, et donc une erreur importante. Il faudrait une quadrature de type T_{11} (968 directions) pour que l'angle solide d'une seule direction soit du bon ordre de grandeur.

La comparaison de ces résultats est représentée sur la figure 4.50.

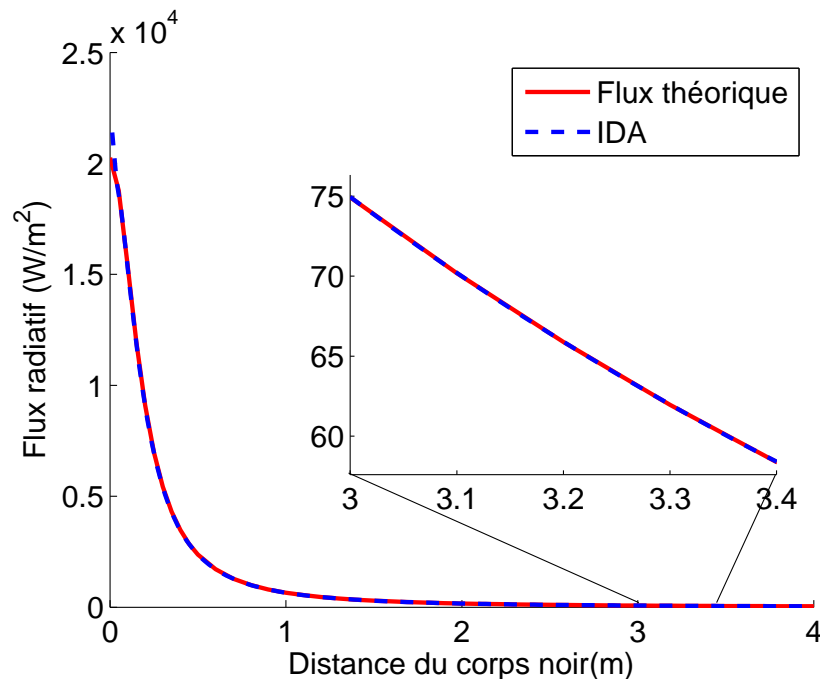


FIGURE 4.50 – Flux théorique et par IDA en milieu transparent

On remarque un parfait accord entre le résultat numérique par IDA et le résultat théorique. Il y a un léger écart présent pour une faible distance avec le corps noir. Cela est dû à une mauvaise évaluation de l'angle solide tout près d'une paroi. L'utilisation d'une quadrature ne nécessite pas de faire une telle évaluation de l'angle solide, donc ce problème ne se posera pas dans nos calculs en condition APRP.

Rayonnement en milieu semi-transparent

Plusieurs calculs de rayonnement par IDA en milieu semi-transparent (donc à travers le milieu de gouttelettes) sont maintenant comparés aux flux observés expérimentalement. L'algorithme de calcul IDA utilisé est encore une fois l'algorithme "rigoureux" allant vers tous les éléments de parois.

Les figures 4.51 et 4.52 présentent la comparaison des résultats entre les flux mesurés expérimentalement (3 fois la même mesure à différents moments) et le calcul numérique effectué par IDA pour des températures de corps noir de 500°C et 550°C .

On remarque que les résultats par IDA sous-estiment toujours les résultats expérimentaux (environ 2

à 8 % par rapport au résultat expérimental moyen). Cela peut s'expliquer par l'anisotropie du milieu de gouttelettes qui est très fortement vers l'avant (facteur d'asymétrie $g \approx 0,9$), tandis que l'IDA utilise une anisotropie linéaire légèrement vers l'avant ($A_1 = 1$). Cela implique donc une surestimation de l'extinction du rayonnement. En effet, le rayonnement se diffuse plus dans les autres directions et moins vers l'avant que pour une anisotropie fortement marquée vers l'avant (voir figure (3.8) qui montre les probabilités de diffusion utilisées par l'IDA pour notre milieu de gouttelettes et la figure (3.4) qui redonne les valeurs des probabilités de diffusion plus réalistes pour notre milieu de gouttelettes). Il existe également une incertitude sur le niveau de précision des propriétés radiatives de notre spray numérique. Globalement, on obtient des tendances conformes à l'observation et une concordance très satisfaisante par rapport aux résultats expérimentaux compte tenu des incertitudes et approximations dans la définition du problème.

4.3.3 Conclusion sur la validation expérimentale

L'IDA démontre une excellente précision pour modéliser le flux radiatif dans un milieu transparent, puisque cela nécessite uniquement une évaluation du rayonnement issu des parois. Pour un cas de transfert radiatif à travers un milieu de gouttelettes d'eau, l'IDA donne des résultats très prometteurs malgré l'utilisation d'une fonction de phase linéaire anisotrope pour modéliser la diffusion du rayonnement (cette fonction de phase ne permet pas de modéliser un rayonnement suffisamment vers l'avant pour notre application). Les résultats sont toutefois légèrement sous-estimés du fait de cette hypothèse.

4.4 Conclusion sur les méthodes de calcul

L'approximation P_1 permet de déterminer très rapidement le transfert radiatif dans des milieux complexes. Elle présente cependant des imprécisions pouvant mettre en cause son utilisation seule pour notre cas d'étude. La MDA n'a pas une capacité d'amélioration suffisante par rapport à l'approximation P_1 puisqu'elle est surtout efficace pour des milieux diffusant avec un fort rayonnement des parois. Pour des milieux purement absorbant, elle n'améliore pas le résultat par rapport à l'approximation P_1 . Elle nécessite un temps de calcul équivalent à l'IDA, pour un champ d'amélioration plus faible, elle n'est donc pas retenue. La méthode IDA donne des résultats d'une bonne précision par rapport aux différents cas tests de la littérature (pour un milieu gris) et par rapport aux mesures expérimentales de rayonnement à travers un milieu de gouttelettes. Elle démontre une capacité de modélisation du transfert radiatif bien supérieure à l'approximation P_1 et à la MDA. Son temps de calcul reste cependant bien supérieur à l'approximation P_1 . Elle induit également une légère erreur sur la conservation de l'énergie, ceci pouvant se corriger en effectuant une normalisation des énergies échangées pour la rendre conservative.

Il nous reste à tester la sensibilité de la méthode à la résolution spectrale des propriétés radiatives, en particulier vérifier que le modèle à six bandes larges donne un résultat en accord avec le modèle C-k plus fin.

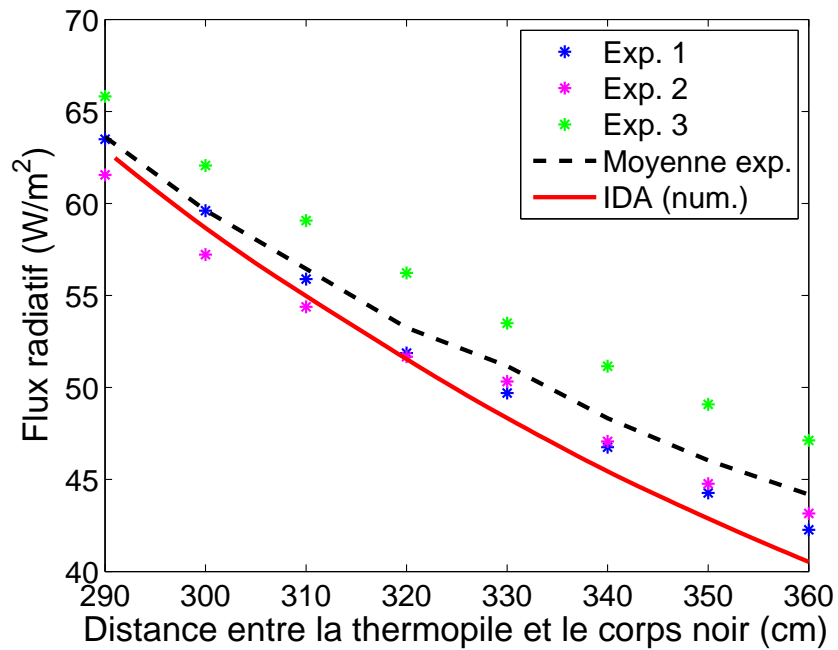


FIGURE 4.51 – Flux radiatif expérimental et numérique pour une température de 500°C

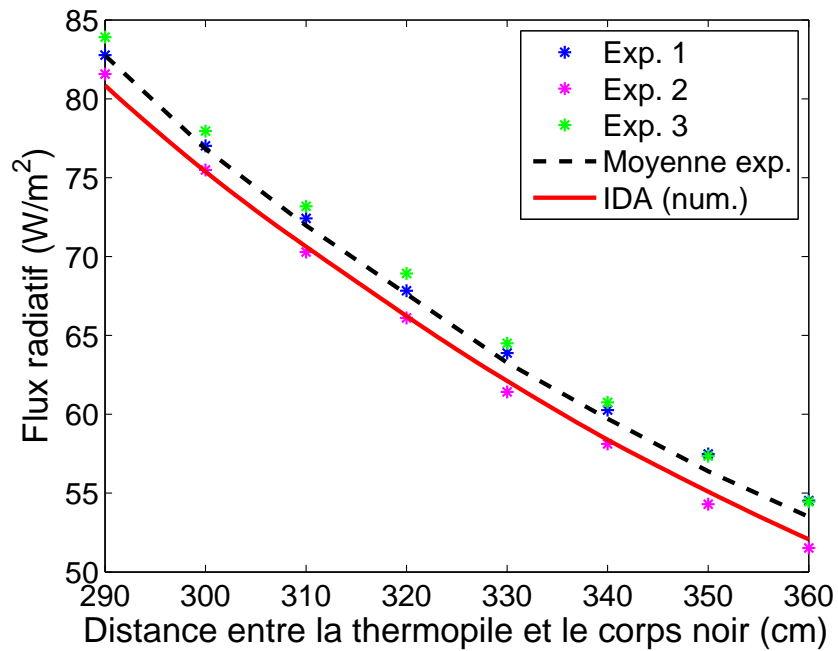


FIGURE 4.52 – Flux radiatif expérimental et numérique pour une température de 550°C

Chapitre 5

Évaluation du transfert radiatif dans un cœur de réacteur dénoyé

Sommaire

5.1	Écoulement de type APRP étudié	109
5.1.1	Géométrie	109
5.1.2	Conditions aux limites	110
5.1.3	Écoulement obtenu	110
5.2	Estimation du transfert radiatif par IDA	112
5.2.1	Propriétés radiatives	112
5.2.2	Divergence de flux radiatif	115
5.2.3	Flux radiatif à la paroi	117
5.3	Étude de sensibilité aux différents modèles radiatifs	117
5.3.1	Méthode de calcul	118
5.3.2	Précision spectrale	120
5.3.3	Quadrature angulaire	123
5.3.4	Calcul itératif pour l'IDA	126
5.4	Conclusion sur l'étude de sensibilité	129

Dans cette partie, nous allons effectuer une évaluation du transfert radiatif pour un écoulement en condition APRP survenu après une grosse brèche. Nous allons notamment mener une nouvelle étude de sensibilité en considérant des calculs utilisant l'approximation P_1 ou l'IDA, la précision de nos modèles spectraux, à savoir la différence entre le modèle du milieu gris équivalent et du milieu à 6 larges bandes, en comparaison avec le modèle Ck sur 38 bandes. Nous allons également tester l'influence du choix de la quadrature angulaire et voir si un processus itératif pour l'IDA affecte fortement le résultat.

5.1 Écoulement de type APRP étudié

5.1.1 Géométrie

Nous étudions l'écoulement d'un milieu vapeur-gouttelettes dans le sous canal formé par quatre crayons de combustible d'un réacteur REP, suivant les dimensions présentées dans la première partie (figure 1.6(b)). Notre domaine de simulation s'étend sur une hauteur de 30 cm qui correspond à la distance caractéristique entre deux grilles de maintien. Une représentation de la géométrie et du maillage utilisés se trouve sur la figure 5.1. Le maillage utilisé est composé de 25200 cellules et de 9200 éléments de parois.

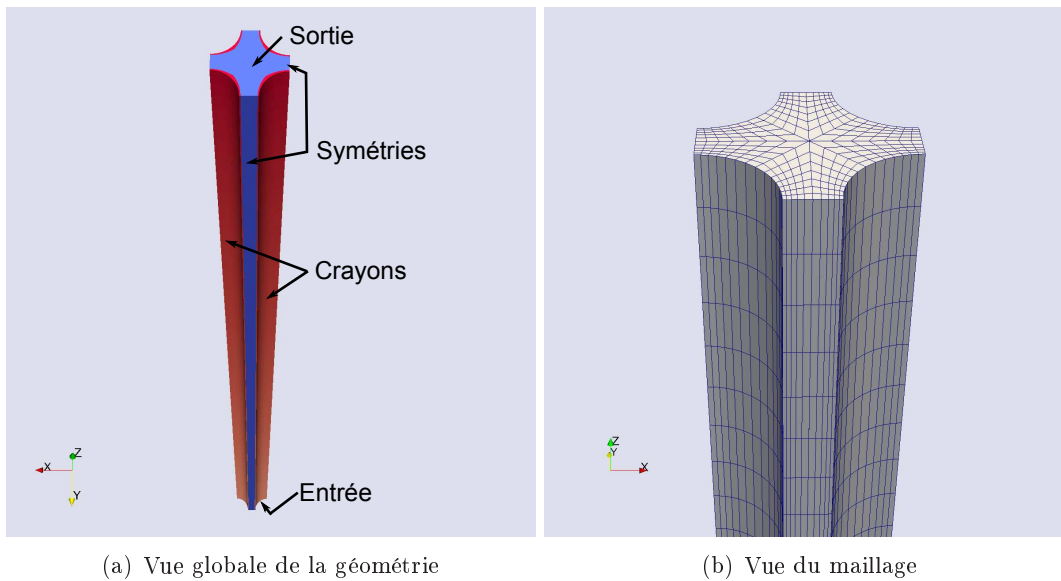


FIGURE 5.1 – Géométrie et maillage utilisés

5.1.2 Conditions aux limites

Il n'y a pas d'écoulement particulier défini comme le plus représentatif d'un APRP, puisqu'il évolue axialement du front de trempe à la sortie de l'assemblage, ce qui a une influence sur la concentration en gouttelettes d'eau, sur les températures de la vapeur et des crayons... On va étudier un cas APRP dans lequel le milieu serait très absorbant/diffusant d'un point de vue radiatif, c'est à dire un milieu avec une forte concentration en gouttelettes d'eau de petit diamètre, que l'on définit constant dans tout le domaine. Le cas présentera également une variation de température pariétale suivant la hauteur des crayons.

Les conditions aux limites utilisées en entrée pour le milieu vapeur-gouttes sont indiquées dans le tableau 5.1

Variable	Vapeur	Gouttes
Température (°C)	200	100
Fraction volumique (m ³ /m ³)	0,99	0,01
Vitesse (m/s)	5	4
Pression (bar)	1,013	-
Diamètre (μm)	-	50

TABLEAU 5.1 – Conditions aux limites en entrée pour le milieu de vapeur-gouttelettes

Les crayons possèdent une émissivité de 0,8, correspondant à l'émissivité du Zircaloy non oxydé et ont une température comprise entre 400°C et 600°C, variant linéairement avec la hauteur (voir figure 5.2)

5.1.3 Écoulement obtenu

Dans cet écoulement, nous allons nous intéresser uniquement aux variables d'entrée pour le rayonnement thermique, notamment pour le calcul des propriétés radiatives. Pour les gouttelettes, nous avons besoin de connaître le diamètre (constant dans tout le milieu pour ce cas) et la fraction volumique. Pour la vapeur d'eau, nous devons connaître sa pression (pratiquement constante à 1,013 bar dans tout le domaine) et sa température. Nous tracerons par la suite les propriétés radiatives et les résultats des

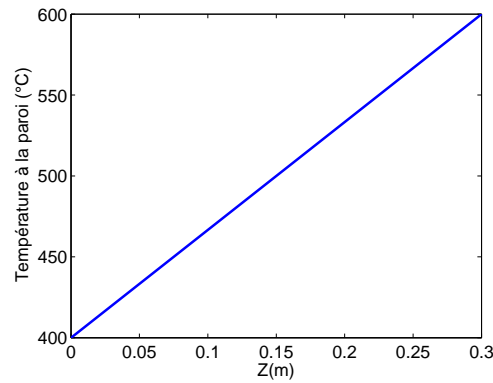


FIGURE 5.2 – Evolution de la température des crayons (°C) suivant la hauteur

calculs radiatifs suivant 2 axes pour voir l'évolution des différentes grandeurs suivant la hauteur et le positionnement à l'intérieur de la géométrie (centre de la géométrie ou à la paroi). Nous allons également nous intéresser aux grandeurs de l'écoulement (fraction volumique des gouttelettes et température de la vapeur) pour ces 2 axes, représentés sur la figure 5.3.

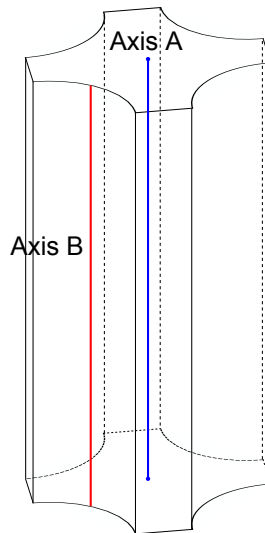


FIGURE 5.3 – Axes de résultats

5.1.3.1 Fraction volumique des gouttelettes

La figure 5.4 donne la fraction volumique en gouttelettes d'eau dans la situation étudiée, via une représentation globale (5.4(a)) ou son évolution en fonction de la hauteur suivant les axes précédemment expliqués (5.4(b)). On remarque que la majorité des gouttelettes d'eau est concentrée au centre de la géométrie, tandis que près des crayons, la concentration de gouttelettes diminue avec la hauteur, du fait de l'évaporation importante dans cette zone due aux effets convectifs et aux impacts de gouttes.

5.1.3.2 Température

La température de la vapeur d'eau dans notre géométrie est présentée sur la figure 5.5, avec de nouveau une vue globale (5.5(a)) et l'évolution sur les deux axes (5.5(b)). La vapeur monte en température près des

crayons, en raison des échanges convectifs, tandis qu'elle tend vers la température de saturation (373,15K) dans le centre de la géométrie. En effet, dans cette zone, la forte concentration de gouttelettes intensifie les échanges thermiques avec la vapeur et réduit sa sur-chauffe conduisant également à la condensation de la vapeur. Les gouttelettes d'eau sont à la température de saturation dans tout le milieu.

5.2 Estimation du transfert radiatif par IDA

Nous considérons maintenant le transfert radiatif dans le milieu de type APRP étudié précédemment. Le rayonnement thermique n'est pas encore couplé avec l'écoulement. Nous utilisons notre modèle le plus précis possible pour faire l'estimation du rayonnement thermique, à savoir l'IDA, avec une discrétisation spectrale sur 38 bandes de longueurs d'onde modélisant au mieux les propriétés radiatives du milieu. La quadrature angulaire de l'IDA sera de type T6, offrant un nombre suffisamment important de directions pour permettre une bonne prise en compte de la géométrie complexe d'un assemblage de crayons de combustibles. Un calcul itératif pour l'IDA sur 5 itérations a été effectué pour nous assurer d'avoir un calcul convergé. Cette estimation sera ainsi notre résultat de référence qui servira par la suite de comparaison avec l'utilisation de modèles plus approchés (précision spectrale moins fine, quadrature angulaire moins importante...) mais moins coûteux en temps de calcul.

Nous allons étudier la variation du flux radiatif à la paroi et de la divergence de flux radiatif dans le milieu selon la hauteur à deux emplacements différents, comme indiqué sur la figure 5.3 pour les deux axes. L'axe A est situé sur le centre de la géométrie dans une zone où les gouttelettes d'eau sont fortement concentrées, tandis que pour l'axe B, les gouttelettes sont très peu présentes, le rayonnement thermique est donc plutôt influencé par la vapeur d'eau. Nous présenterons également le flux radiatif net à la paroi sur l'axe B.

5.2.1 Propriétés radiatives

Voici tout d'abord un aperçu de la répartition spatiale des propriétés radiatives des gouttelettes et de la vapeur d'eau. Les propriétés représentées sont celles du milieu gris équivalent (et du coefficient moyen pour la vapeur). Il est relativement difficile de représenter les propriétés radiatives à la fois sur tout le spectre et tout l'espace. Cependant, nous rappelons que le calcul effectué considère un spectre de 38 bandes.

5.2.1.1 Gouttelettes

Les gouttelettes ayant un diamètre constant dans ce cas d'étude, leurs coefficients d'absorption et de diffusion ne dépendent que de la fraction volumique. Les coefficients sont représentés sur les figures 5.6 et 5.7.

On remarque des forts coefficients d'absorption et diffusion au centre de la géométrie, où les gouttelettes sont fortement concentrées et de faibles coefficients près des bords. L'évolution des propriétés radiatives en fonction de la hauteur suit la même évolution que celle de la fraction volumique (figure 5.4(b)) déjà expliquée précédemment.

5.2.1.2 Vapeur

Les propriétés d'absorption du rayonnement de la vapeur d'eau (voir figure 5.8) dépendent de sa pression et de sa température. La pression étant pratiquement constante dans notre cas d'étude, les propriétés de la vapeur varient principalement en fonction de sa température. La vapeur étant chaude près des bords, son coefficient moyen d'absorption est plus faible que dans la zone centrale, là où la vapeur est plus froide (du fait de la forte concentration de gouttelettes). On notera également que plus on monte dans l'assemblage et plus le coefficient d'absorption de la vapeur devient élevé par rapport à celui des gouttelettes sur les bords (près des crayons). Ainsi, la vapeur d'eau a un rôle plus important que les gouttelettes du point de vue du rayonnement thermique dans ces zones.

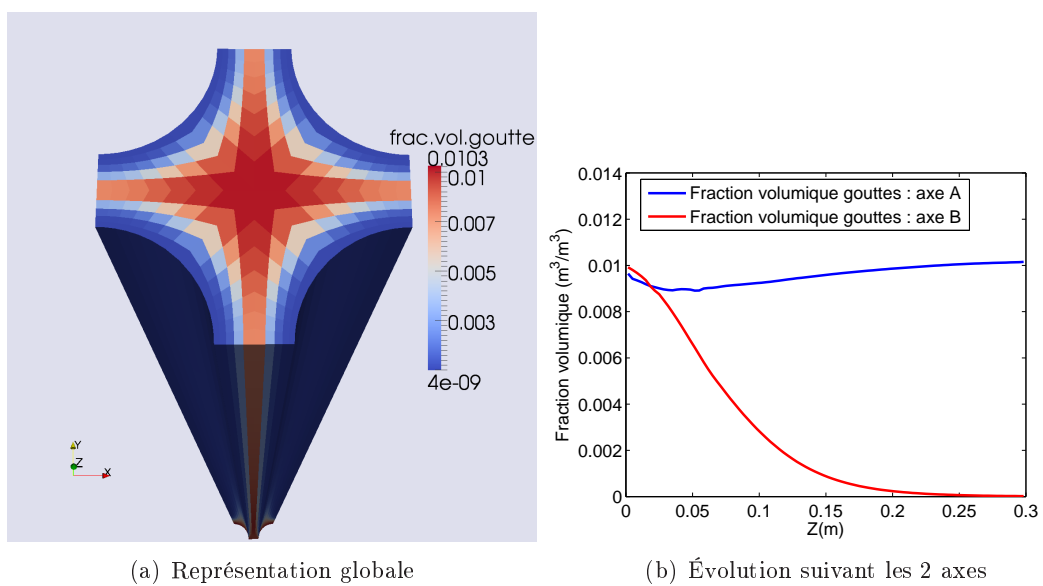


FIGURE 5.4 – Fraction volumique des gouttelettes d'eau

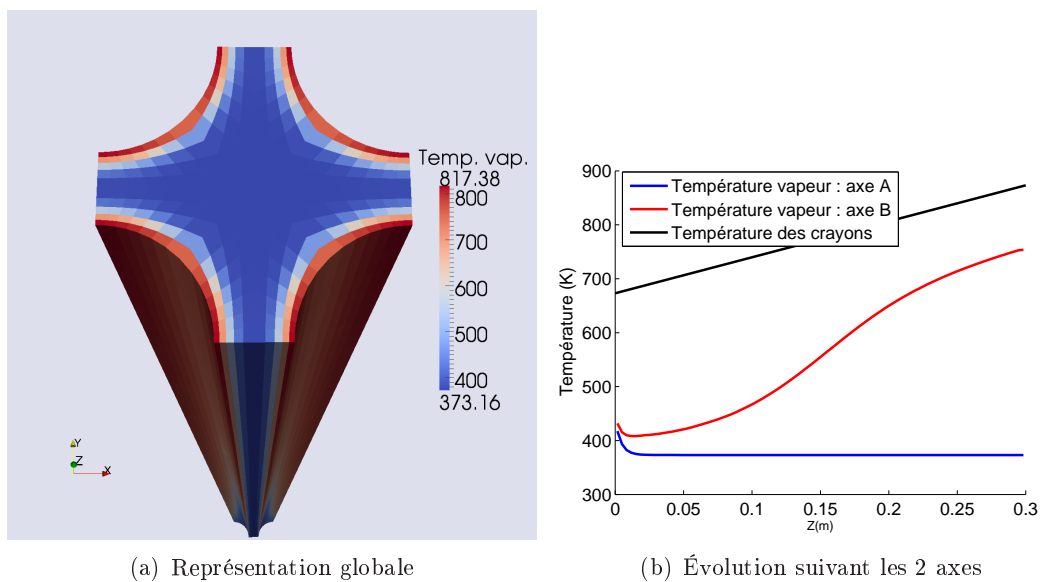


FIGURE 5.5 – Température de la vapeur d'eau (K)

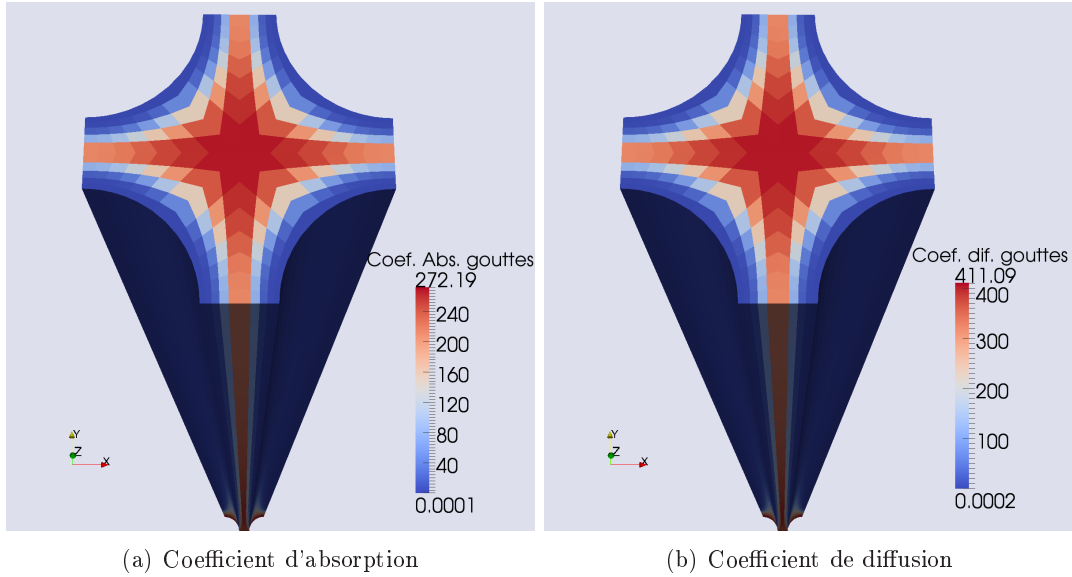


FIGURE 5.6 – Répartition spatiale des propriétés radiatives des gouttelettes (milieu gris équivalent : moyenne de Planck à la température moyenne des crayons)

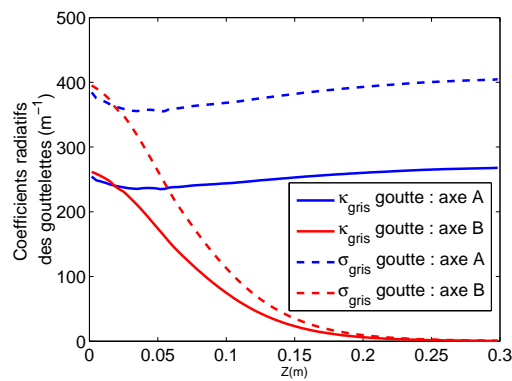


FIGURE 5.7 – Propriétés radiatives des gouttelettes (milieu gris équivalent : moyenne de Planck à la température moyenne des crayons) en fonction de la hauteur suivant les deux axes

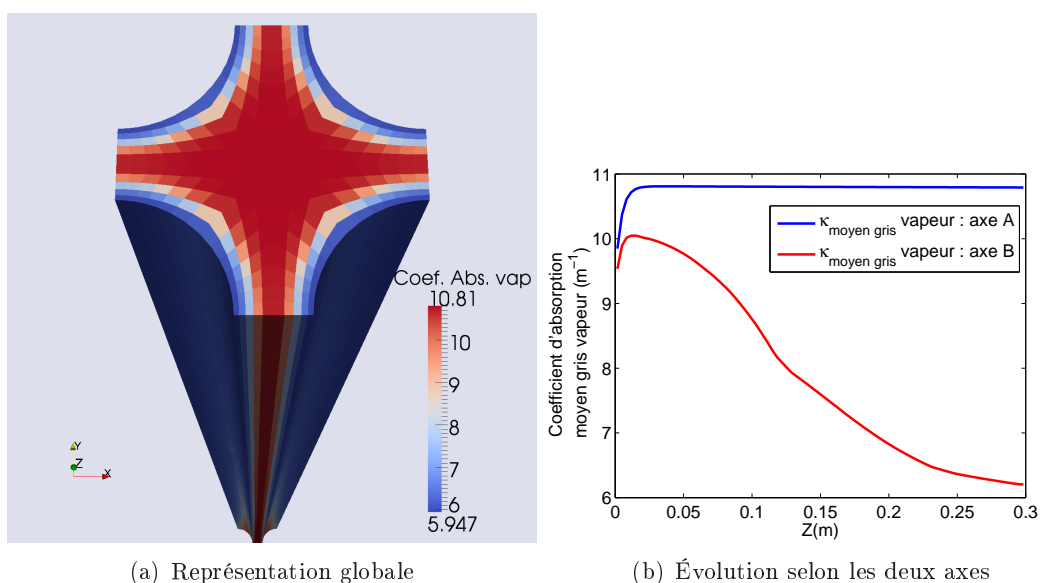


FIGURE 5.8 – Répartition spatiale des propriétés radiatives de la vapeur d'eau (coefficient moyen gris : moyenne de Planck à la température moyenne des crayons)

5.2.2 Divergence de flux radiatif

La divergence de flux radiatif est une donnée importante puisque elle correspond au bilan entre les puissances volumiques absorbées et émises par le milieu. Cette grandeur va donc déterminer si le milieu vapeur-gouttelettes d'eau va avoir tendance à s'échauffer ou se refroidir par rayonnement thermique.

La figure 5.9 montre les divergences de flux de la vapeur d'eau et des gouttelettes sur l'axe A tandis que la figure 5.10 donnent ces divergences pour l'axe B.

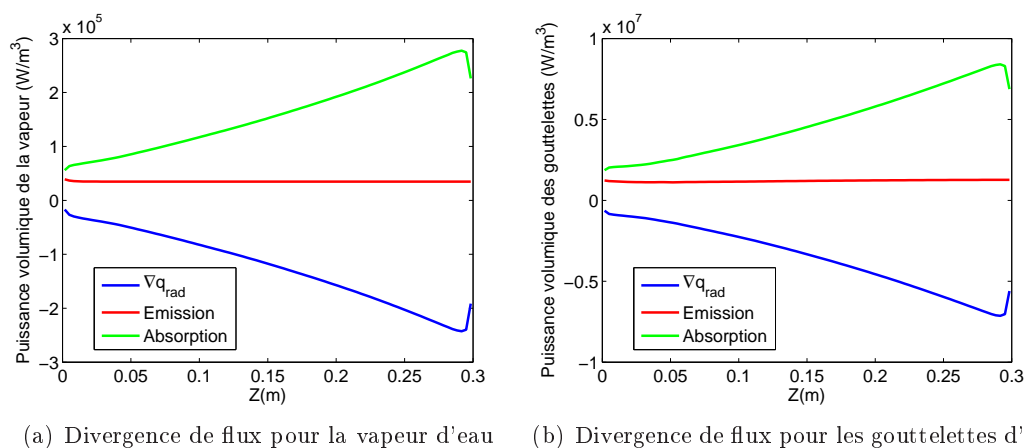


FIGURE 5.9 – Estimation des divergences de flux radiatif pour un cas APRP (axe A)

5.2.2.1 Axe A

Pour l'axe A, situé au centre de la géométrie, dans la zone où il y a beaucoup de gouttelettes, on remarque que plus on monte dans la géométrie et plus les divergences de flux deviennent négatives, c'est à dire que la vapeur et les gouttelettes absorbent de plus en plus de rayonnement. Comme expliqué précédemment, les coefficients d'absorption du milieu augmentent très légèrement sur cet axe avec la

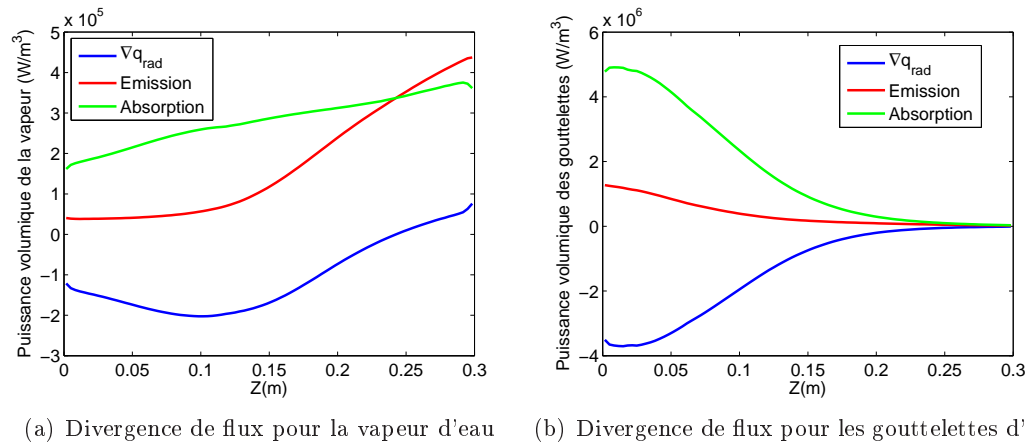


FIGURE 5.10 – Estimation des divergences de flux radiatif pour un cas APRP (axe B)

hauteur pour une température constante (la forte concentration de gouttelettes qui s'évaporent empêche la montée en température de la vapeur), le milieu émet donc toujours la même quantité de rayonnement (courbe rouge). Cependant, il y a de plus en plus de rayonnement provenant des parois du fait du gradient de température imposé sur les crayons. Cela augmente donc la quantité de rayonnement absorbée par le milieu (courbe verte). La divergence de flux des gouttelettes est bien sûr plus importante que celle de la vapeur car les gouttelettes participent beaucoup plus au phénomène d'absorption dans cette zone. La prise en compte du rayonnement thermique provoquera donc une évaporation accrue des gouttelettes au centre de la géométrie. Cela sera vérifié dans le prochain chapitre.

On remarque également des variations brusques sur les bords du domaine. Les entrées/sorties de notre géométrie sont pour le moment considérées comme des parois noires à une température égale à la température radiative du milieu dans la cellule adjacente. En réalité, la géométrie ne s'arrête pas brusquement puisqu'il y a soit un prolongement des crayons, soit l'extrémité de l'assemblage des crayons, donc des parois radiatives à une température différente de celle du milieu. La température radiative réelle à utiliser pour les entrées/sorties se situe donc entre la température du milieu et celle des crayons/assemblage. En utilisant la température du milieu en température de condition aux limites, on aura donc tendance à sous-estimer le transfert radiatif provenant du dessus ou du dessous de notre géométrie. Par ailleurs, considérer que la température est celle des crayons aurait tendance à surestimer le transfert radiatif provenant hors de notre zone d'étude. Une étude de sensibilité sur l'écriture des conditions aux limites radiatives pour les entrées-sorties pourrait également être effectuée. Il est à remarquer toutefois que les variations brusques ne concernent qu'une petite zone de la géométrie (les cellules adjacentes aux entrées/sorties).

5.2.2.2 Axe B

Sur l'axe B, situé près de la paroi, on remarque que la divergence de flux de la vapeur (courbe bleue de la figure 10(a)) décroît jusqu'à une hauteur de 10 cm, la vapeur absorbant de plus en plus de rayonnement. En effet, sa température ne monte que légèrement sur cette portion (dû au fait que la majorité de l'énergie absorbée par le milieu sert à faire évaporer les gouttelettes d'eau dans cette région, voir figure 5.5) et son coefficient d'absorption reste élevé. La quantité de rayonnement émis par la vapeur (courbe rouge) reste donc globalement constante sur les 10 premiers cm. Comme la quantité de rayonnement provenant des parois augmente, la vapeur absorbe plus de rayonnement (courbe verte). Après 10 cm, il ne reste pratiquement plus de gouttelettes d'eau dans cette zone, ainsi, la vapeur va monter en température plus fortement, impliquant une émission de rayonnement bien plus importante et qui croît avec la température. L'émission de rayonnement augmente plus vite que l'absorption de rayonnement, donnant ainsi une diminution de la divergence de flux. Après 25 cm dans l'écoulement, la divergence de flux de la vapeur d'eau devient positive. Sa température est tellement élevée qu'elle va émettre plus de rayonnement qu'elle n'en absorbe (croisement des courbes d'émission et d'absorption),

bien que sa température soit inférieure à la température des parois (les parois n'étant pas noires, elles émettent moins d'énergie radiative). La vapeur d'eau pourrait donc contribuer à chauffer les gouttelettes d'eau dans cette zone. Avec un calcul où le transfert radiatif serait couplé au reste de l'écoulement, la température de la vapeur pourrait ne pas être aussi élevée dans cette zone du fait qu'elle se refroidit par rayonnement.

La divergence de flux radiatif pour les gouttelettes suit une évolution similaire à celle de la fraction volumique. Lorsque la concentration en gouttelettes diminue, leur coefficient d'absorption diminue également, les gouttelettes participent moins au transfert radiatif. Elles vont cependant toujours absorber le rayonnement, le phénomène d'évaporation des gouttelettes serait plus important dans un calcul de transferts thermiques et massiques couplés.

5.2.3 Flux radiatif à la paroi

Le flux radiatif à la paroi sera une donnée nécessaire pour modéliser le refroidissement des crayons. Le flux radiatif est comparé au flux convectif sur la figure 5.11. On remarque bien évidemment que le flux radiatif à la paroi augmente avec la hauteur du fait que la température des crayons augmente. Le flux radiatif, bien que 2 fois moins important que le flux convectif dans ce cas, n'est pas négligeable, d'autant plus que le niveau de température des parois est relativement modéré. Pour de plus importantes températures de parois, le flux radiatif pourrait être supérieur au flux convectif (le flux radiatif a une dépendance en puissance 4 par rapport à la température tandis que le flux convectif varie linéairement avec la température).

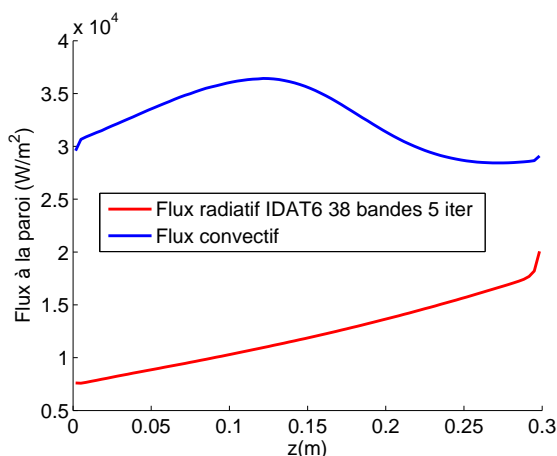


FIGURE 5.11 – Flux à la paroi : comparaison entre le flux radiatif et le flux convectif

5.3 Étude de sensibilité aux différents modèles radiatifs

Nous allons maintenant faire une étude de sensibilité sur ce cas APRP pour déterminer les paramètres optimaux que nous pourrions utiliser pour garder la meilleure précision tout en ayant un temps de calcul raisonnable. Nous comparerons d'abord les méthodes de calcul P_1 et IDA, puis nous regarderons la précision des différents modèles spectraux, et ensuite l'influence du choix de la quadrature T_N pour l'IDA. Nous ferons une comparaison avec le résultat de référence que l'on vient de présenter. Une figure montrant les écarts relatifs entre le résultat approché par rapport au résultat de référence sera également présentée, de façon analogue à la partie sur les cas de validation académiques. Le résultat de référence sera toujours présenté en rouge.

5.3.1 Méthode de calcul

Nous allons faire une comparaison des résultats obtenus par l'approximation P_1 par rapport aux résultats de référence obtenus par IDA. L'approximation P_1 sera utilisée avec une précision spectrale de 38 bandes pour faire la comparaison avec le cas de référence.

5.3.1.1 Divergence de flux radiatif

Axe A

Les figures 5.12 et 5.13 donnent les divergences de flux radiatif au centre de la géométrie (axe A) pour la vapeur et pour les gouttelettes suivant l'approximation P_1 et l'IDA. On remarque que la P_1 a du mal à prédire correctement les divergences de flux radiatif en accusant un écart relatif moyen d'environ 49 % pour la vapeur et de 42 % pour les gouttelettes.

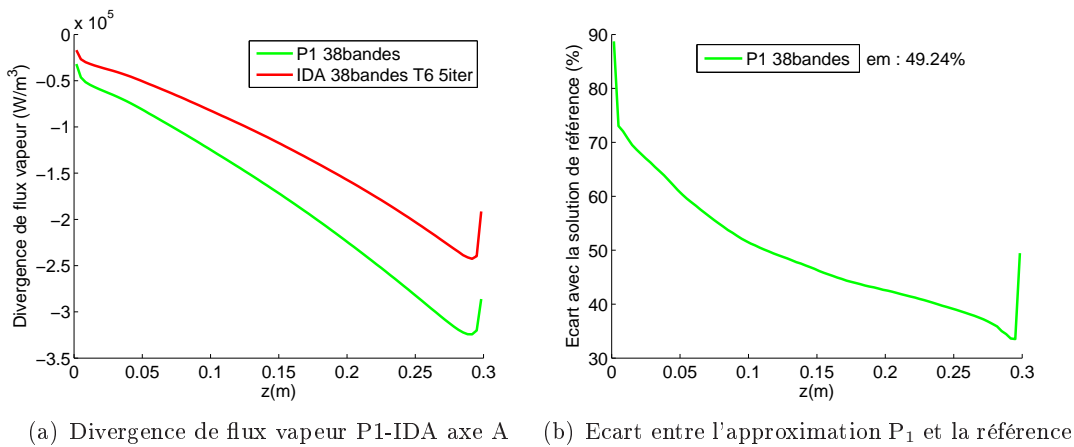


FIGURE 5.12 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe A : résultat P_1 par rapport à la référence

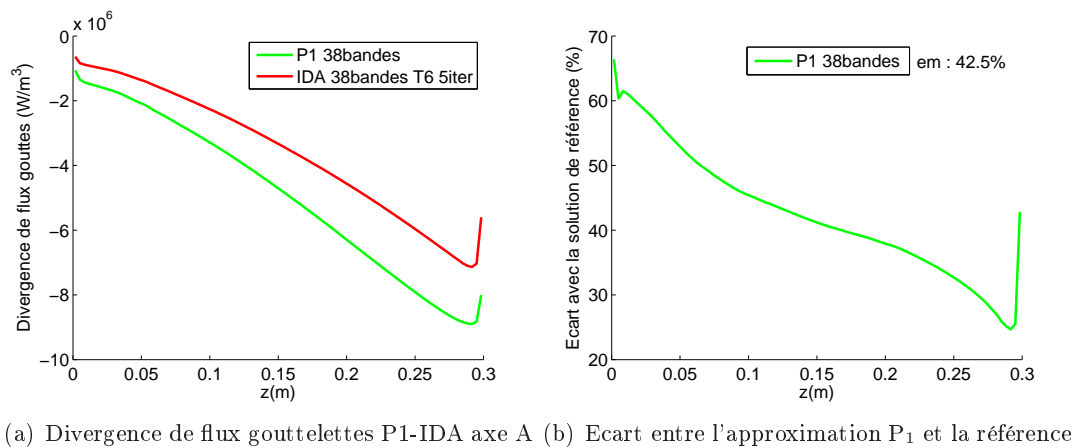


FIGURE 5.13 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe A : résultat P_1 par rapport à la référence

Axe B

Sur les figures 5.14 et 5.15 se trouvent les valeurs calculées par P_1 et IDA de divergence de flux radiatif près d'un crayon (axe B) pour la vapeur et pour les gouttelettes. Pour la vapeur, la méthode P_1 présente

un écart relatif moyen de 50 %, cet écart moyen étant faussé au niveau de la zone où le résultat de référence pour la divergence de flux change de signe (la valeur de l'écart relatif diverge lorsque la solution de référence tend vers zéro). L'écart relatif de l'approximation P_1 est inférieur à 20 % entre 0 et 20 cm. Pour les gouttelettes, l'approximation P_1 arrive bien à prédire la divergence de flux en ayant un écart relatif moyen de 8 % seulement, les erreurs les plus importantes étant commises sur les faibles valeurs de divergence de flux. Le niveau de précision de l'approximation P_1 dépend donc de la zone étudiée et de la composition du milieu dans cette zone. Elle impliquerait des erreurs importantes au centre de la géométrie et de plus faibles erreurs près des crayons.

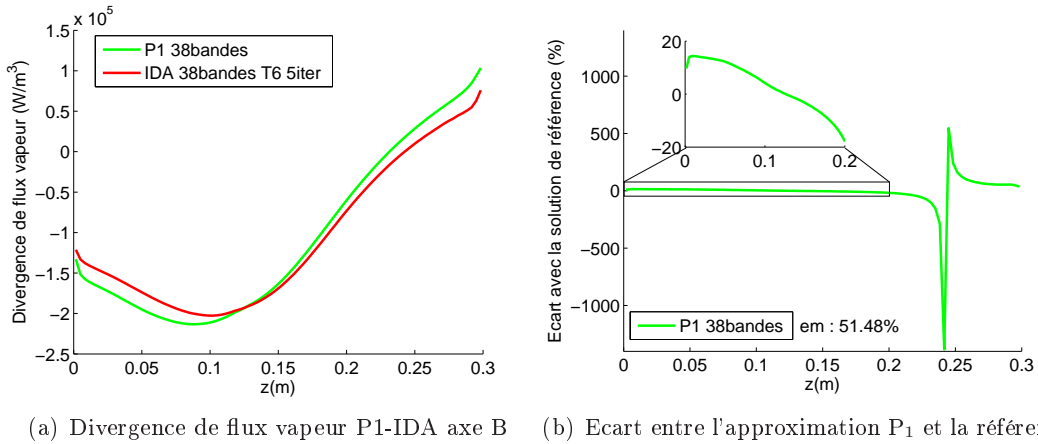


FIGURE 5.14 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe B : résultat P_1 par rapport à la référence

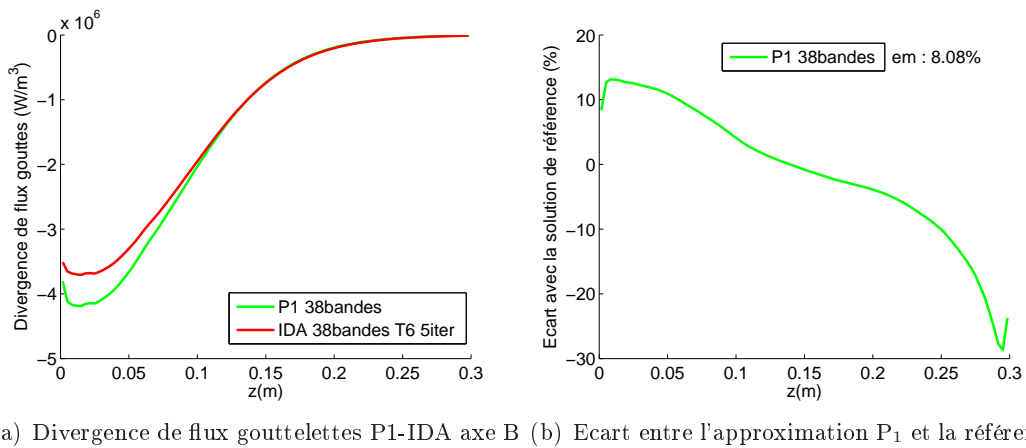


FIGURE 5.15 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe B : résultat P_1 par rapport à la référence

5.3.1.2 Flux radiatif à la paroi

Le flux radiatif à la paroi (figure 5.16) est correctement estimé par approximation P_1 , avec un écart relatif moyen de 7 %. Cela justifie le choix d'utiliser l'approximation P_1 pour estimer le flux incident aux parois non noires pour le calcul de radiosité.

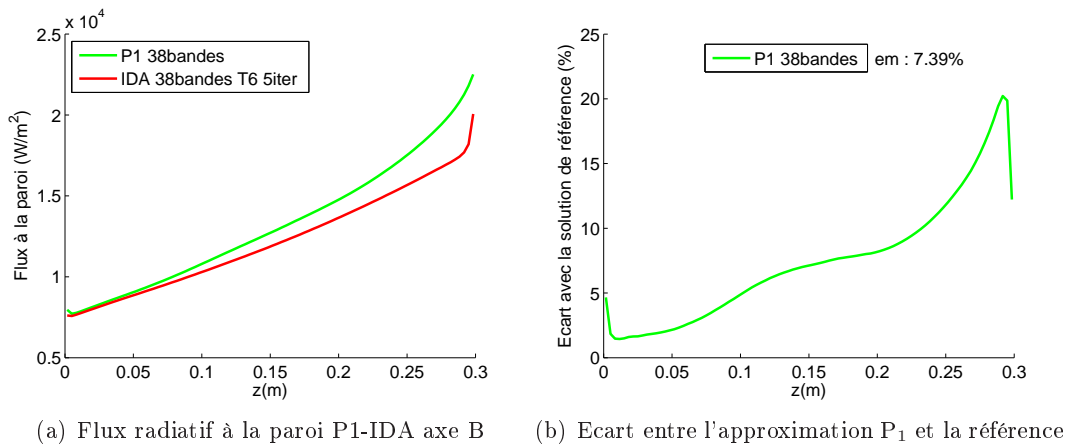


FIGURE 5.16 – Flux radiatif à la paroi sur l’axe B : résultat P₁ par rapport à la référence

5.3.1.3 Conclusion sur les méthodes

L’approximation P₁ donne des résultats assez différents de l’IDA sur certaines zones de la géométrie et ne pourrait sans doute pas être utilisée seule pour modéliser le transfert radiatif dans notre cas d’étude. Elle pourrait être utilisée en début de calcul pour aider à la convergence avant d’utiliser l’IDA. La modélisation du flux aux parois est toutefois plutôt bonne.

5.3.2 Précision spectrale

Le calcul sur 38 bandes et sur 7 points de Gauss nécessite 266 résolutions de l’ETR, impliquant un coût CPU important. Nous avons créé des modèles spectraux plus simples pour résoudre plus rapidement le transfert radiatif sur notre spectre d’étude, comme expliqué dans le chapitre 3. Le niveau de précision de ces modèles spectraux (milieu gris équivalent et milieu à 6 bandes) par rapport à un calcul Ck sur 38 bandes doit toutefois être estimé.

5.3.2.1 Divergence de flux radiatif

Axe A

Les figures 5.17 et 5.18 présentent la divergence de flux pour la vapeur et pour les gouttelettes avec l’utilisation des trois résolutions spectrales pour l’IDA. On remarque que la précision spectrale à 6 bandes larges décrit bien le milieu puisque l’écart relatif moyen par rapport à la référence est de l’ordre de 4 % pour la vapeur avec des écarts relatifs importants sur les très faibles valeurs de divergence de flux et un écart moyen inférieur à 1 % sur la divergence de flux des gouttelettes, alors que cela représente environ 44 fois moins de calculs (266 résolutions pour le milieu à 38 bandes, contre 6 résolutions uniquement pour le milieu à 6 bandes). Le milieu gris équivalent présente un écart moyen un peu plus important (de l’ordre de 25 % pour la vapeur, mais seulement de 3 % pour les gouttelettes). La vapeur présente en effet un aspect non gris assez marqué (voir chapitre 3), c’est pourquoi le milieu gris équivalent est insuffisamment précis pour modéliser les propriétés radiatives de la vapeur.

Axe B

Sur l’axe B, près du crayon, on peut remarquer que la divergence de flux pour le modèle spectral à 6 bandes larges présente un écart plus important par rapport à la référence (figures 5.19 et 5.20). En effet, dans cette zone, les propriétés radiatives de la vapeur sont dominantes devant les propriétés radiatives des gouttelettes. Et comme le modèle à 6 bandes larges n’utilise que la valeur du coefficient moyen et non la représentation C-k sur 7 points de gauss, cela implique donc un écart plus important sur les valeurs de divergences de flux du milieu. Le milieu gris équivalent ne prédit pas correctement les divergences de flux. En effet, pour un milieu gris, le découpage de la divergence de flux implique le même

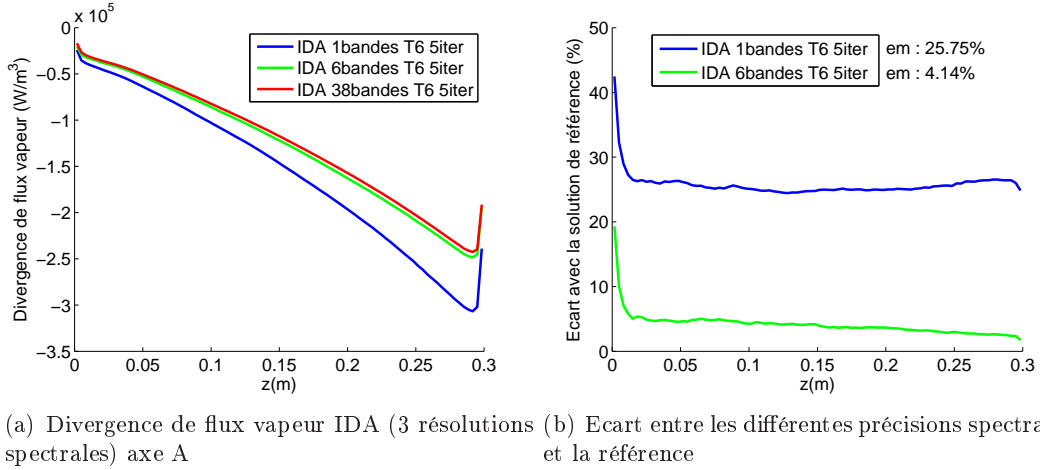


FIGURE 5.17 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe A : différentes résolutions spectrales par rapport à la référence

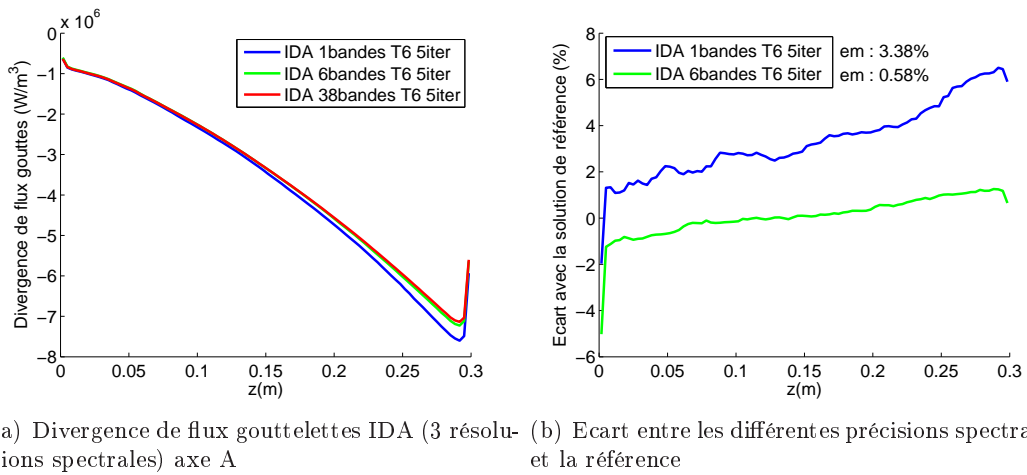


FIGURE 5.18 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe A : différentes résolutions spectrales par rapport à la référence

comportement pour la vapeur et les gouttelettes d'eau, c'est à dire que les deux doivent absorber ou émettre du rayonnement parallèlement. Il n'est donc pas possible d'avoir de l'émission de rayonnement pour la vapeur d'eau avec de l'absorption du rayonnement pour les gouttelettes d'eau comme cela est observé sur les derniers centimètres de notre domaine d'étude avec les modèles spectraux plus précis, d'où les erreurs importantes du milieu gris dans cette zone.

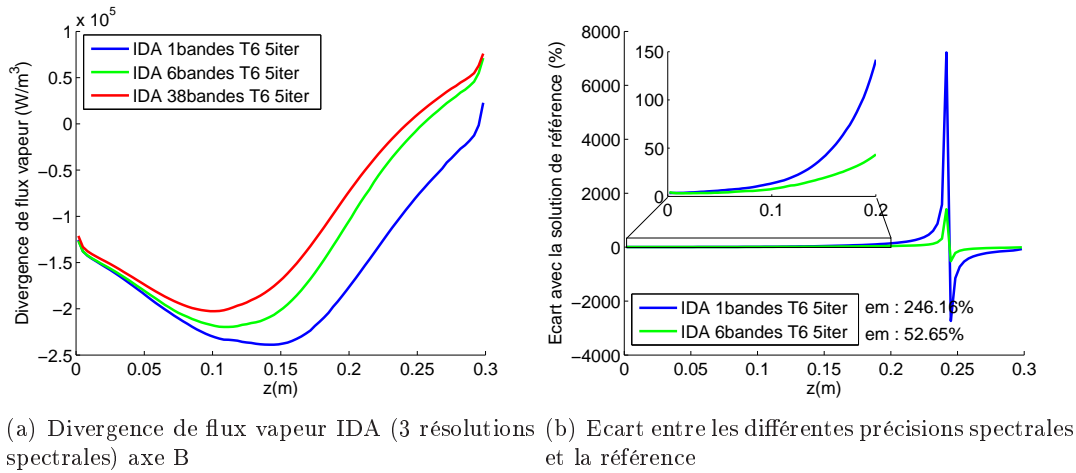


FIGURE 5.19 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe B : différentes résolutions spectrales par rapport à la référence

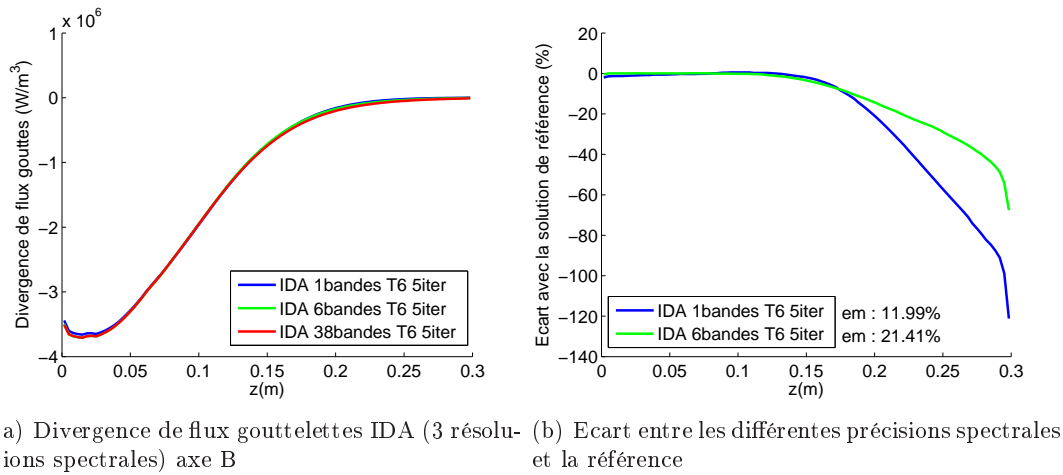


FIGURE 5.20 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe B : différentes résolutions spectrales par rapport à la référence

5.3.2.2 Flux radiatif à la paroi

Le flux radiatif à la paroi pour les différentes précisions spectrales est présenté sur la figure 5.21. On remarque peu d'influence du choix de la résolution spectrale, le milieu gris équivalent présentant un écart relatif moyen de 4 % tandis que le milieu à 6 bandes larges donne un écart de l'ordre de 1 %.

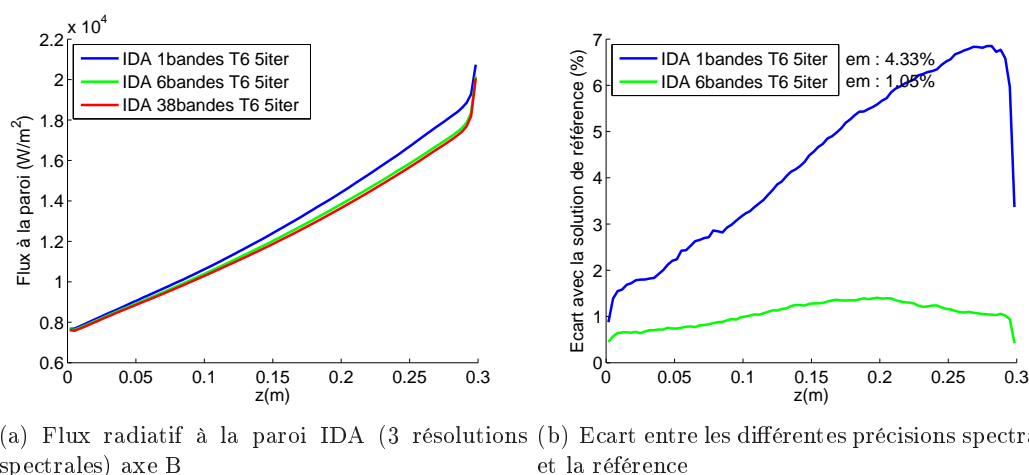


FIGURE 5.21 – Flux radiatif à la paroi sur l’axe B : différentes résolutions spectrales par rapport à la référence

5.3.2.3 Conclusion sur le choix de la méthode spectrale

La méthode sur 6 larges bandes présente une très bonne précision pour un temps de calcul très largement réduit par rapport au calcul Ck sur 38 bandes et 7 points de Gauss. Par contre, le milieu a un aspect non gris trop marqué pour que le milieu gris équivalent puisse être suffisamment précis, en plus du fait que notre hypothèse pour le partage de la divergence de flux donne des résultats plus limités pour notre application. Nous utiliserons donc le modèle à 6 bandes par la suite.

5.3.3 Quadrature angulaire

Nous allons ici regarder le niveau de précision induit par les quadratures angulaires T_2 , T_4 et T_6 et comparer les résultats des deux premières par rapport à la dernière, plus précise.

5.3.3.1 Divergence de flux radiatif

Axe A

Les figures 5.22 et 5.23 donnent les divergences de flux radiatif de la vapeur et des gouttelettes sur l’axe A avec l’utilisation de différentes quadratures T_N , ainsi que les écarts relatifs associés. Nous pouvons remarquer que le choix de la quadrature angulaire n’a qu’une faible importance dans cette zone, puisque les résultats obtenus avec la quadrature T_2 ne présentent que 2 % d’écart avec ceux issus de la quadrature T_6 . Nous sommes dans une zone où le milieu absorbe et diffuse beaucoup, donc l’effet de la géométrie se ressent beaucoup moins dans cette zone car le rayonnement est très vite atténué. Une forte quadrature dans cette zone n’induit donc pas une amélioration majeure du résultat.

Axe B

Les divergences de flux suivant l’axe B sont représentées sur les figures 5.24 et 5.25. Le choix de la quadrature angulaire a un peu plus d’importance dans cette zone. On remarque un écart moyen de 5 % et 2 % pour les quadratures T_2 et T_4 sur la divergence de flux des gouttelettes. Pour la divergence de flux de la vapeur, la quadrature T_4 présente un écart moyen de 10 % (toujours faussé par le changement de signe du résultat de référence) mais présente un écart toujours inférieur à 5 % sur les 20 premiers centimètres. La quadrature T_2 présente un écart moyen plus élevé. La quadrature influe beaucoup plus sur les résultats dans ce cas parce que l’aspect géométrique se fait plus ressentir. Le milieu atténue relativement peu le rayonnement dans cette zone et la proximité avec le crayon rend ainsi l’aspect géométrique plus important.

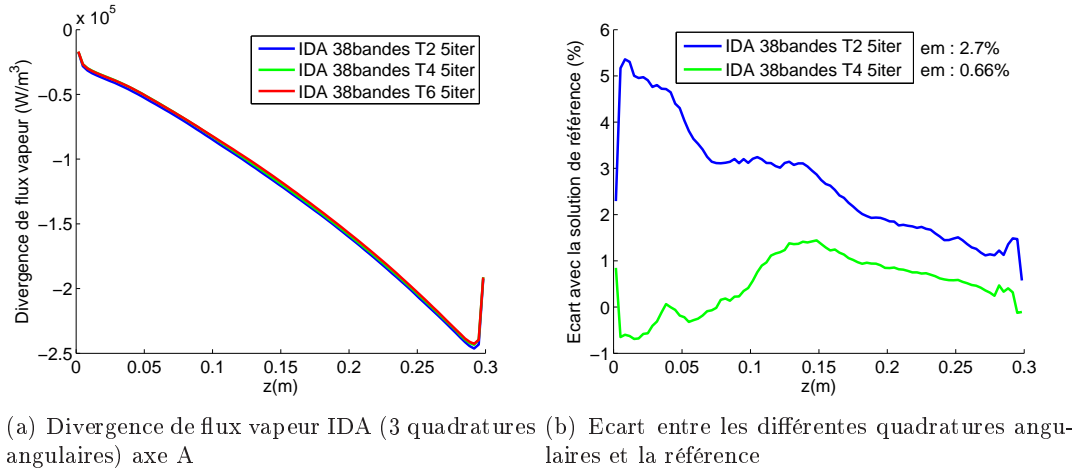


FIGURE 5.22 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe A : différentes quadratures angulaires par rapport à la référence

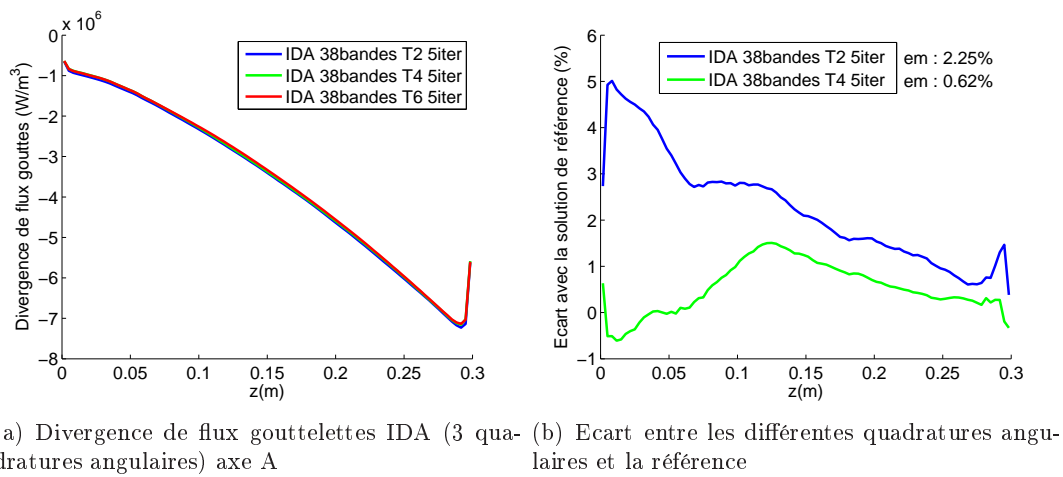


FIGURE 5.23 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe A : différentes quadratures angulaires par rapport à la référence

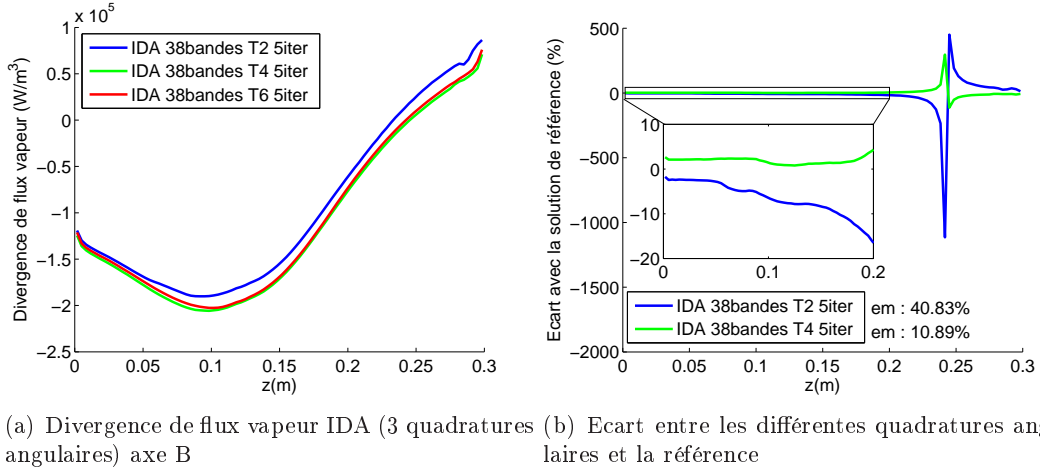


FIGURE 5.24 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe B : différentes quadratures angulaires par rapport à la référence

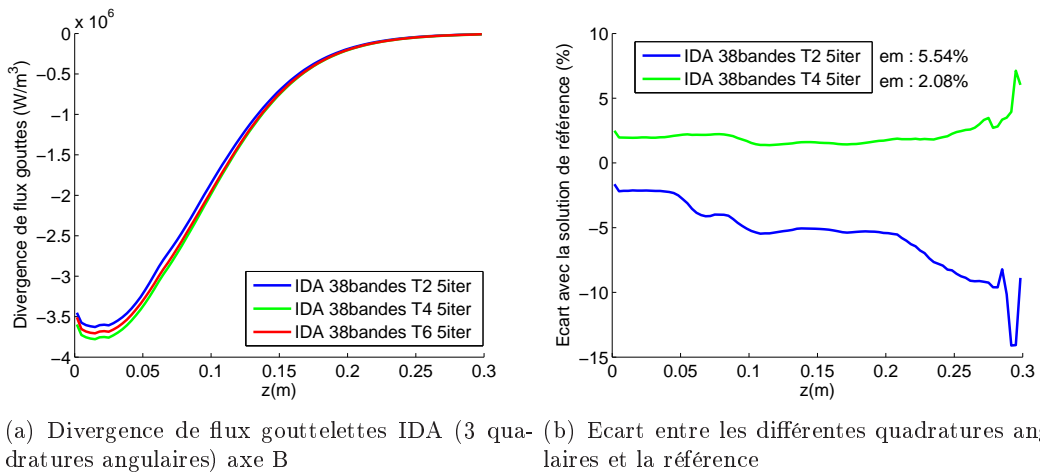
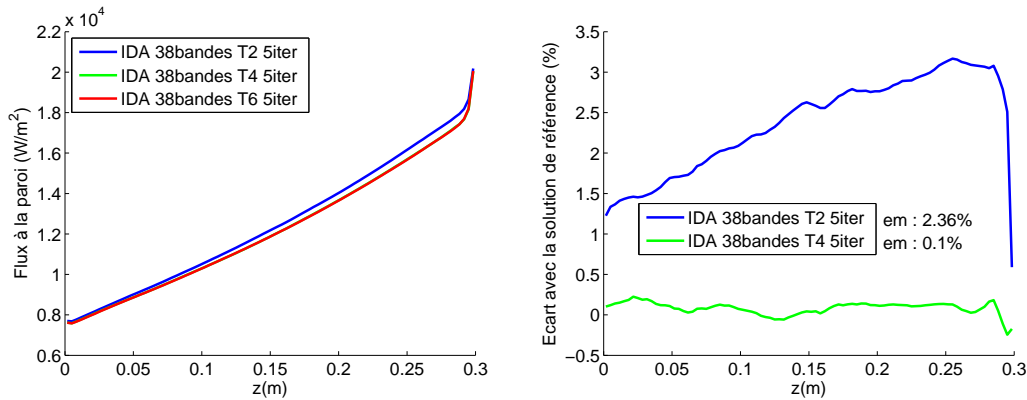


FIGURE 5.25 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe B : différentes quadratures angulaires par rapport à la référence

5.3.3.2 Flux radiatif à la paroi

Pour le flux radiatif à la paroi, le choix de la quadrature n'a que peu d'influence sur le résultat, les quadratures T_2 et T_4 modélisent correctement le flux avec un écart relatif moyen inférieur à 2 % (figure 5.26).



(a) Flux radiatif à la paroi IDA (3 quadratures angulaires) axe B (b) Ecart entre les différentes quadratures angulaires et la référence

FIGURE 5.26 – Flux radiatif à la paroi sur l'axe B : différentes quadratures angulaires par rapport à la référence

5.3.3.3 Conclusion sur le choix de la quadrature

Nous pouvons remarquer qu'une quadrature T_4 est amplement suffisante pour décrire correctement l'aspect géométrique puisqu'elle n'apporte que peu d'écart avec les résultats obtenus à partir d'une quadrature T_6 . La quadrature T_2 apporte également une bonne précision, elle pourrait peut être induire plus d'erreurs pour des milieux qui atténuent peu le rayonnement.

5.3.4 Calcul itératif pour l'IDA

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le résultat convergé de l'IDA s'obtient avec notre algorithme en effectuant un calcul itératif pour remplacer les estimations provenant de l'approximation P_1 par des estimations provenant d'un calcul IDA. Nous allons regarder le niveau de convergence de l'IDA en fonction du nombre d'itération pour en déduire le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir un résultat convergé.

5.3.4.1 Divergence de flux radiatif

Axe A

Nous pouvons remarquer sur les figures 5.27 et 5.28, représentant la divergence de flux radiatif pour la vapeur et pour les gouttelettes, qu'il faut au moins 3 itérations pour avoir un niveau d'erreur acceptable (environ 4 %). Notre résultat de référence utilisé précédemment sur 5 itérations est quasiment convergé comme on peut le voir puisque l'ajout d'une itération supplémentaire pour le calcul ne change pratiquement plus le résultat (0,5 % d'écart). Notre cas d'étude présente un milieu fortement diffusant ce qui peut expliquer la nécessité d'itérer plusieurs fois le calcul avant d'avoir une estimation du terme de renforcement par diffusion acceptable.

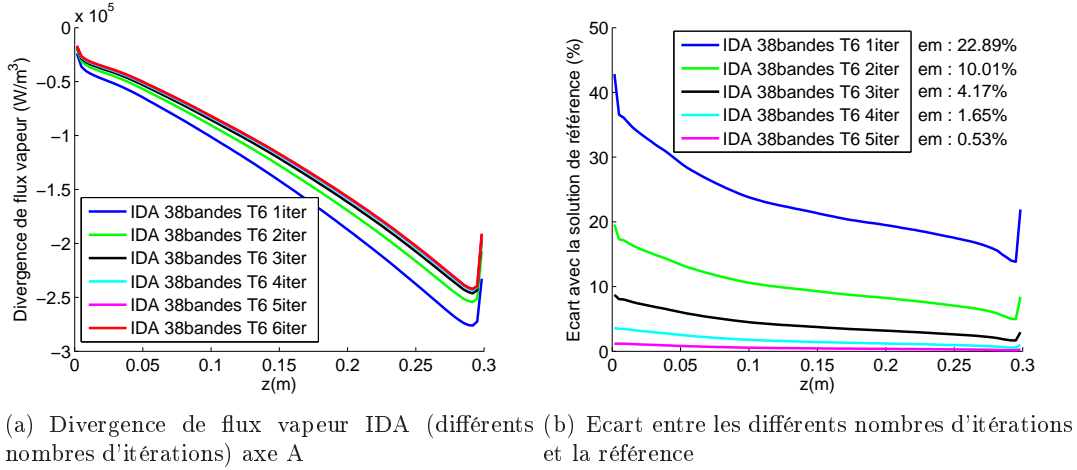


FIGURE 5.27 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe A : différents nombres d'itérations par rapport à la référence

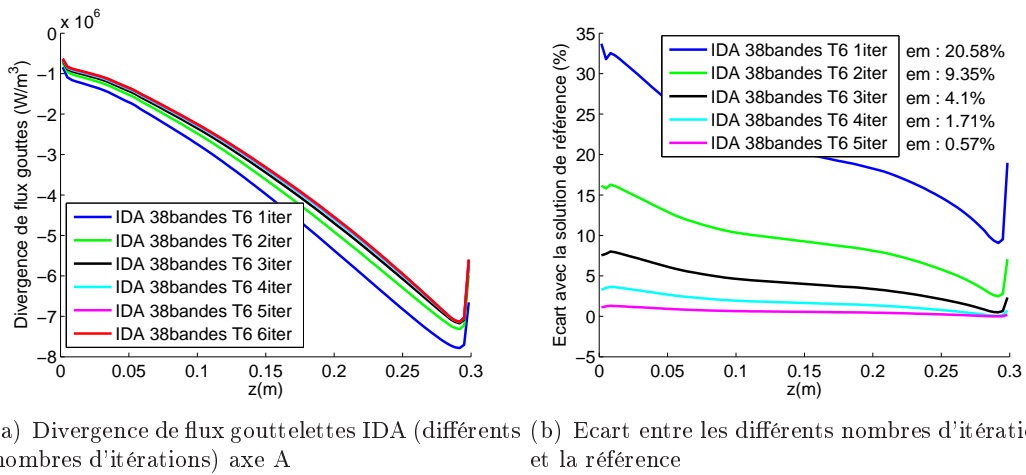


FIGURE 5.28 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe A : différents nombres d'itérations par rapport à la référence

Axe B

La convergence de la solution de la divergence de flux radiatif sur l'axe B se fait de façon analogue à celle sur l'axe A. On remarque ainsi que la divergence de flux radiatif de la vapeur (figure 5.29) nécessite toujours environ 3 itérations pour converger vers un résultat d'un niveau acceptable (4 % d'erreur). La divergence de flux radiatif des gouttelettes (5.30) est en revanche relativement bien modélisée dès la première itération.

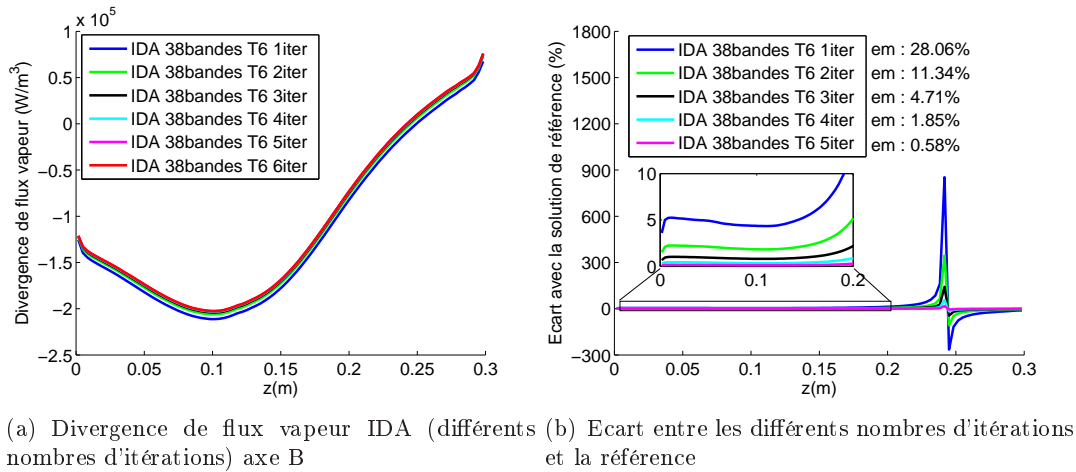


FIGURE 5.29 – Divergence de flux radiatif pour la vapeur sur l'axe B : différents nombres d'itérations par rapport à la référence

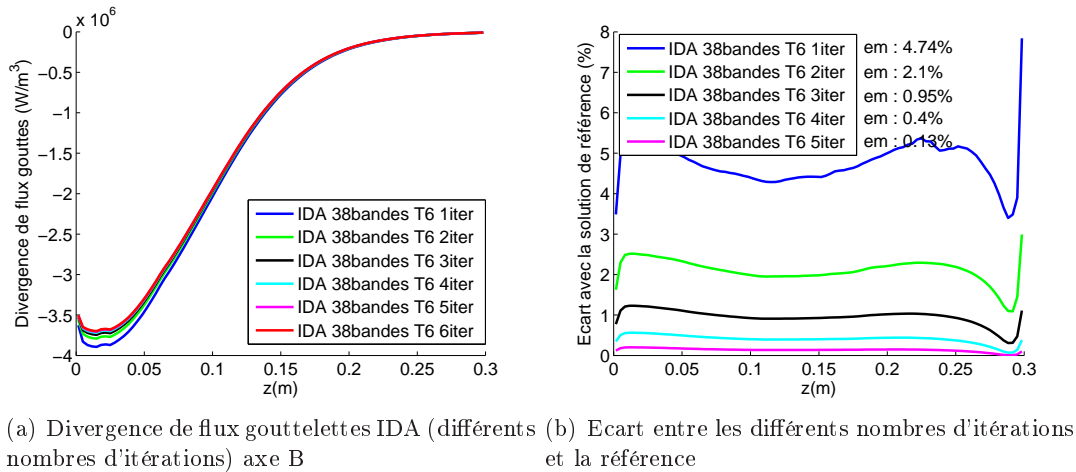


FIGURE 5.30 – Divergence de flux radiatif pour les gouttelettes sur l'axe B : différents nombres d'itérations par rapport à la référence

5.3.4.2 Flux radiatif à la paroi

Le flux radiatif à la paroi, présenté sur la figure 5.31, montre que le résultat après 1 itération est déjà très bon avec un écart relatif moyen d'environ 4 %.

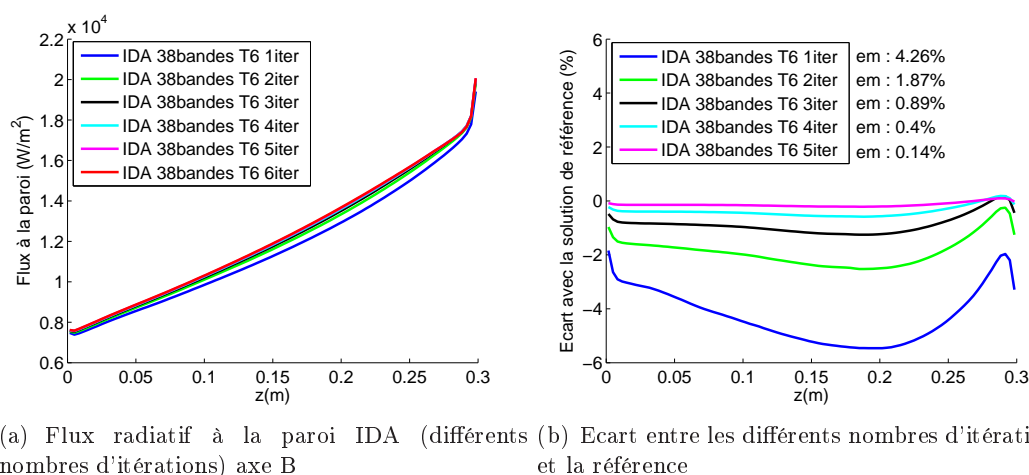


FIGURE 5.31 – Flux radiatif à la paroi sur l'axe B : différents nombres d'itérations par rapport à la référence

5.3.4.3 Conclusion sur le nombre d'itérations

L'IDA ne nécessite pas des dizaines d'itérations pour converger vers son résultat final, il est même possible d'obtenir un bon résultat après trois itérations. Le résultat après une itération n'est pas optimal pour un cas APRP du fait du fort caractère diffusant du milieu.

5.4 Conclusion sur l'étude de sensibilité

Cette étude a permis de déterminer la sensibilité des paramètres du modèle que nous pouvons utiliser pour résoudre le transfert radiatif. Nous pouvons ainsi en déduire les paramètres qui permettent d'obtenir une résolution précise tout en gardant un temps de calcul limité. Après avoir vérifié que l'approximation P_1 était insuffisamment précise par rapport aux résultats IDA, nous avons vu que la modélisation du milieu sur 6 bandes larges représente bien son aspect non gris et que l'utilisation d'une quadrature angulaire de type T_4 est suffisante pour représenter correctement l'aspect directionnel du rayonnement dans notre géométrie. L'IDA nécessitera environ 3 à 4 itérations pour converger vers son résultat optimal. Ces paramètres seront donc ensuite utilisés pour effectuer des simulations d'écoulements dans des conditions APRP avec un transfert radiatif couplé aux autres modes de transfert.

Chapitre 6

Transferts couplés : application à des conditions APRP

Sommaire

6.1	Couplage du rayonnement thermique avec les autres modes de transfert	131
6.2	Simulations d'écoulement APRP : influence du transfert radiatif . .	132
6.2.1	Écoulement étudié	133
6.2.2	Écoulement obtenu sans prise en compte du rayonnement	134
6.2.3	Simulation avec couplage du rayonnement thermique	136
6.2.4	Influence du rayonnement thermique	140
6.2.5	Flux extraits à la paroi	143
6.2.6	Impact sur la résolution numérique	145
6.2.7	Comparaison avec un calcul utilisant l'approximation P_1 seule	146
6.3	Conclusion	148

6.1 Couplage du rayonnement thermique avec les autres modes de transfert

Pour représenter un écoulement diphasique (ici vapeur + gouttelettes), le code Neptune_CFD utilise un modèle 2 fluides 1 pression (voir Ishii [31]). C'est un modèle moyenné (qui ne résout pas mais modélise les transferts à l'échelle des interfaces). Ainsi, chaque phase k est représentée par des grandeurs moyennes indicées k . Les bilans de quantité de mouvement, de masse et d'énergie sont effectués sur chaque phase.

Nous allons nous intéresser au bilan d'énergie tel qu'il est écrit dans Neptune_CFD.

Les équations de bilan d'énergie de chaque phase k sont écrites sur l'enthalpie totale massique

$$H_k = e_k + \frac{1}{2}U_k^2 + \frac{P}{\rho_k} \quad (6.1)$$

avec H_k l'enthalpie massique, e_k l'énergie interne massique, U_k la vitesse moyenne, P la pression et ρ_k la masse volumique de la phase k .

L'équation de bilan d'énergie pour la phase k à une position de l'espace donnée s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Fv_k \rho_k H_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (Fv_k \rho_k H_k U_{k,j}) &= \frac{\partial}{\partial x_j} (Fv_k U_{k,i} \tau_{visq,k,ij}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (Fv_k Q_{k,j}) \\
 &+ Fv_k \frac{\partial P}{\partial t} + \underline{Fv_k \rho_k U_{k,i} g_i} + \Pi_k + \varphi_{(wall \rightarrow k)} \\
 &+ \underline{\sum_{p \neq k} I'_{(p \rightarrow k),i} U_{k,i}} + \underline{\frac{\partial}{\partial x_j} (q_{rad,k,j})}
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

avec :

$\frac{\partial Fv_k \rho_k H_k}{\partial t}$ représentant le terme instationnaire de la variation d'enthalpie massique totale.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (Fv_k \rho_k H_k U_{k,j})$ représentant le terme de convection de l'enthalpie massique totale.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (Fv_k U_{k,i} \tau_{visq,k,ij})$ représentant la puissance volumique associée à la dissipation visqueuse.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (Fv_k Q_{k,j})$ représentant la divergence de flux conductif, où $Q_{k,j} = -\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x_j}$.

λ_k est la conductivité thermique contenant à la fois les contributions moléculaire et turbulente et T_k la température de la phase k

$Fv_k \frac{\partial P}{\partial t}$ représentant la puissance volumique due aux forces de pression.

$Fv_k \rho_k U_{k,i} g_i$ représentant la puissance volumique due aux effets gravitationnels.

Π_k représentant la puissance volumique due aux transferts de chaleur interfaciaux. Cette grandeur respecte le bilan énergétique à l'interface entre les phases p et k , cette interface étant supposée être à l'équilibre thermodynamique.

$\varphi_{(wall \rightarrow k)}$ représentant le flux d'énergie entre la phase k et la paroi.

$\sum_{p \neq k} I'_{(p \rightarrow k),i} U_{k,i}$ représentant la puissance volumique associée aux transferts interfaciaux de quantités de mouvement $I'_{(p \rightarrow k)}$ de la phase p vers la phase k à l'interface

$\frac{\partial}{\partial x_j} (q_{rad,k,j})$ représentant la divergence de flux radiatif. Il s'agit donc du terme $\nabla \vec{q}_{rad}$ présenté dans l'équation (2.29).

La liste complète des symboles est donnée dans la nomenclature. Ces termes sont des puissances volumiques, exprimées en W/m^3 . Les termes soulignés sont pour le moment négligés dans l'équation d'énergie. L'ajout de la source volumique de chaleur due au rayonnement est l'objet de ce travail. La puissance volumique agissant sur chaque phase correspond à leur divergence de flux radiatif respective, comme présenté suivant l'équation (3.63).

6.2 Simulations d'écoulement APRP : influence du transfert radiatif

Nous sommes maintenant capables de faire des simulations numériques en condition APRP. Nous allons regarder l'influence que le rayonnement thermique a sur l'écoulement en faisant une comparaison entre une simulation d'écoulement sans prise en compte du transfert radiatif et le même écoulement avec prise en compte du transfert radiatif.

6.2.1 Écoulement étudié

Nous étudions ici l'écoulement diphasique vapeur-gouttelettes pour une géométrie similaire à celle qui a été présentée dans la partie précédente. Une représentation du maillage est donnée sur la figure 6.1. Ce maillage est constitué de 25632 éléments et 9832 éléments de parois.

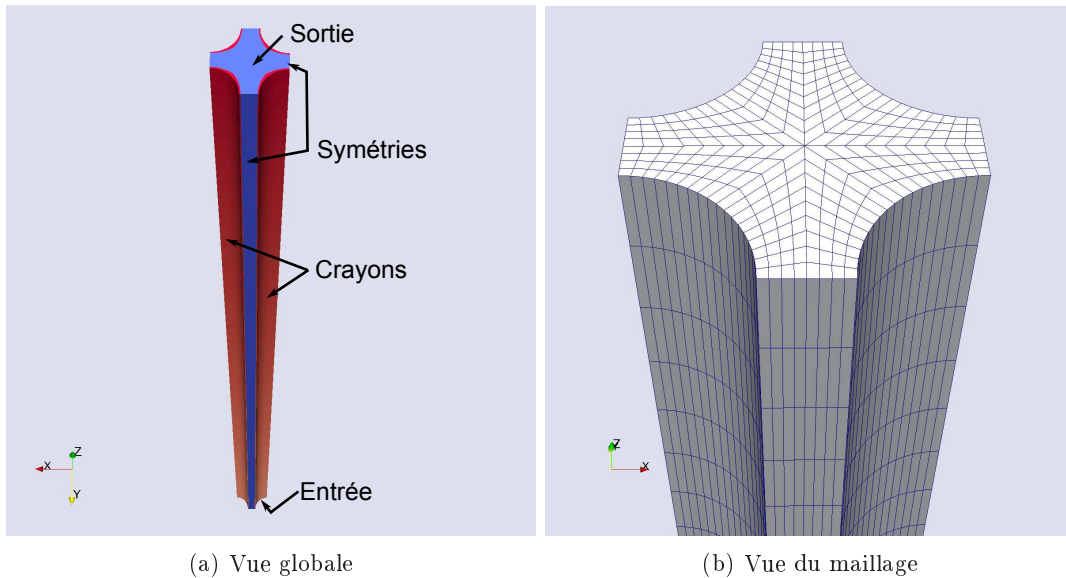


FIGURE 6.1 – Géométrie utilisée pour la simulation d'écoulement dans des conditions de renouage d'un APRP

Le tableau 6.1 donne les conditions aux limites introduites en entrée (ou sortie pour la pression) de notre écoulement.

Variable	Vapeur	Gouttelettes
Température (°C)	400	100
Fraction volumique	0,999	0,001
Vitesse (m/s)	5	4
Diamètre (μm)	-	100
Pression(bar)	1,013	-

TABLEAU 6.1 – Conditions aux limites de l'écoulement APRP

Dans ce nouveau cas, le diamètre des gouttelettes est de $100\mu\text{m}$ et encore une fois défini comme constant dans tout le domaine. La fraction volumique des gouttelettes est de $10^{-3}\text{m}^3/\text{m}^3$, soit dix fois moins importante que dans le chapitre précédent. D'un point de vue radiatif, le rayonnement sera moins influencé par les propriétés radiatives des gouttelettes et plus par celles de la vapeur par rapport à l'étude précédente. La vapeur entre à une température beaucoup plus importante que dans les cas d'étude de sensibilité, cela correspond donc à une zone d'étude située plus haut dans l'assemblage par rapport au chapitre précédent.

Les parois présentent un gradient de température allant de 400°C à 850°C sur les 15 premiers centimètres de la géométrie, puis une température constante à 850°C sur les 15 derniers centimètres, comme illustré sur la figure 6.2. Pour le cas radiatif, l'émissivité des parois sera fixée soit à 0,5 (pour des crayons non oxydés), soit à 0,8 (crayons oxydés).

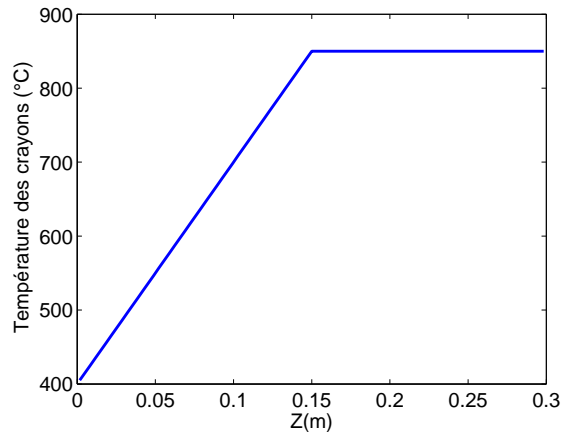


FIGURE 6.2 – Température des crayons suivant la hauteur (°C)

6.2.2 Écoulement obtenu sans prise en compte du rayonnement

Nous allons présenter succinctement quelques résultats sur l'écoulement obtenu sans prise en compte du rayonnement, tels que la fraction volumique en gouttelettes et la température de la vapeur d'eau. Les résultats montreront l'allure globale de l'écoulement et l'évolution de la grandeur suivant les deux axes précédemment utilisés (voir figure 5.3)

6.2.2.1 Fraction volumique

La répartition spatiale de la fraction volumique est présentée sur la figure 6.3. Dans ce cas test, la distribution en gouttelettes est uniformément répartie sur une coupe horizontale, c'est-à-dire entre le centre et les parois des crayons (voir figure 6.4 donnant la fraction volumique sur une coupe horizontale au niveau de la sortie en haut de géométrie). On remarque ainsi une variation de seulement 15 % entre les zones les plus concentrées en gouttelettes (au centre et dans les zones où l'espacement entre 2 crayons est le plus faible) et les zones les moins concentrées en gouttelettes. Les gouttelettes sont présentes en faible quantité près des crayons, ainsi, dans cette zone, le rayonnement thermique ne sera plus autant influencé par les propriétés de la vapeur par rapport au chapitre précédent. Cette nouvelle distribution en fraction volumique a notamment été obtenue après l'ajout de nouveaux termes de turbulence (issu de la thèse de Baalbaki [4]) prenant mieux en compte la distribution des gouttelettes en proche paroi. La concentration en gouttelettes est quatre fois plus forte en bas de la géométrie que sur le haut du fait de l'évaporation et de l'augmentation de la vitesse des gouttelettes entre le bas et le haut de la géométrie.

6.2.2.2 Température vapeur

La température de vapeur dans notre géométrie est donnée par la figure 6.5. Après une baisse sur les premiers centimètres due à l'évaporation des gouttelettes, la température de la vapeur augmente suivant la hauteur car la température des crayons est plus importante en haut de la géométrie qu'en bas de la géométrie. La température est bien évidemment plus élevée près des crayons qu'au centre de la géométrie. Au centre de la géométrie, la température de la vapeur diminue sur les 10 premiers centimètres du fait d'une concentration en gouttelettes suffisamment importante pour refroidir la vapeur. La température de vapeur augmente une fois que la fraction volumique des gouttelettes devient faible. On remarque que la vapeur est à une température toujours supérieure à la température de saturation. Comme les gouttelettes sont à la température de saturation, il n'y a jamais de condensation de la vapeur dans ce cas d'étude.

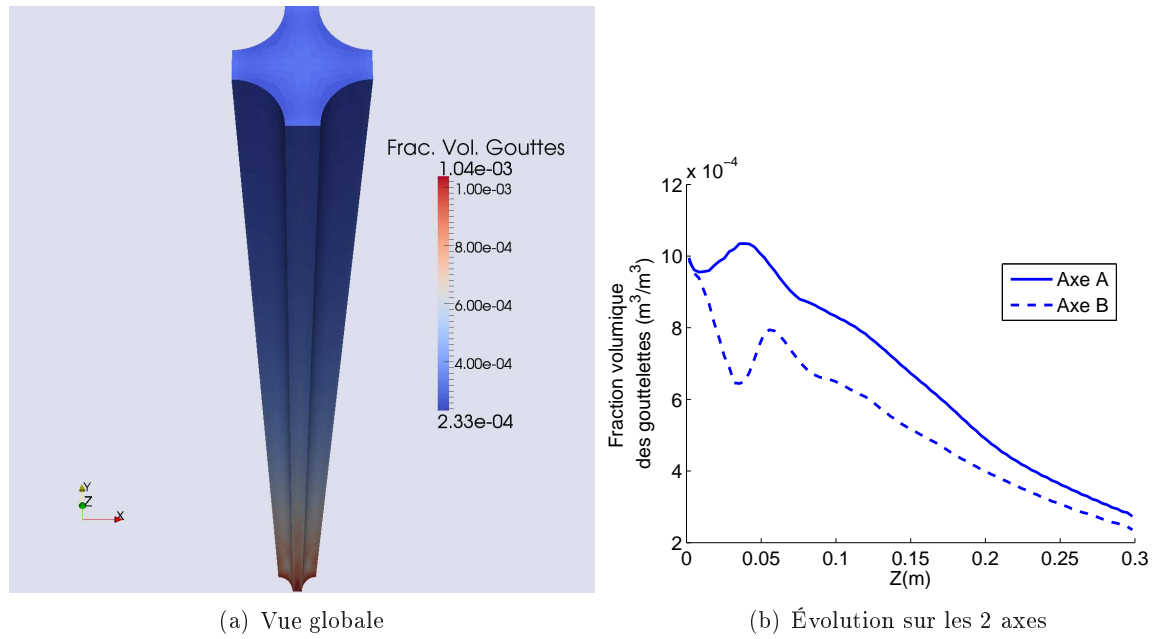


FIGURE 6.3 – Fraction volumique en gouttelettes (m^3/m^3) (sans couplage du rayonnement thermique pour l'écoulement)

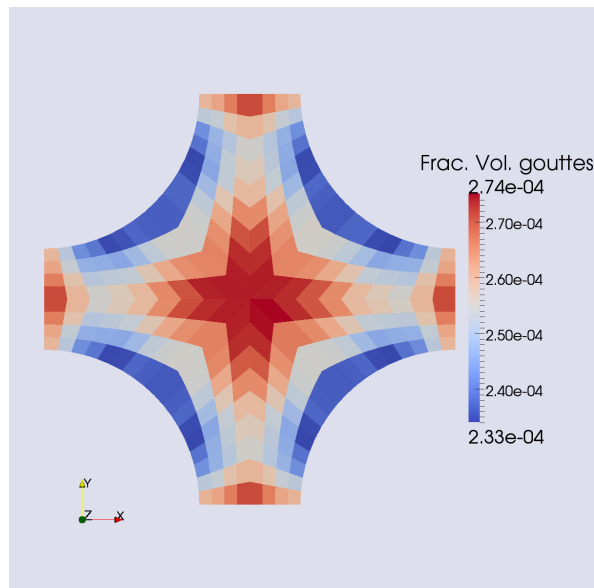


FIGURE 6.4 – Fraction volumique en gouttelettes à la sortie de l'écoulement (m^3/m^3) (sans couplage du rayonnement thermique)

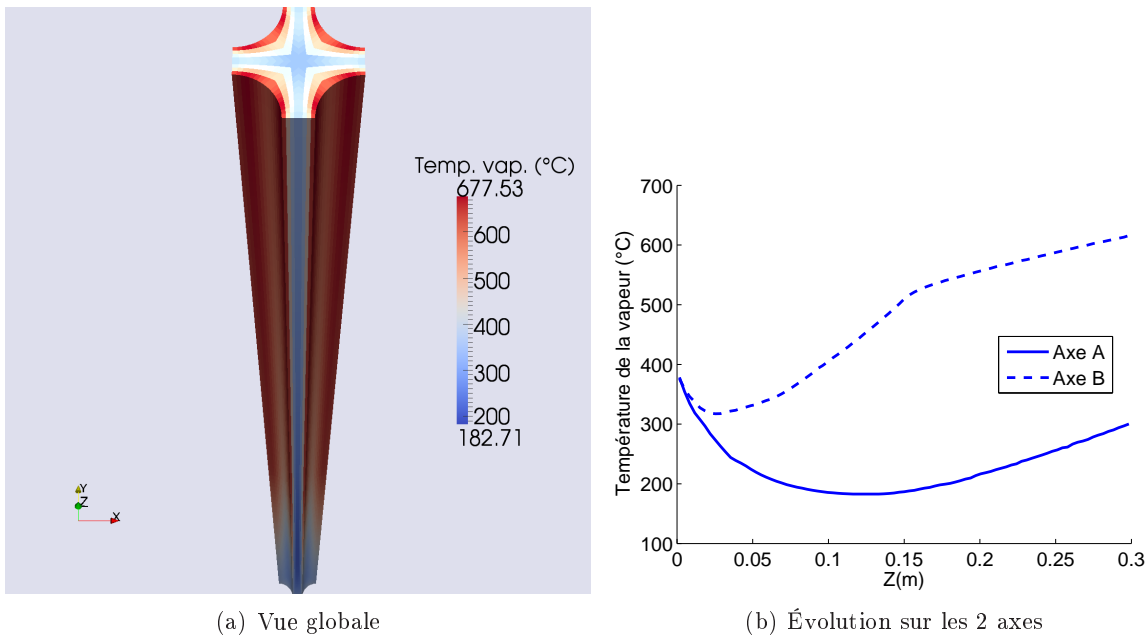


FIGURE 6.5 – Température de la vapeur (°C) (sans couplage du rayonnement thermique)

6.2.3 Simulation avec couplage du rayonnement thermique

Nous allons maintenant étudier l'influence du rayonnement dans un écoulement de ce type, afin de quantifier son importance par rapport aux autres modes de transferts. Nous avons donc relancé deux simulations de cet écoulement en prenant en compte le transfert radiatif, avec l'utilisation d'un calcul itératif de l'IDA T4 sur 3 itérations et un milieu à 6 bandes larges tel que préconisé en conclusion du chapitre 5. La différence entre les deux simulations concerne l'émissivité des parois, prise à 0,8 pour un cas (crayons oxydés) et 0,5 pour l'autre (crayons non oxydés). Nous allons d'abord regarder les résultats radiatifs obtenus sur cet écoulement (propriétés radiatives du milieu, divergence de flux radiatif, flux radiatif à la paroi) puis les profils de fraction volumique des gouttelettes et de température de vapeur obtenus après la prise en compte du transfert radiatif. Nous effectuerons ensuite une comparaison des résultats sur l'écoulement entre le calcul avec prise en compte du rayonnement par rapport au calcul sans prise en compte du rayonnement.

6.2.3.1 Propriétés radiatives de l'écoulement

Nous allons présenter les propriétés radiatives finales des gouttelettes et de la vapeur pour le cas avec une émissivité des parois de 0,8.

Propriétés radiatives des gouttelettes

Les propriétés radiatives des gouttelettes sont représentées sur la figure 6.6. Comme le diamètre des gouttelettes est constant dans tout le domaine, les gouttelettes ont leur propriétés radiatives qui ne dépendent que de la fraction volumique. Les gouttelettes absorbent et diffusent donc un peu plus le rayonnement au centre de la géométrie plutôt que près des crayons. Le milieu de gouttelettes est moins participatif en haut de géométrie qu'en bas, du fait de la diminution de la fraction volumique suivant la hauteur.

Propriétés radiatives de la vapeur

Les propriétés radiatives de la vapeur sont données par la figure 6.7. La pression étant quasiment constante dans tout le domaine, les propriétés de la vapeur ne dépendent encore une fois que de sa température. La vapeur absorbe plus le rayonnement près des parois car sa température est plus élevée.

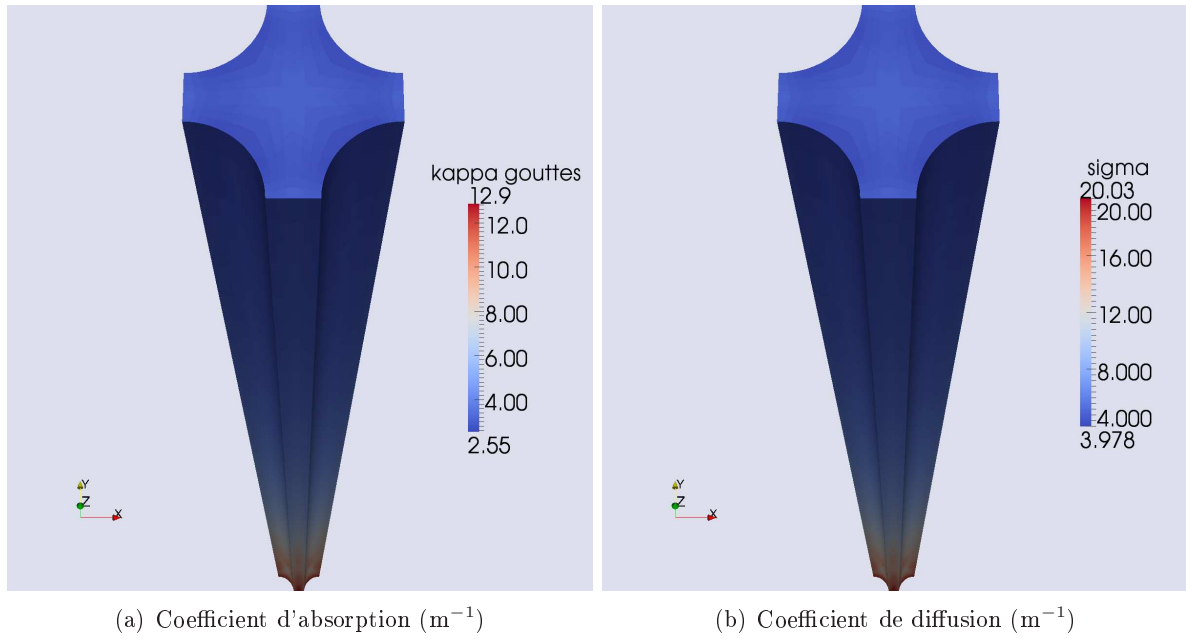


FIGURE 6.6 – Propriétés radiatives des gouttelettes (coefficient gris)

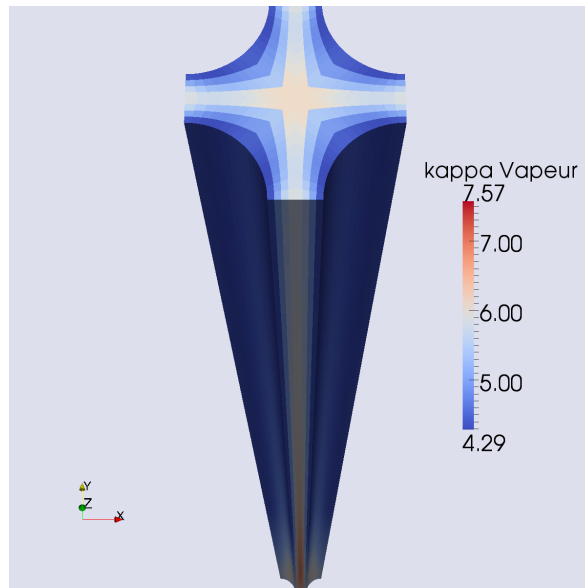


FIGURE 6.7 – Propriétés radiatives de la vapeur (coefficient moyen gris à la température moyenne des crayons)

Propriétés radiatives sur les 2 axes

Nous avons représenté sur la figure 6.8 les propriétés radiatives grises équivalentes (moyennées sur tout le spectre) de la vapeur et des gouttelettes suivant les 2 axes. On peut remarquer que les deux phases vont contribuer à l'atténuation du rayonnement sur des ordres de grandeurs plutôt similaires, quels que soient les axes.

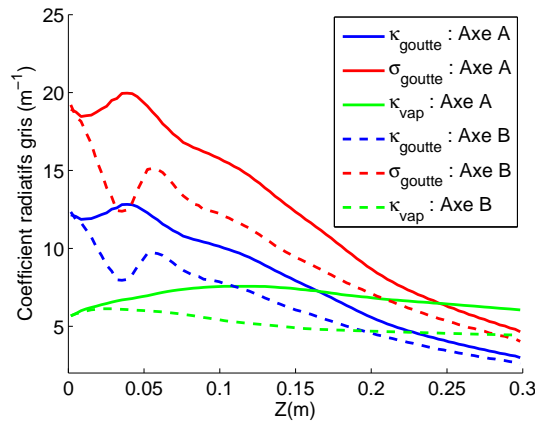


FIGURE 6.8 – Propriétés radiatives sur les 2 axes (m^{-1})

6.2.3.2 Divergences de flux radiatif

Sur la figure 6.9 sont représentées les divergences de flux radiatif obtenues pour la vapeur et pour les gouttelettes pour le cas avec l'émissivité de 0,8. Les détails suivant les 2 axes sont donnés sur la figure 6.10. La divergence de flux obtenue avec le calcul à émissivité de 0,5 est également présentée. On remarque que les divergences de flux radiatif sont toujours négatives, indiquant donc que les phases reçoivent toujours plus d'énergie qu'elles n'en émettent par transfert radiatif. L'ordre de grandeur des divergences de flux est relativement semblable pour les deux phases, comme on pouvait s'en douter vu que leurs coefficients d'absorption sont relativement proches. Les divergences de flux obtenues avec l'émissivité de 0,8 sont inférieures à celles obtenues avec l'émissivité de 0,5, ce qui est logique du fait que les parois sont plus émissives à $\varepsilon = 0,8$ par rapport à $\varepsilon = 0,5$. Le milieu absorbe donc plus de rayonnement. On peut toutefois voir que l'ordre de grandeur de ces divergences de flux est bien inférieur aux divergences de flux obtenues dans le chapitre précédent (voir figures 5.9 et 5.10).

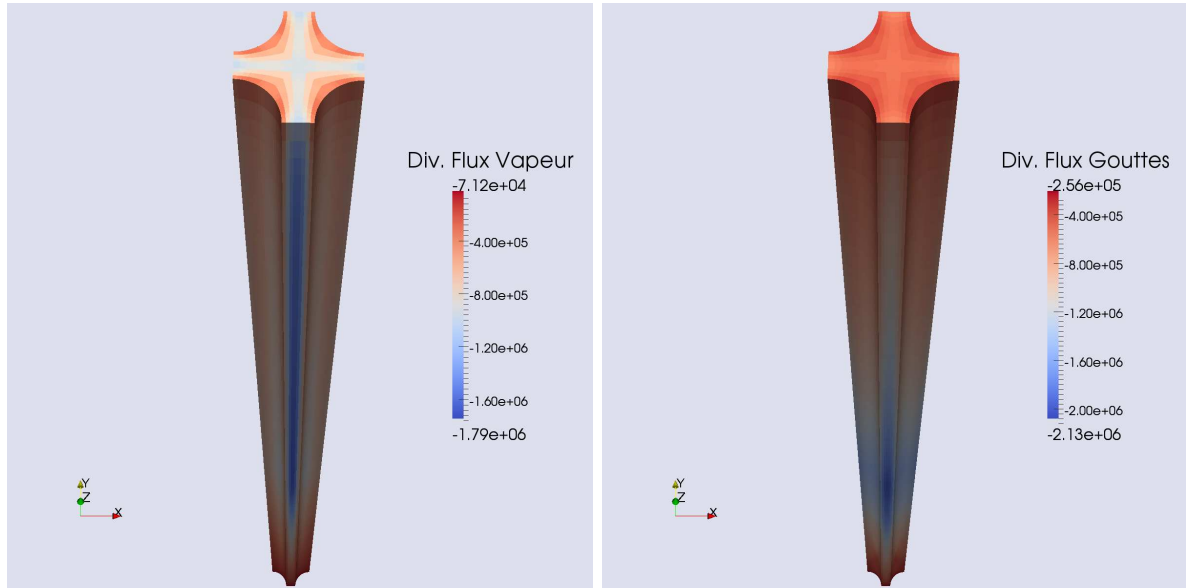
6.2.3.3 Flux radiatif à la paroi

Le flux radiatif à la paroi est illustré sur la figure 6.11 contenant une vue globale pour le cas à émissivité 0,8 (figure 11(a)) et l'évolution suivant l'axe B pour les 2 émissivités (figure 11(b)).

On remarque que le flux radiatif évolue suivant deux zones.

La première zone concerne les 15 premiers centimètres de l'écoulement où le flux radiatif augmente de façon pratiquement linéaire. Ceci est dû à la montée en température linéaire des crayons. Le flux atteint un maximum local à une hauteur de 15 cm, là où la température atteint 850°C pour la première fois.

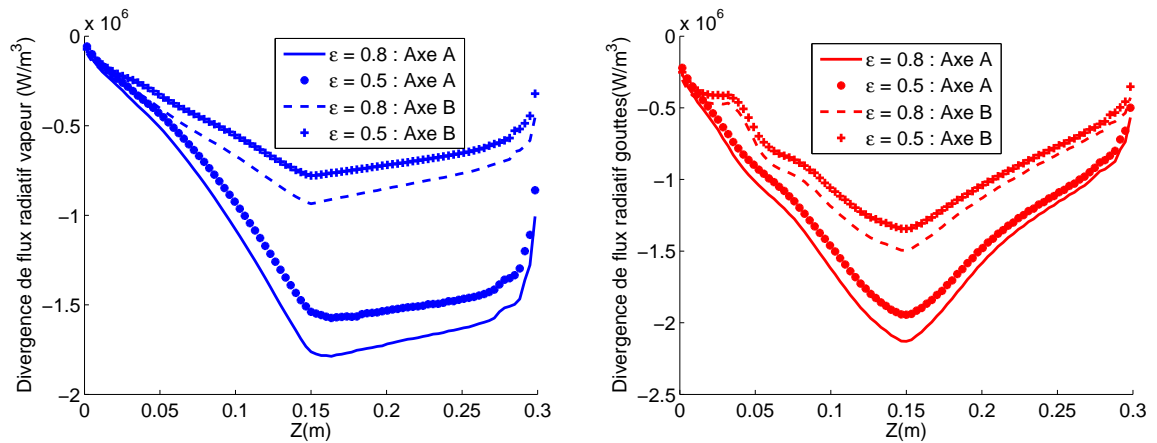
Ensuite le flux radiatif présente une baisse lente. Du fait que le milieu est faiblement absorbant (épaisseur optique inférieure à 0,2, prise pour une distance de 8 mm, soit la distance séparant 2 crayons en diagonale), on se retrouve avec un problème présentant beaucoup de rayonnement de parois à parois. Ainsi, à 22,5 cm de hauteur, un crayon "perçoit" autour de lui majoritairement des zones où les crayons sont à la même température que lui (les zones des crayons situés entre 15 et 30 cm de hauteur), alors qu'à 15 cm de hauteur, un crayon "perçoit" autour de lui autant de zones où les crayons sont à la même température que lui que des zones où les crayons sont à une température inférieure à la sienne (si on considère toujours une zone de 15 cm autour de la zone considérée, on a entre 7,5 cm et 15 cm de hauteur



(a) Pour la vapeur

(b) Pour les gouttelettes

FIGURE 6.9 – Divergence de flux radiatif pour le cas avec $\varepsilon = 0,8$ (W/m^3)



(a) Pour la vapeur

(b) Pour les gouttelettes

FIGURE 6.10 – Divergence de flux radiatif sur les 2 axes (W/m^3)

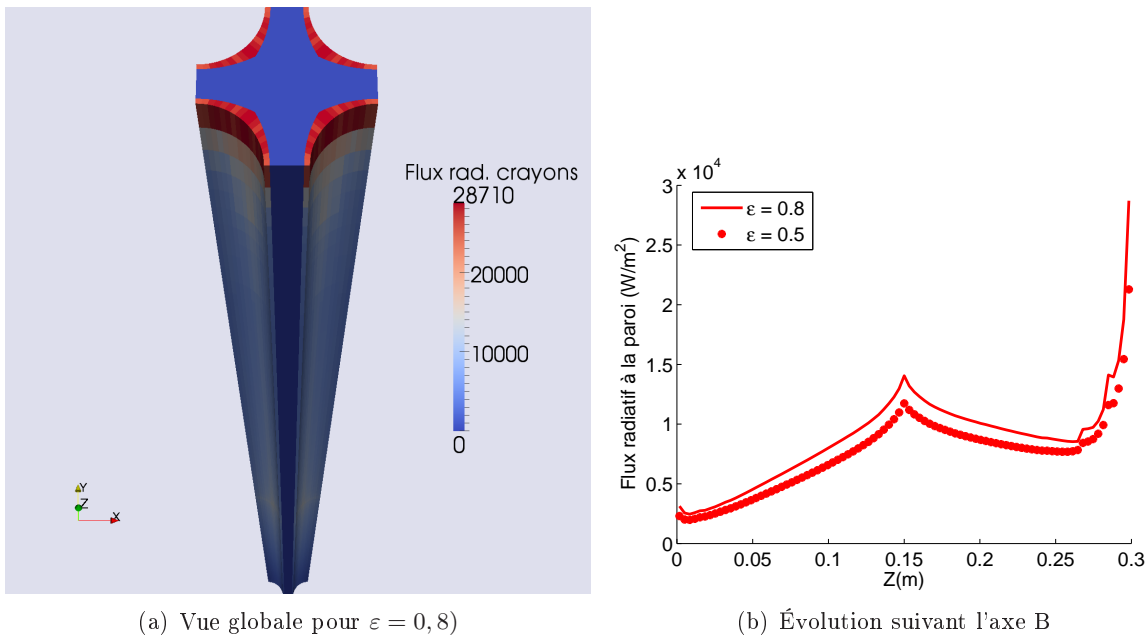


FIGURE 6.11 – Flux radiatif à la paroi (W/m^2)

des crayons moins chauds et entre 15 et 22,5 cm des crayons à la même température). Cela implique donc que sur la zone à 15 cm de hauteur, le flux radiatif à la paroi est plus important du fait des transferts de chaleur entre le crayon chaud et les crayons plus froids situés plus en amont de l'écoulement.

Sur la fin de la géométrie, on observe un pic de flux radiatif. C'est l'écriture de la condition aux limites sur les sorties qui implique ce pic de flux à la paroi. Une correction devra être effectuée pour éviter ce comportement de flux. Cela ne concerne toutefois que les cellules adjacentes.

La réduction de l'émissivité réduit bien le flux radiatif à la paroi comme on pouvait s'y attendre.

Nous allons maintenant voir si la prise en compte du transfert radiatif dans notre écoulement de type APRP a modifié la topologie de l'écoulement. Nous allons regarder les allures globales pour le cas avec émissivité de 0,8, qui influence plus l'écoulement que le cas avec une émissivité de 0,5.

6.2.3.4 Fraction volumique

Au niveau de la fraction volumique, on remarque peu de changement sur l'allure générale (figure 6.12). Le rayonnement thermique modifie peu l'écoulement.

6.2.3.5 Température de la vapeur

La température de vapeur pour la simulation avec prise en compte du rayonnement est présentée sur la figure 6.13. On remarque également une évolution de la température similaire à celle observée pour le cas sans rayonnement. Les températures minimales et maximales sont toutefois plus élevées.

6.2.4 Influence du rayonnement thermique

Le transfert radiatif n'a pas considérablement modifié notre écoulement mais nous avons remarqué que les températures de la vapeur et les fractions volumiques de gouttelettes sont légèrement différentes. Nous allons donc nous intéresser à l'importance du transfert radiatif par rapport aux autres modes de transferts thermiques.

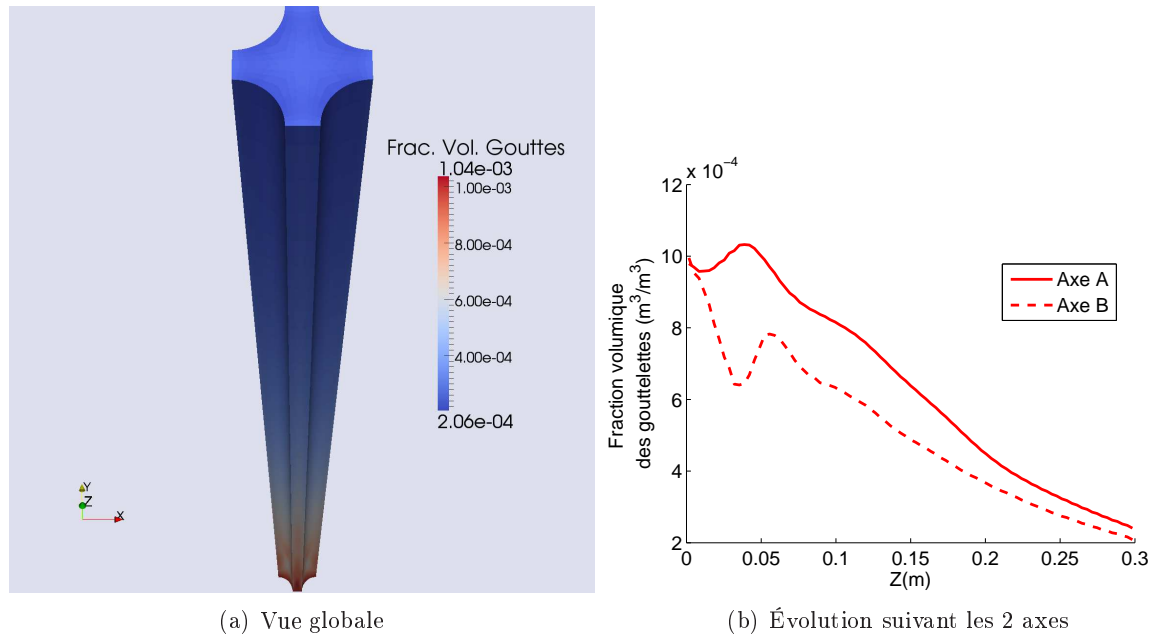


FIGURE 6.12 – Fraction volumique en gouttelettes (m^3/m^3) (avec couplage du rayonnement thermique)

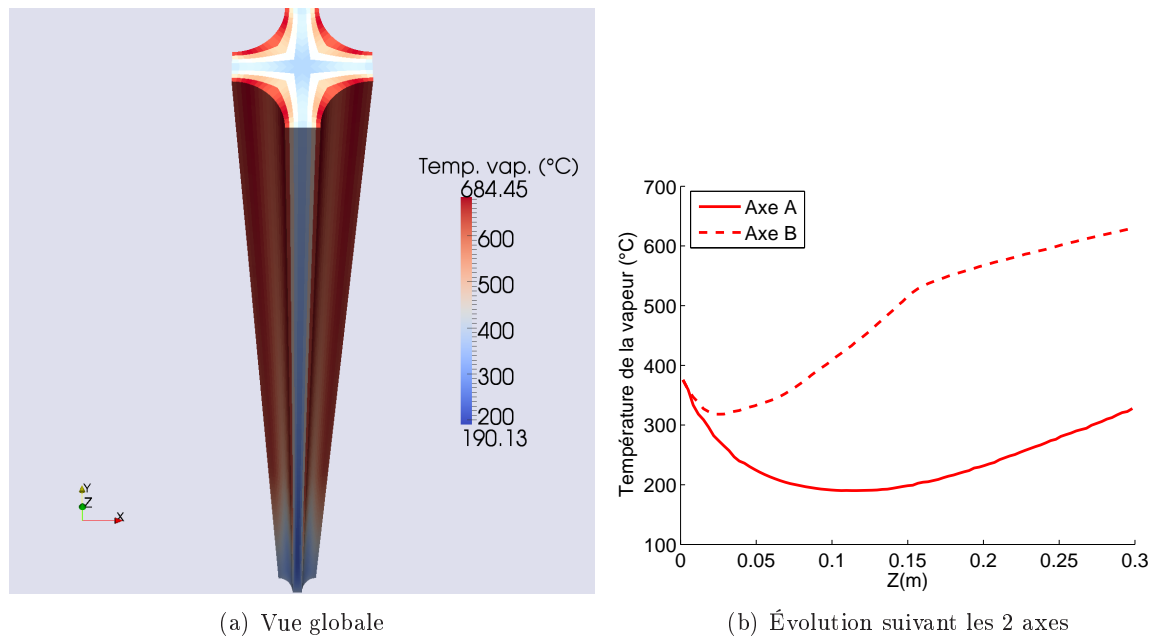


FIGURE 6.13 – Température de la vapeur ($^{\circ}\text{C}$) (avec couplage du rayonnement thermique)

6.2.4.1 Comparaison des valeurs intégrales

Nous allons d'abord comparer les valeurs intégrales de notre écoulement, à savoir :

- la masse totale de vapeur et liquide dans notre domaine
- le débit d'évaporation moyen des gouttelettes
- la vitesse moyenne des phases en sortie d'écoulement

Ces valeurs sont présentées dans les tableaux 6.2 et 6.3.

Cas	Masse (mg)		Taux d'évaporation (mg/s)
	Vapeur	Gouttes	Gouttes → Vapeur
Avec rayonnement $\varepsilon = 0,8$	9,29	14,49	168,99
Avec rayonnement $\varepsilon = 0,5$	9,30	14,55	167,81
Sans rayonnement	9,42	15,08	156,83
% d'écart	-1,38% / -1,27%	-3,91% / -3,51%	+7,75% / +7%

TABLEAU 6.2 – Grandeurs intégrales : influence du rayonnement

Cas	Vitesse de sortie(m/s)	
	Vapeur	Gouttes
Avec rayonnement $\varepsilon = 0,8$	11,90	8,88
Avec rayonnement $\varepsilon = 0,5$	11,84	8,83
Sans rayonnement	11,08	8,38
% d'écart	+7,4 % / +6,86 %	+5,97 % / +5,37 %

TABLEAU 6.3 – Influence du transfert radiatif sur la vitesse de sortie de l'écoulement

Nous pouvons constater une perte de masse lorsque l'on prend en compte le rayonnement. La masse globale de gouttelettes diminue du fait des effets d'évaporation accrus par l'ajout du rayonnement. La masse globale de la vapeur est plus faible car elle monte plus en température, impliquant une baisse de sa masse volumique.

Le taux d'évaporation des gouttelettes augmente de 7 à 7,75 % pour ce cas, du fait que les gouttelettes absorbent du rayonnement thermique mais aussi parce que la température de la vapeur augmente, accroissant ainsi les effets d'évaporation par convection.

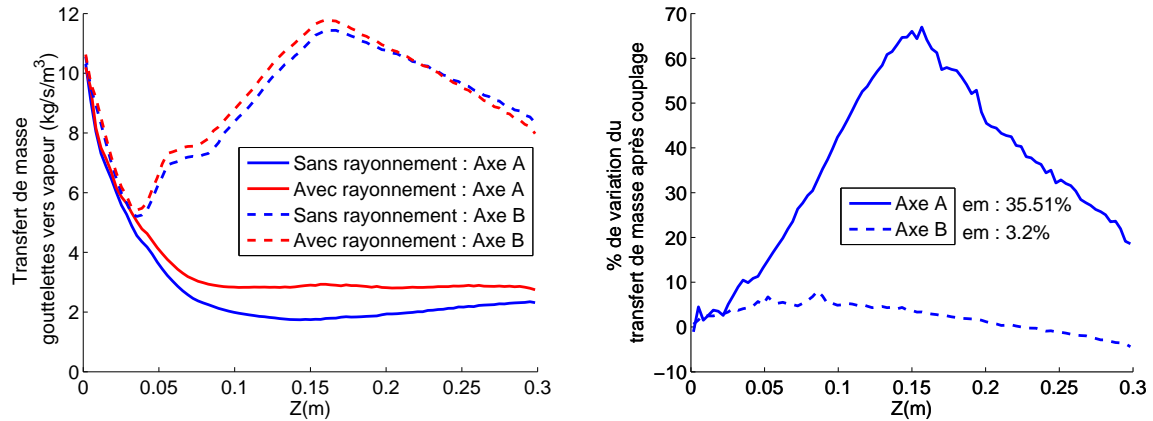
La vitesse moyenne en sortie de domaine est également influencée par la prise en compte du transfert radiatif, puisque les vitesses de la vapeur et des gouttelettes augmentent d'environ 5-7 %. Le débit massique étant constant, les baisses de la densité de la vapeur et de la fraction volumique des gouttelettes impliquent une hausse de leurs débits volumiques et donc de leurs vitesses.

Lorsque les crayons sont oxydés (et ont donc une émissivité plus forte) l'apport du transfert radiatif est logiquement légèrement plus influent.

Nous allons maintenant comparer les valeurs locales de taux d'évaporation, température de vapeur, fraction volumique des gouttelettes sur les axes A et B. Le flux extrait à la paroi du crayon sur l'axe B sera également illustré. Les calculs sans prise en compte du rayonnement sont présentés en bleu tandis que les calculs prenant en compte le rayonnement sont tracés en rouge. Les résultats sur l'axe A (au centre de la géométrie) sont représentés par des lignes continues tandis que les résultats sur l'axe B (au niveau de la paroi d'un crayon) sont en lignes discontinues. Les écarts relatif entre le calcul avec prise en compte du rayonnement (pour $\varepsilon = 0,8$) par rapport au calcul sans prise en compte du rayonnement seront également présentés.

6.2.4.2 Comparaison des taux d'évaporation des gouttelettes

La figure 6.14 donne le taux d'évaporation local des gouttelettes sur les 2 axes et pour les 2 calculs d'écoulements, ainsi que l'écart relatif entre le calcul avec rayonnement et le calcul sans rayonnement.



(a) Taux d'évaporation des gouttelettes : influence du rayonnement

(b) Écart relatif dû à l'ajout du rayonnement

FIGURE 6.14 – Taux d'évaporation des gouttelettes suivant 2 axes : influence du rayonnement

On remarque que le taux d'évaporation local augmente dans tout le domaine une fois que l'on prend en compte le rayonnement. Le taux d'évaporation augmente légèrement sur les bords (environ 3 %), tandis qu'il augmente beaucoup plus au centre de la géométrie (de 35 % en moyenne), là où les gouttelettes sont majoritairement concentrées. Les gouttelettes peuvent s'évaporer jusqu'à 70 % en plus par rapport à la simulation initiale sans rayonnement. Cela montre un impact assez important du transfert radiatif sur l'écoulement.

6.2.4.3 Comparaison de la température de la vapeur

Nous allons maintenant regarder l'évolution de la température de la vapeur suivant les 2 axes pour les 2 simulations. La figure 6.15 illustre la température de la vapeur pour les 2 simulations ainsi que l'écart relatif correspondant.

On constate que la température de vapeur est un peu plus élevée lorsque l'on prend en compte le rayonnement et que l'effet augmente suivant la hauteur. La vapeur d'eau reçoit de l'énergie par rayonnement thermique, ce qui contribue à son échauffement plus rapide. On remarque toutefois que l'écart entre les 2 simulations est assez faible puisque la température de vapeur n'augmente que de 5 % au plus en fin de géométrie, pour un écart moyen inférieur à 2,5 %. Cela correspond à une hausse de température maximale d'environ 7-8 °C.

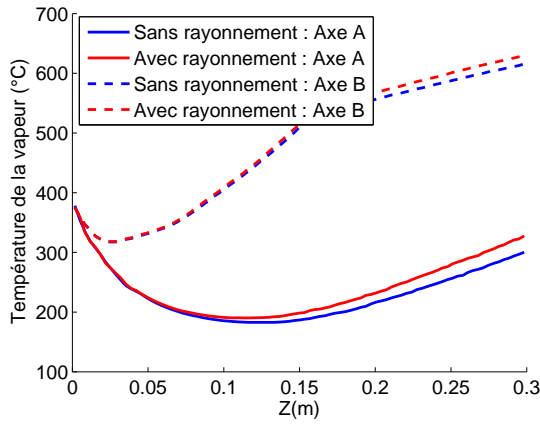
6.2.4.4 Comparaison de la fraction volumique en gouttelettes

L'effet du transfert radiatif sur la fraction volumique des gouttelettes est présenté sur la figure 6.16.

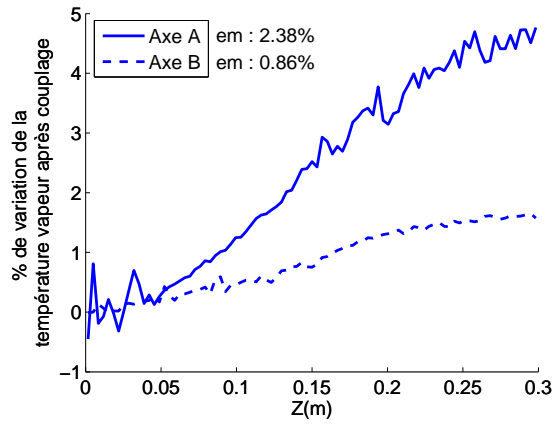
Comme on pouvait s'y attendre, la fraction volumique en gouttelettes est plus faible lorsque l'on prend en compte le rayonnement. On remarque ainsi que le rayonnement thermique peut diminuer la fraction volumique jusqu'à 10 % en fin de géométrie. Plus on monte dans la géométrie et plus l'effet du rayonnement thermique sur la fraction volumique est important. L'écart moyen est d'environ 5 %.

6.2.5 Flux extraits à la paroi

La figure 6.17 donne l'influence du transfert radiatif sur le flux émis par la paroi (sur l'axe B), regroupant le flux convectif, le flux dû à l'impact des gouttelettes sur les crayons et donc le flux radiatif

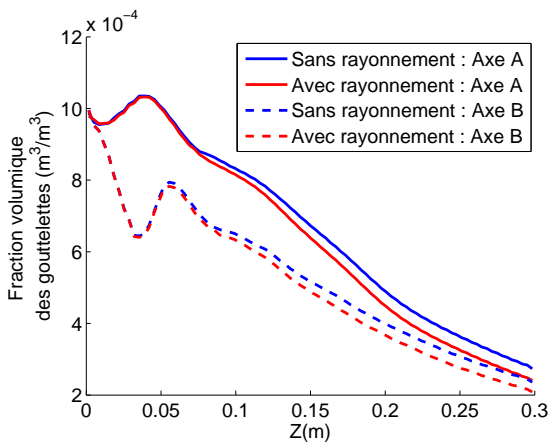


(a) Température de la vapeur : influence du rayonnement

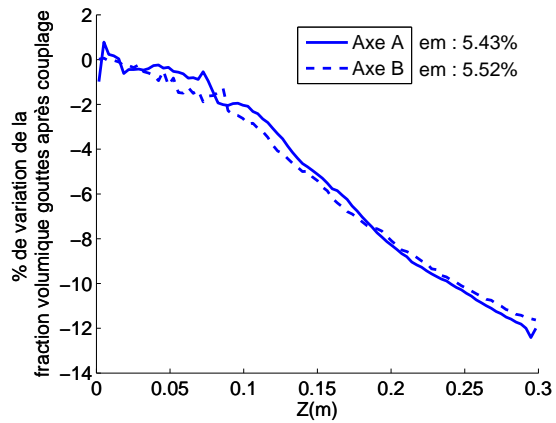


(b) Écart relatif dû à l'ajout du rayonnement

FIGURE 6.15 – Température de la vapeur suivant la hauteur



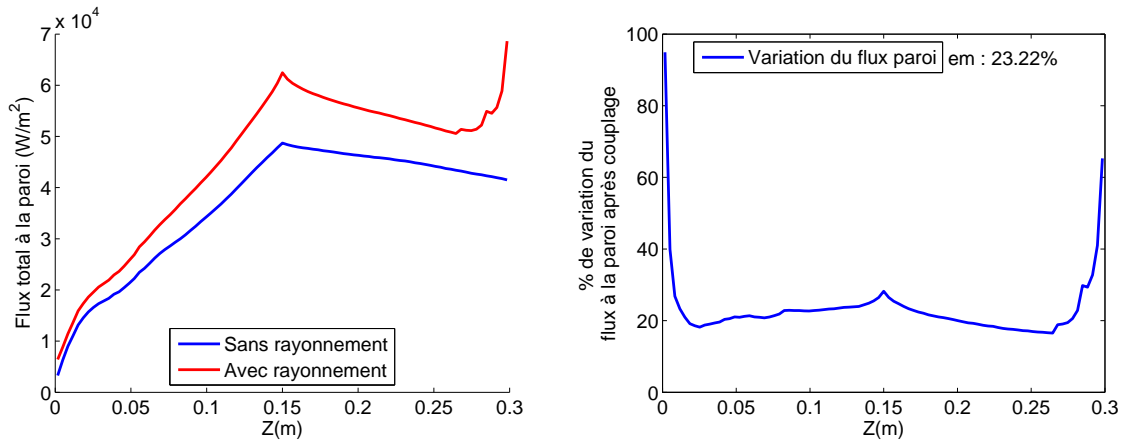
(a) Fraction volumique des gouttelettes : influence du rayonnement



(b) Écart relatif dû à l'ajout du rayonnement

FIGURE 6.16 – Fraction volumique des gouttelettes suivant la hauteur

s'il est présent.



(a) Flux extrait à la paroi : influence du rayonnement (b) Écart relatif dû à l'ajout du rayonnement

FIGURE 6.17 – Flux extrait à la paroi suivant la hauteur

On remarque une nette différence lorsque le flux radiatif est pris en compte, avec une augmentation moyenne du flux à la paroi de l'ordre de 20 % dans cette zone, montrant ainsi que c'est un transfert thermique loin d'être négligeable.

Le calcul intégral du flux à la paroi pour les différents modes de transfert est présenté dans le tableau 6.4 où sont reportées les valeurs totales du flux convectif, du flux par impact de gouttelettes et du flux radiatif pour les 2 simulations.

Flux à la paroi	Puissance extraite sans rayonnement (W)	Puissance extraite avec rayonnement (W)
Convectif	517,7	511,9
Impact de gouttes	16	16,1
Radiatif	-	71
Total	533,7	599

TABEAU 6.4 – Flux total sur les parois : influence du rayonnement thermique

L'ajout du rayonnement thermique fait légèrement diminuer le flux convectif (d'environ 1,1 %). En effet, la vapeur monte en température du fait du rayonnement thermique ce qui diminue sa différence de température avec la paroi et donc diminue les échanges convectifs. L'ajout du transfert radiatif n'a que peu d'effet sur les impacts de gouttelettes. Le rayonnement thermique diminue la fraction volumique des gouttelettes donc on pourrait penser que les impacts de gouttes seraient moins fréquents, mais dans le même temps, la vitesse des gouttelettes est augmentée, ce qui a tendance à augmenter le flux échangé. La prise en compte du transfert radiatif augmente donc la valeur du flux total à la paroi d'environ 12 %.

6.2.6 Impact sur la résolution numérique

La simulation de l'écoulement nécessite de calculer les transferts de masses et d'énergie en chaque point de l'espace et à tout instant. Le maillage permet d'avoir une discrétisation spatiale et nous définissons un pas de temps de résolution pour la discrétisation temporelle. Le schéma numérique du code Neptune_CFD utilise un calcul instationnaire basé sur un pas de temps physique pour obtenir un état permanent. Lors du calcul de l'écoulement seul, nous avons utilisé un pas de temps fixe de 10^{-4} s. Nous calculons donc l'état de l'écoulement tous les 10^{-4} s.

Notre écoulement (sans prise en compte du transfert radiatif) était dans un état stationnaire après une simulation de 0,2 s d'écoulement (correspondant environ à 2 passages entiers du fluide dans la

géométrie), soit environ 2000 pas de temps, pour un temps CPU d'environ 4 h. Une parallélisation du calcul sur 4 processeurs a été utilisée. Le temps CPU pour simuler un pas de temps était donc d'environ 7,2 s/4 processeurs, soit environ 29 s pour simuler un pas de temps sur un seul processeur.

L'ajout du transfert radiatif a bien évidemment augmenté le temps de calcul. Le résultat obtenu avec prise en compte du transfert radiatif a été initialisé avec le résultat de l'écoulement sans transfert radiatif pour avoir un écoulement proche de l'état stationnaire. Le temps de calcul du transfert radiatif à son premier pas de temps est présenté dans le tableau 6.5 :

Interpolation des propriétés radiatives	Résolution P_1	Lancer de rayon		Résolution IDA		Temps total de calcul
		Parois	Milieu	Parois	Milieu	
1,61 s	4,66 s	113,25 s	612,23 s	64,06 s	424,81 s	1220,62 s

TABLEAU 6.5 – Temps de calcul de la résolution du transfert radiatif (s)

Le calcul par IDA a été stoppé après 3 itérations pour assurer une bonne précision du résultat et avec l'utilisation d'un modèle à 6 bandes, cela nécessite donc 18 résolutions IDA. Le temps de calcul du lancer de rayon n'a besoin d'être exécuté qu'une seule fois au cours du calcul, donc pour les pas de temps suivants, le temps de calcul total du transfert radiatif vaut 495 s environ.

Le temps de calcul est donc largement augmenté avec la prise en compte du transfert radiatif. Cependant, il peut ne pas être réactualisé à chaque pas de temps mais seulement tous les N pas de temps pour économiser du temps de calcul. Il est également possible d'utiliser une estimation par approximation P_1 sur le début du calcul pour initier la convergence vers l'état stationnaire avec transfert radiatif avant d'utiliser l'IDA pour converger vers le bon résultat. Pour ce cas, nous avons réactualisé les résultats du transfert radiatif tous les 10 pas de temps et obtenu l'état stationnaire après une simulation de 0,1 s d'écoulement supplémentaire.

Le calcul du transfert radiatif par IDA n'est actuellement pas parallélisé, la difficulté étant de paralléliser le lancer de rayons. En effet, la parallélisation utilisée dans Neptune_CFD découpe le domaine en plusieurs sous domaines, impliquant donc que des rayons peuvent traverser plusieurs sous domaines et compliquant ainsi la mise en œuvre de ce processus de lancer de rayons. Cela constitue pour le moment une limitation pour notre utilisation de Neptune_CFD. Nous effectuons donc des calculs de l'écoulement seul (mais parallélisable) puis, lorsque le calcul est convergé, nous continuons ce calcul avec l'ajout du transfert radiatif jusqu'à converger vers le nouveau résultat.

Le transfert radiatif par IDA prend donc beaucoup de temps de calcul par rapport à la résolution de l'écoulement. Nous avons vu dans le chapitre 5 que l'approximation P_1 présentait des écarts assez importants sur un écoulement de type APRP. Mais nous pouvons nous demander si cet écart impactera fortement le résultat sur le transfert radiatif, ou si un calcul d'écoulement avec prise en compte du transfert radiatif par P_1 permet d'obtenir un écoulement convergé avec prise en compte du transfert radiatif par IDA plus rapidement. Nous avons donc lancé une simulation de l'écoulement avec prise en compte du rayonnement thermique par approximation P_1 , en utilisant un milieu à 6 bandes. L'émissivité des parois a été prise à 0,8.

6.2.7 Comparaison avec un calcul utilisant l'approximation P_1 seule

6.2.7.1 Comparaison des flux radiatif à la paroi

Le flux radiatif à la paroi par approximation P_1 et IDA ainsi que l'écart relatif entre les deux méthodes sont présentés sur la figure 6.18.

L'approximation P_1 présente plus de difficultés à modéliser correctement le flux radiatif à la paroi, avec des écarts relatifs pouvant atteindre 30 %. Elle va par ailleurs fortement surestimer le flux radiatif à certains endroits (hauteur de 0,15 m) et le sous-estimer fortement sur la majorité de la hauteur. L'écart moyen observé est d'environ 15 %. Toutefois, le flux radiatif ne comptant que pour 20 % du flux total à

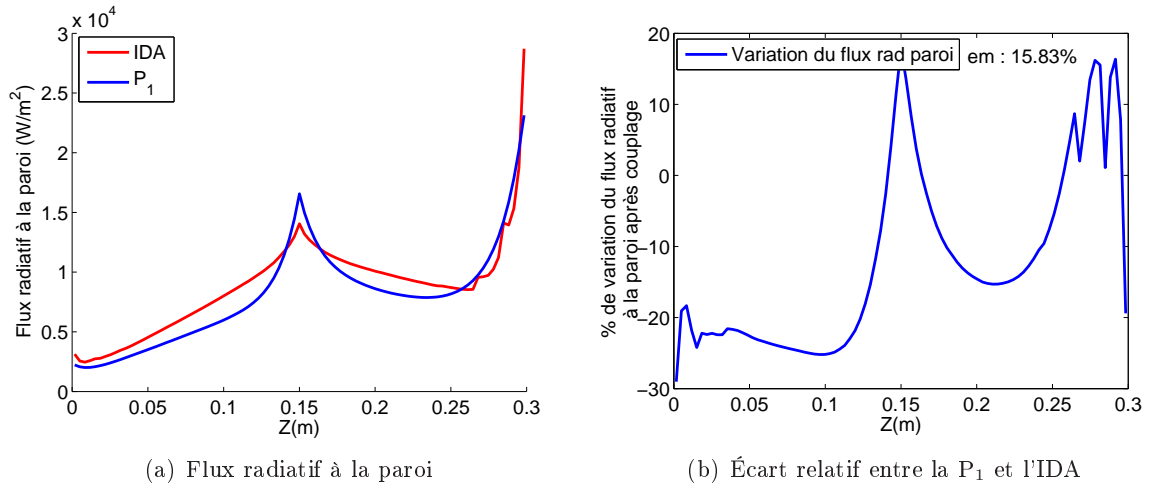


FIGURE 6.18 – Comparaison du flux radiatif à la paroi obtenu par IDA et par P_1 (W/m^2)

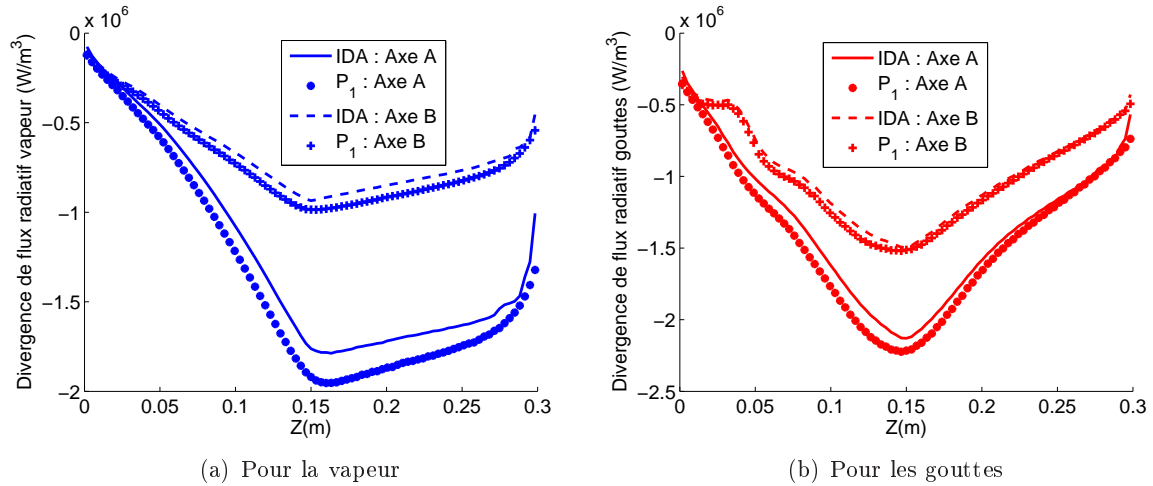


FIGURE 6.19 – Comparaison entre la divergence de flux obtenue par IDA et par P_1 sur les 2 axes (W/m^3)

la paroi dans cette zone, une erreur de 15 % sur le flux radiatif n'implique une erreur que de 3 % sur le flux total.

6.2.7.2 Comparaison des divergences de flux

La figure 6.19 donne les divergences de flux radiatifs obtenues avec l'approximation P_1 et l'IDA. L'écart relatif de l'approximation P_1 par rapport à l'IDA est présenté sur la figure 6.20.

Nous pouvons remarquer sur ce cas test que l'approximation P_1 modélise plutôt bien la divergence de flux radiatif dans le milieu, puisqu'elle présente un écart relatif moyen avec l'IDA compris entre 3 % et 12 %. Les erreurs commises par l'approximation P_1 sont beaucoup plus faibles que sur le calcul de sensibilité du chapitre précédent. Nous allons regarder si ce faible écart sur les divergences de flux radiatif influence fortement les grandeurs intégrales de l'écoulement.

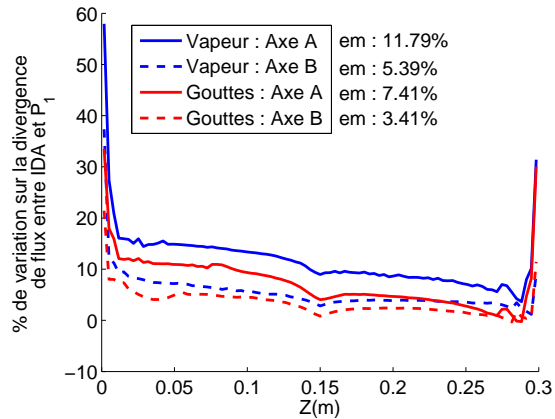


FIGURE 6.20 – Écart de l'approximation P_1 par rapport à l'IDA sur les divergences de flux

6.2.7.3 Comparaison des grandeurs intégrales

Une comparaison de la masse de vapeur-gouttelettes, du taux d'évaporation moyen et de la vitesse de sortie moyenne avec des calculs ayant utilisé l'approximation P_1 et l'IDA est présentée dans les tableaux 6.6 et 6.7.

Cas	Masse (mg)		Taux d'évaporation (mg/s)
	Vapeur	Gouttes	Gouttes → Vapeur
Avec rayonnement IDA	9,29	14,49	168,99
Avec rayonnement P_1	9,27	14,45	169,67
% d'écart	-0,21 %	-0,27 %	+0,4 %

TABLEAU 6.6 – Grandeurs intégrales : influence du choix de la méthode de résolution du rayonnement

Cas	Vitesse de sortie(m/s)	
	Vapeur	Gouttes
Avec rayonnement IDA	11,90	8,88
Avec rayonnement P_1	11,96	8,92
% d'écart	+0,5 %	+0,45 %

TABLEAU 6.7 – Influence du choix de la méthode de résolution du transfert radiatif sur la vitesse de sortie de l'écoulement

Nous pouvons constater que l'utilisation de l'approximation P_1 ne modifie que très légèrement ces différentes grandeurs puisque l'utilisation de l'approximation P_1 induit une erreur maximale de 0,5 %.

6.3 Conclusion

Nous avons étudié le niveau d'importance du transfert radiatif par rapport aux autres modes de transfert. Bien que ce ne soit pas ici le mode de transfert le plus important, nous pouvons tout de même constater qu'il n'est pas négligeable. Il modifie en partie l'écoulement, notamment les distributions de fractions volumiques ainsi que les vitesses d'écoulement et modifie le niveau des flux échangés à la paroi. Pour d'autres cas de phase de renoyage d'un APRP avec des températures de parois plus

élevées (jusque 1200°C), des gouttelettes plus petites ou avec des fractions volumique en gouttelettes plus élevées, le transfert radiatif pourrait avoir une importance plus grande. L'ajout du transfert radiatif impacte cependant fortement le temps de calcul. Pour ce cas test, l'approximation P_1 donne des résultats proche de l'IDA en terme de divergence de flux radiatif et de flux à la paroi. Ainsi, le couplage du transfert radiatif en utilisant l'approximation P_1 permet de garder un temps de calcul raisonnable sans commettre d'erreurs importantes sur les grandeurs de l'écoulement telles que la vitesse, la masse ou le taux d'évaporation (moins de 0,5 % d'erreur). Il sera donc possible d'utiliser l'approximation P_1 pour faire un calcul d'écoulement avec couplage du rayonnement thermique. Cependant, l'approximation P_1 est moins précise localement, présentant parfois des écarts atteignant 20 %. Il sera donc ensuite nécessaire d'utiliser l'IDA sur la fin du calcul pour améliorer la précision en partant du résultat obtenu par approximation P_1 . La parallélisation de l'IDA fait partie des perspectives à considérer.

Le niveau de précision de l'approximation P_1 ne sera pas forcément suffisant sur différents cas, une vérification du niveau de précision par rapport à l'IDA sera toujours nécessaire, surtout pour des calculs à forte température où le transfert radiatif aura une part plus importante dans les transferts d'énergie.

Conclusion

Après avoir exposé la problématique d'un APRP, notamment le fait que lors du renoyage du cœur du réacteur, les crayons sont refroidis par un milieu vapeur-gouttelettes et également expliqué les contraintes en terme de temps de calcul, nous avons précisé le problème radiatif en lui même. Ce problème se découpe en deux sous problèmes, l'un concernant la modélisation des propriétés radiatives d'un milieu vapeur gouttelettes et le second concernant la résolution du transfert radiatif.

Nous avons montré comment l'utilisation de la théorie de Mie, pour modéliser les propriétés radiatives des gouttelettes, et l'utilisation du modèle Ck, pour la vapeur d'eau, permettait de représenter le milieu vapeur-gouttelettes. Nous avons ainsi vu que le milieu était absorbant, diffusant de façon anisotrope, émissif, non gris et non homogène à l'intérieur d'un domaine à géométrie complexe bordé par des parois non noires. La résolution du transfert radiatif doit être effectuée dans un temps de calcul raisonnable du fait du couplage avec un code CFD. La résolution du transfert radiatif pour un milieu non gris doit donc être simplifiée. Nous avons proposé de passer d'une modélisation du milieu non gris avec une résolution de 38 bandes à un milieu sur 6 bandes larges. Ces bandes ont été obtenues en effectuant une moyenne de Planck des propriétés radiatives sur la bande de longueurs d'onde considérée. Nous avons également créé une base de données contenant les propriétés radiatives des gouttelettes et de la vapeur d'eau pour différents diamètres, températures et pressions afin d'effectuer une interpolation des propriétés radiatives dans notre milieu et éviter un temps de calcul important pour déterminer les propriétés radiatives à chaque endroit du maillage et à chaque pas de temps.

Le milieu vapeur-gouttelettes s'écoulant à l'intérieur d'un réacteur nucléaire crée un problème de résolution du transfert radiatif d'une complexité pratiquement maximale, excluant plusieurs méthodes de résolution possibles. Les méthodes de type Monte-Carlo ont été exclues pour des raisons de temps de calcul. Nous nous sommes ainsi tournés vers l'approximation P_1 , issue du formalisme de type méthode aux harmoniques sphériques tronquées à l'ordre 1, car elle est réputée rapide. Cette méthode pouvant toutefois présenter des niveaux de résolution insuffisamment précis, nous avons également étudié deux méthodes dérivées de l'approximation P_1 , censées combler ces manquements. Les deux méthodes sont la MDA (Modified Differential Approximation) et l'IDA (Improved Differential Approximation). Après avoir expliqué leur mise en équations puis proposé un algorithme de résolution pour l'IDA et la MDA en utilisant notamment une quadrature pour la résolution directionnelle du rayonnement, nous avons fait une étude de validation poussée pour déterminer le niveau de précision de chaque méthode. Notre étude de validation s'est portée sur des cas académiques trouvés dans la littérature ainsi que sur un dispositif expérimental que nous avons adapté pour nous permettre de déterminer le flux radiatif reçu depuis un corps noir chaud et ayant traversé un rideau d'eau. Nous avons ainsi constaté la précision insuffisante de l'approximation P_1 dans certains cas, vu également que la MDA n'améliorait pas forcément les résultats de l'approximation P_1 et que l'IDA présentait toujours une très bonne précision, nécessitant toutefois un temps de calcul plus important que l'approximation P_1 . La combinaison de l'IDA avec une quadrature de type T_4 permet toutefois de limiter les temps de calcul tout en conservant un bon niveau d'approximation. Nous avons donc retenu cette méthode pour l'application à la résolution du transfert radiatif dans un cœur de réacteur REP lors de la phase de renoyage d'un APRP.

Nous avons ensuite réalisé une étude de sensibilité sur l'évaluation du transfert radiatif par IDA dans un milieu de type APRP. Nous avons ainsi testé différentes résolutions spectrales, différents niveaux de

quadratures angulaires pour l'utilisation de l'IDA, plus ou moins fines et nécessitant donc plus ou moins de temps de calcul, nous avons également mesuré le niveau d'erreur de l'approximation P_1 pour voir si elle pourrait servir d'initialisation en début de calcul. Nous avons donc pu déterminer quels seraient les paramètres à utiliser pour l'IDA pour obtenir une résolution suffisamment précise par rapport à la précision optimale que l'on peut rencontrer tout en gardant un temps de calcul raisonnable.

Enfin, nous avons effectué une simulation de la phase de renoyage d'un APRP et comparé les résultats obtenus lorsque le rayonnement est pris en compte par rapport au résultat obtenu sans rayonnement, pour mesurer le niveau d'influence du transfert radiatif par rapport aux autres modes de transferts. Nous avons ainsi remarqué que le transfert radiatif, bien que n'étant pas forcément le mode de transfert d'énergie majoritaire, a une influence non négligeable sur l'évaporation des gouttelettes ou sur le flux à la paroi. Nous constatons ainsi une légère modification de l'écoulement avec la prise en compte du rayonnement thermique (vitesses des fluides augmentées, températures augmentées, diminution de la quantité de gouttelettes...). Le transfert radiatif a principalement un impact sur le flux à la paroi, qui est important pour la modélisation du refroidissement des crayons.

Le modèle de résolution du transfert radiatif en APRP peut encore être amélioré. Du point de vue des propriétés radiatives, la base de données peut être modifiée en utilisant d'autres méthodes que la méthode Ck pour déterminer les propriétés de la vapeur d'eau. Des modèles à bandes larges devront être testés pour évaluer l'influence des propriétés radiatives sur les flux échangés. Les résultats obtenus par le modèle Ck peuvent également être améliorés en utilisant une base de données plus complète pour les cas ayant une pression supérieure à 1 bar.

La résolution par IDA n'est pas encore parallélisée, ce travail sera également important afin de permettre des résolutions plus rapides. Il ne semble toutefois pas nécessaire de tester d'autres modèles de résolution plus précis mais plus coûteux, comme la Méthode de Monte Carlo, du fait que le transfert radiatif n'est pas le mode de transfert principal. Les harmoniques sphériques supérieures à l'approximation P_1 (approximation P_3 , P_5 ..., ou les harmoniques sphériques modifiées appelées SP_1 , SP_3 ...) ont une mise en équation plus complexe débouchant sur un temps de calcul bien supérieur pour un gain de précision relativement faible. Il ne serait donc pas vraiment possible d'améliorer les résultats issus de l'approximation P_1 pour pouvoir l'utiliser seule. Cependant, l'utilisation de la fonction de phase de type linéaire anisotrope est une limitation par rapport à la fonction de phase réelle des gouttelettes puisqu'elle ne représente pas suffisamment bien la diffusion du rayonnement vers l'avant. Il serait donc envisageable d'utiliser une fonction de phase plus précise pour son utilisation dans la formulation de l'approximation P_1 .

Le code Neptune_CFD est maintenant enrichi d'un nouveau modèle améliorant sa précision, l'IRSN va donc pouvoir réaliser une campagne de simulation d'APRP dans de nombreuses conditions afin de mieux comprendre le refroidissement d'un réacteur REP en phase de renoyage et également pour enrichir les logiciels de simulation à échelle macroscopique de modèles plus précis. La méthode de calcul ainsi que les bases de données sur les propriétés radiatives du milieu vapeur-gouttelettes seront également insérées dans le code libre CFD monophasique Code_Saturne d'EDF. Ce modèle de transfert radiatif pourra donc également être utilisé pour d'autres applications, par exemple la protection incendie (mesure de l'atténuation du transfert radiatif à travers un rideau d'eau) ou sur des problèmes de combustion.

Annexe A

Formulaire mathématique

A.1 Calculs vectoriels portant sur le vecteur direction et intégrales

On détaille ici certains calculs analytiques dont les résultats sont utilisés pour aboutir aux équations résolues par les méthodes des harmoniques sphériques.

A.1.1 Relations vectorielles

A.1.1.1 Notations

Système de coordonnées Par la suite, on considère une base orthonormée de vecteurs \vec{e}_i de sorte qu'un vecteur \vec{v} se décompose sur cette base selon

$$\vec{v} = \sum_i v_i \vec{e}_i = v_i \vec{e}_i = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Le vecteur direction normé $\vec{\Omega}$ est alors représenté dans cette base, en étant paramétré par les angles polaires (θ, ϕ) de sorte que (*cf.* figure 4.1)

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Produit scalaire Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{a} et \vec{b} s'écrit

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_i b_i \quad (\text{A.3})$$

Tenseur d'ordre 2 et produit vecteur/tenseur Le tenseur d'ordre 2 formé par le produit de \vec{a} par \vec{b} s'écrit

$$\overline{ab} = \vec{a} \otimes \vec{b} = (a_i b_j) \quad (\text{A.4})$$

Le produit scalaire d'un tenseur $\overline{\tau}$ par un vecteur \vec{c} s'écrit

$$\vec{c} \cdot \overline{\tau} = c_i \tau_{i,j} \vec{e}_j \quad (\text{A.5})$$

A.1.1.2 Formulaire

Bilinéarité du produit scalaire On rappelle ici la bilinéarité du produit scalaire, à savoir que, λ étant un scalaire réel, il vient

$$\lambda (\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\lambda \vec{a} \cdot \vec{b}) = (\vec{a} \cdot \lambda \vec{b}) \quad (\text{A.6})$$

Identité liant produit scalaire et produit tensoriel Si \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} sont trois vecteurs quelconques, alors

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{bc} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \otimes \vec{c}) \quad (\text{A.7})$$

En effet

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = (a_i b_i) c_j \vec{e}_j \quad (\text{A.8})$$

$$= a_i (b_i c_j) \vec{e}_j \quad (\text{A.9})$$

$$= \vec{a} \cdot \vec{bc} \quad (\text{A.10})$$

A.1.1.3 Application à notre cas

Dans un premier temps nous considérons le vecteur $\vec{\Omega} (\vec{q} \cdot \vec{\Omega})$, donc en application directe de l'identité (A.7), il vient

$$\vec{\Omega} (\vec{q} \cdot \vec{\Omega}) = \vec{q} \cdot (\vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega}) \quad (\text{A.11})$$

Dans un second temps, nous considérons le scalaire $(\vec{q} \cdot \vec{\Omega}') (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')$. Il vient en utilisant la bilinéarité du produit scalaire, équation (A.6)

$$(\vec{q} \cdot \vec{\Omega}') (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') = \vec{q} \cdot ((\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') \vec{\Omega}') \quad (\text{A.12})$$

Ainsi, en utilisant l'identité (A.7), il vient

$$(\vec{q} \cdot \vec{\Omega}') (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') = \vec{q} \cdot (\vec{\Omega} \cdot (\vec{\Omega}' \otimes \vec{\Omega}')) \quad (\text{A.13})$$

Enfin, nous considérons le scalaire $[\vec{\Omega} \cdot (\vec{\Omega} (\vec{q} \cdot \vec{\Omega}))]$. En utilisant la bilinéarité, il vient

$$\vec{\Omega} \cdot (\vec{\Omega} (\vec{q} \cdot \vec{\Omega})) = (\vec{q} \cdot \vec{\Omega}) (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}) \quad (\text{A.14})$$

$\vec{\Omega}$ étant un vecteur normé, il vient finalement

$$\vec{\Omega} \cdot (\vec{\Omega} (\vec{q} \cdot \vec{\Omega})) = \vec{q} \cdot \vec{\Omega} \quad (\text{A.15})$$

A.1.2 Intégrales sur l'ensemble des directions

A.1.2.1 Paramétrisation en angles polaires

L'intégrale d'une quantité Ψ sur l'ensemble des directions vaut

$$\int_{4\pi} \Psi d\Omega = \iint_{[0;\pi] \times [0;2\pi]} \Psi \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (\text{A.16})$$

A.1.2.2 Formulaire

Angle solide L'intégrale de $\Psi = 1$ sur l'ensemble des directions vaut

$$\int_{4\pi} d\Omega = \iint_{[0;\pi] \times [0;2\pi]} \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (\text{A.17})$$

Or

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin(\theta) d\theta d\phi = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) d\theta = 2\pi \times 2 = 4\pi \quad (\text{A.18})$$

Il vient donc,

$$\int_{4\pi} d\Omega = 4\pi \quad (\text{A.19})$$

Vecteur direction L'intégrale de $\Psi = \vec{\Omega}$ sur l'ensemble des directions vaut

$$\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega = \iint_{[0;\pi] \times [0;2\pi]} \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (\text{A.20})$$

Or,

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \sin(\theta) d\theta \underbrace{\int_{\phi=0}^{2\pi} \cos(\phi) d\phi}_{=0} = 0 \quad (\text{A.21a})$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \sin(\theta) d\theta \underbrace{\int_{\phi=0}^{2\pi} \sin(\phi) d\phi}_{=0} = 0 \quad (\text{A.21b})$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (\text{A.21c})$$

En utilisant l'identité trigonométrique

$$\cos(\theta) \sin(\theta) = \frac{\sin(2\theta)}{2} \quad (\text{A.22})$$

Il vient alors

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi = 0 \quad (\text{A.23})$$

Ainsi

$$\int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega = \vec{0} \quad (\text{A.24})$$

Ce résultat est naturel, puisque chaque direction possède son opposée dans l'espace parcouru.

Tenseur d'ordre 2 du vecteur direction L'intégrale de $\Psi = (\vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega})$ sur l'ensemble des directions vaut

$$\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \sin^2(\theta) \cos^2(\phi) & \sin^2(\theta) \cos(\phi) \sin(\phi) & \sin(\theta) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \sin^2(\theta) \cos(\phi) \sin(\phi) & \sin^2(\theta) \sin^2(\phi) & \sin(\theta) \cos(\theta) \sin(\phi) \\ \sin(\theta) \cos(\theta) \cos(\phi) & \sin(\theta) \cos(\theta) \sin(\phi) & \cos^2(\theta) \end{pmatrix} \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (\text{A.25})$$

Soit, en utilisant les symétries six intégrales différentes à évaluer. Commençons par la diagonale, il vient

$$\int_{4\pi} \Omega_1^2 d\Omega = \int_0^{2\pi} \cos^2(\phi) d\phi \int_0^{\pi} \sin^3(\theta) d\theta \quad (\text{A.26})$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos(2\phi)}{2} d\phi \int_0^{\pi} \sin(\theta) (1 - \cos^2(\theta)) d\theta \quad (\text{A.27})$$

$$= \pi \underbrace{\int_0^{\pi} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\cos^3(\theta)}{3} - \cos(\theta) \right) d\theta}_{-2/3+2} \quad (\text{A.28})$$

$$= \frac{4\pi}{3} \quad (\text{A.29})$$

De manière similaire,

$$\int_{4\pi} \Omega_2^2 d\Omega = \int_0^{2\pi} \sin^2(\phi) d\phi \int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta \quad (\text{A.30})$$

$$= \frac{4\pi}{3} \quad (\text{A.31})$$

Enfin

$$\int_{4\pi} \Omega_3^2 d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \cos^2(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (\text{A.32})$$

$$= 2\pi \int_0^\pi \frac{d}{d\theta} \left(\frac{-\cos^3(\theta)}{3} \right) d\theta \quad (\text{A.33})$$

$$= \frac{4\pi}{3} \quad (\text{A.34})$$

Les termes croisés se calculent ainsi :

$$\int_{4\pi} \Omega_1 \Omega_2 d\Omega = \int_0^{2\pi} \cos(\phi) \sin(\phi) d\phi \int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta \quad (\text{A.35})$$

$$= \underbrace{\int_0^{2\pi} \frac{\sin(2\phi)}{2} d\phi}_{=0} \int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta \quad (\text{A.36})$$

$$\int_{4\pi} \Omega_1 \Omega_3 d\Omega = \underbrace{\int_0^{2\pi} \cos(\phi) d\phi}_{=0} \int_0^\pi \sin^2(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (\text{A.37})$$

et

$$\int_{4\pi} \Omega_2 \Omega_3 d\Omega = \underbrace{\int_0^{2\pi} \sin(\phi) d\phi}_{=0} \int_0^\pi \sin^2(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (\text{A.38})$$

Ainsi seul les termes diagonaux sont non nuls et ils sont égaux à $4\pi/3$. On a donc l'identité suivante

$$\int_{4\pi} \Omega_i \Omega_j d\Omega = \frac{4\pi}{3} \delta_{i,j} \quad (\text{A.39})$$

où $\delta_{i,j}$ est le symbole de Kronecker :

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

On remarque qu'on retrouve le résultat donnant la norme du vecteur $\vec{\Omega}$ puisque, ce dernier étant normé,

$$\text{Trace} \left(\vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} \right) = \Omega_i \Omega_i = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega} = 1 \quad (\text{A.41})$$

Ainsi

$$\int_{4\pi} \text{Trace} \left(\vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} \right) d\Omega = 4\pi \quad (\text{A.42})$$

On peut écrire

$$\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega = \frac{4\pi}{3} \vec{\delta} \quad (\text{A.43})$$

Ainsi, pour tout vecteur \vec{v} , on a

$$\vec{v} \cdot \left(\int_{4\pi} \vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega} d\Omega \right) = \frac{4\pi}{3} \vec{v} \quad (\text{A.44})$$

Normale à une paroi L'intégrale de $\Psi = \vec{\Omega} \cdot \vec{n}$ sur l'ensemble des directions où cette grandeur est positive est écrite ici pour un choix arbitraire d'alignement de \vec{n} avec \vec{e}_3 . Ainsi

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{n} = \cos(\theta) \quad (\text{A.45})$$

Et ainsi

$$\int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n} > 0} \vec{\Omega} \cdot \vec{n} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (\text{A.46})$$

$$= 2\pi \underbrace{\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2\theta)}{2} d\theta}_{(\cos(0) - \cos(\pi))/4} \quad (\text{A.47})$$

$$= \pi \quad (\text{A.48})$$

Bibliographie

- [1] Les barrières d'étanchéité des centrales nucléaires. http://rme.ac-rouen.fr/barrieres_nucleaire.htm, Consulté le 24 juillet 2012.
- [2] Réacteur à eau pressurisée - wikipédia. http://fr.wikipedia.org/wiki/Réacteur_à_eau_pressurisée, Consulté le 5 juillet 2012.
- [3] Radioactivité : Fonctionnement des REP. <http://www.laradioactivite.com>, Consulté le 5 juillet 2012.
- [4] D. BAALBAKI : *Simulation et modélisation des écoulements vapeur-gouttes turbulents et anisothermes*. Thèse de doctorat, Université de Perpignan, 2011.
- [5] C.F. BOHREN et D.R. HUFFMAN : *Absorption and scattering of light by small particles*. John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [6] S. CHANDRASEKHAR : *Radiative Transfer*. Dover Publications, 1960.
- [7] X.L. CHEN et W.H. SUTTON : Radiative transfer in finite cylindrical media using transformed integral equations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 77:233–271, 2003.
- [8] C.M. CHU et S.W. CHURCHILL : Representation of the angular distribution of radiation scattered by a spherical particle. *Journal of the Optical Society of America*, 45(11):958–962, 1955.
- [9] G.C. CLARK, C.M. CHU et S.W. CHURCHILL : Angular distribution coefficient for radiation scattered by a spherical particle. *Journal of Physical Chemistry*, 47:81–84, 1957.
- [10] A. COLLIN : *Transferts de chaleur couplés rayonnement-conduction-convection. Application à des rideaux d'eau soumis à une intense source radiative*. Thèse de doctorat, Université Henri-Poincaré - Nancy 1, Nancy, 2006.
- [11] J.V. DAVE : Scattering of electromagnetic radiation by a large, absorbing sphere. *IBM Journal of Research and Development*, 13:302–313, 1969.
- [12] B. DAVISON : *Neutron Transport Theory*. Oxford University Press, London, 1958.
- [13] H.C. Van de HULST : *Light Scattering by Small Particles*. John Wiley & Sons, New York, 1957. (also Dover Publications, New York, 1981).
- [14] D. DEIRMENDJIAN, R. CLASEN et V. VIEZEE : Mie scattering with complex index of refraction. *Journal of the Optical Society of America*, 51(6):620–633, 1961.
- [15] S. DEMBÉLÉ : *Modélisation et étude expérimentale des transferts de chaleur par rayonnement dans un rideau d'eau diphasique. Application à la protection incendie d'installations industrielles à risques*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, 1998.
- [16] W.A. FIVELAND : A discrete ordinate method for predicting radiative heat transfer in axisymmetric enclosures. *ASME Paper 82-HT-20*, 1982.
- [17] W.A. FIVELAND : Discrete ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures. *Journal of Heat Transfer*, 106:699–706, 1984.
- [18] W.A. FIVELAND : Discrete ordinates methods for radiative heat transfer in isotropically and anisotropically scattering media. *Journal of Heat Transfer*, 109:809–812, 1987.
- [19] W.A. FIVELAND : Three-dimensional radiative heat transfer solutions by the discrete-ordinates method. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2(4):309–316, 1988.

- [20] J.A. FLECK : The calculation of nonlinear radiation transport by a Monte Carlo method. Rapport technique, Lawrence Radiation Laboratory, 1961.
- [21] J.A. FLECK : The calculation of nonlinear radiation transport by a Monte Carlo method : Statistical physics. *Method in Computational Physics*, 1:43–65, 1961.
- [22] H. GRISSA, F. ASKRI, M. BEN SALAH et S. BEN NASRALLAH : Prediction of radiative heat transfer in 3D complex geometries using the unstructured control volume finite element method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 111:144–154, 2010.
- [23] G.M. HALE et M.R. QUERRY : Optical constants of water in the 200 nm to 200 μm wavelength region. *Appl. Opt.*, 12:555–563, 1973.
- [24] A. HASSINI : Échanges radiatifs lors du refroidissement des centrales nucléaires sous condition accidentelle. Mémoire de D.E.A., INSA Rouen, 2009.
- [25] H.C. HOTTEL et E.S. COHEN : Radiant heat exchange in a gas-filled enclosure : Allowance for nonuniformity of gas temperature. *AIChE Journal*, 4:3–14, 1958.
- [26] H.C. HOTTEL et A.F. SAROFIM : *Radiative Transfer*. McGraw-Hill, New York, 1967.
- [27] J.R. HOWELL et M. PERLMUTTER : Monte Carlo solution of thermal transfer in a nongrey nonisothermal gas with temperature dependent properties. *AIChE Journal*, 10(4):562–567, 1964.
- [28] J.R. HOWELL et M. PERLMUTTER : Monte Carlo solution of thermal transfer through radiant media between gray walls. *Journal of Heat Transfer*, 86(1):116–122, 1964.
- [29] P.F. HSU et J.T. FARMER : Benchmark solution of radiative heat transfer within nonhomogeneous participating media using the Monte Carlo and YIX method. *Journal of Heat Transfer*, 119:185–192, 1997.
- [30] D.J. HYDE et J.S. TRUELOVE : The discrete ordinates approximation for multidimensional radiative heat transfer in furnaces. Rapport technique, VKAEA Report No. AERE-R 8502, Thermodynamics Division, AERE Harwell, Oxfordshire, 1977.
- [31] M. ISHII et T. HIBIKI : *Thermo-fluid dynamics of two-phase flow*. Springer, 2006.
- [32] J.H. JEANS : The equation of radiative transfer of energy. *Monthly Notices Royal Astronomical Society*, 78:28–36, 1917.
- [33] Y.Y. JIANG : A two-step strategy for numerical simulation of radiative transfer with anisotropic scattering and reflection. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 109:636–649, 2008.
- [34] D. JOSEPH, M. EL HAFI, R. FOURNIER et B. CUENOT : Comparison of three spatial differencing schemes in discrete ordinates method using three-dimensional unstructured meshes. *International Journal of Thermal Sciences*, pages 851–864, 2005.
- [35] M. KERKER : *The scattering of light and other electromagnetic radiation*. New York Academic Press, 1983.
- [36] R. KOCH et R. BECKER : Evaluation of quadrature schemes for the discrete ordinates method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 84(4):423–435, April 2004.
- [37] S. LECHÊNE : *Étude expérimentale et numérique des rideaux d'eau pour la protection contre le rayonnement thermique*. Thèse de doctorat, Université Henri-Poincaré - Nancy 1, Nancy, 2010.
- [38] R. LEE, J.N. REYES et K. ALMENAS : Size and number density change of droplet populations above a quench front during reflow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 27(4):573–585, 1984.
- [39] F. LELONG : *Expérimentation, modélisation et simulation de l'impact de gouttes d'eau sur le gainage gonflé des assemblages d'un cœur de REP en situation d'ARP*. Thèse de doctorat, Université Henri-Poincaré, 2010.
- [40] F. LIU, E.S. GARBETT et J. SWITENBANK : Effects of anisotropic scattering on radiative heat transfer using the P_1 approximation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35:2491–2499, 1992.

-
- [41] F.C. LOCKWOOD et N.G. SHAH : A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures. *Symposium (international) On Combustion*, 18(1):1405–1414, 1981.
- [42] T.M. MACROBERT : *Spherical Harmonics*. Pergamon Press, New York, 3rd édition, 1967.
- [43] W.M.G. MALALASEKERA et E.H. JAMES : Radiative heat transfer calculation in three-dimensional complex geometries. *Journal of Heat Transfer*, 118:225–228, 1996.
- [44] R.K. MALLIK, S.K. MAHAPATRA et A.SARKAR : Neural-finite difference method (NFD) in development of improved differential approximation (IDA) and its application for coupled conduction and radiation heat transfer in square enclosure : An experimental validation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(1-2):504–515, 2009.
- [45] R.E. MARSHAK : Note on the spherical harmonics method as applied to the Milne problem for a sphere. *Phys. Rev.*, 71:443–446, 1947.
- [46] S. MAZUMDER : Methods to accelerate ray tracing in the Monte-Carlo method for surface-to-surface radiation transport. *Journal Of Heat Transfer*, 128(3):945–952, 2006.
- [47] M.F. MODEST : The Modified Differential Approximation for radiative transfer in general three-dimensional media. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 3:283–288, 1989.
- [48] M.F. MODEST : The Improved Differential Approximation for radiative heat transfer in multi-dimensional media. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 112:819–821, 1990.
- [49] M.F. MODEST : *Radiative Heat Transfer*. Academic Press, 2nd édition, 2003.
- [50] W.T. PEAK : *Dispersed flow film boiling during reflooding*. Thèse de doctorat, University of California, Berkeley, 1979.
- [51] M. PERLMUTTER et J.R. HOWELL : Radiant transfer through a gray gas between concentric cylinders using Monte Carlo. *Journal of Heat Transfer*, 86(2):169–179, 1964.
- [52] M. RAVISHANKAR, S. MAZUMDER et M. SANKAR : Application of the Modified Differential Approximation for radiative transfer to arbitrary geometry. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, pages 2052–2069, 2010.
- [53] S. ROSSELAND : *Theoretical Astrophysics : Atomic Theory and the Analysis of Stellar Atmospheres and Envelopes*. Clarendon Press, Oxford, 1936.
- [54] P. RUYER et N. SEILER : Refroidissement des assemblages ballonnés lors de la phase de renoyage d'un APRP. Rapport technique 2008-234, IRSN, 2008.
- [55] M. SAKAMI, A. CHARETTE et V. LE DEZ : Radiative heat transfer in three-dimensional enclosures of complex geometry by using the discrete-ordinates method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 59:117–136, 1998.
- [56] P. SCHIEBENER et J.STRAUB : Refractive index of water and steam as function of wavelength, temperature and density. *Journal of Physical Chemistry*, 19(3):677–717, 1990.
- [57] A. SCHUSTER : Radiation through a foggy atmosphere. *Astrophysical Journal*, 21:1–22, 1905.
- [58] K. SCHWARZSCHILD : Über das Gleichgewicht der Sonnenatmosphären (Equilibrium of the sun's atmosphere). *Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Nachr.*, 195:41–53, 1906.
- [59] J. TAINE et A. SOUFIANI : High temperature gas radiative property parameters of statistical narrow-band model for H₂O, CO₂ and CO, and correlated-k model for H₂O and CO₂. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40(4):987–991, 1997.
- [60] Z.M. TAN et P.F. HSU : Transient radiative transfer in three-dimensional homogeneous and non-homogeneous participating media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73:181–194, 2002.
- [61] Thermophysical properties of materials for water cooled reactors. Rapport technique, IAEA, 1999.
- [62] C.P. THURGOOD, A. POLLARD et H.A. BECKER : The T_n quadrature set for the discrete ordinate method. *Journal Of Heat Transfer*, 117(4):1068–1069, 1995.

- [63] C.L. TIEN et B.L. DROLEN : *Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer*, chapitre Thermal radiation in particulate media with dependent and independent scattering, pages 1–32. Hemisphere, New York, 1987.
- [64] J.S. TRUELOVE : Discrete-ordinate solutions of the radiation transport equation. *Journal of Heat Transfer*, 109(4):1048–1051, 1987.
- [65] J.S. TRUELOVE : Three-dimensional radiation in absorbing-emitting-scattering media using the discrete-ordinates approximation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 39(1):27–31, 1988.
- [66] W.J. WISCOMBE : Improved mie scattering algorithms. *Applied Optics*, 19(9):1505–1509, 1980.
- [67] S. WONG et L.E. HOCHREITER : A model for dispersed flow heat transfer during reflow. In *19th National Heat Transfer Conference*, 1980.
- [68] J. YANG et M.F. MODEST : Elliptic PDE formulation of general, three-dimensional high-order P_n -approximations for radiative transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 104:217–227, 2007.

Résumé

On développe une méthode de résolution du transfert radiatif au sein d'un milieu vapeur-gouttelettes entouré de parois chaudes, en vue d'un couplage avec une résolution de l'écoulement à l'échelle de la CFD. Le domaine d'application considéré est l'étude du refroidissement du cœur d'une centrale nucléaire suite à un Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP). Le problème du transfert radiatif se découpe en deux sous-problèmes, l'un concernant l'évaluation des propriétés radiatives du milieu et le second la résolution du transfert radiatif. Les propriétés radiatives ont été calculées avec la théorie de Mie pour les gouttelettes et le modèle Ck pour la vapeur d'eau. On obtient un milieu absorbant, diffusant anisotrope, émissif, non gris et non homogène. De plus, compte tenu de la grande gamme possible des propriétés de l'écoulement (diamètre et concentration des gouttelettes, température et pression de la vapeur), le milieu peut être optiquement fin ou optiquement épais. Il faut donc une méthode de résolution du transfert radiatif efficace pour toutes les conditions observées dans un APRP et ayant un temps de calcul raisonnable en vue du couplage avec les autres modes de transferts. La méthode IDA, dérivée de l'approximation P_1 , a été choisie. Son niveau de précision a été validé sur des cas tests académiques et une expérimentation. Des simulations en condition APRP ont ensuite été effectuées, permettant d'évaluer les flux rayonnés et confirmant que le transfert radiatif n'est pas négligeable dans cet accident.

Mots-clés: rayonnement thermique, APRP, renoyage, gouttes, vapeur d'eau, IDA

Abstract

We developed a method of resolution of radiative transfer inside a medium of vapor-droplets surrounded by hot walls, in order to couple it with a simulation of the flow at the CFD scale. The scope is the study of the cooling of the core of nuclear reactor following a Loss Of Coolant Accident (LOCA). The problem of radiative transfer can be cut into two sub problems, one concerning the evaluation of the radiative properties of the medium and a second concerning the solution of the radiative transfer equation. The radiative properties of the droplets have been computed with the use of the Mie Theory and those of the vapor have been computed with a Ck model. The medium made of vapor and droplets is an absorbing, anisotropically scattering, emissive, non grey, non homogeneous medium. Hence, owing to the possible variations of the flow properties (diameter and volumetric fraction of the droplets, temperature and pressure of the vapor), the medium can be optically thin or thick. Consequently, a method is required which solves the radiative transfer accurately, with a moderate calculation time for all of these prerequisites. The IDA has been chosen, derived from the well-known P_1 -approximation. Its accuracy has been checked on academical cases found in the literature and by comparison with experimental data. Simulations of LOCA flows have been conducted taking account of the radiative transfer, evaluating the radiative fluxes and showing that radiative transfer influence cannot be neglected.

Keywords: radiative transfer, LOCA, reflooding, droplets, steam, IDA