

THÈSE

présentée par

Elie CHALOPIN

pour l'obtention du

GRADE de DOCTEUR de l'École Centrale Paris

Formation doctorale : Énergétique

Laboratoire d'accueil : Laboratoire d'Étude et de Simulation
des Accidents Graves (LESAG) de l'IRSN

Laboratoire de rattachement : Laboratoire d'Énergétique Moléculaire et
Macroscopique, Combustion (EM2C) du CNRS
et de l'ECP

Caractérisation des propriétés radiatives d'un milieu poreux par la méthode RDFI; application à un coeur dégradé de réacteur nucléaire.

Soutenue le 14 février 2008

Composition du jury :

Président M.	D. GOBIN	Dir.	de recherche au CNRS
Rapporteur Mme.	D. BAILLIS	Prof.	à l'INSA de Lyon
Rapporteur M.	A. DEGIOVANNI	Prof.	à l'ENSEM
Dir. de thèse M.	J. TAINE	Prof.	à l'ECP
Mme.	E. IACONA	Prof.	à l'ECP
M.	F. FICHOT	Ing.	de Recherche à l'IRSN (HDR)

Remerciements

Merci à Magali Zabiego et Florian Fichot pour avoir préparé et mis en oeuvre ce projet de thèse. Merci à Florian Fichot pour sa patience, son flegme, son efficacité et son expertise. Il m'a accompagné durant toute la thèse, occupé mais toujours disponible à deux pas de mon bureau. Merci également à Estelle Iacona qui est également à l'origine du projet et a passé beaucoup de temps sur la relecture des différents articles. Je tiens surtout à remercier Jean Taine par qui tout a commencé et tout s'est achevé. Il a assuré la cohérence du projet et a garanti sa valeur scientifique. Je ne sais comment remercier Fabien Bellet dont la persévérance et l'intégrisme mathématique ont pu transcender l'article sur les propriétés radiatives d'un faisceau de tube.

Ces trois années passées à l'IRSN ont été agréables grâce à l'ambiance détendue qui règne dans le bâtiment 700. Tristan Montanelli puis Joële Fleurot ont su conserver une atmosphère sérieuse et agréable au sein du LESAG. Tous les collègues du LESAG et du LEIDC ont été présents pour me soutenir dans ce projet durant les pauses repas nombreuses et régulières. Je pense particulièrement à Phongsan Meekunnasombat qui m'a fait pratiquer l'américain, découvrir la Thaïlande et apprécier la France. Vincent Feuillard et toute l'équipe de l'AS-THEC ont donné du travail en plus et du plaisir au thésards de Cadarache.

Je salue également les collègues de l'EM2C qui m'ont toujours été de bon conseil. Je remercie aussi Barbar Zéghondy dont j'ai repris le travail et qui m'a ouvert les portes de son programme en C compilé en C++.

Je ne peux oublier ma chère et tendre Christel Kiki Bautista qui par dessus les épreuves qu'elle a dû traverser m'a en plus supporté et me supporte encore.

Je peux enfin poser une touche poétique à ce travail sur le rayonnement avec l'arrivée à point nommé de Candéla.

Résumé

Pour calculer les transferts radiatifs dans le coeur d'un réacteur à eau sous pression durant un accident grave, les coefficients d'extinction et d'absorption anisotropes et de la fonction de phase d'un milieu poreux fortement anisotropes ont été déterminés puis un tenseur de conductivité radiative, appliqué à des éléments de volume représentatifs optiquement épais, a été introduit et validé. Les propriétés radiatives ont été déterminées par la méthode d'identification des fonctions de distribution du rayonnement (RDFI), qui consiste à identifier les fonctions de distribution cumulées d'extinction et les probabilités d'absorption du milieu poreux réel, obtenues par technique de Monte-Carlo, avec les fonctions correspondantes d'un milieu semi-transparent équivalent. La procédure d'homogénéisation a été validée par un critère d'identification. La méthode a été appliquée à un assemblage, triangulaire ou carré, de cylindres parallèles. Les coefficients d'extinction et d'absorption anisotropes ont été calculés en fonction de la porosité, de l'absorptivité et de la loi de réflexion aux parois. La fonction de phase bidirectionnelle a été déterminée rigoureusement. La conductivité radiative radiale a été obtenue directement par application d'une méthode originale de perturbation de l'équation de transfert radiatif, par rapport au nombre de Knudsen radiatif. Des coupes tomographiques d'une grappe de crayons de combustible dégradée ont été soumises à la même démarche. La diffusion a été considérée isotrope. Le coefficient d'extinction anisotrope et la conductivité radiative radiale ont été calculés par la méthode RDFI en fonction de la porosité et de la surface spécifique sous des conditions restrictives bien définies.

Table des matières

I	Introduction	1
I.1	Contexte de l'étude	1
I.1.1	L'accident grave	1
I.1.2	Environnement industriel	3
I.1.3	Éléments de la thermique du cœur	3
I.2	Bibliographie	4
I.2.1	Modélisation des propriétés radiatives d'un milieu poreux	4
I.2.2	Modèles de transferts radiatifs applicables à un cœur de réacteur	7
I.3	Objectifs de la thèse	11
II	Caractérisation des Propriétés radiatives par méthode RDFI	13
II.1	Propriétés radiatives d'un milieu semi-transparent	13
II.2	Méthode d'identification RDFI	14
II.2.1	Détermination du coefficient d'extinction	15
II.2.2	Détermination du coefficient d'absorption	20
II.2.3	Fonction de phase dans un milieu poreux statistiquement isotrope	22
II.2.4	Adimensionnement des propriétés radiatives	26
III	RDFI determination of an anisotropic scattering dependent radiative conductivity tensor for rod bundles	27
III.1	Introduction	28
III.2	Radiative properties of the system	29
III.2.1	Application of the Radiation Distribution Function Identification method	29
III.2.2	Results for extinction and absorption coefficients	31
III.2.3	Direct determination of the anisotropic phase function	33
III.2.4	Effective medium optical index	34
III.2.5	First homogenization	34
III.3	Radiative conductivity tensor	35
III.3.1	Perturbation method (general case)	35
III.3.2	Examples of Results (rod bundles)	37
III.4	Conclusion	37
III.5	Appendices	38
III.5.1	Appendix 1	38
III.5.2	Appendix 2	38
III.5.3	Appendix 3	39
III.5.4	Appendix 4	39
IV	Determination of the radiative conductivity tensor of a damaged core	

from the RDFI method	45
IV.1 Introduction	46
IV.2 Studied medium geometry	47
IV.2.1 PHEBUS-PF experiment	47
IV.2.2 Gamma-ray Tomographies	48
IV.2.3 Calibration of the Tomographies	48
IV.3 Small scale model of core radiative properties	49
IV.3.1 RDFI method principle	49
IV.3.2 Application of the RDFI method to the studied geometry	51
IV.3.3 Extinction Coefficient	54
IV.4 Radiative conductivity tensor	57
IV.4.1 Calculation principles	57
IV.4.2 Radiative Conductivity Tensor results	59
IV.5 Conclusions	59
V Conclusion	61
ANNEXE	65
A Application de la méthode RDFI à un faisceau de tubes	65
A.1 Calcul des points d'impact	65
A.2 Zone d'étude	66
A.3 Construction des fonctions de distributions cumulées d'extinction	67
A.4 Construction des fonctions de phases	68
A.4.1 Calcul de f	69
A.4.2 Calcul de j	70
B Compléments sur l'expérience de Cox	71
B.1 Détails de l'expérience de Cox	71
B.2 Détermination des pertes axiales	73
B.3 Expression du champ de température	76
C Calibration des tomographies	79
D Zones d'étude en trois dimensions	81
D.1 Choix des zones d'étude en trois dimensions	81
D.1.1 Représentativité des zones de tir dans la grappe intacte	81
D.1.2 Propriétés de la grappe dégradée	83
D.2 Interpolation linéaire du milieu	90
D.3 Détails sur les zones de tir annulaires	92
E Etude en deux dimensions d'un faisceau de tubes dégradés	95
E.1 Zone d'étude	95
E.2 Algorithme de calcul	96
E.3 Sensibilité de β à la longueur de coupure	98
E.4 Résultats	98
E.4.1 Propriétés anisotropes	99
E.4.2 Propriétés isotropes	99
E.5 Conclusion sur l'étude $2D$	106

F	Calcul de la porosité et de la surface spécifique	109
F.1	Calcul de la porosité Π	109
F.2	Calcul de la surface spécifique A_{tot}	109
G	Algorithme du cube mobile	111
G.1	Généralité	111
G.2	Préalable	111
G.3	Configuration sans trous	112
H	Expérience PHEBUS-PF	115
H.1	Le réacteur d'essai	115
H.2	Le dispositif et les conditions expérimentales de FPT1	115
H.3	Tomographies de la grappe	115

Nomenclature

D	: Diamètre des cylindres (m).
D_p	: Diamètre d'un pore (m).
G_e	: Fonction de distribution cumulé d'extinction
g_e	: Fonction de distribution cumulé d'extinction du milieu semi-transparent équivalent
P_a	: Probabilité d'absorption
p_a	: Probabilité d'absorption du milieu semi-transparent équivalent
Kn^R	: Nombre de Knudsen radiatif.
k_{ij}^R	: Composante ij du tenseur de conductivité radiative.
L_ν	: Luminance monochromatique ($Wm^{-2}Hz^{-1}st^{-1}$).
L_ν^0	: Luminance du rayonnement d'équilibre ($Wm^{-2}Hz^{-1}st^{-1}$).
L_{ext}	: Longueur d'extinction ($1/\beta$)(m) .
L_{pr}	: Longueur de protection (m) .
q_i	: Flux radiatif (Wm^{-2}) .
s	: Abscisse (m) .
T	: Température (K) .
\mathbf{n}	: Vecteur normal vers la phase fluide.
n	: Indice complexe du milieu.
p_ν	: Fonction de phase.
P	: Distance entre deux axes de cylindres voisins (m).
R_c	: Rayon de la zone de tir centrale en $2D$ (m).
R_t	: Rayon de la tomographie sans l'enveloppe (uniquement les crayons) (m).
\mathbf{u}_r	: Vecteur directeur d'un rayon réfléchi ou diffusé.
\mathbf{u}	: Vecteur unitaire.
V_F	: Volume de fluide (m^3) .
x_i	: Coordonnée de l'axe i .

Symboles grecs

α	: Absorptivité surfacique.
α_i	: Vecteur de l'axe i en notation tensorielle.
β	: Coefficient d'extinction volumique (m^{-1}).
$\Delta\varphi_\square$: Angle solide d'étude en configuration carré
$\Delta\varphi_\Delta$: Angle solide d'étude en configuration triangle
ϵ_i	: Erreur d'identification du paramètre i .

φ	: $\varphi = (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}'_x)(^\circ)$.
γ_i	: Angle d'incidence $(\mathbf{u}_i, -\mathbf{n})$.
γ_r	: Angle de réflexion $(\mathbf{u}_r, \mathbf{n})$.
γ_s	: Angle de diffusion $(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r)$.
κ_ν	: Coefficient d'absorption volumique (m^{-1}).
μ	: Cosinus d'un angle γ
ν	: Fréquence (Hz).
η	: Inverse de l'épaisseur optique d'un milieu optiquement épais.
ρ	: Réflectivité surfacique.
σ_i	: Ecart-type de la variable i .
σ_ν	: Coefficient de diffusion volumique (m^{-1}).
θ	: $\theta = (\mathbf{e}_z, \mathbf{u}) (^\circ)$.
Π	: Porosité.
ω_ν	: Albedo.
$d\Omega$: Angle solide élémentaire (st).

Indices et exposants

i	: Incident
r	: Réfléchi
s	: Diffusé
h	: Hémisphérique.
l	: Directionnel(le).
$+$: Sans dimension.
(i)	: A l'ordre i .
ν	: Monochromatique.
$diff$: Isotrope ou diffus.
$spec$: Spéculaire.

Sigles

AG	: Accident Grave.
BFC	: Bottom of Fissile Column (Référence de mesure de niveau sur la grappe FPT1).
DPAM	: Direction de la Prévention des Accidents Majeurs.
ETR	: Equation du Transfert Radiatif.
EM2C	: Laboratoire d'Energétique, Macroscopique et Moléculaire, Combustion (ECP).
FPT1	: Fission Product Test 1.
IRSN	: Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire.
LESAG	: Laboratoire d'Etude de Simulation des Accidents Graves (IRSN).
RDFI	: Radiative Distribution Function Identification.
REP	: Réacteur à Eau sous Pression.
SEMCA	: Service d'Etude et de Modélisation du Combustible en situation Accidentelle.
TMI	: Three Miles Island.
VRE	: Volume Représentatif élémentaire.

Chapitre I

Introduction

I.1 Contexte de l'étude

I.1.1 L'accident grave

Une émission, hors de l'enceinte d'une centrale nucléaire, d'éléments radioactifs présents dans le combustible des centrales nucléaires représente un danger immédiat et à long terme sur l'environnement et les populations. Dans un Réacteur à Eau sous Pression (REP), durant son fonctionnement nominal, le combustible est isolé de l'extérieur par trois barrières. La première isole le combustible (Uranium) de l'eau du circuit primaire. Ce sont les gaines en Alliage de Zircône qui contiennent les pastilles de combustible. La deuxième barrière est l'enveloppe du circuit primaire qui isole l'eau de ce circuit de l'atmosphère de l'enceinte de confinement et également de l'eau du circuit secondaire au niveau des Générateurs de Vapeur (GV). La dernière barrière est à la fois l'enceinte de confinement, qui englobe la cuve et les composants du circuit primaire, et l'enveloppe du circuit secondaire. Un Accident Grave (AG) est un des hypothétiques accidents qui pourraient mener à l'émission de produits radioactifs. Un accident est défini comme grave dès que la température du cœur dépasse les $1500K$ et que les crayons de combustible¹ ont été endommagés.

Il pourrait se produire lors d'un Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP), en anglais Loss Off Cooling Accident (LOCA). En effet, le combustible doit être en permanence refroidi par une circulation d'eau dans le circuit primaire. Une brèche, l'arrêt d'une pompe ou la fermeture d'une vanne interrompant cette circulation d'eau au circuit primaire pourraient mener à la surchauffe du cœur. Si les actions de secours ne sont pas menées (défaillances techniques, humaines, ...), en quelques heures, la température du cœur peut augmenter fortement et dépasser $1500K$. Les crayons de combustible sont alors dégradés. Ces accidents sont très improbables mais il est important de prévoir les états que pourrait atteindre le cœur d'une centrale nucléaire.

¹Crayon de combustible : assemblage composé d'une gaine de zircalloy contenant des pastilles d'uranium (combustible).

L'accident de TMI-2

Le premier accident grave connu s'est produit le 28 mars 1979 sur la deuxième tranche ² de la centrale de Three Miles Island (TMI-2) en Pennsylvanie aux Etats Unis. Le fonctionnement défectueux d'un détecteur et de mauvaises décisions ont provoqué la perte du réfrigérant primaire du REP. La puissance résiduelle des crayons de combustible a provoqué une montée en température du cœur. Le cœur a été progressivement dénoyé puis la température s'est fortement élevée conduisant à une fusion de 40% de la masse du cœur malgré un refroidissement après récupération des pompes.

Des études basées sur des expériences (Hobbins *et al.* (HPOH91), Schanz *et al.* (SHH+92), Hofmann (Hof99)) et une modélisation ont permis de décrire le scénario type de l'accident grave de TMI-2. La baisse de pression provoquée par la perte de réfrigérant provoque une production de vapeur. Le cœur est progressivement découvert. La température augmente rapidement. Les crayons de combustible gonflent. Autour de 1500K, une réaction d'oxydation entre les gaines en alliage de zirconium et la vapeur d'eau devient significative. Cette oxydation est exothermique, ce qui conduit à un emballement. Les températures atteignent rapidement les 2500K. Des modifications géométriques des crayons de combustible, des barres de contrôle et de la structure ont lieu. Selon les zones du cœur, les gaines se fendent puis se disloquent. Les pastilles de combustible se disloquent, s'effondrent et/ou fondent. La température et la présence ou non de vapeur d'eau, qui pilote l'oxydation, influencent fortement la dégradation des pastilles d' UO_2 et des gaines en Zirconium. Des coulées de matériaux fondus ainsi qu'une cavité peuvent se former dans le cœur. Un bain de corium³ se forme. S'il n'est pas refroidi, il peut atteindre le plenum⁴ inférieur et même le transpercer. Cela correspond à la rupture de la seconde barrière de protection.

Conséquences de l'accident de TMI-2

La rupture des gaines des crayons a conduit à des rejets de gaz radioactifs hors de la cuve et aussi, dans une moindre mesure, hors de l'enceinte de confinement. Les conséquences sur le personnel et les populations environnantes ont été minimales mais, à partir de cette date, des changements importants eurent lieu dans le domaine du nucléaire. De nouveaux programmes ont été mis en place, visant à améliorer les procédures en cas d'incidents ou d'accidents. Une approche par états (Lib96), qui consiste à caractériser les actions à mener par les opérateurs en fonction des états des différents éléments de la centrale, a été instaurée. Cette approche remplacera l'obsolète approche par événements qui ne pouvait prendre en compte tous les scénarios possibles et compliquait la détermination des mesures à prendre. La salle de commande a été modifiée pour améliorer la lisibilité des informations et l'ergonomie des commandes. Des formations spécifiques du personnel aux scénarios accidentels ont été imposées. La conception des centrales, non remise en cause fondamentalement, a été reprise, notamment le confinement, la robinetterie et la technologie d'instrumentation. Enfin des études sur les scénarios d'accidents ont été entreprises. Des recherches théoriques

²Tranche : partie d'une centrale permettant de produire de l'électricité. Elle est composée d'un îlot nucléaire (cœur et circuit primaire, générateur de vapeur) et d'un îlot conventionnel (secondaire, turbine, alternateur, ...). Une centrale est généralement composée de une à quatre tranches.

³Corium : mélange de matériaux fondus issus de la fusion du cœur

⁴Plenum : Partie de la cuve en forme de calotte

et expérimentales ont vu le jour pour mieux comprendre la physique et les phénomènes impliqués lors de tels accidents.

I.1.2 Environnement industriel

Le Laboratoire d'Etude et de Simulation des Accidents Graves (LESAG) développe des codes de calculs qui permettent de simuler les phénomènes physiques mis en jeu lors d'un accident grave. Le code de calcul ICARE-CATHARE (GFB⁺01) permet de simuler la thermo-hydraulique du cœur et des circuits hydrauliques des réacteurs nucléaires à eau légère (REP, VVER, EPR) lors d'accidents graves. Il est composé des codes ICARE2 et CATHARE2. ICARE2 est développé par l'IRSN et permet de simuler de manière précise les évolutions dans le cœur lors d'un accident grave. C'est un code 2D axisymétrique, calculant la thermo-hydraulique (champ de vitesse, pression, concentration, température), la chimie et la mécanique avec le plus de précision possible sans contrainte de rapidité. Le code CATHARE2, développé par l'IRSN, EDF et AREVA-NP permet de simuler la thermo-hydraulique du réacteur. Des efforts sont donc fournis pour développer des modèles physiques décrivant au mieux les différents phénomènes mécaniques, chimiques et thermo-hydrauliques qui interviennent durant l'accident. D'autres codes de calcul ayant globalement les mêmes objectifs existent dans d'autres pays, comme, par exemple, RELAP/SCDAP (USNRC) développé aux Etats-Unis ou ATHLET-CD (GRS) développé en Allemagne. Des codes plus rapides mais moins précis permettent de simuler un accident grave de manière simplifiée. ASTEC (IRSN, GRS), calcule les phénomènes présents dans l'enceinte. MELCOR (USNRC) ou MAAP (EPRI) en sont d'autres exemples développés aux Etats-Unis. Des benchmarks permettent de contrôler la cohérence entre ces codes.

I.1.3 Eléments de la thermique du cœur

La phase transitoire d'un accident grave est caractérisée par une montée importante de la température dans le cœur du réacteur. Au-delà d'un certain niveau de température, la chaleur est principalement transférée par rayonnement. Une bonne estimation de ces transferts est alors primordiale pour effectuer une simulation précise d'un accident grave. En effet, beaucoup de phénomènes sont très sensibles à la température. Les flux de chaleur par rayonnement sont au moins proportionnels à σT^3 . Ils deviennent très importants à des températures élevées. Ils le sont d'autant plus que le champ de température influence directement les autres phénomènes.

L'oxydation du zircalloy par la vapeur d'eau, étape importante de la dégradation du cœur, est déclenchée à une température de $1300K$ et a une cinétique sensible à la température. Par ailleurs la cinétique de dissolution et la concentration des phases en équilibre dans les mélanges sont également sensibles à la température. Ces derniers phénomènes, et d'autres encore (dilatation, fluage, ...) sont responsables de la modification de la géométrie du cœur (re-localisation des matériaux, déformations). Ce changement de géométrie modifie les transferts thermiques. Des canaux fluides sont partiellement bouchés, ce qui limite le refroidissement par convection. Des cavités se forment, ce qui entraîne des transferts de chaleur par rayonnement plus importants. Un lit de débris puis un bain fondu se créent,

difficiles à refroidir. Un calcul précis des transferts radiatifs dans le cœur dégradé permet de réduire les incertitudes sur le champ de température et donc sur le scénario lui-même.

Dans cette thèse, les transferts radiatifs seront modélisés dans les parties du cœur dégradé, optiquement épaisses sur une longueur de quelques centimètres. Cela signifie que les grandes cavités, engendrées par la dégradation, ne seront pas traitées et que seules les zones poreuses caractérisées par des variations de température relativement faibles seront étudiées. L'un des modèles de transfert radiatif employé dans ICARE/CATHARE est basé sur la notion de conductivité radiative. Il s'applique à un milieu localement optiquement épais. Jusqu'à présent cette conductivité radiative a été calculée à partir de modèles relativement empiriques, sans définition des limitations physiques. Un des objectifs de cette thèse est d'améliorer le calcul de cette conductivité en se basant sur une approche plus rigoureuse et précise.

I.2 Bibliographie

La modélisation du rayonnement thermique dans un milieu poreux est complexe. Elle nécessite l'usage de modèles approchés. La première partie de cette bibliographie est consacrée à la caractérisation des propriétés radiatives de milieux poreux. Différentes méthodes de calcul des transferts radiatifs applicables à des cœurs de réacteurs nucléaires sont ensuite abordées.

I.2.1 Modélisation des propriétés radiatives d'un milieu poreux

Le calcul des transferts radiatifs dans des milieux poreux est souvent essentiel dans de nombreuses applications industrielles. Les échangeurs, les réacteurs catalytiques, les isolants, les filtres pour l'industrie aéronautique et spatiale, les mousses ou les bains de verre fondu, les lits fluidisés en sont des exemples. Les cœurs de réacteurs nucléaires en situation d'accident grave constituent un autre exemple. Les milieux ou systèmes considérés présentent une complexité géométrique qui interdit l'usage de calculs à l'échelle locale. Les méthodes généralement employées considèrent un milieu semi-transparent équivalent au milieu poreux étudié. Le milieu semi-transparent équivalent est continu, ce qui simplifie considérablement le calcul du transfert thermique par rayonnement.

Méthodes d'identification

Certaines méthodes de calcul des propriétés des milieux poreux sont basées sur une identification directe des mesures de transmittance ou de réflectance. Cette identification n'est possible que sous certaines hypothèses permettant de simplifier l'équation de transfert radiatif. Glicksman *et al.* (GSS87) a mesuré la transmittance de matériaux isolants de trois épaisseurs différentes et en a déduit le coefficient d'extinction avec la loi de Beer. En supposant que le terme d'émission est nul et que le terme de diffusion constructive est nul en dehors de la direction de collimation, ils ont déduit un coefficient d'albédo et une fonction de phase. Kamiuto *et al.* (KISN91) ont calculé le coefficient d'extinction avec une méthode similaire pour des lits de sphères.

La plupart des méthodes permettant de caractériser un milieu poreux sont basées sur l'identification de paramètres entre des données de référence (mesurées ou calculées) et les données correspondantes obtenues par un modèle de transfert. Zéghondy *et al.* (ZIT06b; ZIT06a; Zeg05) effectuent une revue d'auteurs utilisant de telles méthodes d'identification. De nombreux auteurs utilisent des résultats de référence provenant de mesures. Les propriétés de mousses isolantes ou des mousses de carbone (Doermann-Baillis et Sacadura (DS96; BS02a; BS02b), Baillis *et al.* (BRS99)) ont été identifiées par comparaison entre des transmittances ou réflectances directement mesurées et d'autres calculées. Dans le dernier article cité, l'équation de transfert du rayonnement est résolue par une méthode des ordonnées discrètes. Des matériaux isolants (laine de roche et mousses isolantes) ont été étudiés par Glicksman *et al.* (GSS87). Ils ont mesuré la transmittance pour différentes épaisseurs de milieu et ont calculé le coefficient d'extinction en appliquant la loi de Beer. L'albédo et une fonction de phase axi-symétrique est déduite par comparaison entre des transmittances bidirectionnelles calculées et celles mesurées.

Milandri *et al.* (MAJ01) ont mesuré la transmissivité et la réflectivité bidirectionnelle d'une laine de silice. Ils ont considéré une fonction de phase axi-symétrique puis ils ont identifié l'épaisseur optique, l'albédo et la fonction de phase entre les mesures et les résultats d'une méthode aux ordonnées discrètes.

Hendricks et Howell (HH96a) ont déterminé, en fonction de la longueur d'onde, les coefficients d'absorption et de diffusion et deux types de fonctions de phase dépendantes de deux paramètres pour des échantillons de mousse de zircon (ZrO_2) et de mousse de carbure de silice (SiC) (HH94) éventuellement oxydés. Ils ont utilisé une méthode des ordonnées discrètes et identifié, par une méthode de moindres carrés non linéaire, les quatre paramètres pour retrouver la transmittance et la réflectance mesurée pour deux épaisseurs différentes. De meilleurs résultats sont obtenus avec une fonction de phase de type Henyey-Greenstein plutôt qu'avec une fonction de type DRIFT, qui présente un pic trop important vers l'avant. Les mêmes auteurs proposent dans la référence (HH96b) une nouvelle méthode d'analyse des mousses de céramique réticulées. Dans le cas de tranches fines, ils constatent qu'une partie du rayonnement incident est transmise sans interagir avec le milieu et qu'une autre partie est soumise à des interactions électromagnétiques complexes. Ils ont proposé une nouvelle formulation de l'ETR où ces deux types de flux sont traités séparément. Leurs résultats sont en accord avec la modélisation du coefficient d'extinction donnée par Hsu *et al.* (HCW94) en fonction d'un diamètre représentatif des pores et de la porosité. Lopes *et al.* (LLBS01) ont étudié un lit de sphères solides entassées, en bronze oxydé, de diamètre de l'ordre d'une centaine de microns. Ils ont résolu l'ETR avec une méthode des ordonnées discrètes. Le coefficient d'extinction est corrigé par un coefficient proposé par Singh et Kaviany (SK92) pour prendre en compte les effets d'écran. Les auteurs ont repris la méthode d'identification mise au point par Baillis *et al.* (BRS99). Nisipeanu et Jones (NJ98) ont étudié un lit de sphères en acier inoxydable et utilisé une méthode des ordonnées discrètes avec une fonction de phase de Henyey-Greenstein pour identifier les propriétés radiatives du milieu. Kamden et Baillis (KB05) ont proposé, pour un milieu à fonction de phase anisotrope, une méthode d'ajustement du coefficient d'extinction en faisant l'hypothèse d'isotropie de la fonction de phase. Cette méthode permet de faciliter l'identification des propriétés d'un milieu anisotrope.

D'autres auteurs se basent sur des résultats de calculs de référence pour identifier les propriétés radiatives d'un milieu. Singh et Kaviany (SK92) ont comparé la transmittance ob-

tenue par une méthode de Monte Carlo avec influence de la réflexion multiple sur un lit de sphères semi-transparentes et celle obtenue par une méthode des ordonnées discrètes avec l'hypothèse de diffusion indépendante. Ils ont ajusté le coefficient d'extinction, sans modifier l'albédo et la fonction de phase, avec un facteur correctif dépendant principalement de la porosité et de l'émissivité de la phase solide. Yang *et al* (YHK83) utilisent un modèle de transfert radiatif fondé sur une méthode de Monte Carlo pour calculer une transmittance de référence à travers un lit de sphères empilées. Ils ont effectué le calcul sur une cellule élémentaire du milieu en négligeant les effets de diffraction et en considérant une loi de réflexion spéculaire. A partir d'une méthode des moindres carrés, ils ont identifié le coefficient d'absorption et de diffusion d'un milieu semi-transparent équivalent dont la transmittance est calculée par un modèle à deux flux. Les deux coefficients sont très dépendants de la structure de l'empilement, de la taille des particules et de leur émissivité. Argento et Boudard (AB96) ont obtenu les mêmes résultats en identifiant les flux internes et transmis au sein du milieu. Fu *et al.* (FVG97) ont calculé une transmittance et une réflectance de référence à partir d'une méthode de zones appliquée à une série de cellules unitaires dont les parois sont caractérisées par une loi de réflexion diffuse, sans diffraction et avec une fonction de phase uniforme. Ils obtiennent le coefficient d'extinction et l'albédo en les identifiant à partir des résultats obtenus avec une méthode des ordonnées discrètes.

Les méthodes, permettant de déterminer les propriétés radiatives de milieux poreux, précédemment citées font toutes intervenir l'équation de transfert radiatif et une méthode d'identification des paramètres. Leurs résultats sont très dépendants de la qualité du modèle de transfert utilisé et de la méthode d'identification. Les coefficients d'absorption et d'extinction des milieux poreux sont généralement supposés isotropes. Les fonctions de phases sont supposées régies par des lois analytiques simples et quelques paramètres.

Méthode RDFI

Tancrez et Taine (Tan02; TT04) ont proposé une méthode de détermination du coefficient d'extinction de l'albédo et de la fonction de phase d'un milieu poreux qui ne repose pas sur l'ETR. Les propriétés radiatives d'un milieu semi-transparent équivalent au milieu poreux réel sont déterminées à partir de la définition physique même de ces grandeurs. Cette méthode est appelée RDFI (*Radiative Distribution Function Identification* ou identification des fonctions de distributions radiatives). Le principe est de construire les fonctions de distribution cumulées d'extinction et d'absorption d'un milieu poreux réel et de les identifier aux fonctions correspondantes dans le modèle du milieu semi-transparent équivalent. L'avantage de cette approche est d'obtenir directement un critère de validité du modèle de milieu semi-transparent.

Tancrez et Taine ont appliqué cette méthode à un milieu virtuel composé de sphères opaques (DOOS) (respectivement transparentes (DOTS)), de diamètres différents, se recouvrant au sein d'une phase continue transparente (respectivement opaque). Dans le cas de sphères transparentes, les auteurs ont calculé le coefficient d'extinction pour différentes porosités. L'erreur ϵ_β associée à l'identification des fonctions de distribution d'extinction décroît quand la porosité croît. L'hypothèse du milieu semi-transparent équivalent est considérée acceptable pour des erreurs d'identification de ce type inférieures à 0,05. Cette condition est vérifiée pour une porosité appartenant à l'intervalle $[0,625; 1]$. L'erreur d'identification sur l'absorption ϵ_κ est du même ordre de grandeur sur ce domaine de porosité. Il est important

de noter que les écart-types sur l'obtention des fonctions de distribution cumulées du milieu poreux réel, par méthode de Monte Carlo, sont de l'ordre de 10^{-6} , donc bien inférieurs aux erreurs d'identification précédentes. La détermination des fonctions de distribution cumulées est très précise. Les fonctions de phase ont été directement calculées pour les deux types de milieux et donnent des résultats cohérents.

Cette méthode a été reprise par Zéghondy *et al.* (Zeg05; ZIT06a) et appliquée à une mousse de mullite de porosité 0,85 dont la phase solide est semi-transparente et la phase fluide transparente. Le traitement a été appliqué en considérant des coefficients d'absorption et d'extinction anisotropes. Une tomographie X de ce matériau a été effectuée en trois dimensions. Une matrice $3D$ composée de voxels caractérisés par 255 niveaux de gris est alors engendrée. La résolution a (arête du voxel) est de $3,9 \mu m$ et la taille D_p des pores est de l'ordre de $0,3 mm$. Une étude préliminaire sur un milieu virtuel, composé de sphères transparentes dans une phase opaque, a permis de déterminer la résolution spatiale nécessaire pour obtenir une précision suffisante sur le calcul de la porosité. Le milieu a été discrétisé en voxels cubiques d'arête a , ce qui conduit à définir un paramètre de résolution D_p/a . Si ce paramètre est supérieur à 20, l'erreur relative entre la porosité réelle et celle du milieu discrétisé est inférieure à 1%.

Un résultat intéressant est que l'erreur d'identification obtenue en imposant arbitrairement l'isotropie du coefficient d'extinction est comparable à celle obtenue si l'on prend en compte l'anisotropie du coefficient d'extinction. En d'autres termes, il est possible de valider de façon erronée l'hypothèse d'isotropie d'un matériau anisotrope. C'est une limite des méthodes classiques d'identification dont s'affranchit la méthode RDFI. Le traitement des interfaces nécessaire au calcul de la fonction de phase s'avère délicat. Les points d'impact et les normales aux interfaces sont déterminés pour chaque voxel à partir d'une méthode numérique de cube mobile (Marching Cube (Del02)). Cela permet de calculer la distribution des angles de réflexion et par suite de calculer les fonctions de phase. Les propriétés radiatives du milieu poreux en mullite, prédites par la méthode RDFI, ont été validées expérimentalement par les mêmes auteurs (ZIT06b).

La méthode RDFI a été, par la suite, utilisée par Petrash *et al.* (PWS07) sur une tomographie d'une mousse de céramique réticulée (RPC). Ils obtiennent les propriétés radiatives complètes du matériau. Le matériau s'avère statistiquement isotrope et la fonction de phase déterminée avec l'hypothèse d'une loi de réflexion spéculaire aux parois est légèrement orientée vers l'arrière⁵.

Dans ce travail, les propriétés radiatives d'un cœur de centrale nucléaire intact puis dégradé seront calculées avec la méthode RDFI.

I.2.2 Modèles de transferts radiatifs applicables à un cœur de réacteur

Nous nous limitons dans ce paragraphe aux modèles de transfert applicables à des milieux poreux du type faisceau de tubes ou cœur dégradé de réacteur.

⁵Une fonction de phase est dite orientée vers l'arrière quand elle décrit un milieu où les rayons sont principalement rétro diffusés.

Méthode des zones de Hottel

La méthode des zones de Hottel et Sarofim (HS67) consiste à décomposer le milieu et ses frontières en N surfaces isothermes et M éléments de volume isothermes pour calculer les échanges par rayonnement entre ces éléments (GS02). Les propriétés radiatives des parois sont supposées isotropes. Les parois sont considérées opaques et grises. Le flux échangé entre deux parois A_i et A_j s'écrit :

$$Q_{ij} = G_{ij} A_i n^2 \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (\text{I.1})$$

où G_{ij} est le facteur d'échange entre les éléments de surface A_i et A_j et n l'indice de réfraction du milieu de propagation du rayonnement. Cette méthode peut être généralisée à des parois non grises mais ne peut pas s'appliquer, de façon pratique, si les éléments de volume sont semi-transparentes avec des propriétés qui dépendent de la température. Le facteur d'échange G_{ij} est la fraction de la puissance radiative émise par la surface i qui est absorbée par la surface j , à la fois par transmission, réflexion sur les autres surfaces et diffusion en volume.

Les facteurs d'échange et de vue peuvent être calculés directement avec une méthode de Monte Carlo (VF80) ou par la méthode des cordes croisées, dans le cas où la géométrie du milieu est invariante dans une troisième dimension, ce qui est le cas dans un REP, en première approximation (voir Cox (Cox76) et Sohal (Soh86), Goyhénèche (GS02), Manteufel (Man91), Siegel et Howell (SH92), Edward (Edw85)). L'avantage du recours aux facteurs d'échange est qu'ils intègrent les propriétés des surfaces et des volumes. Une fois calculés, ils permettent de déterminer rapidement la température de chaque surface. Cette méthode est couramment utilisée pour les grandes structures dont la géométrie change peu.

Manteufel (Man91) a calculé les facteurs d'échange pour étudier le rayonnement dans un réacteur intact. Il introduit les échanges entre crayons d'une même colonne (crayons mutuellement occultés), absents chez Cox et Gebhart (Cox76; Geb71). Son calcul permet de considérer les transferts par rayonnement entre tous les crayons par des combinaisons linéaires entre les facteurs d'échange.

Méthode à deux flux

Cette méthode est décrite par Siegel et Howell (SH92). C'est une application très simplifiée mono-dimensionnelle de la méthode des zones de Hottel. Elle est utilisée par Sohal M.S. (Soh86) pour le code SCDAP. Il utilise un coefficient d'anisotropie μ_i , recommandé par Tien et Sanchez (TSMM79) ou Munthe et Tien (MAT79), qui permet de définir une luminance qui est la somme d'une luminance isotrope I_i^I et d'une luminance anisotrope I_i^A . Dans ce modèle, le phénomène d'anisotropie est traduit par une rétro diffusion du flux radiatif vers la surface d'où il provient. La sensibilité à l'anisotropie n'est prise en compte que dans le coefficient μ_i .

Chatelard *et al.* (Cha01) ont considéré un cœur de réacteur homogénéisé sous forme d'anneaux concentriques. Chaque anneau représente un ensemble de crayons de combustible et de barres absorbantes homogénéisés. La géométrie des crayons est invariante au cours du temps. Les échanges radiatifs sont calculés entre chaque anneau et les caractéristiques des crayons (surface, volume) y sont moyennées. Les auteurs se placent dans les conditions d'un

milieu localement optiquement épais telle que la variation de température est faible sur au moins trois rangs de crayons et que les crayons ne voient pas d'autres crayons à plus de deux rangs. Les températures des crayons sont uniquement fonctions de leur positions radiales dans le cœur (symétrie axiale du réacteur). Les parois des crayons sont considérées noires et la phase fluide transparente.

Modèle multicouche

Mazza *et al.* (Kav95) ont proposé une modélisation du rayonnement dans un milieu périodique applicable à une géométrie plane. Ils se sont placés dans le cadre de l'optique géométrique ⁶ et ont obtenu la transmittance, la réflectivité et l'émittance d'une couche élémentaire du milieu en fonction du nombre d'éléments opaques par unité de surface N_s , du diamètre d des éléments, de l'émissivité de la phase opaque et de quatre coefficients a_i ($i = 1, 2, 3$ et 4), issus de corrélations. Ces corrélations sont valables tant que le produit $N_s d^2$ est compris entre 0,630 et 1,155. Ce modèle ne prend pas en compte l'influence des couches suivantes (rang 2 et plus).

Conductivité radiative

Différents auteurs ont proposé une expression plus ou moins empirique de la conductivité radiative, notamment pour modéliser les transferts radiatifs dans le cœur d'un réacteur. Fischer (Fis85; Fis89) propose un calcul simple de conductivité radiative dans un milieu composé de cylindres parallèles en agencement carré. Chaque cylindre est divisé en quatre parties. Il calcule le coefficient d'échange entre chaque partie se faisant face. Il limite les échanges radiatifs aux cylindres immédiatement voisins. Le facteur d'échange est celui entre deux surfaces rectangulaires infinies dans une direction et d'absorptivité α_v^h . La conductivité radiative équivalente avec ce modèle s'écrit :

$$k^R = \frac{\sigma \pi D T^3}{\frac{2}{\alpha_v^h} - 1} \quad (I.2)$$

Kaviany (Kav95) propose de calculer les transferts radiatifs dans un milieu composé de sphères en arrangement cubique avec une conductivité k^R , calculée par une méthode de Monte Carlo. Elle est en accord avec l'expérience de Kasperek et l'est d'autant plus que l'émissivité des sphères est grande. D'autres méthodes (deux flux, ordonnée discrètes) surestiment la conductivité. La méthode utilisée par Tien et Drolen (TD88) conduit à une conductivité radiative anisotrope faisant intervenir des coefficients d'absorption et de diffusion. Selon ces auteurs, k^R n'est sensible à l'émissivité qu'avec une loi de réflexion diffuse. Ces derniers auteurs considèrent une conductivité isotrope quand le milieu est seulement absorbant et anisotrope quand les parois sont réfléchissantes avec une loi de réflexion spéculaire.

Vortmeyer (Vor78) suggère une conductivité radiative fonction d'un coefficient p^v , qu'il préconise égal à 0,1, applicable à un lit de sphère se recouvrant (Identical Overlapping Spheres IOS). En introduisant la taille moyenne des pores δ sa conductivité radiative s'écrit :

⁶Optique géométrique : dite optique de Descartes. Elle est valable quand le diamètre moyen des particules d et la longueur d'onde du rayonnement incident λ respectent le critère $d/\lambda \gg 1$.

$$k^R = 4\sigma T^3 \delta \frac{p^v}{4(1-p^v)} \frac{\epsilon}{4} \left(1 - \frac{1}{\Pi}\right) \quad (\text{I.3})$$

Strieder (Str97) reprend le modèle de Vortmeyer pour différents milieux composés de cylindres ou de sphères. Il suppose la réflexion diffuse aux parois et le milieu statistiquement homogène. Il calcule, par analyse variationnelle, trois coefficients fonctions de la géométrie du milieu qui interviennent dans la formulation de la conductivité radiative :

$$k^R = C\delta \frac{P_0 + \alpha_\nu^h P_1}{1 + \alpha_\nu^h P_2} \quad (\text{I.4})$$

où α_ν^h est l'absorptivité des parois opaques. Les coefficients P_i ($i = 0, 1$ et 2) sont fonctions de la moyenne spatiale du diamètre des pores et de l'orientation de la normale aux interfaces. Chaque jeu de coefficient P_i permet d'obtenir une conductivité pour une incidence donnée du rayonnement sur les cylindres (parallèle ou perpendiculaire).

Manteufel (Man91) obtient une conductivité radiative à partir des facteurs d'échanges entre crayons. Il se place loin des parois⁷ dans les conditions d'un milieu localement optiquement épais. En posant l'écart entre les centres des cylindres voisins égal à P et le diamètre des crayons égal à D , Manteufel étudie les milieux dans un rapport P/D compris entre 1,01 et 1,5. Le milieu est composé d'arrangements carrés ou triangulaires de cylindres parallèles. L'auteur ne prend pas en compte les crayons se trouvant à plus de trois rangées. La température est élevée et le gradient de température est faible. La conductivité radiative loin de l'enveloppe est exprimée sous la forme :

$$k^R = C_{rad} \pi D 4\sigma T^3 \quad (\text{I.5})$$

avec :

$$C_{rad} = \alpha_\nu^h \sum_{i=1}^n n^2 G_{i-(i+1)} \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (\text{I.6})$$

où G_{i-j} est le facteur d'échange entre le rang de crayon i et le rang de crayon j et $\frac{\Delta x}{\Delta y}$ est le rapport entre le pas dans la direction x et le pas dans la direction y . Ce rapport est égal à l'unité dans le cas des cylindres en arrangement carré et égal à $\sqrt{3}/2$ en arrangement triangle.

Rubiolo (Rub00a; Rub00b; RG02) a utilisé la formulation de Mazza *et al.* (Kav95) et calculé deux coefficients C_a et C_r d'ajustement des coefficients d'absorption et de transmission d'une couche avec une méthode des ordonnées discrètes⁸ sur une cellule élémentaire contenant un cylindre. Il obtient une conductivité radiative de la forme :

$$k^R = 4\pi\sigma T^3 P \frac{2(1-\hat{r}) - \hat{a}}{\pi(\hat{a} + 2\hat{r}) + 2} \quad (\text{I.7})$$

où P est la distance la plus petite entre les centres de crayon.

⁷Un cœur de réacteur est constitué d'assemblages, chacun constitué d'un faisceau de crayons. Dans un réacteur à eau bouillante chaque assemblage est isolé par des parois verticales (enveloppe).

⁸Calcul effectué avec le code CAST3M développé par CEA.

Modèle	Emissivité	Gamme de Températures	Géométrie	AN
Anneaux concentriques	1	$< 1200K$	Carré	0, 24
Multicouche	$\in [0; 1]$	$\in [300, 3000K]$	Carré	0, 142
Réseau de résistance	$\in [0; 1]$	$< 1200K$	Carré	0, 16
G_{i-j}	$\in [0; 1]$	$< 1200K$	Carré	0, 45
G_{i-j}	$\in [0; 1]$	$< 1200K$	Triangle	0, 35

TAB. I.1 – *Tableau récapitulatif des conductivités radiatives divisées par le produit $4\pi\sigma T^3 D$ calculées par différents auteurs pour un cœur intact de réacteur. L'Application Numérique (AN) est effectuée pour $P = 12,6$ mm, $D = 9,53$ mm, une température de 1000 K et une absorptivité de paroi de 0,8, quand elle peut prendre d'autres valeurs que l'unité.*

Les différentes conductivités proposées sont présentées dans le tableau I.1. Les valeurs obtenues pour des conditions identiques (porosité de 0,55 et émissivité de 0,8) varient d'un rapport 3. Selon ces auteurs, l'influence de l'émissivité est toujours forte et la conductivité est proportionnelle à une longueur caractéristique (le diamètre des tubes ou leur écartement). La dispersion des conductivités radiatives proposées et l'absence de modèle pour un cœur dégradé ont motivé le présent travail de thèse.

I.3 Objectifs de la thèse

L'objectif de ce travail est de déterminer sur des bases physiques claires le tenseur de conductivité radiative d'un ensemble de crayons de combustible intacts ou dégradés en appliquant la méthode d'identification directe des propriétés radiatives (RDFI) à des tomographies tirées de l'expérience PHEBUS-PF (SHVdH99; MBA01). Dans un premier temps, cette méthode (TT04) est appliquée à la géométrie d'un cœur de réacteur non dégradé (cylindres parallèles). Les propriétés radiatives ainsi obtenues permettent de calculer le tenseur de conductivité radiative de ce milieu. Les limitations des modèles utilisés sont clairement précisées et discutées. Dans un deuxième temps, la méthode est appliquée à une grappe de crayons supposée représentative d'un cœur dégradé (expérience PHEBUS-FPT1). Les propriétés radiatives de zones représentatives de la grappe PHEBUS-FPT1 en trois dimensions sont obtenues par la méthode RDFI. Ces propriétés radiatives permettent de calculer une conductivité radiative associées à chaque type de zone. Les propriétés radiatives pour chaque tomographie sont également obtenues et discutées.

Chapitre II

Caractérisation des Propriétés radiatives par méthode RDFI

Ce chapitre présente les propriétés radiatives d'un milieu semi-transparent ainsi que la méthode RDFI qui permet de calculer les propriétés radiatives d'un milieu semi-transparent équivalent au milieu poreux étudié. Les grandeurs calculées sont le coefficient d'extinction β , le coefficient d'absorption κ_ν et la fonction de phase $p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$.

II.1 Propriétés radiatives d'un milieu semi-transparent

Contrairement au cas d'un milieu opaque qui absorbe, émet et diffuse en surface, le milieu semi-transparent absorbe, émet et diffuse en volume. Les gaz autres que les gaz mono et diatomiques, l'eau, les suspensions d'aérosols ainsi que certains matériaux solides comme le verre, certains minerais et certaines matières organiques sont des milieux semi-transparentes. Généralement, les phénomènes d'émission et d'absorption dépendent fortement de la longueur d'onde du rayonnement émis ou incident. L'indice de réfraction d'un milieu semi-transparent est un nombre complexe de la forme $n + j\chi$ où j est tel que $j^2 = -1$; χ est petit devant n . Soit un rayonnement incident dans un élément de volume dV , dans l'angle solide $d\Omega$, de fréquence appartenant à l'intervalle $[\nu, \nu + d\nu]$ caractérisé par L'_ν , la luminance directionnelle incidente. Le flux $d^6\Phi'_\nu{}^a(s)$ absorbé par l'élément de volume $dV(s)$ d'un milieu semi-transparent s'écrit :

$$d^6\Phi'_\nu{}^a(s) = \kappa_\nu L'_\nu dV d\Omega d\nu \quad (\text{II.1})$$

Cette définition n'est valable que si les dimensions de l'élément de volume sont très petites devant la distance d'absorption ce qui se traduit par $\kappa_\nu ds \ll 1$. dV est alors optiquement mince vis-à-vis de l'absorption.

Le phénomène de diffusion se décompose en deux contributions :

- Un terme puits : il est proportionnel au coefficient de diffusion σ_ν et représente la fraction diffusée du rayonnement incident sur un élément de volume dV dans un angle solide $d\Omega$, dans un intervalle de fréquence $d\nu$:

$$d^6\Phi'_\nu{}^{d-}(s) = \sigma_\nu L'_\nu dS d\Omega d\nu ds = \sigma_\nu L'_\nu dV d\Omega d\nu \quad (\text{II.2})$$

Dans l'équation (II.2), $d^6\Phi_\nu'^{d-}(s)$ représente la part du rayonnement éteint par la diffusion dans l'élément de volume $dV(s)$. Compte tenu des équations (II.1) et (II.2) le coefficient d'extinction volumique β_ν est défini tel que :

$$\beta_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu \quad (\text{II.3})$$

et l'albédo :

$$\omega_\nu = \sigma_\nu / \beta_\nu \quad (\text{II.4})$$

Le flux éteint est :

$$d^6\Phi_\nu'^{-}(s) = d^6\Phi_\nu'^{d-}(s) + d^6\Phi_\nu'^{a}(s) = \beta_\nu L'_\nu dV d\Omega d\nu \quad (\text{II.5})$$

- Un terme source : il représente la fraction du rayonnement issu de directions quelconques qui est diffusée dans la direction $d\Omega$. Elle est proportionnelle à σ_ν et fait intervenir la fonction de phase. Cette fonction $p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u})$ est liée à la probabilité qu'un rayonnement incident dans l'angle solide $d\Omega(\mathbf{u}')$ soit diffusé dans l'angle solide $d\Omega(\mathbf{u})$. La probabilité de ce phénomène est précisément $(d\Omega/4\pi)p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u})$. Le facteur 4π est introduit dans la convention choisie. Le flux diffusé dans $d\Omega(\mathbf{u})$ s'écrit :

$$d^6\Phi_\nu'^{d+}(s) = \frac{\sigma_\nu}{4\pi} d\nu \int_0^{4\pi} p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u}) L'_\nu(\mathbf{u}') d\Omega' \quad (\text{II.6})$$

L'anisotropie de la fonction de phase est caractérisée, au sens du flux, par le coefficient d'asymétrie $g(\mathbf{u}')$:

$$g(\mathbf{u}') = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u}) \cos(\gamma_s) d\Omega \quad (\text{II.7})$$

où γ_s est l'angle entre le rayon incident et le rayon diffusé. Si la diffusion dans le milieu est isotrope, g est nul ; une diffusion entièrement vers l'arrière, correspond à $g = -1$, ce qui correspond à une fonction de phase proportionnelle à un Dirac dans la direction opposée à celle du rayonnement incident (vers l'arrière). Une transmission totale correspond à $g = 1$ qui est obtenue avec une fonction de phase proportionnelle à un Dirac vers l'avant. Si la fonction de phase ne dépend pas de la direction d'incidence \mathbf{u}' , g est alors une constante. La fonction de phase ne dépend alors généralement que de l'angle de diffusion $\gamma_s = (\mathbf{u}', \mathbf{u})$.

Les grandeurs κ_ν , σ_ν et β_ν sont des inverses de longueurs caractéristiques d'absorption, de diffusion et d'extinction l_a , l_d et l_e . Elles se mesurent en m^{-1} .

$$\kappa_\nu = \frac{1}{l_a} \quad , \quad \sigma_\nu = \frac{1}{l_d} \quad \text{et} \quad \beta_\nu = \frac{1}{l_e} \quad (\text{II.8})$$

La longueur caractéristique l_a (respectivement l_d ou l_e) est le libre parcours moyen d'un photon avant qu'il ne soit absorbé (respectivement diffusé ou éteint).

II.2 Méthode d'identification RDFI

La méthode RDFI (*Radiative Distribution Function Identification* ou identification des fonctions de distribution radiatives) a été développée par Tancrez et Taine (TT04) du laboratoire d'Energétique Macroscopique et Moléculaire, Combustion (EM2C) de l'Ecole Centrale Paris et appliqué par Zéghondy *et al.* (ZIT06a). Cette méthode consiste à déterminer :

- le coefficient d'extinction β_ν , par identification de la fonction de distribution cumulée physique d'extinction du milieu poreux $G_e(s)$ avec celle du milieu semi-transparent équivalent $g_e(s)$:
- le coefficient d'absorption κ_ν par identification de $P_a(s)$, la probabilité cumulée d'absorption du milieu poreux, avec celle du milieu semi-transparent équivalent $g_a(s)$.
- la fonction de phase $p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u})$ par calcul direct de fonctions de distribution des angles de diffusion du rayonnement pour chaque direction d'incidence dans le repère fixe dans le milieu poreux.

L'intérêt de la méthode est de qualifier quantitativement la validité du modèle approché de milieu semi-transparent (donc de β_ν et κ_ν) à partir des erreurs associées aux identifications. L'outil numérique qui permet de calculer les fonctions $G_e(s)$, $P_a(s)$ et $p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u})$ est une méthode stochastique de Monte-Carlo. La fonction de phase de diffusion p_ν est obtenue, si nécessaire, directement à partir du calcul de Monte-Carlo sans avancer d'hypothèse sur celle-ci.

La méthode RDFI est applicable sous certaines conditions :

- La construction des fonctions de distribution dans le milieu poreux nécessite de connaître numériquement la géométrie de celui-ci avec une résolution spatiale suffisante.
- Les propriétés radiatives à l'échelle locale du milieu poreux doivent être connues. Dans le cas où des phases sont opaques l'émissivité et la loi de réflexion à leurs surfaces doivent être connues. Dans le cas où des phases sont semi-transparentes, leur coefficient d'extinction, leur coefficient d'absorption et si possible leur fonction de phase doivent être connues.
- La taille caractéristique des pores pris en compte doit être beaucoup plus grande que la longueur d'onde du rayonnement incident. Les effets de diffraction et de cohérence sont ainsi négligeables.

Dans cette partie, la méthode d'obtention des fonctions de distribution cumulée d'extinction, des probabilité cumulée d'absorption, des coefficients d'extinction et d'absorption et de la fonction de phase est détaillée.

II.2.1 Détermination du coefficient d'extinction

Les fonctions de distribution cumulée d'extinction d'un milieu poreux et d'un milieu semi-transparent sont introduites puis la méthode d'identification est expliquée. Enfin une synthèse des résultats obtenus à partir de la méthode RDFI est réalisée.

Fonction de distribution cumulée d'extinction dans un milieu semi-transparent

La fonction de distribution d'extinction d'un milieu semi-transparent $f_e(s)$ est la densité spatiale de probabilité qu'un rayon issu d'un point quelconque atteigne une longueur s avant d'y être éteint. La probabilité qu'un rayon soit éteint, dans un milieu semi-transparent, entre l'abscisse s et $s + ds$ est en effet :

$$dP_e(s) = f_e(s)ds = e^{-\beta_\nu s} \beta_\nu ds \quad (\text{II.9})$$

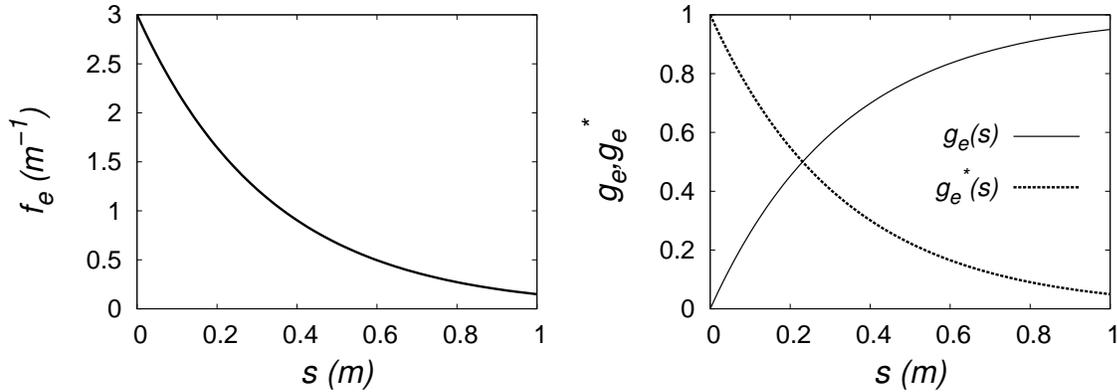


FIG. II.1 – A gauche, fonction de distribution d’extinction $f_e(s)$. A droite, sa cumulée $g_e(s)$ et le complémentaire de sa cumulée $g_e^*(s)$ pour un coefficient d’extinction $\beta = 3m^{-1}$.

où β_ν est le coefficient d’extinction. La fonction de distribution cumulée d’extinction entre 0 et s est donc :

$$g_e(s) = \int_0^s f_e(s') ds' = 1 - e^{-\beta_\nu s} \quad (\text{II.10})$$

La fonction $g_e^*(s)$ est défini par :

$$g_e^*(s) = \int_s^\infty f_e(s') ds' = e^{-\beta_\nu s} \quad (\text{II.11})$$

Fonction de distribution cumulée d’extinction dans un milieu poreux

Dans un milieu poreux l’extinction a lieu quand un rayonnement est absorbé ou diffusé (réfléchi). Ces événements ont lieu, soit à l’interface si l’une des phases est opaque, soit dans le volume d’un milieu semi-transparent. Ce phénomène est simulé numériquement en appliquant une technique de Monte Carlo. L’événement d’extinction d’un rayon issu d’un point quelconque dans une direction fixée est caractérisé par une longueur d’extinction et, s’il y a absorption par un coefficient d’absorption ou s’il y a diffusion par un coefficient de diffusion et une direction de diffusion. A partir de la simulation d’un très grand nombre de ces événements, il est possible de construire la distribution cumulée d’extinction $G_e(s)$ du milieu. Si les deux phases sont semi-transparentes les transferts radiatifs se produisent dans tout le volume du milieu. Si l’une des phases est opaque ils se produisent uniquement dans les phases non opaques.

Pour construire la fonction de distribution cumulée d’extinction du milieu poreux, chaque rayon est tiré depuis un point M placé aléatoirement au sein de la ou des phases non opaques, dans un volume représentatif du milieu. Ce volume est appelé la zone de tir. La zone de tir est choisie représentative du milieu (voir figure II.2), c’est à dire qu’elle contient une partie du milieu qui doit avoir statistiquement les mêmes propriétés radiatives et géométriques que le reste du milieu. Elle est supposée statistiquement homogène. La zone de tir est contenue dans une zone d’étude plus grande. La dimension de la zone d’étude est

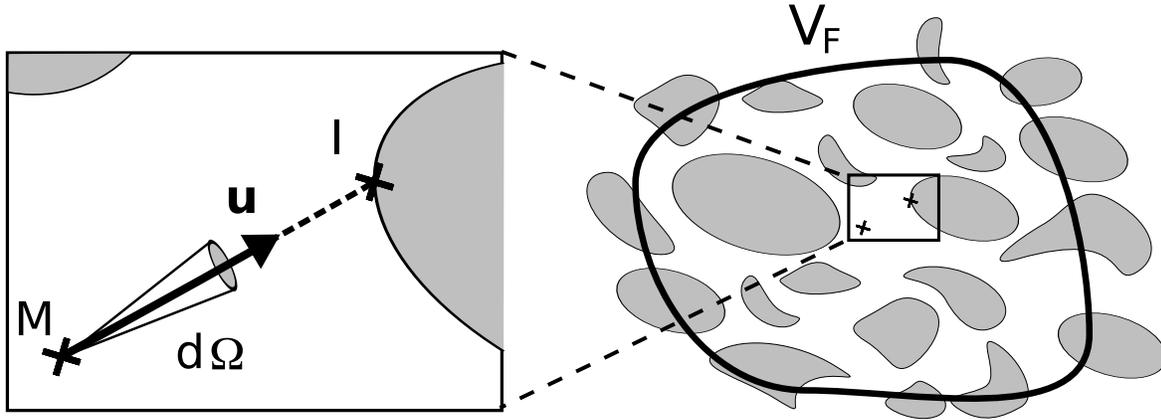


FIG. II.2 – Représentation d'un rayon tiré d'un point dans volume représentatif V_F dans une direction \mathbf{u} appartenant à l'angle solide élémentaire $d\Omega$. M est le point de départ choisi dans une phase non opaque et I est le point d'impact sur une paroi opaque .

choisie telle que son épaisseur optique soit supérieure ou égale à 3 quelque soit la direction. Les points de départ des tirs sont répartis de manière uniforme et aléatoire dans le volume de tir et les directions de tir dans l'angle solide représentatif de tirs.

Si le rayon traverse un milieu semi-transparent, une réalisation stochastique de la longueur d'extinction est calculée en respectant la fonction de distribution d'extinction dans un milieu semi-transparent (loi énoncée dans la partie II.2.1 équ. II.10). Si le rayon intercepte une interface, le point d'intersection du rayon avec l'interface est le point I (Fig. II.2). La longueur d'extinction est alors la distance MI . Une fois un rayon éteint un nouveau rayon est tiré à partir d'un nouveau point de départ.

Nous nous limiterons dans la suite au cas d'une paroi opaque et d'un fluide transparent. L'extinction est alors une notion purement géométrique qui ne dépend pas de la fréquence. $F_e(s)$, $G_e(s)$ et β ne dépendent pas de la fréquence ν .

Chaque rayon tiré contribue à la fonction de distribution d'extinction $F_e(s)$ (équ. II.12) intégrée de 0 à s , à la probabilité d'absorption et à la fonction de phase comme expliqué dans les parties suivantes. $F_e(s)ds$ est la probabilité qu'un rayon, issu d'un point M quelconque d'une phase transparente du milieu statistiquement homogène, soit éteint entre l'abscisse s et $s + ds$. La fonction de distribution d'extinction $F_e(s, \mathbf{u}_k)$ dans le volume V_F des phases non opaques et dans l'angle solide $\Delta\Omega_k$, de vecteur directeur \mathbf{u}_k , s'écrit :

$$F_e(s, \mathbf{u}_k) = \frac{1}{V_F} \frac{1}{\Delta\Omega_k} \int_{V_F} \int_{\Delta\Omega_k} \delta[s' - s_0(\mathbf{r}, \mathbf{u})] d\Omega(\mathbf{u}) d\mathbf{r} \quad (\text{II.12})$$

où s est la distance courante sur le rayon de vecteur directeur \mathbf{u} , $s_0(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ la distance $|MI|$ et δ la fonction de Dirac. La fonction de distribution cumulée $G_e(s, \mathbf{u}_k)$ de $F_e(s, \mathbf{u}_k)$ s'écrit :

$$G_e(s, \mathbf{u}_k) = \int_0^s F_e(s', \mathbf{u}_k) ds' \quad (\text{II.13})$$

C'est la probabilité qu'un rayon, issu d'un point M quelconque, soit éteint sur une distance inférieure à s .

La méthode de Monte-Carlo est utilisée pour effectuer l'intégrale statistique volumique et directionnelle des longueurs d'extinction. D'un point de vu pratique, pour calculer la fonction de distribution d'extinction, l'axe doit être divisé en segments élémentaires. Si Δs est l'intervalle de longueur élémentaire, un rayon éteint de longueur s_0 sera pris en compte dans la fonction F_e par un incrément unitaire dans l'intervalle $[s_i; s_i + \Delta s]$ contenant s_0 . Les rayons de longueurs inférieures à Δs sont donc pris en compte dans le premier intervalle correspondant à $F_e(\Delta s/2)$. Une fois les tirs effectués, la fonction F_e est normalisée par le nombre de tirs réalisés afin d'obtenir une fonction de distribution. Le nombre de tirs effectués contient également les tirs qui n'ont pas été éteints dans la zone d'étude. La méthode de calcul des longueurs d'extinction est détaillée dans l'annexe A.

Identification du coefficient d'extinction

Une fois que $G_e(s, \mathbf{u}_k)$ est obtenue, un coefficient d'extinction adimensionné β^+ , qui minimise le critère d'erreur $\epsilon_\beta^+(\mathbf{u}_k)$:

$$\epsilon_\beta^+(\mathbf{u}_k) = \frac{\sum_{i=0}^N [\mathbf{G}_e(\mathbf{s}_i^+) - \mathbf{g}_e(\mathbf{s}_i^+)]^2}{\sum_{i=0}^N [1 - \mathbf{G}_e(\mathbf{s}_i^+)]^2} \quad (\text{II.14})$$

est déterminé par identification de $G_e(s, \mathbf{u}_k)$ avec $g_e(s, \mathbf{u}_k)$ au sens des moindres carrés. N est le nombre de points de discrétisation et s_i^+ l'abscisse discrétisée adimensionnée par la longueur d'extinction à la limite optiquement mince du milieu L_{OM} . Cette longueur est une longueur d'extinction théorique fonction de l'isotropie statistique du milieu (voir partie II.2.1 et II.2.4) . β^+ est obtenu avec une erreur d'identification ϵ_β^+ qui permet de caractériser quantitativement la validité de l'hypothèse du milieu semi-transparent équivalent. Un exemple de fonction de distribution cumulé est présenté figure II.3.

Phase solide opaque et phase fluide transparente

Tancrez et Taine (TT04) ont appliqué la méthode RDFI à un milieu virtuel composé de sphères opaques de diamètres identiques ou différents se chevauchant dans un milieu transparent (Identical/Dispersed Overlapping Opaque Spheres (*IOOS/DOOS*)) ainsi qu'à des milieux composés de sphères transparentes dans une matrice opaque (*IOTS/DOTS*). *Ces milieux sont statistiquement homogènes et isotropes*. Dans ce type de milieu poreux à phase fluide transparente et à phase solide opaque, l'extinction se produit lorsqu'un rayon touche une paroi solide (voir figure II.2).

Dans ces conditions, il est très important de souligner que le coefficient d'extinction à déterminer ne dépend que de la géométrie du système et est en particulier indépendant de la longueur d'onde du rayonnement. Les auteurs ont effectué des tirs de rayons (10^6 par configuration) dans des centaines de configurations différentes jusqu'à convergence statistique de la fonction $G_e(s)$. Dans le cas des sphères opaques la fonction de distribution d'extinction est rigoureusement exponentielle (voir Torquato et Lu (TL93)) ce qui implique que le coefficient d'extinction est rigoureusement égal à celui du milieu statistiquement homogène, statistiquement isotrope et de même porosité à la limite optiquement mince β_{OM} :

$$\beta_{OM} = \frac{A}{4} \quad (\text{II.15})$$

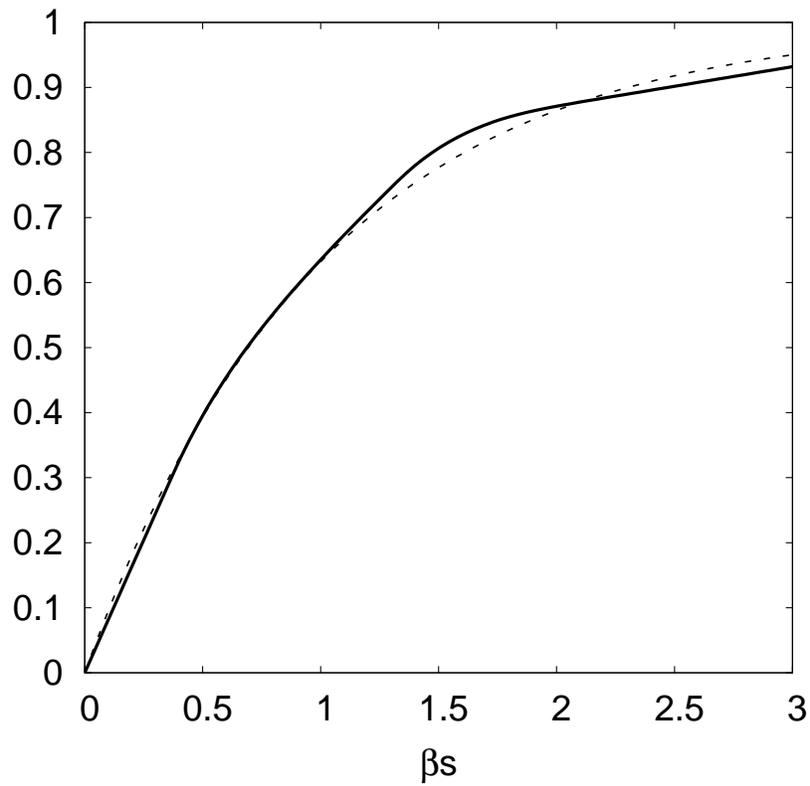


FIG. II.3 – Exemple de fonction de distribution cumulée globale d'un milieu composé de cylindres agencés en carré d'une porosité globale de 0,446 (trait continu) et la fonction de distribution cumulé du milieu semi-transparent équivalent de coefficient d'extinction β (traits pointillés) en fonction de l'épaisseur optique.

où A est la surface spécifique fluide du milieu. Le coefficient d'extinction β_{OM} dont l'inverse est la longueur d'extinction à la limite optiquement mince L_{OM} est une longueur de référence pour les milieux semi-transparents isotropes (voir le paragraphe II.2.4).

Dans le cas des sphères transparentes, la fonction exponentielle g_e doit être ajustée à la fonctions G_e avec une méthode des moindres carrés pour identifier le coefficient d'extinction. Le résultat est rigoureux dans la mesure où le milieu est statistiquement isotrope et homogène.

L'obtention des fonctions de distributions cumulées $G_e(s)$ du milieu poreux est extrêmement précise (Ecart-type de 10^{-6}). Comme la méthode RDFI a été appliquée à un milieu virtuel, des porosités de 0,15 à 0,89 ont pu être explorées.

Le coefficient d'extinction décroît avec la porosité et tend vers β_{OM} pour une porosité tendant vers l'unité. L'erreur d'identification issue des moindres carrés décroît quand la porosité croît et est inférieure à 0,05 pour des porosités supérieures à 0,625.

Le coefficient d'extinction, à la limite optiquement mince β_{OM} du milieu isotrope équivalent, est donc une grandeur caractéristique des milieux de type *DOOS* et *DOTS* statistiquement isotropes à l'échelle globale. Le modèle même du milieu semi-transparent est de moins en moins justifié quand la porosité décroît en dessous de 0,625. C'est à dire que pour les petites porosités la modélisation du milieu par un milieu semi-transparent n'est pas valable.

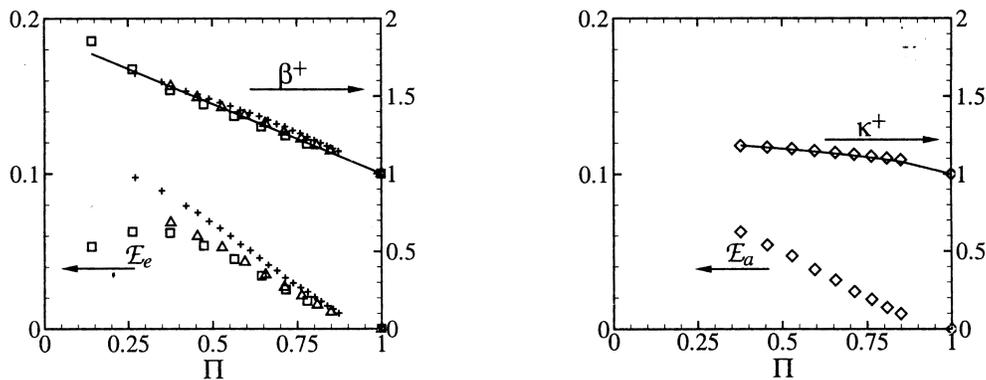


FIG. II.4 – Coefficient d'extinction adimensionné β^+ (à gauche) et d'absorption adimensionné κ_v^+ (à droite) et erreur d'identification de milieu de type *DOTS* en fonction de la porosité pour différentes loi de répartition des diamètres de sphères. Milieu *IOTS* (+), *DOTS* avec une distribution gaussienne des diamètres (Δ et \diamond), *DOTS* avec une distribution uniforme des rayons (\square).

Phase solide semi-transparente et phase fluide transparente

Zéghondy *et al.* (ZIT06a) ont généralisé la méthode RDFI à une mousse de mullite (mousse de céramique réticulée) statistiquement anisotrope. La phase fluide est transparente. La phase solide est semi-transparente à l'échelle locale. Les données précises de la morphologie du milieu sont issues d'une tomographie réalisée à l'ESRF avec une résolution spatiale de 5 μm . Le coefficient d'extinction de la phase solide a été mesuré. Cette céramique est extrêmement diffusante (d'albédo très élevé). Les rayons issus de la phase fluide et ceux issus de la phase solide sont pris en compte dans les fonctions de distribution d'extinction. L'anisotropie du milieu a également été prise en compte précisément (400 angles solides sur 4π stéradians).

Le coefficient d'extinction obtenu est clairement anisotrope. L'erreur d'identification est de l'ordre de 0,03.

II.2.2 Détermination du coefficient d'absorption

Probabilité cumulée d'absorption dans un milieu semi-transparent

Dans un milieu semi-transparent, la probabilité qu'un rayon soit absorbé entre s et $s + ds$ est :

$$dP_{av}(s) = p_{av}(s)ds = e^{-\beta_\nu s} \kappa_\nu ds = f_{av}(s)ds \quad (\text{II.16})$$

et la probabilité cumulée d'absorption entre 0 et s est :

$$P_{av}(s) = \int_0^s p_{av}(s') ds' = \frac{\kappa_\nu}{\beta_\nu} (1 - e^{-\beta_\nu s}) \quad (\text{II.17})$$

qui peut donc s'écrire :

$$g_{av}(s) = \frac{\kappa_\nu}{\beta_\nu} g_{ev}(s) \quad (\text{II.18})$$

$g_e(s)$ est la fonction de distribution cumulée d'extinction définie dans l'équation II.10. Pour travailler avec une fonction exponentielle, la transformation suivante est effectuée :

$$g_{av}^*(s) = \int_s^\infty dp_{av}(s') ds' \quad (\text{II.19})$$

ce qui mène à :

$$g_{av}^*(s) = \frac{\kappa_\nu}{\beta_\nu} g_{ev}^*(s) = \frac{\kappa_\nu}{\beta_\nu} e^{-\beta_\nu s} \quad (\text{II.20})$$

Probabilité cumulée d'absorption dans un milieu poreux (parois opaques)

La loi de probabilité d'absorption est construite à partir des mêmes rayons que ceux qui permettent de construire la fonction de distribution d'extinction. La construction de P_{av} succède pour chaque tir, celle de G_e . La probabilité d'absorption $P_{av}(s)$ dans le milieu poreux réel est la probabilité qu'un rayon, issu d'un point M quelconque d'une phase transparente d'un milieu poreux statistiquement homogène, soit absorbé entre l'abscisse s et $s + ds$. Son expression analytique exprimée dans un volume V_F de milieu poreux et dans un angle solide $d\Omega_k$ de vecteur directeur \mathbf{u}_k (en l'absence de phase semi-transparente) est :

$$P_{av}(s, \mathbf{u}_k) = \frac{1}{V_F} \frac{1}{\Delta\Omega_k} \int_{V_F} \int_{\Delta\Omega_k} \alpha'_\nu [\mathbf{n}(\mathbf{r}, \mathbf{u}), \mathbf{u}] \delta[\mathbf{s} - \mathbf{s}_0(\mathbf{r}, \mathbf{u})] d\Omega(\mathbf{u}) d\mathbf{r} \quad (\text{II.21})$$

En pratique, si un rayon est éteint pour une abscisse s_0 appartenant à l'intervalle $[s_i, s_i + ds]$ alors l'élément $P_{av}(s_i + \Delta s/2)ds$ est incrémenté par un quantum d'une valeur égale à l'absorptivité. L'évènement d'absorption dans un milieu poreux est soit volumique dans une phase semi-transparente, soit surfacique à une interface où l'une des phases est opaque. Dans le premier cas, la probabilité d'absorption est calculée à partir avec la longueur d'extinction calculée dans l'étape précédente et avec la loi d'absorption énoncée dans la partie II.2.2 et l'équation II.17. Dans le deuxième cas, qui nous intéresse ici, lors de l'impact sur une surface

opaque, la probabilité que le rayon soit absorbé est proportionnelle à l'absorptivité surfacique directionnelle $\alpha'_\nu[n(\mathbf{r}, \mathbf{u}), \mathbf{u}]$ de la paroi au point d'impact. Le coefficient d'absorption est donc très fortement influencé par l'absorptivité du matériau. Il est donc dépendant de la fréquence, de l'état de surface et de la nature chimique de la phase solide. L'absorptivité doit donc être précisément estimée. Deux types de réflexions limites sont pris classiquement en compte :

- La loi de réflexion spéculaire (lois de Descartes de l'optique géométrique appliquées au point d'impact du rayon incident). L'angle de réflexion d'un rayon impactant une surface obéit à deux critères développés au paragraphe II.2.3. L'expression de l'absorptivité utilisée en mode spéculaire notée $\alpha'_{\nu \text{spec}}$ est une approximation empirique (voir Siegel et Howell (SH92)) :

$$\alpha'_{\nu \text{spec}} = 1 - \rho'_{\text{spec}} = \frac{3}{2} \alpha'_\nu \mu_i \quad ; \mu_i = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} > 0 \quad (\text{II.22})$$

où ρ'_{spec} est la réflectivité directionnelle hémisphérique et α'_ν représente l'absorptivité hémisphérique.

$$\alpha'_\nu = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \alpha'_\nu(n(\mathbf{r}, \mathbf{u}), \mathbf{u}) d\mu_i \quad (\text{II.23})$$

- La loi de réflexion isotrope (ou diffuse) est caractérisée par une réflectivité ρ_ν indépendante de toute direction et une absorptivité (hémisphérique) $\alpha_{\nu \text{diff}} = 1 - \rho_\nu$. L'absorptivité est alors indépendante de l'angle d'incidence γ_i et $P_a(s, \mathbf{u}_k)$ devient :

$$p_{av}^{\text{diff}}(s, \mathbf{u}_k) = \alpha_{\nu \text{diff}} \mathbf{F}_e(s, \mathbf{u}_k) \quad (\text{II.24})$$

Dans ces conditions, le coefficient d'absorption volumique est donc proportionnel au coefficient d'extinction et à l'absorptivité surfacique :

$$\kappa_\nu^{\text{diff}} = \alpha_{\nu \text{diff}} \beta \quad (\text{II.25})$$

Identification du coefficient d'absorption

Une fois que le coefficient d'extinction β est obtenu et la probabilité cumulée d'absorption $P_a(s, \mathbf{u}_k)$ construite, pour un milieu poreux constitué d'une phase opaque et d'une phase transparente :

$$P_{av}(s, \mathbf{u}_k) = \int_0^s \mathbf{p}_{av}(s, \mathbf{u}_k) ds \quad (\text{II.26})$$

il est possible de calculer le coefficient d'absorption d'un milieu semi-transparent équivalent. Le coefficient κ_ν est calculé en identifiant la probabilité cumulée d'absorption $p_{av}(s)$ du milieu continu équivalent avec celle du milieu poreux $P_a(s, \mathbf{u}_k)$: Après injection de β , dans l'expression de $p_{av}(s)$, κ_ν est déterminé en minimisant le critère d'erreur au sens des moindres carrés suivant $\epsilon_\kappa(\mathbf{u}_k)$:

$$\epsilon_\kappa(\mathbf{u}_k) = \frac{\sum_{i=0}^N [\mathbf{P}_{av}^*(s_i) - \mathbf{P}_{av}^*(s_i)]^2}{\sum_{i=0}^N [\mathbf{P}_{av}^*(s_i)]^2} \quad (\text{II.27})$$

Phase solide opaque et phase fluide transparente

Tancrez et Taine (TT04) calculent le coefficient d'absorption dans les milieux de type *DOOS* et *DOTS*. Dans le cas d'une loi de réflexion diffuse aux parois, quelque soit le milieu, le coefficient d'absorption s'écrit :

$$\kappa_\nu^{\text{diff}} = \alpha_{\nu \text{diff}} \beta \quad (\text{II.28})$$

Dans le cas d'une réflexion spéculaire aux parois, il faut intégrer les contributions de chaque rayon. Dans le milieu de type *DOOS*, l'indépendance entre la fonction de répartition des longueurs d'extinction $F_e(s)$ et celle des angles d'incidence $F_i(\mu_i)$ permet de calculer la fonction de distribution d'absorption. De plus, la fonction $F_i(\mu_i)$ est, dans ce type de milieu, linéaire et égale à $2\mu_i$. Le coefficient d'absorption est donc calculé directement et a pour valeur :

$$\kappa_\nu^{\text{spec}} = \alpha_{\nu \text{spec}}^h \beta \quad (\text{II.29})$$

où $\alpha_{\nu \text{spec}}^h$ est défini par l'équation II.22. Dans le cas des milieux de type *DOTS*, une méthode des moindres carrés est appliquée pour minimiser ϵ_κ (équ. II.27). Le coefficient d'absorption obtenu décroît avec la porosité et tend vers $\alpha_{\nu \text{spec}}^h \beta$ quand la porosité tend vers l'unité. L'erreur d'identification décroît également avec la porosité et a des valeurs inférieures à 0,05 pour des porosités supérieures à 0,625.

Phase solide semi-transparente et phase fluide transparente

La phase solide de l'échantillon de mullite, analysée par Zéghondy *et al.* est semi-transparente. Il détermine pour chaque rayon, avec la loi de Descartes, la partie réfléchiée et la partie transmise à l'interface entre deux milieux d'indice optique différents selon l'angle d'incidence du rayonnement. Comme énoncé précédemment une seule fonction P_{av} est calculée, pour chacune des 400 directions, en prenant en compte les longueurs d'absorption des rayons dans les deux phases. Le coefficient d'absorption anisotrope est déduit avec une méthode des moindres carrés appliquée à l'équation II.27.

II.2.3 Fonction de phase dans un milieu poreux statistiquement isotrope

La méthode RDFI permet de calculer directement les fonctions de phase dans un milieu poreux statistiquement isotrope caractérisé par un coefficient de diffusion indépendant de la direction.

Nous nous limiterons au cas d'une phase fluide transparente et d'une phase solide opaque. A l'échelle du milieu continu, la quantité $p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r) \frac{d\Omega(\mathbf{u}_r)}{4\pi}$ est la probabilité que la luminance éteinte par diffusion dans un élément de solide dV dans l'angle solide $d\Omega(\mathbf{u}_r)$ et sur l'intervalle $d\nu$ (c'est à dire $dL_\nu{}^d(\mathbf{u}) = L'_\nu(\mathbf{u})\sigma_\nu ds$ où ds est la longueur de l'élément de volume dV dans la direction \mathbf{u}) soit diffusé dans un angle solide $d\Omega_r$ (voir figure II.5) autour de la direction \mathbf{u}_r ce qui correspond à la luminance $d^2L_\nu{}^d(\mathbf{u} \Rightarrow \mathbf{u}_r)$:

$$p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r) \frac{d\Omega(\mathbf{u}_r)}{4\pi} = \frac{d^2L_\nu{}^d(\mathbf{u} \Rightarrow \mathbf{u}_r) d\Omega(\mathbf{u}_r)}{L_\nu{}^d(\mathbf{u})\sigma_\nu(\mathbf{u}) ds} \quad (\text{II.30})$$

Sous l'hypothèse restrictive d'un coefficient de diffusion σ_ν isotrope le caractère directionnel de la fonction de phase n'est associé qu'à la réflectivité bidirectionnelle de la phase opaque, c'est à dire à l'ensemble des réflexions des rayons sur les parois à l'échelle locale. La réflec-

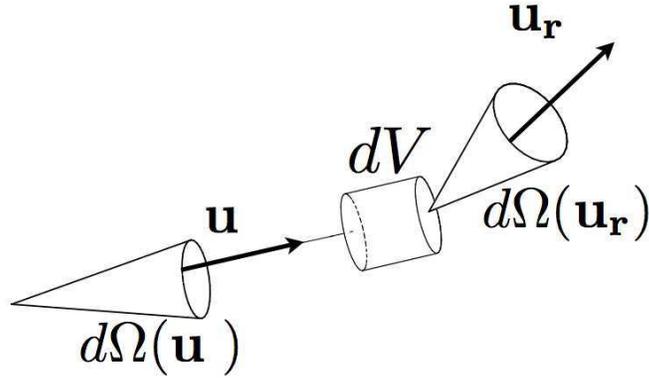


FIG. II.5 – Diffusion vers un angle solide $d\Omega(\mathbf{u}_r)$, dans un volume élémentaire de milieu semi-transparent dV , d'un rayon issu d'un angle solide $d\Omega(\mathbf{u})$

tivité bidirectionnelle $\rho''(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r, \mathbf{n})$ est le rapport de la luminance réfléchie L_ν^r par une paroi opaque par unité d'intervalle spectral $d\nu$ dans l'angle solide $d\Omega(\mathbf{u}_r)$ autour de la direction \mathbf{u}_r au flux surfacique incident dans l'angle solide $d\Omega(\mathbf{u})$ sur cette paroi ; soit :

$$\rho''(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r, \mathbf{n})d\Omega(\mathbf{u}_r) = \frac{L_\nu^r(\mathbf{u} \Rightarrow \mathbf{u}_r)d\Omega(\mathbf{u}_r)}{L_\nu^i \cos\theta d\Omega(\mathbf{u})} \quad (\text{II.31})$$

où L_ν^i est la luminance incidente, $\cos\theta$ est égale à $-\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}|}$ et \mathbf{n} est la normale locale à la paroi.

Dans la méthode RDFI, si on tient compte de l'ensemble des impacts des rayons incidents dans un angle solide $d\Omega(\mathbf{u})$ sur l'ensemble des parois, la fonction de phase s'exprime dans un référentiel fixe en fonction des phénomènes de réflexion. En sommant sur l'ensemble du volume de la phase fluide autour de l'élément courant $d\mathbf{r}$ la fonction de phase s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r) d\Omega_r \\ &= \frac{1/V_F \int_{V_F / \mathbf{u}_r \cdot \mathbf{n} \geq 0} \rho''_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r, \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r})) (-\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r})) d\mathbf{r} d\Omega_r}{\int_{4\pi} 1/V_F \int_{V_F / \mathbf{u}_r \cdot \mathbf{n} \geq 0} \rho''_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}'_r, \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r})) (-\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r})) d\mathbf{r} d\Omega'_r} \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

où ρ''_ν est la réflectivité monochromatique bidirectionnelle de la paroi.

Pour chaque rayon issu d'un point de départ M centre de $d\mathbf{r}$ et de direction \mathbf{u} , le point d'impact I est calculé ainsi que la normale \mathbf{n} associée (voir figure II.6). Les intégrales volumiques et directionnelles de l'équation II.32 sont calculées avec la méthode de Monte Carlo

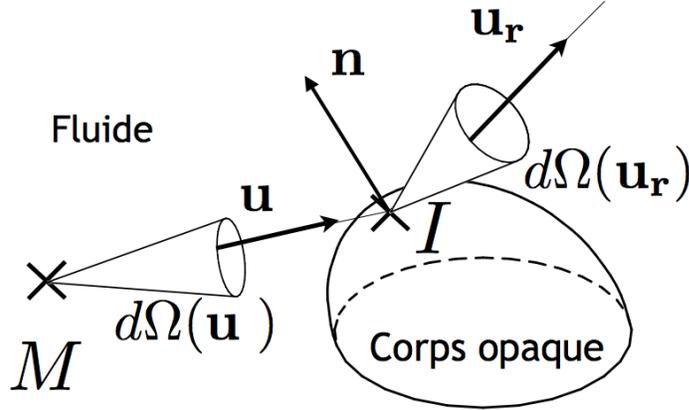


FIG. II.6 – Réflexion d'un rayon compris dans un angle solide $d\Omega(\mathbf{u})$ vers un angle solide $d\Omega(\mathbf{u}_r)$. Le rayon est issu d'un point M et impacte la paroi en un point I .

par sommation au sein de la phase fluide.

Dans le cas particulier d'un milieu statistiquement isotrope, la fonction de phase n'est fonction que de l'angle de diffusion, $\gamma_s = (\mathbf{u}, \mathbf{u}_r)$ (s pour scattering) dont le cosinus est μ_s . La fonction de phase s'écrit (Tan02) :

$$\frac{1}{4\pi} p_\nu(\mu_s) = \frac{\int_{V_F / \mathbf{u}_r \cdot \mathbf{n} \geq 0} \int_0^{4\pi} \int_0^{4\pi} \delta(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_r - \mu_s) \rho''_\nu[\mathbf{u}, \mathbf{u}_r, \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r})] \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r}) d\Omega(\mathbf{u}) d\Omega(\mathbf{u}_r) dr}{\int_0^{4\pi} \int_0^{4\pi} \int_{V_F / \mathbf{u}_r \cdot \mathbf{n} \geq 0} \rho''_\nu[\mathbf{u}, \mathbf{u}_r, \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r})] \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{u}, \mathbf{r}) dr d\Omega(\mathbf{u}_r) d\Omega(\mathbf{u})} \quad (\text{II.33})$$

La fonction de phase est fortement liée à la loi de réflexion. La relation entre les cosinus des angles d'incidence $\mu_i = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}$, de réflexion $\mu_r = \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_r$ et de diffusion $\mu_s = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_r$ peut s'écrire comme suit :

$$-\mu_s = \mu_i \mu_r + \sqrt{(1 - \mu_i^2)(1 - \mu_r^2)} \cos(\varphi - \varphi_r) \quad (\text{II.34})$$

où les angles φ et φ_r représentent les angles azimutaux d'incidence et de réflexion dans le repère sphérique d'axe \mathbf{n} qui est la normale à la paroi dirigée vers la phase fluide au point d'impact (figure (II.7)).

- Cas d'une loi de réflexion spéculaire : les lois de Descartes donnent les relations suivantes entre les angles :

$$\mu_i = \mu_r \quad \text{et} \quad \cos(\varphi - \varphi_r) = -1 \quad (\text{II.35})$$

Cela simplifie la relation entre μ_s et μ_i :

$$\mu_s = 1 - 2\mu_i^2 \quad (\text{II.36})$$

- Cas d'une loi de réflexion isotrope (diffuse) : l'angle de réflexion est indépendant de l'angle d'incidence. μ_r et φ_r sont choisis aléatoirement dans $[0; 1]$ et $[0; 2\pi]$.

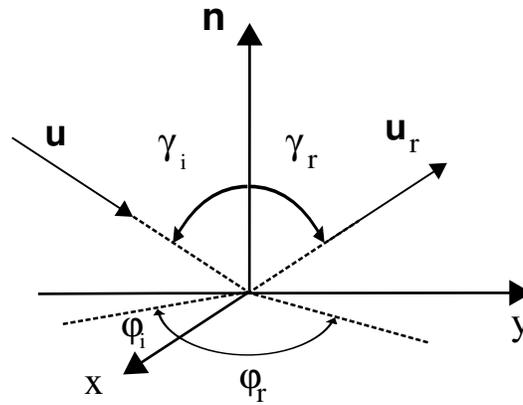


FIG. II.7 – Définition des angles au point d'impact

Résultats obtenus

La fonction de phase dans les milieux de type *DOOS* (voir fig.II.8) est analytique pour une loi de réflexion spéculaire. La fonction de phase est isotrope quand l'absorptivité surfacique est nulle et est très orientée vers l'avant quand l'absorptivité est maximale ($2/3$). Elle est ajustée précisément par une fonction linéaire pour une loi de réflexion diffuse et est orientée vers l'arrière et s'annule pour $\mu_i = 1$. Les fonctions de phase des milieux *DOTS* (voir

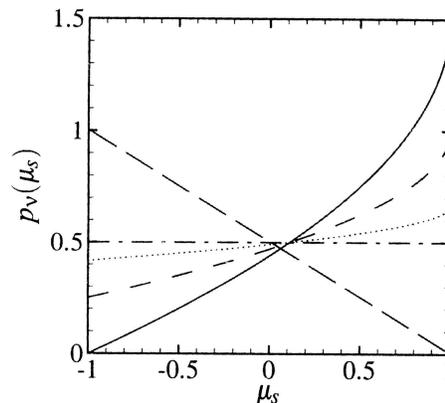


FIG. II.8 – Fonction de phase calculées dans un milieu de type *DOOS*. Les fonctions sont analytiques. Réflexion diffuse (pointillés long), réflexion spéculaire de réflectivité hémisphérique directionnelle 0,33 (continu), 0,5 (pointillés), 0,75 (point), 1 (mixte).

fig.II.9) ont été calculées avec la méthode RDFI pour une réflexion spéculaire et diffuse. Elle sont toutes nulles pour $\mu_i = 1$.

II.2.4 Adimensionnement des propriétés radiatives

Dans le cas d'un milieu poreux statistiquement isotrope et homogène homogénéisé par un milieu semi-transparent équivalent d'absorptivité κ_ν , dans la limite optiquement mince on peut écrire l'égalité du flux émis dans dV par le milieu semi-transparent et par la surface

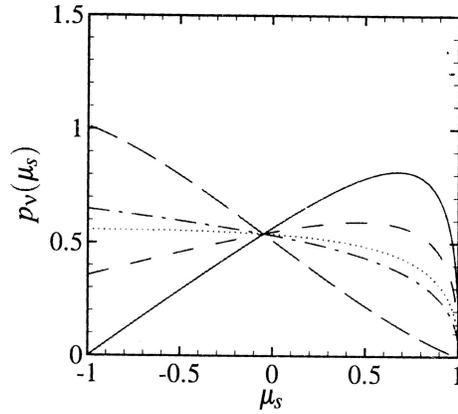


FIG. II.9 – *Fonction de phase calculées dans un milieu de type DOTS. Les fonctions sont analytiques. Réflexion diffuse (pointillés long), réflexion spéculaire de réflectivité 0,33 (continu), 0,5 (pointillés), 0,75 (point), 1 (mixte).*

dS opaque associée du milieu poreux.

$$4\pi dV \kappa_\nu L_\nu^0 d\nu = \pi L_\nu^0 \alpha_\nu^h dS d\nu \quad (\text{II.37})$$

α_ν^h est l'absorptivité hémisphérique de la phase opaque : Cela entraîne :

$$\kappa_\nu = \frac{A_{tot} \epsilon^h}{4} \quad (\text{II.38})$$

Le coefficient d'extinction β_{OM} associé à un milieu Optiquement Mince (OM) isotrope s'exprime donc simplement.

$$\beta_{OM} = \frac{A}{4} = L_{OM}^{-1} \quad (\text{II.39})$$

où $A = \frac{dS}{dV}$ représente la surface spécifique par unité de volume de la phase fluide du milieu poreux et L_{OM} est la longueur d'extinction du milieu dans la limite optiquement mince.

Pour un milieu poreux statistiquement isotrope, la longueur L_{om} , adoptée par Tancrez et Taine (TT04), est l'échelle de longueur d'extinction théorique à la limite asymptotique d'un milieu optiquement mince (TL93; Rob97; Lev98; Roz99). Elle est de l'ordre de grandeur de la longueur d'extinction réelle. Cette distance caractéristique du milieu s'avère être aussi la longueur de corde moyenne du milieu en trois dimensions très utilisée dans la physique des réacteurs (KK02; San04).

Chapitre III

RDFI determination of an anisotropic scattering dependent radiative conductivity tensor for rod bundles

Ce chapitre est consacré à l'application de la méthode RDFI à un faisceau de tubes représentant un cœur de réacteur intact. Des arrangements carrés ou triangulaires sont distingués. Cette étude est préliminaire à celle du cœur dégradé. La régularité de la position des tubes dans un cœur intact de réacteur conduit à la présence de directions singulières quasi-transparentes. Une étude directionnelle approfondie a été menée pour justifier la validité d'un modèle d'homogénéisation du milieu. Les propriétés radiatives de ce milieu sont calculées par la méthode RDFI. Elles sont ensuite utilisées pour calculer le tenseur de conductivité radiative par la méthode des perturbations. Cette étude a donné lieu à la publication d'un article (BCF⁺09) à *International Journal of Heat and Mass Transfer*, accessible sur le site Science Direct d'Elsevier, qui constitue le cœur de ce chapitre.

III.1 Introduction

An accurate modeling of radiative transfer is required in many applications involving porous media at high temperature. For these strongly heterogeneous media, the only continuous equivalent model today available in practice is an effective semi transparent medium model, characterized by the Beer's laws. The radiative properties of such an effective medium are generally been indirectly obtained by parameters identification techniques. The extinction and absorption coefficients and phase function are then characterized by parameters, which are identified by minimizing discrepancies between, on the one hand, generally experimental intensity, reflectance or transmittance results, and on the other hand, results of a global radiative transfer model applied, in the same conditions, to the effective medium. For different types of porous media, the works of Hendricks and Howell (HH94; HH96b; HH96a), Baillis and Sacadura (BS02b) and Singh and Kaviany (SK92) are representative of this approach. A more detailed bibliography has been given by Tancrez and Taine (TT04) and Zeghondy *et al.* (ZIT06a). Due to the large number of parameters to determine, these methods very often lead to a result, while Beer's laws are assumed to be verified for the effective medium without any validity criterion.

Based on a statistical representation of a porous medium, the Radiation Distribution Function Identification (RDFI) method of Refs. (TT04) and (ZIT06a) only requires the knowledge of the real medium morphology and radiative properties at a local scale. Indeed, a porous medium is completely characterized by an extinction cumulated distribution function, an absorption cumulated probability and a scattering phase function. The RDFI approach is based on the identification of the extinction cumulated distribution functions and absorption cumulated probabilities of the real porous medium and of an effective semi transparent medium. It also leads to a quantitative validity criterion of the Beer's laws, associated with these identifications. This method has been applied to statistically isotropic virtual media of high porosity, made of transparent (respectively opaque) spheres in an opaque (respectively transparent) solid phase (TT04), to a statistically anisotropic real mullite foam (ZIT06a) and to a reticulated ceramic foam by Petrasch *et al.* (PWS07).

For an optically thick porous medium, a radiative conductivity model is used in practice. In the case of rod bundles, Fischer (Fis89), Cox (Cox76), Tien *et al.* (TSMM79), Sohal (Soh86), Chatelard (Cha01), Manteufel (Man91) have calculated a radiative conductivity from a model at the local scale which generally requires many approximations (for instance, limitation to transfer with the closest rods). These authors often use simplified variants of the zonal method of Hottel and Sarofim (HS67). Mazza *et al.* (MBB91) and Rubiolo and Gatt (RG02) use a multi-layer approach. But, due to the required approximations, the predictions by different models (Fis89; Cha01; Man91; RG02) of the rod bundle equivalent conductivity, in a typical configuration defined in Ref. (Cha08), can differ by a factor up to 3.

The present work deals with the determination, for a statistically strongly anisotropic porous medium with an opaque phase, of : i) the radiative properties of an effective semi transparent medium by the RDFI method in Sec. III.2 ; ii) the associated radiative conductivity tensor, at the medium optically thick limit in Sec. III.3. In both cases, validity criteria are introduced and the application example is a rod bundle, either in squared or triangular configuration for a large range of porosities and wall absorptivities.

III.2 Radiative properties of the system

This section deals with the characterization of the radiative properties of the effective medium associated with a Representative Elementary Volume, called REV1, of a parallel opaque rod bundle in a transparent fluid or in vacuum. At this step, no assumption is made on the REV1 optical thickness. In Sec.3 a larger REV, optically thick and called REV2, will be considered, in order to introduce the radiative conductivity tensor.

The effective properties considered here are those of an equivalent semi transparent medium which occupies the same volume as the fluid phase of porosity Π , but is characterized by the temperature T_w of the rod opaque walls in the REV1. Physically, no radiative power is dissipated in the transparent phase.

Two types of parallel opaque rod bundle configurations, characterized by elementary triangular and squared patterns in a cross section, are considered and given in Figs. III.1(a) and III.1(b). The system coordinates are defined in Fig. III.1(c). The bundle porosity Π is a function of P/D , ratio of the distance between the axes of two consecutive cylinders to their diameter

$$\Pi = 1 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}(P/D)^2} \quad (\text{triangular pattern}), \quad (\text{III.1})$$

$$\Pi = 1 - \frac{\pi}{4(P/D)^2} \quad (\text{squared pattern}). \quad (\text{III.2})$$

The specific area per unit volume of the fluid phase, A , is the dimensional parameter associated with D . For both pattern, we have

$$A = \frac{4(1 - \Pi)}{\Pi D}. \quad (\text{III.3})$$

At the local scale, the opaque rod absorption law is assumed to be either diffuse and characterized by a wall absorptivity α_ν^h , or approximately specular with the same hemispherical wall absorptivity α_ν^h

$$\alpha'_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{n}) = \frac{3}{2} \alpha_\nu^h (-\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \quad ; \quad -\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = -\sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0) = \mu \geq 0, \quad (\text{III.4})$$

where $\mathbf{u}(\theta, \varphi)$ is the direction of the incident ray and $\mathbf{n}(\varphi_0)$ the local normal to a rod, as defined in Fig. III.1(c). The notation $\alpha'_\nu(\theta, \varphi, \varphi_0)$ will sometimes be used in the following.

III.2.1 Application of the Radiation Distribution Function Identification method

The RDFI method, detailed in Refs. (TT04; ZIT06a), is applied to the previous systems, which are both statistically anisotropic porous media.

Extinction coefficient

For a given solid angle $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$, the extinction coefficient $\beta_\nu(\theta, \varphi)$ is obtained by identification of $G_e(s, \theta, \varphi)$, the extinction cumulated distribution function of the real medium, with the corresponding extinction cumulated distribution function of the equivalent

semi transparent medium, given by

$$g_e(s, \theta, \varphi) = 1 - \exp[-\beta_\nu(\theta, \varphi)s]. \quad (\text{III.5})$$

As detailed in Ref. (ZIT06a), $G_e(s, \theta, \varphi)$ is in fact the probability of extinction at an impact point I from a current source point $M(\mathbf{r})$, before a distance s and along a current ray of unit vector \mathbf{u} belonging to an elementary angle $d\Omega$

$$G_e(s, \theta, \varphi) d\Omega = \int_0^s \frac{1}{V_F} \int_{V_F} \delta[s' - s_0(\mathbf{r}, \theta, \varphi)] d\mathbf{r} ds' d\Omega, \quad (\text{III.6})$$

where $s_0(\mathbf{r}, \theta, \varphi)$ is the distance from $M(\mathbf{r})$, center of the volume element $d\mathbf{r}$, to the impact point I , δ the Dirac distribution function and V_F the volume of the fluid phase. $G_e(s, \theta, \varphi)$ only depends on the geometry and is then independent of the radiation frequency ν . Consequently, $\beta(\theta, \varphi)$ does not depend on ν .

Moreover, due to the axial symmetry of the considered systems, we obtain

$$s_0(\mathbf{r}, \theta, \varphi) = \frac{s_0(\mathbf{r}, \pi/2, \varphi)}{\sin \theta}. \quad (\text{III.7})$$

As demonstrated in Appendix 1, a consequence of Eqs. III.6 and III.7 is that

$$G_e(s, \theta, \varphi) = G_e(s \sin \theta, \pi/2, \varphi). \quad (\text{III.8})$$

Due to the axial symmetry of the system, we obtain, from Eqs. III.5 and III.8

$$\beta(\theta, \varphi) = \beta(\pi/2, \varphi) \sin \theta. \quad (\text{III.9})$$

As a result, we will only identify, in Sec. III.2.2, $G_e(s, \pi/2, \varphi)$ with the corresponding extinction cumulated distribution function for the equivalent semi transparent medium, $g_e(s, \pi/2, \varphi)$.

Absorption coefficient

Similarly, the absorption coefficient $\kappa_\nu(\theta, \varphi)$, dependent on ν , is obtained by identification of the absorption cumulated probability of the real porous medium, $P_{a\nu}(s, \theta, \varphi)$, with the corresponding probability for the equivalent semi transparent medium (TT04; ZIT06a)

$$p_{a\nu}(s, \theta, \varphi) = \kappa_\nu(\theta, \varphi) / \beta(\theta, \varphi) (1 - \exp[-\beta(\theta, \varphi)s]). \quad (\text{III.10})$$

By generalizing Eq. 4 of Ref. (TT04), the absorption cumulated probability before a distance s , and along a current ray of unit vector \mathbf{u} belonging to an elementary angle $d\Omega$ is

$$P_{a\nu}(s, \theta, \varphi) d\Omega = \int_0^s \frac{1}{V_F} \int_{V_F} \alpha'_\nu[\theta, \varphi, \varphi_0(\mathbf{r}, \varphi)] \delta[s' - s_0(\mathbf{r}, \theta, \varphi)] d\mathbf{r} ds' d\Omega. \quad (\text{III.11})$$

This equation only differs from Eq. III.6 by the factor $\alpha'_\nu[\theta, \varphi, \varphi_0]$ which represents the rod absorption probability. For a diffuse reflection law, since $P_{a\nu}^{diff} = \alpha_\nu^h G_e^{diff}$, the absorption coefficient $\kappa_\nu^{diff}(\theta, \varphi)$ is simply given by

$$\kappa_\nu^{diff}(\theta, \varphi) = \alpha_\nu^h \beta(\theta, \varphi). \quad (\text{III.12})$$

In the case of a specular reflection law, as demonstrated in Appendix 1, a consequence of Eqs. III.7 and III.11 is that

$$P_{a\nu}^{spec}(s, \theta, \varphi) = \sin \theta P_{a\nu}^{spec}(s \sin \theta, \pi/2, \varphi). \quad (\text{III.13})$$

Consequently, we obtain, from Eqs. III.10 and III.13

$$\kappa_{\nu}^{spec}(\theta, \varphi) = \kappa_{\nu}^{spec}(\pi/2, \varphi) \sin^2 \theta. \quad (\text{III.14})$$

In this expression, a $\sin \theta$ comes as before from Eq. III.7, and the second one from the proportionality of $\alpha'_{\nu}[\theta, \varphi, \varphi_0]$ with $\sin \theta$ in Eq. III.4. As a result, we will only identify, in Sec. III.2.2, $P_{a\nu}^{spec}(s, \pi/2, \varphi)$ with the corresponding extinction cumulated probability for the effective semi transparent medium, $p_{a\nu}^{spec}(s, \pi/2, \varphi)$.

III.2.2 Results for extinction and absorption coefficients

In order to define a reference for the calculations of $\beta(\pi/2, \varphi)$, let us consider a global extinction coefficient $\beta_{OT}(\theta)$, independent of φ , at the medium optically thin limit and for a diffuse reflection law. In these conditions, the flux emitted by the interfacial area dS of a REV1 can be identified with the flux emitted by the associated volume of the effective medium fluid phase dV_F . If we crudely assume the effective optical index equal to 1, and by using Eqs. III.9 and III.12, we obtain

$$\pi \alpha_{\nu}^h I_{\nu}^{\circ}(T) dS d\nu = \left(\int_0^{\pi} \alpha_{\nu}^h \beta_{OT}(\pi/2) 2\pi \sin^2 \theta d\theta \right) I_{\nu}^{\circ}(T) dV_F d\nu, \quad (\text{III.15})$$

from which we deduce that $\beta_{OT}(\pi/2)$ is equal to A/π . The non dimensional extinction coefficient $\beta^+(\pi/2, \varphi)$ is then defined by

$$\beta^+(\pi/2, \varphi) = \frac{\beta(\pi/2, \varphi)}{\beta_{OT}(\pi/2)} = \frac{\beta(\pi/2, \varphi) \pi}{A}. \quad (\text{III.16})$$

From dimensional analysis, $\beta(\pi/2, \varphi)$ and consequently $\kappa_{\nu}^{diff}(\pi/2, \varphi)$ are the product of A by a function of Π . As a result, β^+ does not depend on A . The non dimensional specular absorption coefficient $\kappa^{+spec}(\pi/2, \varphi)$, defined by

$$\kappa^{+spec}(\pi/2, \varphi) = \kappa_{\nu}^{spec}(\pi/2, \varphi) / [\alpha_{\nu}^h \beta(\pi/2, \varphi)] \quad (\text{III.17})$$

is independent of ν , because κ_{ν}^{spec} is proportional to α_{ν}^h . Furthermore, since the extinction length distribution is independent of the local reflection law, κ_{ν}^{spec} is the product of A by a function of Π , and κ^{+spec} does not depend on A .

In the Monte Carlo technique, a large number of rays is generated from randomly chosen points M within the fluid phase and into randomly chosen directions, which leads to huge sets of impact points I at the interface. For each ray, the value of the distance MI obtained is a contribution to the extinction distribution function. In practice, as a consequence of Eqs. III.9 and III.14, the rays are only generated from points M in a shooting area located in the cross section $\theta = \pi/2$ of the system. This shooting area takes into account the system symmetries : it is either a regular hexagonal area limited by six cylinders and containing

one cylinder in its center, as shown in Fig. III.1(a), or a squared area limited by four cylinders, as shown in Fig. III.1(b). The system exhibits a mirror symmetry with respect to $\pi/6$ (triangular) or $\pi/4$ (squared), and then a $\pi/3$ (triangular) or $\pi/2$ (squared) periodicity. As a consequence, the calculations have only been carried out for 30 values of φ regularly spaced in the range $[0, \pi/6]$ (triangular) or $[0, \pi/4]$ (squared).

The RDFI method has been applied to squared and triangular bundle configurations for $\theta = \pi/2$. For each discretized value of φ_k , $\beta^+(\pi/2, \varphi_k)$ and $\kappa^{+spec}(\pi/2, \varphi_k)$, which allow us to calculate $\beta(\theta, \varphi_k)$, $\kappa_v^{diff}(\theta, \varphi_k)$ and $\kappa_v^{spec}(\theta, \varphi_k)$, have been systematically calculated, for the squared (resp. triangular) pattern, and for 16 values of Π (resp. 18 values of Π) between 0.2146 and 0.99 (resp. 0.093 and 0.99). The smallest values of Π differ : indeed, the maximum compacity is higher for a triangular pattern than for a squared one.

The size of the calculation domain has been chosen in such a manner that, in the elementary solid angle φ_k where $\beta(\pi/2, \varphi_k)$ has the smallest value, $1 - \exp(-3) \simeq 95\%$ of the rays are extinguished. This size has been first evaluated for 10^5 rays, shot in this solid angle. The convergence of the Monte Carlo method is characterized by a relative standard deviation between 10 sets of 10^7 rays, which is here of the order of $6 \cdot 10^{-4}$. The typical relative difference between standard deviations calculated with 10^8 and 10^9 rays is less than some 10^{-4} for all porosities. Consequently, 10^8 rays have been used for all calculations. The determinations of G_e and P_a is then very accurate.

As in Ref. (ZIT06a), the $\beta(\pi/2, \varphi_k)$ identification error criterion, $\varepsilon_e(\beta(\pi/2, \varphi_k))$, is

$$\varepsilon_e(\beta(\pi/2, \varphi_k)) = \left[\frac{\sum_{i=0}^N [G_e(s_i, \pi/2, \varphi_k) - g_e(s_i, \pi/2, \varphi_k)]^2}{\sum_{i=0}^N [1 - G_e(s_i, \pi/2, \varphi_k)]^2} \right]^{1/2}. \quad (\text{III.18})$$

An example of $G_e(s, \pi/2, \varphi_k)$ is given in Fig. III.2, for a triangular configuration and the porosity $\Pi = 0.513$. A complete set of results is given in Ref. (Cha08). The function $G_e(s, \pi/2)$, cumulated for rays associated with all φ values in $[0, \pi/6]$, is also plotted. The identification of $G_e(s, \pi/2)$ with $g_e(s, \pi/2)$ is accurate ($\varepsilon_e[\beta^+(\pi/2)] = 0.016$), and leads to an extinction coefficient β . The Fig. III.2 shows the identified extinction cumulated distribution function g_e , function of βs . It also appears in Fig. III.2 that the shape of $G_e(s, \pi/2, \varphi_k)$ can deviate from an exponential function, which is associated with the Beer's law. These results are quantified in Fig. III.3(a), which shows identified values of $\beta^+(\pi/2, \varphi)$ and the associated $\varepsilon_e[\beta^+(\pi/2, \varphi)]$ versus φ for different porosity values, including 0.513. It appears that $\varepsilon_e[\beta^+(\pi/2, \varphi)]$ becomes larger and larger when the porosity increases. For some singular directions corresponding to alleys between rods, $\varepsilon_e[\beta^+(\pi/2, \varphi_k)]$ can even take high values. As G_e is always determined very accurately, it appears that the Beer's law is less and less verified when the porosity increases from 0.5 to 0.99.

$\beta^+(\pi/2)$, extracted from $G_e(s, \pi/2)$, is plotted in Fig. III.3(b). While values of $\varepsilon_e[\beta^+(\pi/2, \varphi)]$ can be high, the typical value of $\varepsilon_e[\beta^+(\pi/2)]$ is less than $2.4 \cdot 10^{-2}$, due to some compensation between directions. It is a much more accurate result than in previous works, even for high porosity values. In the considered very anisotropic geometry, the accuracy on $\beta^+(\pi/2)$ results is better for low values of Π than in the case of the statistically isotropic media of Ref (TT04). Indeed, the effect of the system infinite direction is weak for low values of Π , and on the contrary, it becomes large for higher porosities. Results for triangular and squared patterns are similar. Finally, the same conclusions can be drawn for $\kappa^{+spec}(\pi/2)$ with Fig. III.3(c).

III.2.3 Direct determination of the anisotropic phase function

The phase function $p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r)$ is defined by the fact that $p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r) (d\Omega_r/4\pi)$ is the probability that the intensity extinguished by scattering in the solid angle $d\Omega(\theta, \varphi)$ is scattered in the solid angle $d\Omega_r(\theta_r, \varphi_r)$. $p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r)$ is expressed from the bidirectional reflectivity ρ''_ν of the opaque wall, as in Ref. (TT04), by

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r) d\Omega_r \\ &= \frac{1/V_F \int_{V_F / \cos(\varphi_0(\mathbf{r}, \varphi) - \varphi_r) \geq 0} \rho''_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r, \mathbf{n}(\mathbf{r}, \varphi)) (-\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}, \varphi)) d\mathbf{r} d\Omega_r}{\int_{4\pi} 1/V_F \int_{V_F / \cos(\varphi_0(\mathbf{r}, \varphi) - \varphi'_r) \geq 0} \rho''_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}'_r, \mathbf{n}(\mathbf{r}, \varphi)) (-\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}, \varphi)) d\mathbf{r} d\Omega'_r}. \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

The summations in Eq. III.19 are in practice carried out within the Monte Carlo calculations of Sec. III.2.1. If we consider the global homogenized system, φ and φ_r independently belong to the range $[0, 2\pi]$. For a given couple $(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r)$, the only shooting points \mathbf{r} considered are those for which the reflected ray does not go through the rod, i.e. $\mathbf{u}_r \cdot \mathbf{n} \geq 0$ or $\cos(\varphi_0(\mathbf{r}, \varphi) - \varphi_r) \geq 0$. Since φ_0 is the angle of the normal vector at the first impact point between the incident ray and the cylinder, the incident ray never enters in the rod : $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \leq 0$, i.e. $\cos(\varphi_0(\mathbf{r}, \varphi) - \varphi) \leq 0$. Indeed, at this local scale, and for a given impact, $\varphi_0 - \varphi$ is in the range $[\pi/2, 3\pi/2]$. Note that p_ν does not depend on A : for a given Π , a change in A is an homothety (D changes but P/D remains constant), which keeps angles unchanged.

For a diffuse reflection law, the local bidirectional reflectivity is uniform and equal to $(1 - \alpha_\nu^h)/\pi$, and we obtain a phase function independent of θ and θ_r

$$p^{diff}(\varphi, \varphi_r) = 2\pi \frac{\int_{V_F / \cos(\varphi_0(\mathbf{r}, \varphi) - \varphi_r) \geq 0} \cos(\varphi - \varphi_0(\mathbf{r}, \varphi)) d\mathbf{r}}{\int_0^{2\pi} \int_{V_F / \cos(\varphi_0(\mathbf{r}, \varphi) - \varphi'_r) \geq 0} \cos(\varphi - \varphi_0(\mathbf{r}, \varphi)) d\mathbf{r} d\varphi'_r}. \quad (\text{III.20})$$

For a specular reflection law, the local bidirectional reflectivity is null at the local scale, except when the incident and reflected directions are associated through the Snell-Descartes law. This reflectivity is normalized with respect to reflecting directions and is then

$$\rho''_\nu^{spec}(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r, \mathbf{n}) = \frac{\left[1 - \frac{3}{2} \alpha_\nu^h (-\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})\right]}{(-\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})} \delta(\mathbf{u}_r^\parallel + \mathbf{u}^\parallel) \delta(\mathbf{u}_r^\perp - \mathbf{u}^\perp), \quad (\text{III.21})$$

where \parallel denotes the component of a vector along \mathbf{n} , and \perp its component perpendicular to \mathbf{n} . Taking into account Eqs. III.19 and III.21, p_ν^{spec} can be written at the global scale as

$$\begin{aligned} p_\nu^{spec}(\theta, \varphi, \theta_r, \varphi_r) &= 4\pi \delta(\cos \theta_r - \cos \theta) w_\nu(\theta, \varphi, \varphi_r), \\ w_\nu(\theta, \varphi, \varphi_r) &= \frac{[1 - 3/2 \alpha_\nu^h \sin \theta \left| \sin\left(\frac{\varphi_r - \varphi}{2}\right) \right|] j(\varphi, \varphi_r)}{\int_0^{2\pi} [1 - 3/2 \alpha_\nu^h \sin \theta \left| \sin\left(\frac{\varphi'_r - \varphi}{2}\right) \right|] j(\varphi, \varphi'_r) d\varphi'_r}. \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

In this expression, we have used Eq. III.4 and the properties of the incidence and reflection angles of the Snell-Descartes law at the local scale, to write

$$-\cos(\varphi - \varphi_0) = \cos(\varphi_r - \varphi_0) = \left| \cos\left(\frac{\varphi_r - \varphi \pm \pi}{2}\right) \right| = \left| \sin\left(\frac{\varphi_r - \varphi}{2}\right) \right| \geq 0. \quad (\text{III.23})$$

In the $\theta = \pi/2$ plane and for a given couple (φ, φ_r) , $j(\varphi, \varphi_r)$ is the proportion of surface elements in the shooting area that give the impact points such as φ_r is the specular reflection angle associated to φ .

All the results related to both diffuse and specular reflection laws are obtained by a Monte Carlo technique. Two examples of phase functions are plotted in Fig. III.4.

III.2.4 Effective medium optical index

The effective scattering coefficient $\sigma_\nu(\theta, \varphi)$, equal to $\beta(\theta, \varphi) - \kappa_\nu(\theta, \varphi)$, has been determined independently of $p_\nu(\theta, \varphi, \theta_r, \varphi_r)$. Consequently, it is necessary to introduce an effective optical index $n_\nu(\theta, \varphi)$ in order to comply with the equilibrium solution of the Radiative Transfer Equation (RTE). Consequently, n_ν has to fulfill the two following conditions, as established in Appendices 2 and 3

$$n_\nu^2(\theta_r, \varphi_r) \sigma_\nu(\theta_r, \varphi_r) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} n_\nu^2(\theta, \varphi) \sigma_\nu(\theta, \varphi) p_\nu(\theta, \varphi, \theta_r, \varphi_r) d\Omega, \quad (\text{III.24})$$

$$\int_{4\pi} \kappa_\nu(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) d\Omega = A \pi \alpha_\nu^h, \quad (\text{III.25})$$

in which all the quantities σ_ν , κ_ν and p_ν have been previously determined.

In the case of a diffuse reflection law, it has been numerically established that n^2 is independent of ν , and that the product $n^2(\theta, \varphi) \beta^+(\theta, \varphi)$ is equal to $\pi/4$. Indeed, in any point of the transparent phase of an optically thin medium, the intensity at the local scale due to the wall emission, $\alpha_\nu^h I_\nu^\circ(T_w)$, is isotropic. Therefore, the emission term of the RTE, $n^2(\theta, \varphi) \beta(\theta, \varphi) \alpha_\nu^h I_\nu^\circ(T_w)$, has to be also isotropic. This result can be found again by identification of the expressions of the power emitted in the volume of a REV1 with the flux emitted by the walls in this REV1.

III.2.5 First homogenization

In conclusion, this first homogenization allows us to define all the radiative properties of an effective medium associated with a porous medium with an opaque solid phase. The radiative flux, in tensorial convention, is

$$q_i^R(x_k) = \Pi \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\nu(x_k, \theta, \varphi) u_i(\theta, \varphi) d\Omega d\nu, \quad i = x, y, z \quad (\text{III.26})$$

where I_ν is the intensity of the effective medium within the transparent phase, as discussed in Ref. (TT04). For any reflection law, the current intensity I_ν is obtained by solving the RTE

$$\begin{aligned} & u_j(\theta, \varphi) \frac{\partial I_\nu}{\partial x_j}(x_k, \theta, \varphi) + \beta(\theta, \varphi) I_\nu(x_k, \theta, \varphi) \\ &= \kappa_\nu(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ[T_w(x_k)] + \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \sigma_\nu(\theta', \varphi') p_\nu(\theta', \varphi', \theta, \varphi) I_\nu(x_k, \theta', \varphi') d\Omega', \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

where the cartesian coordinates x_j of a current point are introduced.

III.3 Radiative conductivity tensor

III.3.1 Perturbation method (general case)

The purpose of this section is to develop, independently of the system geometry, the analytical expression of the radiative flux in the optically thick limit, in the case of effective radiative properties depending on both θ and φ . Under conditions defined in the following, the RTE can be treated by a perturbation method. We introduce the typical size δ of a second REV, called REV2, larger than REV1 but small in front of the global system size L , and the parameter

$$\eta(\theta, \varphi) = \frac{1}{\beta(\theta, \varphi) \delta}. \quad (\text{III.28})$$

Introducing the typical scale δ in the RTE (Eq. III.27) leads to

$$\begin{aligned} \eta(\theta, \varphi) u_j(\theta, \varphi) \frac{\partial I_\nu}{\partial x_j^+}(x_k^+, \theta, \varphi) + I_\nu(x_k^+, \theta, \varphi) &= \frac{\kappa_\nu(\theta, \varphi)}{\beta(\theta, \varphi)} n_\nu^2(\theta_r, \varphi_r) I_\nu^\circ[T_w(x_k^+)] \\ + \frac{1}{4\pi \beta(\theta, \varphi)} \int_{4\pi} \sigma_\nu(\theta', \varphi') p_\nu(\theta', \varphi', \theta, \varphi) I_\nu(x_k^+, \theta', \varphi') d\Omega', \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

where x_j^+ is equal to x_j/δ . We now assume that the perturbation parameter $\eta(\theta, \varphi)$ is very small, and more precisely, that the REV2 absorption optical thickness is large for all considered frequencies, i.e.

$$\frac{3}{\min(\kappa_\nu)} < \delta \ll L \quad \iff \quad \text{Kn}_\nu^a = \frac{1}{\kappa_\nu(\theta, \varphi) \delta} < \frac{1}{3}, \quad (\text{III.30})$$

as discussed in Appendix 4 and Ref. (TIP08). The model validity strictly depends on the emission-absorption phenomena, even if the results will mainly depend on extinction. Kn_ν^a , defined by Eq. III.30, is a radiative Knudsen number which plays the same role as the Knudsen number in the molecular conduction theory, also based on a perturbation method (see for instance, Ref. (CC70)).

We search a solution of Eq. III.29 under the form $I_\nu = I_\nu^{(0)} + I_\nu^{(1)}$. $I_\nu^{(0)}$ is the zero order perturbation solution, also called Local Thermodynamical Equilibrium (LTE) solution, independent of η and uniform within the REV2. $I_\nu^{(1)}$ is the first order perturbation solution, proportional to η , and consequently depending on spatial gradients at a scale X_k larger than δ . The temperature is then written $T_w(X_k)$.

As established in the end of Appendix 2, $I_\nu^{(0)}$ is equal to the equilibrium intensity $n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ$. Consequently, $I_\nu^{(1)}$, the first order perturbation solution of Eq. III.29, spatially uniform within the REV2 at location X_k , is obtained from

$$\begin{aligned} I_\nu^{(1)}(X_k, \theta, \varphi) &= -\frac{u_j(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi)}{\beta(\theta, \varphi)} \frac{dI_\nu^\circ}{dT_w}[T_w(X_k)] \frac{\partial T_w}{\partial X_j}(X_k) \\ &+ \frac{1}{4\pi \beta(\theta, \varphi)} \int_{4\pi} \sigma_\nu(\theta', \varphi') p_\nu(\theta', \varphi', \theta, \varphi) I_\nu^{(1)}(X_k, \theta', \varphi') d\Omega'. \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

Without scattering ($\sigma_\nu = 0$), the first term of the right handside is the solution of the equation. Therefore, the scattering source term can be seen as a perturbation of this solution, which is calculated by an iterative technique for both diffuse and specular reflection laws,

determined by Eqs. III.9, III.12, III.14, III.16 and III.17. If we call I_ν^{n-s} the no scattering solution of Eq. III.31, and S_ν the scattering operator (defined by the second term of the right handside of Eq. III.31), the exact solution of this equation can be written under the form

$$I_\nu^{(1)} = \sum_{k=0}^{+\infty} S_\nu^k (I_\nu^{n-s}), \quad (\text{III.32})$$

where the index k means that the operator S_ν is applied k times. A truncation of this infinite series is necessary for numerical calculation. We say that convergence is reached when the relative difference between the values at ranks k and $k + 1$ of the truncated partial sum is smaller than a given percentage. For instance, in the case of a diffuse reflection law in the squared configuration, with $\alpha_\nu^h = \alpha^h = 2/9$, 7 iterations are necessary to obtain converged values for every couple (θ, φ) when the relative difference is of 1%. This number is growing to 30 iterations for a relative difference of $10^{-9}\%$. For any configuration, reflection law and value of α^h , no significant evolution of the radiative conductivities is observed under a precision of $10^{-2}\%$, and this value is then chosen in the following. These calculations last never more than a few hours on a current single processor computer. Finally, after reaching convergence, we obtain an approximate expression of the first order intensity $I_\nu^{(1)}$, which is always proportional to $-\partial T_w / \partial X_j$, whatever the truncation rank is.

The contribution of $I_\nu^{(0)}$ to the radiative flux given by Eq. III.26 is null, as established in Appendix 2. The only contribution comes from the first order intensity $I_\nu^{(1)}$, solution of the implicit Eq. III.31. Taken into account Eqs. III.26 and III.32, q_i^R can be written under the form

$$q_i^R(X_k) = -\frac{\partial T_w}{\partial X_j}(X_k) \Pi \frac{\pi}{A} \int_0^\infty \frac{dI_\nu^\circ}{dT_w}[T_w(X_k)] \int_{4\pi} u_i(\theta, \varphi) Y_j(\Pi, \alpha_\nu^h, \theta, \varphi) d\Omega d\nu, \quad (\text{III.33})$$

where Y_j is a vector issued from the $I_\nu^{(1)}$ truncated solution, obtained at the last iteration. Finally, we directly find a radiative Fourier law, also called Rosseland approximation, i.e.

$$q_i^R = -k_{ij} \frac{\partial T_w}{\partial X_j}, \quad (\text{III.34})$$

where k_{ij} is given by

$$k_{ij}[\Pi, A, \alpha_\nu^h, T_w(X_k)] = \Pi \frac{\pi}{A} \int_0^\infty \frac{dI_\nu^\circ}{dT_w}[T_w(X_k)] k_{ij}^+(\Pi, \alpha_\nu^h) d\nu \quad i, j = x, y, z. \quad (\text{III.35})$$

In practice, $k_{ij}^+(\Pi, \alpha_\nu^h)$, equal to $\int_{4\pi} u_i(\theta, \varphi) Y_j(\theta, \varphi, \Pi, \alpha_\nu^h) d\Omega$, is tabulated. It is worth of notice that the spatial scale in use for practical application with this homogenization is X_j , of smallest resolution δ .

Under the approximation of gray walls ($\alpha_\nu^h = \alpha^h$), we simply obtain

$$k_{ij}[\Pi, A, \alpha^h, T_w(X_k)] = \frac{\Pi}{A} 4 \sigma T_w(X_k)^3 k_{ij}^+(\Pi, \alpha^h). \quad (\text{III.36})$$

The properties of the radiative conductivity tensor k_{ij} depend on the considered porous medium statistical symmetries. For a statistically isotropic medium, k_{ij} degenerates in a simple scalar radiative conductivity k .

III.3.2 Examples of Results (rod bundles)

In the case of rod bundles, for both specular and diffuse reflection laws, the radiative conductivity model cannot be applied for the infinite direction. The validity criterion of Eq. III.30 is never verified. Moreover, the directional integrals in Eq. III.26 do not converge. In the following, we only consider a two dimensional application characterized by uniform fields of any quantity along z axis. We obtain : $k_{xx}^+ = k_{yy}^+ = k^+$ and k_{xy}^+, k_{yx}^+ are null, for symmetry reasons. These results have been numerically checked with a high accuracy. The effective medium is then characterized, for 2D applications, by scalar conductivities k for both triangular and squared configurations, and both diffuse and specular reflection laws. k has only been calculated up to $\Pi = 0.75$, for reasons detailed in the following. Results have been fitted by $a(\Pi) \alpha^h + b(\Pi) \alpha^h + c(\Pi)$. There is an exception for $\Pi = 0.2146$ with a specular reflection law in the squared configuration, where the fit is a line, due to discretization approximations. The highest relative error introduced by the fit for all Π and α^h values is less than 3.10^{-3} in the diffuse case and less than 2.10^{-2} in the specular case for the two configurations. Coefficients a , b and c are given in Table III.5.4.

As pointed out in the introduction, there is a lack of accurate experiments that could validate this radiative conductivity model. Nevertheless, some theoretical models have been proposed in previous works, but for a diffuse reflection law only. In a squared configuration with $\Pi = 0.5353$ and $\alpha^h = 0.8$, the calculations of Manteufel (Man91) give $k^+ = 6.52$, the ones of Fischer (Fis89) $k^+ = 4.33$, and our model $k^+ = 10.15$. In a triangular configuration with $\Pi = 0.5373$ and $\alpha^h = 0.8$, the calculations of Manteufel lead to $k^+ = 5.19$ while our model gives $k^+ = 4.95$. In both configurations, the order of magnitude is similar, but we obtain significantly higher values of radiative conductivity in the squared case.

It is of practical interest to discuss the influence of the dependence of β on φ in the radiative conductivity calculation. In order to eliminate the influence of the scattering source term, we have chosen $\alpha^h = 1$, which corresponds to non reflecting rods. Comparisons between values of k obtained from the extinction coefficient $\beta(\pi/2, \varphi)$, associated with $G_e(s, \pi/2, \varphi)$ and the radiative conductivity obtained from the φ independent extinction coefficient $\beta(\pi/2)$ associated with $G_e(s, \pi/2)$, have been carried out. It is worth of notice that, for conductivity calculations, β can be considered as independent of φ for $\Pi < 0.5$ with a relative error on conductivity less than 0.03. Consequently, as $\beta(\pi/2)$ is accurately determined for $\Pi < 0.5$ (see Fig. III.3(b)), k is determined with an accuracy of a few percent from the smallest values of Π to 0.5, but the uncertainty on k increases when Π increases. For this reason, we have only and arbitrarily calculated k up to $\Pi = 0.75$, associated with a relative error on β of about 0.1.

III.4 Conclusion

In a first part, statistically strongly anisotropic porous media (rod bundles), have been modeled by effective semi transparent media, from the Radiative Distribution Function Identification method. Directional extinction, absorption and scattering coefficients and a bidirectional scattering phase function have been determined with a quantitative validity criterion. As the RDFI method is accurate, it has been established that for rod bundles : i) the Beer's law in use in the effective medium is a rather accurate model for low porosity (less than 0.5) ; in these conditions, extinction and absorption coefficients can be considered

in practice as depending only on the angle with the rod axis (vertical-based azimuth); ii) the Beer's law is less and less accurate when the porosity increases. An advantage of the RDFI approach is to clearly establish this type of limitation. Consequently, an important research topic for many applications, in nuclear safety for instance, is to develop original models for porous media where the Beer's laws are not valid.

In a second part, for optically thick media and when the Beer's law validity criterion is reasonably verified, a radiative conductivity tensor has been directly determined from the whole set of effective radiative properties, including strongly anisotropic bidirectional scattering phase function. A key point is the validity criterion of this model, based on the absorption optical thickness, even if the radiative conductivity also strongly depends on the scattering coefficient and phase function.

III.5 Appendices

III.5.1 Appendix 1

This Appendix deals with the dependence on θ of G_e and $P_{a\nu}$ for rod bundles (Sec. III.2.1). From Eq. III.6, we obtain, using the transformation $s' = s''/\sin\theta$

$$\begin{aligned}
 & G_e(s, \theta, \varphi) \\
 &= \int_0^{s \sin \theta} \frac{1}{V_F} \int_{V_F} \delta \left[\frac{s''}{\sin \theta} - \frac{s_0(\mathbf{r}, \pi/2, \varphi)}{\sin \theta} \right] \mathbf{dr} \frac{ds''}{\sin \theta} \\
 &= \int_0^{s \sin \theta} \frac{1}{V_F} \int_{V_F} \delta [s'' - s_0(\mathbf{r}, \pi/2, \varphi)] \mathbf{dr} ds'' \\
 &= G_e(s \sin \theta, \pi/2, \varphi).
 \end{aligned} \tag{III.37}$$

With the same transformation, in the case of a specular reflection law, $P_{a\nu}^{spec}(s, \theta, \varphi)$ given by Eq. III.11, becomes, using Eq. III.4

$$\begin{aligned}
 & P_{a\nu}^{spec}(s, \theta, \varphi) \\
 &= -\frac{3}{2} \alpha_\nu^h \sin \theta \int_0^{s \sin \theta} \frac{1}{V_F} \int_{V_F} \cos [\varphi - \varphi_0(\mathbf{r}, \varphi)] \delta \left[\frac{s''}{\sin \theta} - \frac{s_0(\mathbf{r}, \pi/2, \varphi)}{\sin \theta} \right] \mathbf{dr} \frac{ds''}{\sin \theta} \\
 &= \sin \theta \int_0^{s \sin \theta} \frac{1}{V_F} \int_{V_F} -\frac{3}{2} \alpha_\nu^h \cos [\varphi - \varphi_0(\mathbf{r}, \varphi)] \delta [s'' - s_0(\mathbf{r}, \pi/2, \varphi)] \mathbf{dr} ds'' \\
 &= \sin \theta P_{a\nu}^{spec}(s \sin \theta, \pi/2, \varphi).
 \end{aligned} \tag{III.38}$$

III.5.2 Appendix 2

This appendix deals with some properties at equilibrium or in LTE conditions. When the effective medium is at equilibrium, characterized by $n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ(T_w)$, the RTE becomes

$$\begin{aligned}
 \beta(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ(T_w) &= \kappa_\nu(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ(T_w) \\
 &+ \frac{I_\nu^\circ(T_w)}{4\pi} \int_0^{4\pi} \sigma_\nu(\theta', \varphi') p_\nu(\theta', \varphi', \theta, \varphi) n_\nu^2(\theta', \varphi') d\Omega'.
 \end{aligned} \tag{III.39}$$

Consequently, we obtain :

$$\sigma_\nu(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \sigma_\nu(\theta', \varphi') p_\nu(\theta', \varphi', \theta, \varphi) n_\nu^2(\theta', \varphi') d\Omega'. \quad (\text{III.40})$$

At this step, we search $I_\nu^{(0)}$, the zero order perturbation solution of Eq. III.29. The first term of the first member of this equation, proportional to η , vanishes and we obtain

$$\begin{aligned} \beta(\theta, \varphi) I_\nu^{(0)}(X_k, \theta, \varphi) &= \kappa_\nu(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ[T_w(X_k)] \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \sigma_\nu(\theta', \varphi') p_\nu(\theta', \varphi', \theta, \varphi) I_\nu^{(0)}(X_k, \theta', \varphi') d\Omega'. \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

By taking into account Eqs. III.40 and III.41, we obtain $I_\nu^{(0)}(X_k, \theta, \varphi) = n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ[T_w(X_k)]$ as the unique solution.

III.5.3 Appendix 3

This appendix deals with the normalization of $n_\nu^2(\theta, \varphi)$. At the limit of an optically thin medium, we identify in dV_F the flux emitted by the volume of the effective fluid phase contained in a REV1, dV_F , with the flux emitted by the real interfacial area dS in the same REV1

$$dV_F d\nu \int_{4\pi} \kappa_\nu(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) I_\nu^\circ(T_w) d\Omega = dS d\nu \int_{2\pi} \alpha'_\nu(\theta, \varphi) I_\nu^\circ(T_w) \cos\theta d\Omega. \quad (\text{III.42})$$

The specific area by unit volume of the transparent phase, A , is equal to dS/dV_F , and the unknown factor that normalizes $n_\nu^2(\theta, \varphi)$ is then given by

$$\int_{4\pi} \kappa_\nu(\theta, \varphi) n_\nu^2(\theta, \varphi) d\Omega = A \pi \alpha_\nu^h. \quad (\text{III.43})$$

III.5.4 Appendix 4

In this appendix, we define a criterion of validity for the radiative conduction model, in a similar way as the classical diffusion model for a material system.

Let us first precise the pertinent scale of a REV2, such as the perturbation method can be applied at this scale. Eq. III.31 is identical to Eq. III.41 of Appendix 2 after substitution of $(u_j/\beta) n_\nu^2(dI_\nu^\circ/dT_w) (\partial T_w/\partial X_j)$ by $(\kappa_\nu/\beta) n_\nu^2 I_\nu^\circ(T_w)$. A practical criterion is issued from the exponential features of the RTE solution : $(u_j/\beta) n_\nu^2(dI_\nu^\circ/dT_w) (\partial T_w/\partial X_j)$ has to be 3 to 5 times smaller than $(\kappa_\nu/\beta) n_\nu^2 I_\nu^\circ(T_w)$.

A practical formulation in non dimensional quantities is, for all considered frequencies,

$$\kappa_\nu \delta > 3 \text{ to } 5, \quad \iff \quad \text{Kn}_\nu^a = \frac{1}{\kappa_\nu \delta} < \frac{1}{5} \text{ to } \frac{1}{3}, \quad (\text{III.44})$$

where Kn_ν^a is the radiative Knudsen number. The model is valid if : i) the temperature field and all the medium radiative properties can be assumed uniform within the REV2 of size δ (or each phase of the REV2) for calculations at the zero order of perturbation, ii) the temperature gradient can be considered uniform in this same REV2 (or each phase within the REV2) for calculations at the first order of perturbation.

Π	Diffuse reflection						Specular reflection					
	Triangular			Squared			Triangular			Squared		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
0.0930	0.93	1.14	4.06	NP	NP	NP	0.25	1.42	5.83	NP	NP	NP
0.1500	0.73	0.88	3.13	NP	NP	NP	0.32	1.07	4.41	NP	NP	NP
0.2146	0.49	0.58	2.08	0.78	1.07	3.48	0.40	0.68	2.80	Line	Line	Line
0.3000	0.47	0.55	1.98	0.57	0.76	2.68	0.07	0.74	2.58	-3.83	1.88	3.60
0.3760	0.46	0.54	1.95	0.61	0.80	3.41	-0.62	0.91	2.57	-4.44	1.17	4.56
0.4100	0.46	0.54	1.97	0.63	0.81	3.74	-1.06	1.01	2.64	-4.71	0.86	4.99
0.4460	0.46	0.56	2.07	0.68	0.88	5.13	-1.65	1.11	2.80	-5.46	-0.32	6.66
0.5130	0.53	0.64	2.73	0.79	1.01	7.71	-3.46	1.20	3.73	-6.85	-2.52	9.76
0.5630	0.65	0.81	5.34	0.86	1.10	10.13	-6.74	-0.03	6.96	-8.75	-4.12	12.46
0.6000	0.75	0.93	7.26	0.90	1.16	11.92	-9.17	-0.95	9.36	-10.70	-4.98	14.40
0.6500	0.89	1.12	11.55	0.94	1.22	14.20	-12.67	-3.82	14.40	-14.05	-5.55	16.98
0.7000	1.01	1.29	16.27	0.98	1.29	16.48	-15.59	-7.62	19.99	-17.41	-6.12	19.57
0.7500	1.12	1.44	21.22	1.02	1.35	18.77	-19.30	-10.96	25.45	-20.77	-6.68	22.15

TAB. III.1 – Coefficients a , b and c versus Π (from 0.093 to 0.75), for diffuse and specular reflection laws, and for triangular and squared configurations (NP stands for geometrically impossible porosities).

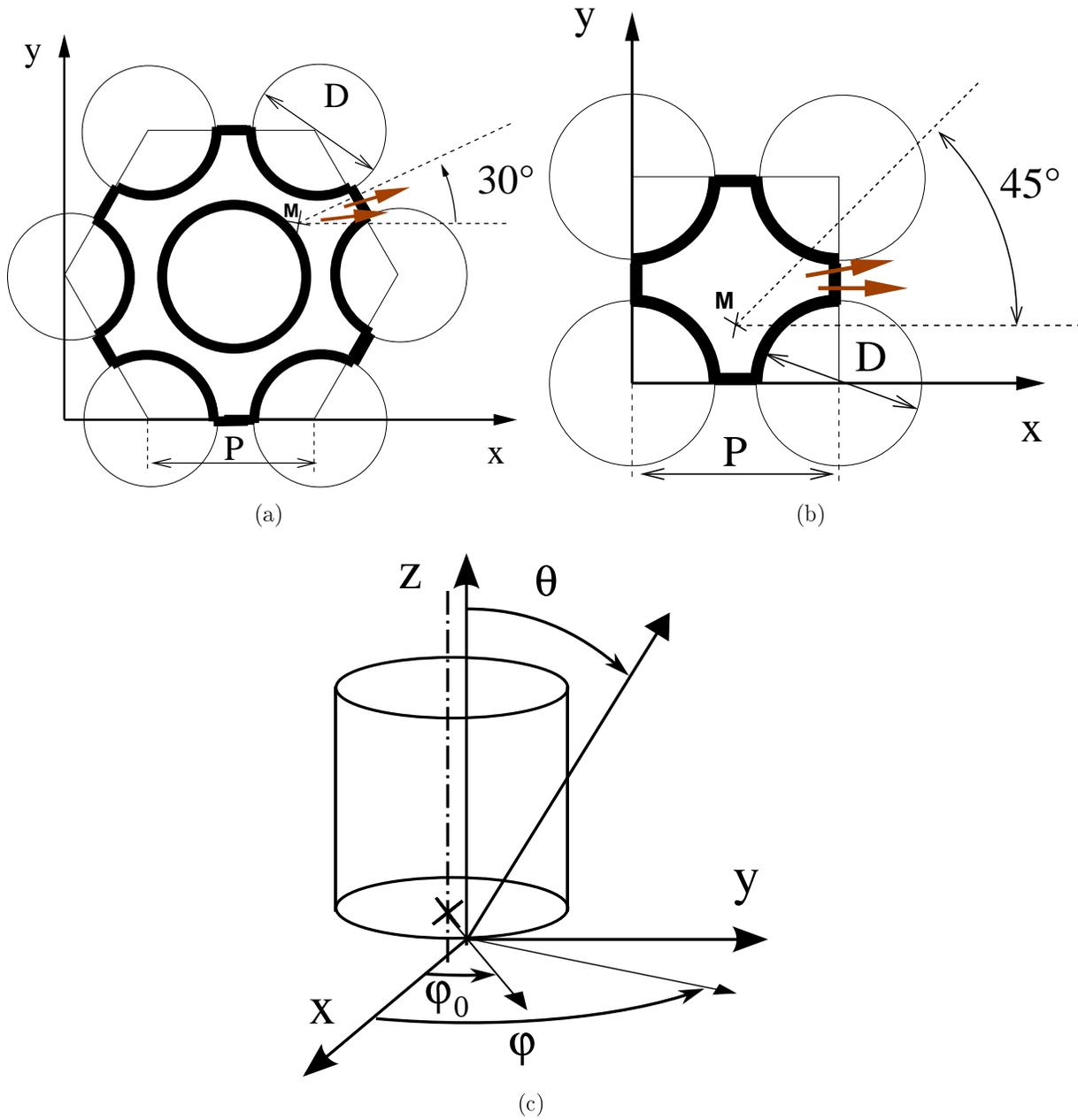


FIG. III.1 – a) *Triangular and b) squared rod bundle configurations, delimited by bold lines, and c) system of coordinates.*

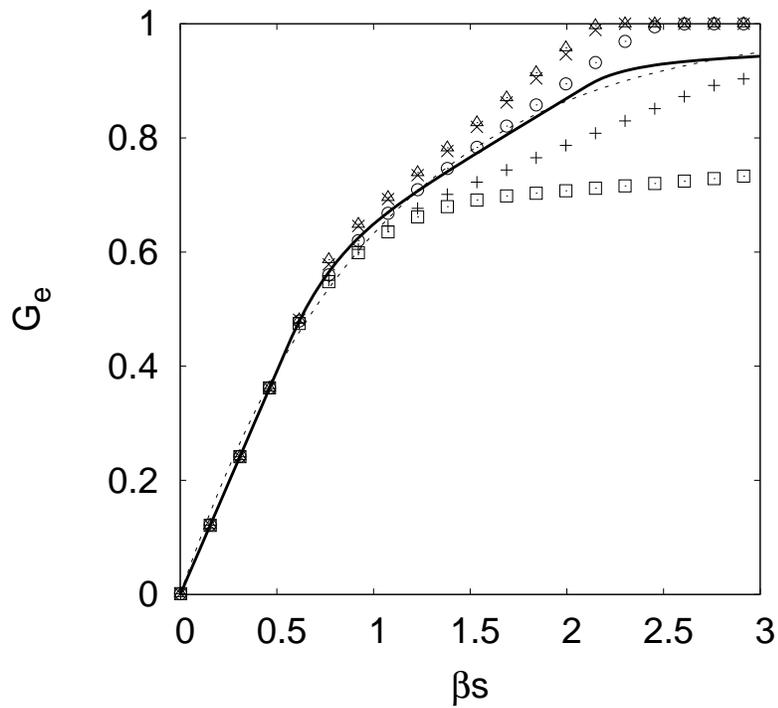
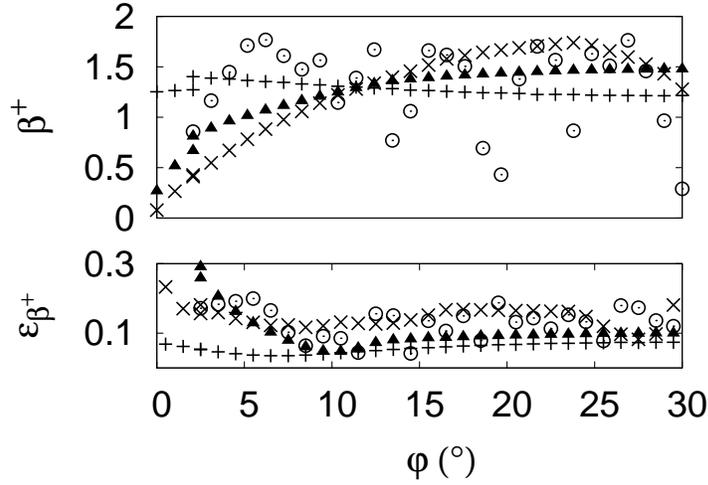
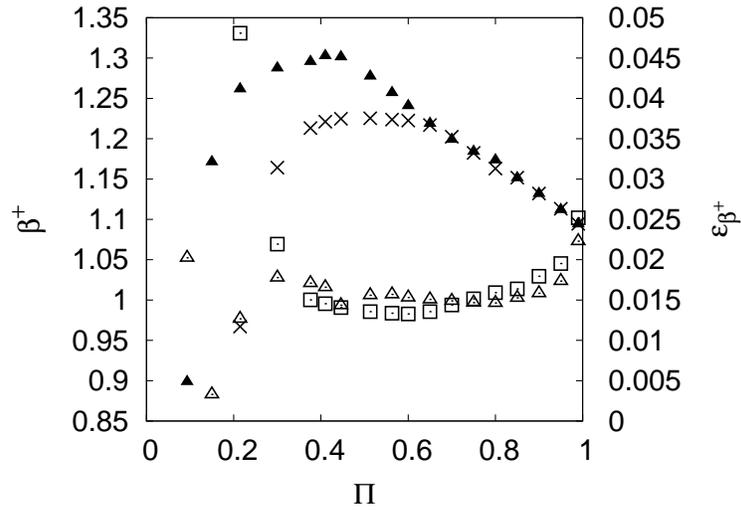


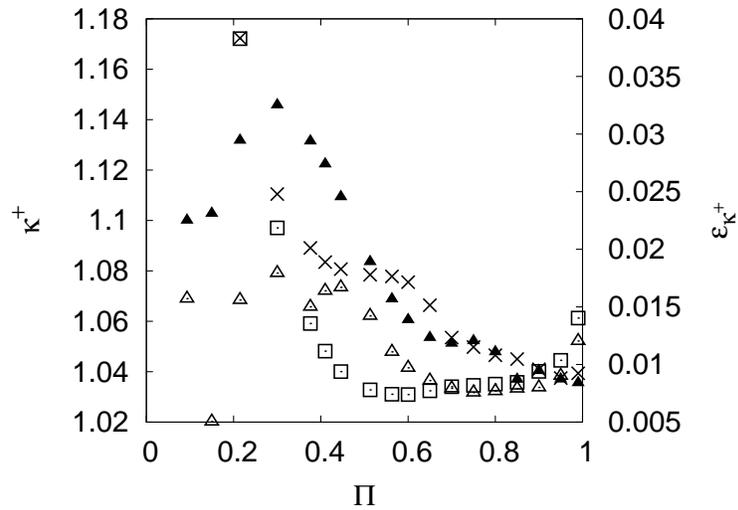
FIG. III.2 – For a triangular pattern and $\Pi = 0.513$, extinction cumulated distribution functions $G_e(s, \pi/2, \varphi)$ for different values of φ (1.5° \square , 7.5° $+$, 13.5° \circ , 22.5° \times , 28.5° \triangle), extinction cumulated distribution function $G_e(s, \pi/2)$ for all values of φ (thick line), and the corresponding adjusted semi transparent extinction cumulated distribution function $g_e(s, \pi/2)$ (thin line). For the plots, the non dimensional abscissa βs is used, where β is the extinction coefficient identified from $G_e(s, \pi/2)$.



(a)



(b)



(c)

FIG. III.3 – a) Extinction coefficient $\beta^+(\pi/2, \varphi)$ and corresponding identification error for a triangular pattern, for different values of Π (0.300 +, 0.513 ▲, 0.850 x, 0.990 o), b) extinction coefficient $\beta^+(\pi/2)$ associated with $G_e(s, \pi/2)$ versus

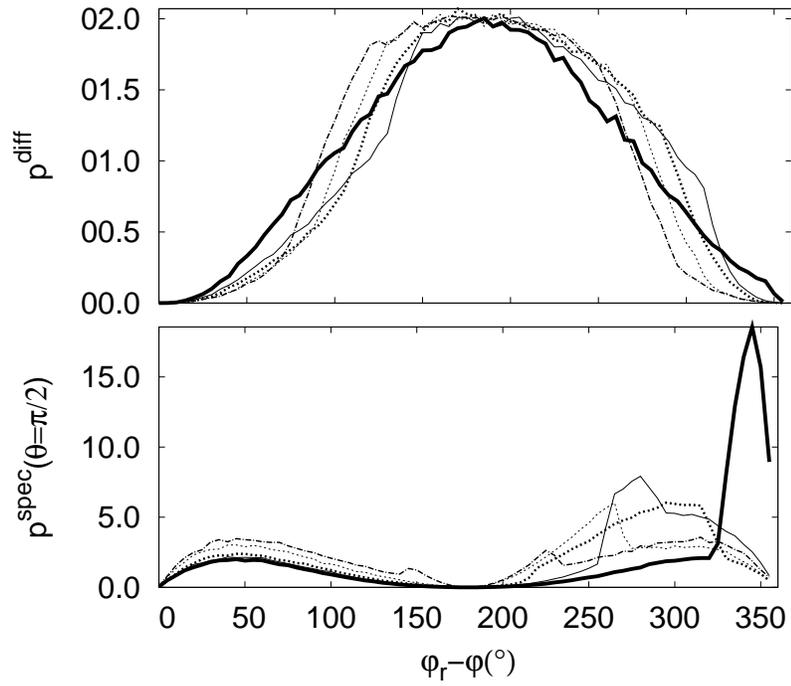


FIG. III.4 – For $\Pi = 0.513$, a) p^{diff} versus $\varphi_r - \varphi$, for different values of φ , b) p^{spec} versus $\varphi_r - \varphi$, for $\theta = \pi/2$ and for $\alpha^h = 0.8$, and for different values of φ (0.5° thick solid line, 7.5° thin solid line, 14.5° thick dotted line, 21.5° thin dotted line, 28.5° mixed line).

Chapitre IV

Determination of the radiative conductivity tensor of a damaged core from the RDFI method

Dans le chapitre précédent, la méthode pour obtenir les propriétés complètes d'un milieu composé de cylindres disposés en carré ou en triangle a été décrite. Ces propriétés ont permis de calculer, en toute généralité, le tenseur de conductivité dans ce type de milieu. L'objet de ce chapitre est d'obtenir, avec la même méthode, les propriétés radiatives d'un cœur de réacteur dégradé, en exploitant des images d'un cœur dégradé réel à échelle réduite. La première partie de ce chapitre est constituée par une communication à la douzième conférence *International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics* qui a fait aussi l'objet d'une sélection pour le *Nuclear Engineering and Design*. Cet article s'étend de la partie IV.1 à la partie IV.5. Il présente succinctement, dans la partie IV.2, l'expérience PHEBUS-PF, également détaillée dans l'annexe H. Dans la partie IV.3, le principe de la méthode RDFI est expliqué, la géométrie de la zone de tir et la configuration numérique du problème sont ensuite définies. Enfin les propriétés radiatives de la grappe, en trois dimensions, sont présentées. Dans la partie IV.4, le calcul de la conductivité radiative est expliqué et les résultats présentés. La partie IV.5 conclut cette étude.

Abstract

The objective of this paper is to characterize an effective radiative conductivity tensor for a damaged Pressurized Water Reactor (PWR) core during a hypothetical severe accident sequence, from a small-scale model of this reactor core. The core, made of bundles of parallel fuel rods, is considered as a porous medium. The solid phase is considered as opaque and the fluid phase as transparent. Images of damaged rod bundles have been obtained in the international PHEBUS-FP experimental programs carried out by the Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN, France) in collaboration with international partners. The images show various typical states of degradation which may occur during a severe accident. A complete set of two-dimensional γ ray tomographies allow us to visualize the damaged core geometry. The directional extinction coefficient of an equivalent continuous semi-transparent porous medium is obtained by the Radiation Distribution Function Identification (RDFI) method (Tancrez and Taine, 2004), for several core states of degradation. A real reactor core can be considered as an optically thick medium at a centimetric scale. A perturbation approach leads then to a radiative conductivity tensor deduced from the previous extinction coefficient under the assumption of an isotropic phase function. Deviations from the solutions obtained for non-damaged bundles are also analyzed.

IV.1 Introduction

In the hypothetical event of a severe accident sequence in a nuclear reactor, the residual power released by the fuel rods cannot be removed efficiently, leading to the core heat up. As a result, the cylindrical rods and the structures initially composing the core undergo a degradation process by swelling, breaking or melting of the rods and structures and eventual collapse to form a debris bed. As the solid matrix loses its original periodical configuration, the core geometry continuously evolves towards a more random distribution of particles with irregular shapes. The radiative transfer plays a major role in the degradation of the core at such high temperatures, between 1500 and 3000K (GFB⁺01; FMD⁺06; ZFR06). Indeed the effective conductivity of the medium is rather low and the flow velocity may be quite slow because the fluid is mainly driven by natural convection (pumps are stopped). This paper deals with the radiative transfer modeling during the first stages of degradation of the bundle degradation, starting from an intact core up to partly dissolved or molten rods.

Radiative properties of porous media are often experimentally obtained by identification methods (YHK83; KSI89; HH96a; CB04). In practice, in these techniques, directional reflectance or transmittance of the medium are generally measured and extinction and absorption coefficients are obtained as parameters of the radiative transfer model that fits these experimental data. These approaches present two drawbacks : i) they are often dependent on the radiative transfer model and on the choice of parameters ; ii) they can not be in practice used for a degraded core small-scale sample which is quite dangerous to handle, resulting in very expensive experiments.

On the other hand, Taine and Tancrez (TT04) and Zeghondy et al (ZIT06a) have developed a new direct stochastic approach, called Radiation Distribution Function Identification (RDFI), which allows to determine the radiative properties of a homogenized porous medium from only both the tri-dimensional geometry of the medium and the radiative

properties of the medium at a local scale.

In the first reference, this method has been applied to a statistically isotropic and homogeneous virtual porous medium (overlapping transparent or opaque spheres in an opaque or transparent medium). In the second reference, the RDFI approach has been applied to a statistically anisotropic real medium (mullite foam) with a semi transparent solid phase and a transparent fluid phase.

In the present paper, the RDFI method is applied to the degraded experimental core, in which the solid phase is considered as opaque and the fluid phase is transparent. Obviously, such assumption is not valid at high pressure (above 10 bars) and high temperature (above 1500 K), or if the fluid carries water droplets. Section IV.2 deals with the set of 2D tomographies of the small scale model and with the numerical treatment of these tomographies, required by the use of the RDFI method. The principles of the method are presented in Section IV.3. This section leads to the determination of the directional extinction coefficient $\beta(\theta, \varphi)$ characterizing the equivalent semi transparent medium associated with the degraded core. A perturbation method is developed in Section IV.4 to deduce from the previous results a non diagonal radiative conductivity tensor associated with the degraded core. The results obtained for different zones of the experimental degraded bundle are discussed in this last section.

IV.2 Studied medium geometry

This section presents briefly the PHEBUS-FP experiment and the the experimental fuel rod bundle. The 2D γ ray tomographies, their 3D treatment and the numerical determination of the interface are detailed.

IV.2.1 PHEBUS-PF experiment

The international PHEBUS-PF experimental program was carried out by IRSN to study the consequences of a severe accident transient on a fuel rod bundle. These experiments are designed to impose prescribed power and thermal-hydraulic conditions of a severe accident during each test.

The bundle is made of 21 irradiated fuel rods (coming from a real reactor core) of 1 m long and 1 cm in diameter, regularly placed 1.2 cm apart one from each other. A silver-indium-cadmium rod is placed at the center of the bundle in order to simulate the control rods of a real fuel assembly. Four empty zircaloy rods are placed in the bundle in order to use different measurements tools.

This rod bundle is placed at the center of an experimental reactor core that delivers the power. For each test, the bundle was submitted to a sequence of power plateaus (with a prescribed steam flow) in order to calibrate the measurements, then heat up the rods up to the start of the oxidation runaway and finally melt a significant amount of materials (more than 2 kg)

The present work uses the experimental results from the FPT1 test, which was the second test of the series. It involved irradiated fuel rods heated up in a highly oxidizing atmosphere (large steam flow rate).

IV.2.2 Gamma-ray Tomographies

After the test, numerical images of the core geometry were obtained by γ ray tomography (CI99). It consists in projecting a high energy gamma slice onto the analyzed object and in recording the mono-dimensional transmitted image. The object is rotated around a fixed axis. For each position in rotation, the transmitted mono-dimensional image is recorded. This operation is reproduced a large number of times in order to reconstruct the 2D internal structure of the corresponding horizontal object slice.

In the FTP1 experiment, 408 two-dimensional γ ray tomographies, spaced every $3mm$ from the bottom to the top of the device, were obtained. Each 2D tomography image is a 512×512 intensity matrix. The spatial resolution of each tomography image is $0.24 \times 0.24 mm^2$.

A two-dimensional tomography image in the horizontal plane (xy) at the bottom of the bundle ($z=15mm$), which is an almost intact zone, is presented in Fig. IV.1-a. There are two sorts of studied zones characterized by two different porosities. One is located within a radius R lower than $13.7mm$ and another inside an annulus defined by : $13.7mm < R < 27.4mm$. A two-dimensional tomography image in the vertical plane (xz) (Fig. IV.1-b) shows the different degradation states in the bundle : intact rods at the bottom, then molten pool, cavity, molten rods and strongly damaged and deformed rods at the top. The visualization resolution along the Z axis is $3mm$.

In order to use the RDFI method, a numerical treatment of the experimental tomography images has been carried out to create a 3D matrix. These tomographies represent an axial sampling every $3mm$. It is enough considering that the height of a fuel pellet, which is the smallest object present in the bundle, is $12mm$. From level $z = -72mm$ to $z = 1149mm$, with respect to the Bottom of Fissile Column (BFC), a 3D matrix made of cubic voxels ($0.24 \times 0.24 \times 0.24 mm^3$) has been obtained by interpolation of the intensity along the vertical (z) axis from the 408 two-dimensional tomography images.

IV.2.3 Calibration of the Tomographies

A key point of the RDFI method, which is a ray-shooting Monte-Carlo method, is to accurately determine the impact point of any ray onto a gas-solid phase interface (see Section IV.3.2). A calibration of the tomography image intensity is required for the determination of these interfaces. The intensity cut off criterion associated with the interface has been chosen from identification between i) the extinction coefficient β obtained by the RDFI method from tomography images of an experimental intact rod bundle characterized by a porosity and ii) the corresponding coefficient obtained by the RDFI method directly applied to the same virtual geometry (CIF⁺07). The extinction coefficient in a cross section, associated with the extinction distribution function cumulated over all the φ range is equal to $\beta = 0,22mm^{-1}$. The corresponding intensity cut off is about $2g/cm^3$ (on a range from 0 to $13.14g/cm^3$). The porosity computed on the tomography with the $2g/cm^3$ cutoff is 0.550 and is also close to the theoretical porosity Π of 0.563.

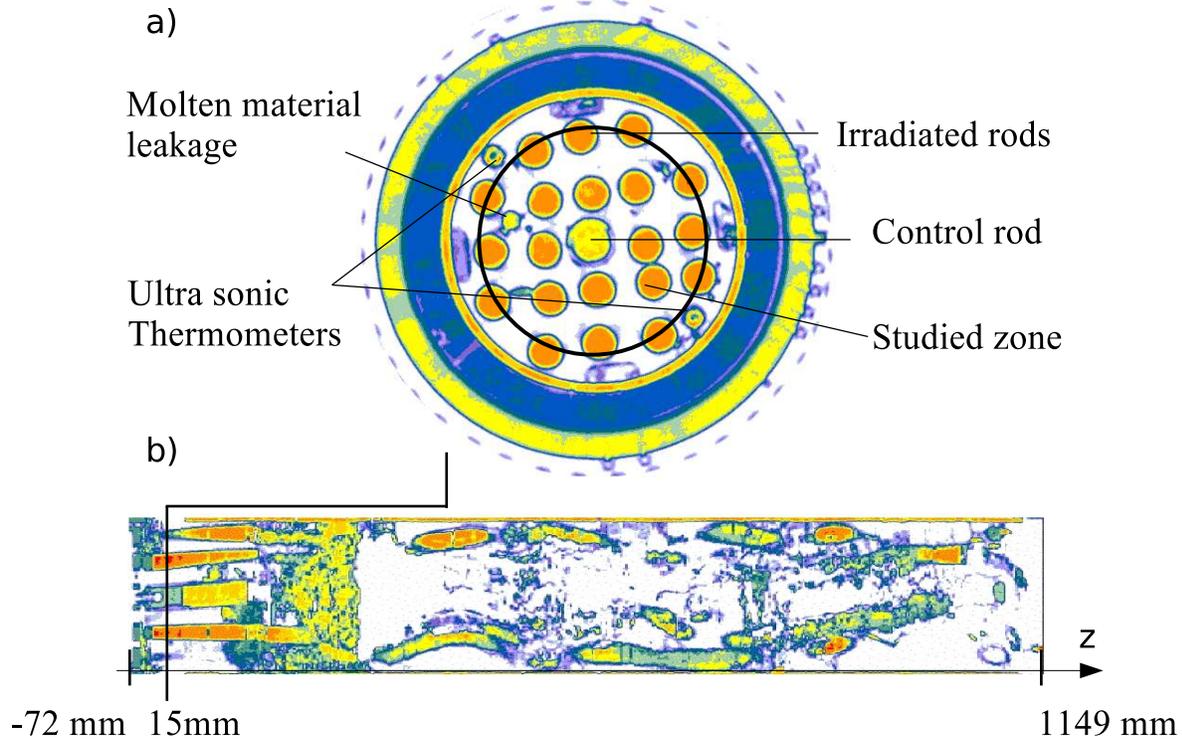


FIG. IV.1 – *a*-Tomography image of FPT1 after the experiment in the bottom of the bundle. *b*-Axial section of the 408 tomography images of the bundle. The fluid phase is represented in white

IV.3 Small scale model of core radiative properties

IV.3.1 RDFI method principle

The RDFI method, detailed in Refs. (TT04; ZIT06a), is here applied to the considered degraded core small scale model described in Section IV.2.1. This system is a statistically anisotropic porous medium with a transparent fluid phase and an opaque solid phase. An equivalent semi transparent medium is associated with this real medium. Absorption by rods is modeled by an absorption coefficient κ_ν and reflection on rods by a scattering coefficient σ_ν , both in the equivalent semi-transparent medium. The reflection law is considered diffuse and characterized by the absorptivity α_ν . Any ray impacting a rod, is either absorbed or scattered, i.e. extinct. The extinction in the equivalent medium is characterized by an extinction coefficient β_ν given by :

$$\beta_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu \quad (\text{IV.1})$$

In the following, the extinction and absorption coefficients of the equivalent semi-transparent medium $\beta_\nu(\theta, \varphi)$ and $\kappa_\nu(\theta, \varphi)$ respectively, depend on θ , the angle between a ray and the Oz axis and φ , the azimuth angle as shown in Fig. IV.2.

For a given ranges $[\theta, \theta + d\theta; \varphi, \varphi + d\varphi]$, the extinction coefficient is obtained by identification of the extinction cumulated distribution function of the rod bundle $G_e(s, \theta, \varphi)$ with the corresponding extinction cumulated distribution function of the equivalent semi transparent

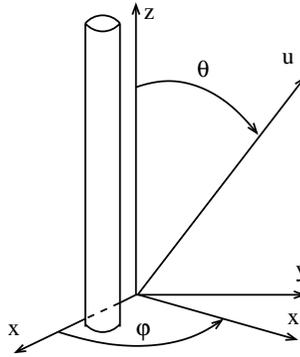


FIG. IV.2 – Definition of the system axis.

medium given by :

$$g_e(s, \theta, \varphi) = 1 - \exp[-\beta_\nu(\theta, \varphi)s]. \quad (\text{IV.2})$$

As detailed in Refs. (TT04; ZIT06a), $G_e(s, \theta, \varphi)$ is in fact the cumulated distribution function of the distances from any source point $M(\mathbf{r})$ of the fluid phase to the corresponding impact point I at the interface, i.e. the probability of extinction before a distance s from a source point M , along a current ray of unit vector $u_i(\theta, \varphi)$ belonging to the discretized solid angle $\Delta\Omega(\theta, \varphi)$, associated with $\Delta\theta$ and $\Delta\varphi$ around the direction u_i . $G_e(s, \theta, \varphi)$ is given, by :

$$G_e(s, \theta, \varphi)\Delta\Omega = \frac{1}{\Pi V} \frac{1}{\Delta\Omega} \int_0^s \int_{\Pi V} \int_{\Delta\theta} \int_{\Delta\varphi} \delta[s' - s_0(\mathbf{r}, \theta, \varphi)] \sin\theta d\theta d\varphi d\mathbf{r} ds', \quad (\text{IV.3})$$

where $s_0(\mathbf{r}, \theta, \varphi)$ is the distance from $M(\mathbf{r})$ center of the volume element $d\mathbf{r}$ to the impact point I , δ the Dirac function and ΠV the volume of the fluid phase from which are chosen the source points M . $G_e(s, \theta, \varphi)$ is obtained by a stochastic Monte Carlo approach and identified, by the RDFI method, with g_e , as detailed in Sec. IV.3.2. This identification leads to the determination of the directional extinction coefficient $\beta(\theta, \varphi)$ at least at the angular discretization resolution. It is worth noticing that $G_e(s, \theta)$ only depends on the geometry and is independent of the radiation frequency ν . Consequently, $\beta(\theta, \varphi)$ does not depend on ν . The extinction identification error is, as in Ref.(TT04) defined by a criterion $\epsilon_e(\beta)$, given by :

$$\epsilon_e(\beta(\theta, \varphi)) = \left\{ \sum_{i=0}^N [G_e(s_i, \theta, \varphi) - g_e(s_i, \theta, \varphi)]^2 / \sum_{i=0}^N [1 - G_e(s_i, \theta, \varphi)]^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{IV.4})$$

Considering a diffuse reflection law, the absorption coefficient is then given by :

$$\kappa_\nu(\theta, \varphi) = \alpha_\nu \beta(\theta, \varphi). \quad (\text{IV.5})$$

where α_ν is the spectral absorptivity of the walls.

In order to simplify the model, the phase function of the equivalent semi-transparent medium associated with the diffuse reflection law is considered isotropic ($p_\nu = 1$). Moreover, it has been shown in Refs. (CIF⁺07; Cha08) that in a case of an intact rod bundle, the radiative transfer weakly depends on the scattering source term for porosities less than 0.5.

In fact, it may be shown (Cha08) that the scattering phase function of a degraded bundle is rather isotropic. Under these conditions, it will be shown in the following that the only knowledge of the extinction coefficient is required to characterize the radiative properties of the medium.

IV.3.2 Application of the RDFI method to the studied geometry

Monte Carlo approach

In order to calculate G_e , a Monte Carlo technique has been used, based on a very large number of rays, issued from random source points M in the fluid phase of the porous medium, typically $5 \cdot 10^7$. The first step consists in choosing a ray unit vector \mathbf{u}_k and a point M in a shooting zone of the medium, i.e. a representative volume of the medium from which rays are issued.

Extinction occurs at a point I of the interface. A marching cube algorithm allows to determine the interface (ZIT06a), based on the trajectory of a cube of 8 adjacent voxels generated around the current discretized abscissa s_i from M along the followed ray. If, at a given step, the marching cube contains a part of the interface, the algorithm checks the existence of any intersection of the ray with this interface. If there is no intersection a new marching cube is defined around the following abscissa s_{i+1} . In case of intersection, the first impact point I is determined and the extinction distance MI is a contribution to G_e , as shown in Eq. IV.3.

Studied zones and associated shooting zones

In Fig. IV.3, which is an axial cross section, five zones show different degradation states. The two first zones are close to the bottom of the bundle and are not very damaged. Some corium has relocated between the rods and rods have moved. In the third zone all the rods are disrupted, pellets are very damaged and the medium is rather homogeneous. The fourth zone is very degraded but the initial structure remains. In the last zone the initial structure also remains but the central zone is very degraded.

Eighteen zones characterized by axial and radial homogeneous values of the porosity Π and the specific area per unit volume of the fluid phase A , as presented in Table IV.1, have been studied. The name of each zone is composed by a letter (a for the peripheral zones (annular) and c for the central zones) and a number. The parameters Π , in the range $[0.252; 0.612]$, and A , in the range $[0.252; 0.500]mm^{-1}$, are strongly dependent on the morphology of the medium.

In general, the porosity of the central zone differs from that of the peripheral zone. Consequently, the central and the peripheral zone elements are treated separately. Moreover, the presence of an shroud influences the porosity of the peripheral zones. Therefore the peripheral zone is reduced and defined only within a radius of $27.4mm$, which corresponds to an annulus with a radius equal to two times the radius of the central zone. The radius of the central zone is such that the surface of this zone is the same than a square with an edge equal to two times the pitch between two rods.

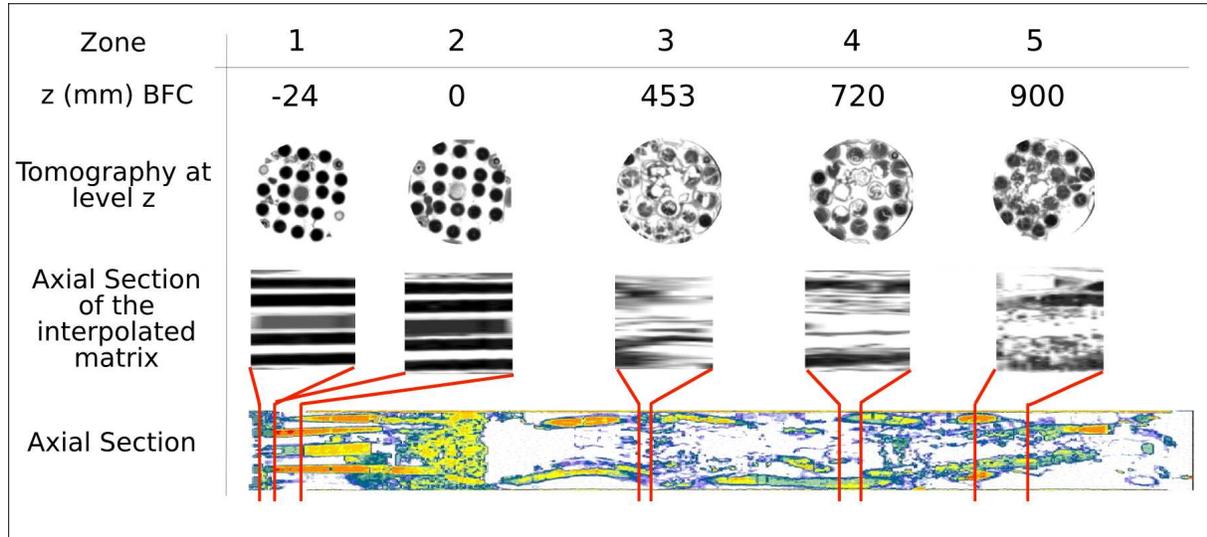


FIG. IV.3 – Axial tomography and cross sections of five representative studied zones. The fluid phase is shown in white. The z level is defined from the Bottom of Fissile Column reference (BFC).

TAB. IV.1 – Parameters related to a studied zones. z_{min} and z_{max} (mm) : positions of zone near bottom and top along z axis ; $\bar{\Pi}$: mean zone porosity ; σ_{Π} : standard deviation to the average porosity ; \bar{A} : zone specific area ; σ_A : standard deviation to the average specific area ; n : number of patterns in use ; $\beta(\theta_{ref})$.

Studied zones	c01	c02	c03	c04	c05	a01	a02	a03	a04	a05	a06	a07	a08	a09	a10	a11	a12	a13
z_{min} (mm)	-24	0	453	720	900	-21	9	324	420	501	501	591	702	759	801	843	978	831
z_{max} (mm)	0	33	468	747	969	0	27	375	471	549	621	639	741	801	828	870	1008	930
$\bar{\Pi}$	0.421	0.410	0.518	0.612	0.401	0.540	0.509	0.500	0.406	0.561	0.547	0.531	0.371	0.252	0.324	0.248	0.442	0.252
σ_{Π}	0.019	0.021	0.028	0.035	0.030	0.015	0.014	0.027	0.028	0.024	0.022	0.016	0.016	0.021	0.020	0.021	0.017	0.043
A (mm ⁻¹)	0.348	0.316	0.451	0.500	0.432	0.252	0.260	0.279	0.418	0.462	0.415	0.364	0.406	0.344	0.353	0.336	0.299	0.322
σ_A	0.020	0.024	0.012	0.036	0.038	0.014	0.004	0.011	0.054	0.021	0.048	0.022	0.019	0.021	0.015	0.015	0.020	0.035
n	3	2	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
β_{ref} (mm) ⁻¹	0.192	0.197	0.191	0.122	0.187	0.089	0.103	0.100	0.159	0.122	0.106	0.115	0.160	0.068	0.140	0.091	0.103	0.09
ϵ_{β} (mm) ⁻¹	0.117	0.146	0.029	0.089	0.181	0.021	0.035	0.054	0.169	0.064	0.047	0.080	0.207	0.139	0.196	0.189	0.103	0.16

As the porosity varies along the z axis, the length of any selected homogeneous zone is small (between 15 mm and 70 mm). On the other hand, especially for weakly degraded zones, the extinction length (inverse of the extinction coefficient) can be large in the z axis direction. The length along z axis is chosen in order to be larger than 3 times the extinction length. This criterion corresponds to the useful range of optical thickness $[0, 3]$. Consequently each homogeneous zone is completed by symmetry regarding the top cross section. If necessary, the pattern formed by the original matrix and its symmetrical one is reproduced by translation.

No extinct ray outside the studied zone in a cross section has to be accounted for in the extinction distribution function G_e . Indeed, results have only to be influenced by the considered homogeneous zone. As this homogeneous studied zone is small sized, the following procedure is used to determine both the shooting zones and the shooting directions in the Monte Carlo calculation :

i) before the degradation, the experimental geometry presents an eighth order symmetry with respect to the system axis (eight identical slices of angle $\Delta\varphi = \pi/4$). The results

obtained for those eight slices can be considered as stochastic realizations of the same phenomenon. Consequently eight identical $\pi/4$ slices will be considered separately as shooting zones (Fig. IV.4-a). But it must be noted that eight shooting zones are not sufficient to ensure the statistical homogeneity of the studied samples. In fact, the results obtained for the eight zones appear to be relatively scattered. However, this summation over the eight slices was considered as the best way to use as much information as possible from the limited size of the available images.

ii) rays are shot from the bottom of the medium towards the positive direction of the z axis. The height of the shooting area is 1 cm.

iii) only rays issued from the central zone of radius $R1 = 13.7mm$ which impact a wall within this zone are considered as shown in Fig. IV.4-a.

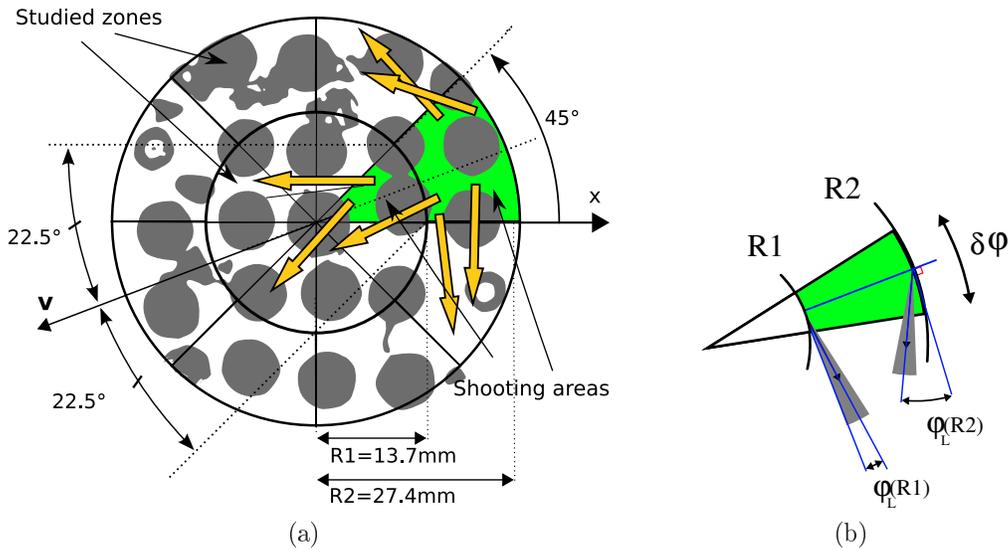


FIG. IV.4 – *a-Central and peripheral studied zones. Green area : Example of $\pi/4$ shooting slice (zone c1) in the central area. Associated shooting directions of the central zone within dotted lines. b-Peripheral zone : Rays are shot in the gray area with the central vector varying between $\varphi_L(R1)$ and $\varphi_L(R2)$.*

Extinction cumulated distribution functions obtained for shooting angles belonging to the ranges $[-\pi/8; 0]$ and $[0; \pi/8]$ relative to the centripetal axis \mathbf{v} , as shown in Fig. IV.4-a, are uniformly arranged in ten elementary segments of width $\delta\varphi = \pi/40$. In the following, two approaches are considered. In the first one, by considering all the consecutive $\pi/4$ slices, eighty elementary φ ranges are obtained. Eighty $\beta(\theta, \varphi)$ values are extracted by the RDFI method.

In a more realistic approach, initial system symmetries (before degradation) are taken into account and all the previous extinction cumulated distribution functions are averaged in ten segments of width $\pi/40$. In practice when a $\pi/4$ slice is treated, it should be equivalent to any other $\pi/4$ slice by rotation around Oz axis (φ is referenced with respect to the Ox axis as shown in Fig. IV.4-a). Moreover, two axial symmetries with respect to the Ox and Oy directions allow to cumulate distribution functions of the corresponding segments. In other words, results obtained for any segment are actually summed up from eight different $\pi/4$ slices.

iv) Only rays issued from the peripheral zone (radius R so that $R1 = 13.7mm < R < R2 =$

27.4mm) which impact a wall within this zone are considered. As shown in Fig. IV.4-b rays are shot, for a given R value and a given $\delta\varphi$ width, in a direction chosen in sectors of width $\delta\varphi$ around $\varphi_L(R)$. $\varphi_L(R)$ corresponds to a ray which crosses a medium along 16mm which is an average length of this zone.

In conclusion, the extinction coefficient $\beta(\theta, \varphi)$ is obtained, by the RDFI method, for five discretized θ values in the range $[0; \pi/2]$ and ten discretized φ values in the range $[0; \pi/4]$.

Practical implementation

$\theta_{ref} = 84^\circ$ is the discretized angle value closest to $\pi/2$. Results cumulated for the conical surface defined by θ_{ref} and φ in the range $[0; \pi/4]$ is considered as statistically representative of results obtained for φ in the range $[0; 2\pi]$. Therefore the associated cumulated distribution function $G_e(s, \theta_{ref}, \varphi)$ is defined in the range $[0; \pi/4]$. $G_e(s, \theta_{ref}, \varphi)$ and $g_e(s, \theta_{ref}, \varphi)$ are then identified in order to obtain $\beta(\theta_{ref}, \varphi)$ by the RDFI method.

The global cumulated distribution function $G_e(s, \theta)$, obtained by cumulating $G_e(s, \theta, \varphi)$ for any φ in the range $[0; 2\pi]$, is also calculated for any discretized θ . A global extinction coefficient $\beta(\theta)$ associated with the whole φ range is then determined by the RDFI method. The non dimensional function $f(\theta)$ is introduced by :

$$\beta(\theta) = f(\theta) \frac{\sin\theta}{\sin\theta_{ref}} \beta(\theta_{ref}) \quad (IV.6)$$

The factor $\sin\theta$ exactly corresponds to the θ -dependence in the case of an intact system Ref. (CIF⁺07). Consequently, $f(\theta)$ allows us to characterize the degradation of the system. The non dimensional function $h(\varphi)$ is defined by :

$$\beta(\theta_{ref}, \varphi) = \beta(\theta_{ref}) h(\varphi) \quad (IV.7)$$

It has been calculated both in the range $[0; 2\pi]$ and, for reason of symmetries, in the range $[0; \pi/4]$. For the sake of simplicity, the extinction coefficient is assumed to verify :

$$\beta(\theta, \varphi) = \beta(\theta) h(\varphi) = f(\theta) \frac{\sin\theta}{\sin\theta_{ref}} h(\varphi) \beta(\theta_{ref}) \quad (IV.8)$$

IV.3.3 Extinction Coefficient

Typical cumulated extinction distribution functions $G_e(s, \theta)$ associated with the reduced range $[0; \pi/4]$ are shown in Fig. IV.5 for the zone $c5$ of Fig. IV.3, for different discretized θ values. The facility have not been designed for a statistical study of the radiative transfer (the bundle only contain 21 rods). The maximum number of different configurations is eight for each studied zone as noticed in the part IV.3.2. Nevertheless it is worth noticing that for the eighteen studied zones the determination of G_e by the Monte Carlo method from data issued from the γ tomographies is accurate. The Monte Carlo standard deviation is less than 10^{-3} in each direction.

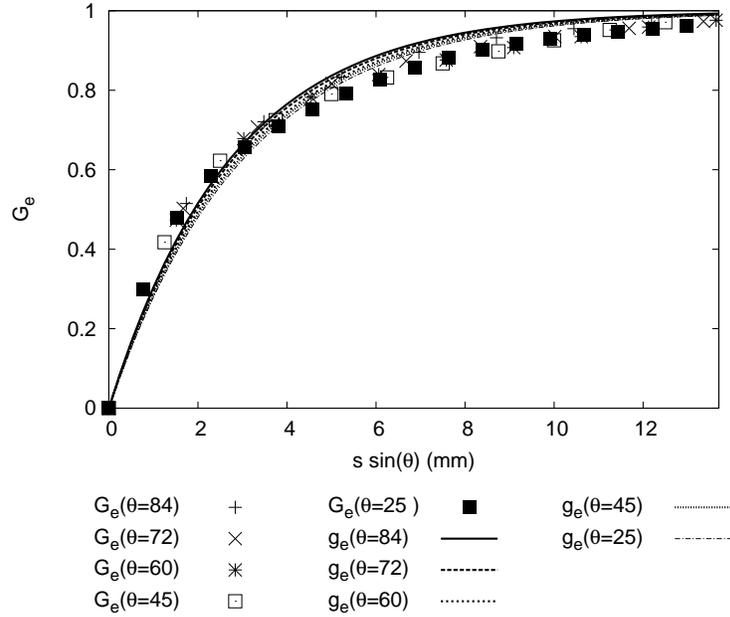


FIG. IV.5 – Cumulated extinction distribution functions $G_e(s, \theta)$ and $g_e(s, \theta)$ vs θ ($^\circ$); Zone c5 of Fig. IV.3

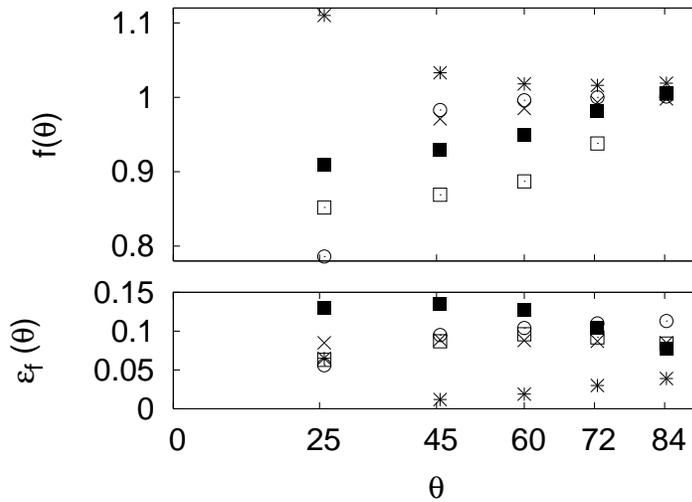


FIG. IV.6 – $f(\theta)$ and identification error of $\beta(\theta)$ (θ in $^\circ$). Zone c1 : \circ ; zone c2 : \times ; zone c3 : $*$; zone c4 : \square ; zone c5 : \blacksquare .

The cumulated extinction distribution functions are compared with the corresponding functions $g_e(s, \theta)$ associated with the equivalent semi-transparent medium. The function $f(\theta)$, which allows us to determine $\beta(\theta)$ and the corresponding identification errors $\epsilon[\beta(\theta)]$ are plotted versus θ in Fig. IV.6 for the five studied zones of Fig. IV.3. The obtained $\beta(\theta_{ref})$ values are shown in Table IV.1. It clearly appears that the degradation function $f(\theta)$ remains close to 1. As a consequence, an estimation of $\beta(\theta)$ can be obtained from results related to cross sections of the system. An example of the function $h(\varphi)$ for φ in the range $[0, 2\pi]$, is shown in Fig. IV.7 in the case of the zone c4 of Fig. IV.3. The $h(\varphi)$ functions associated with the reduced range $[0; \pi/4]$ are plotted for the five zones of Fig. IV.3 in Fig. IV.8. They exhibit smooth variations versus φ .

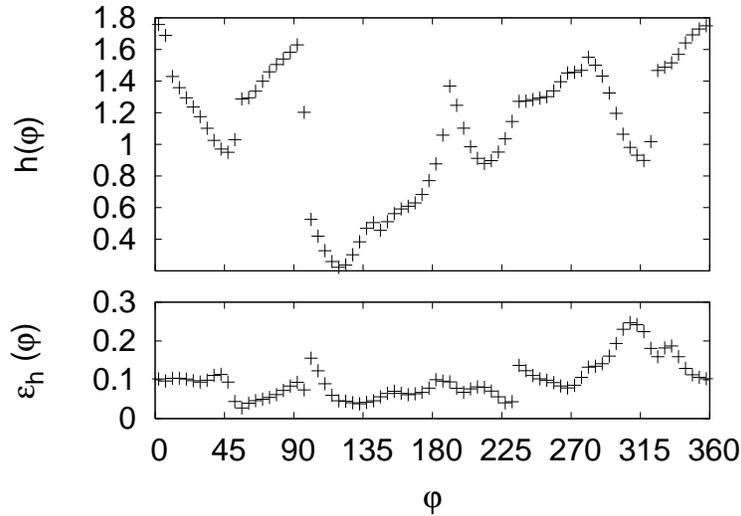


FIG. IV.7 – $h(\varphi)$ and the identification error of $\beta(\theta_{ref}, \varphi)$ (φ in $^\circ$). Zone 4 of Fig. IV.3

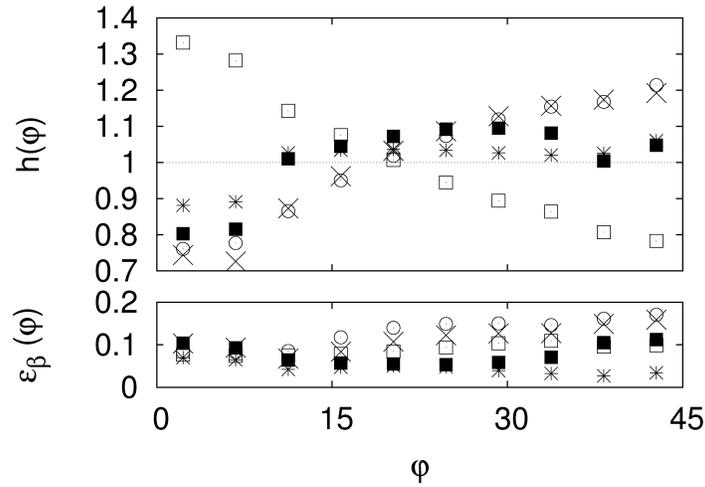


FIG. IV.8 – $h(\varphi)$ and the identification error of $\beta(\theta_{ref}, \varphi)$ (θ_{ref} and φ in $^\circ$); Zone c1 : \circ ; zone c2 : \times ; zone c3 : $*$; zone c4 : \square ; zone c5 : \blacksquare .

Fig. IV.9 shows the non-dimensional extinction coefficient :

$$\beta^+ = \frac{\beta(\theta_{ref})}{\beta_{OT}} = \frac{\beta(\theta_{ref})\pi}{A} \quad (\text{IV.9})$$

β_{OT} is the extinction coefficient of an intact rod bundle at the optically thin limit as defined in (Cha08). The porosity Π and the specific area per unit volume of the fluid phase A are calculated for each 2D tomography that composed the studied zones and averaged for each zone. The uncertainties on β^+ in Fig. IV.9 are due to uncertainties on β but also to uncertainties on Π and A . For values of the porosities less than 0.45 the important relative error $\Delta\beta^+/\beta^+$ in Eq. IV.9 is mainly due to a poor accuracy on the determination of β (values of ϵ_β given by Eq. IV.4 shown in Table IV.4) in the range $[0.1, 0.2]$. Indeed the error on the porosity and the specific area is only about a few percent. For this range of porosity the actual porous medium cannot be accurately characterized by an extinction coefficient β , i.e. by a homogenized semi-transparent approach. A generalized approach should be

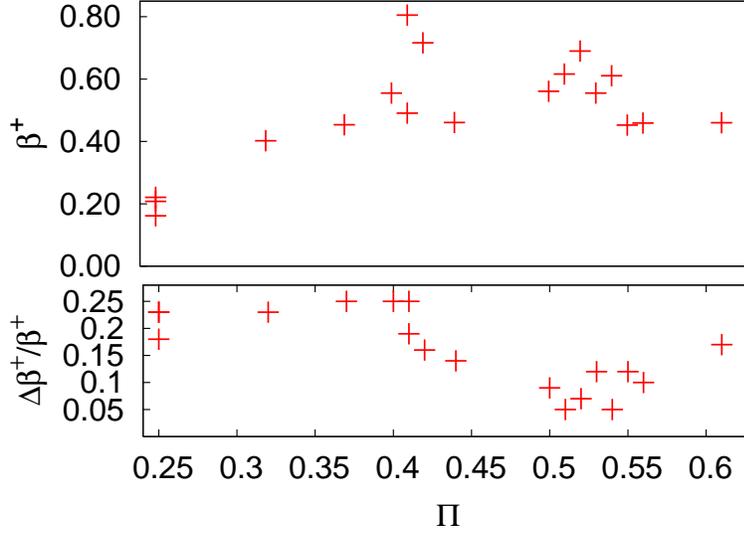


FIG. IV.9 – Non dimensional extinction coefficient β^+ (18 zones) and its associated identification error.

developed. For porosities larger than 0.5 the identification error ϵ_β is typically less than 0.06 and the predicted value of β is physically acceptable.

IV.4 Radiative conductivity tensor

IV.4.1 Calculation principles

The purpose of this section is to analytically develop the simplified expression of the radiative flux in the optically thick limit. After homogenization, the radiative flux in tensorial convention, for the whole Representative Elementary Volume, is :

$$q_i = \Pi \int_0^\infty \int_0^{4\pi} I_\nu u_i d\Omega d\nu \quad (\text{IV.10})$$

where $I_\nu(u_i)$ is the local intensity in the fluid phase, as discussed in Ref. (TT04) and $i = x, y, z$.

By using the previous homogenization results, the current intensity $I_\nu(u_i(\theta, \varphi))$ is obtained by solving the Radiative Transfer Equations (RTE) characterized by an assumed isotropic phase function :

$$u_j \frac{\partial I_\nu(u_i)}{\partial x_j} + \beta(\theta, \varphi) I_\nu(u_i) = \alpha_\nu \beta(\theta, \varphi) I_\nu^\circ(T_w) + \frac{1 - \alpha_\nu}{4\pi} \int_0^{4\pi} \beta(\theta', \varphi') I_\nu(u'_i(\theta', \varphi')) d\Omega', \quad (\text{IV.11})$$

where $I_\nu^\circ(T_w)$ is the equilibrium intensity at the local inter-facial temperature T_w . The medium of size L can be considered as locally optically thick for a spatial scale δ in conditions discussed in (TT04; CIF⁺07; Cha08).

At this limit, the RTE can be treated by a perturbation method (TIP08) driven by the perturbation parameter η equal to $(\beta\delta)^{-1}$, which is the radiative Knudsen number :

$$u_j \eta \frac{\partial I_\nu(u_i)}{\partial x_j^+} + I_\nu(u_i) = \alpha_\nu I_\nu^\circ(T_w) + \frac{(1 - \alpha_\nu)}{4\pi\beta(\theta, \varphi)} \int_0^{4\pi} \beta(\theta', \varphi') I_\nu(u'_i) d\Omega', \quad (\text{IV.12})$$

where x_j^+ is the non dimensional coordinate equal to x_j/δ .

The solution is :

$$I_\nu = I_\nu^{(0)} + I_\nu^{(1)} \quad (\text{IV.13})$$

where $I_\nu^{(0)}$ is the zero order solution (in η) and $I_\nu^{(1)}$ is the first perturbation order solution proportional to η which verifies :

$$u_j \eta \frac{\partial I_\nu^{(0)}}{\partial x_j^+} + I_\nu^{(1)}(u_i) = \frac{(1 - \alpha_\nu)}{4\pi\beta(\theta, \varphi)} \int_0^{4\pi} \beta(\theta, \varphi) I_\nu^{(1)}(u'_i) d\Omega'. \quad (\text{IV.14})$$

By summation of the two members over 4π steradian, it appears that the summation in Eq. IV.14 is null. Consequently, due to the isotropy of the phase function and the weak dependency with the scattering source term, $I_\nu^{(1)}$ is simply equal to :

$$I_\nu^{(1)} = -\frac{u_j}{\beta(\theta, \varphi)} \frac{\partial I_\nu^\circ(T_w)}{\partial x_j} \quad (\text{IV.15})$$

As a consequence of Eqs. IV.8, IV.10, IV.13 and IV.15 and without assuming the walls gray, because the extinction coefficient is independent of α_ν , the radiative flux can be expressed :

$$q_i = -4\pi\sigma T_w^3 \frac{\Pi}{A} \frac{\sin\theta_{ref}}{\beta^+(\Pi)} \int_0^{4\pi} \frac{u_i u_j}{\sin\theta f(\theta) h(\varphi)} d\Omega \frac{\partial T}{\partial x_j} = -4\pi\sigma T_w^3 \frac{\Pi}{A} k_{ij}^{R+}(\Pi) \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (\text{IV.16})$$

It is worth noting that the radiative conductivity tensor is simply :

$$k_{ij}^R = -4\pi\sigma T_w^3 \frac{\Pi}{A} k_{ij}^{R+}(\Pi) \quad (\text{IV.17})$$

k_{ij}^R is proportional to k_{ij}^{R+} , which is a non-dimensional function of the porosity, proportional to the porosity and inversely proportional to A which is the specific area par unit volume of the fluid phase.

In practice, due to the symmetry of the intact rod bundle :

$$k_{xx}^{R+} = k_{yy}^{R+} = 4 \frac{\sin\theta_{ref}}{\beta^+(\Pi)} \int_0^\pi \frac{\sin^2\theta}{f(\theta)} d\theta \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2\varphi}{h^*(\varphi)} d\varphi \quad (\text{IV.18})$$

with $h^*(\varphi) = h(\varphi)$ if φ is in the range $[0, \pi/4]$ and $h^*(\varphi) = h(\pi/2 - \varphi)$ if φ is in the range $[\pi/4, \pi/2]$.

TAB. IV.2 – *Non-dimensional radiative conductivity components for zones with an identification error of the extinction coefficient less than 0.06*

zone	$\Delta k_{ij}^{R+}/k_{ij}^{R+}$	k_{xx}^{R+}	k_{xy}^{R+}	k_{zz}^{R+}
c3	0.069	$2.672 \cdot 10^{-3}$	$1.703 \cdot 10^{-3}$	$4.634 \cdot 10^{-3}$
a1	0.050	$1.186 \cdot 10^{-2}$	$6.983 \cdot 10^{-3}$	$2.184 \cdot 10^{-2}$
a2	0.053	$8.601 \cdot 10^{-3}$	$5.091 \cdot 10^{-3}$	$1.682 \cdot 10^{-2}$
a3	0.092	$7.646 \cdot 10^{-3}$	$4.741 \cdot 10^{-3}$	$1.444 \cdot 10^{-2}$
a6	0.117	$6.183 \cdot 10^{-3}$	$3.865 \cdot 10^{-3}$	$1.120 \cdot 10^{-2}$

$$k_{xy}^{R+} = k_{yx}^{R+} = 4 \frac{\sin\theta_{ref}}{\beta^+(\Pi)} \int_0^\pi \frac{\sin^2\theta}{f(\theta)} d\theta \int_0^{\pi/2} \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{h^*(\varphi)} d\varphi \quad (IV.19)$$

$$k_{zz}^{R+} = 4 \frac{\sin\theta_{ref}}{\beta^+(\Pi)} \int_0^\pi \frac{\cos^2\theta}{f(\theta)} d\theta \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{h(\varphi)^*} \quad (IV.20)$$

IV.4.2 Radiative Conductivity Tensor results

The non-dimensional radiative conductivity tensor k_{ij}^{R+} was calculated for the eighteen selected zones. The relative error on k_{ij}^{R+} is defined as :

$$\frac{\Delta k_{ij}^{R+}}{k_{ij}^{R+}} = \frac{\Delta\Pi}{\Pi} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta\beta^+}{\beta^+} \quad (IV.21)$$

ΔQ is the variance of the quantity Q in a studied zone. The three components of k_{ij}^{R+} and the relative error on k_{ij}^{R+} are presented in Table IV.2 for the range of validity of β^+ .

IV.5 Conclusions

As a first step, the directional extinction coefficients of a small scale sample of a damaged PWR reactor core were determined by the RDFI method, from γ ray tomography of a damaged rod bundle (PHEBUS FPT1). Eighteen representative configurations have been considered by selecting zones of rather homogeneous porosity Π and specific area per unit volume of the fluid phase A . Under the assumptions that the solid phase is opaque, the obtained results do not depend on radiation frequency. The degraded reactor extinction coefficient is proportional to A and depends on the porosity. For porosities lower than 0.46 the extinction identification error can reach 18% which means that the porous medium cannot be considered as semi-transparent. A generalized approach should be developed. The fluid (steam) was assumed transparent. Obviously, such assumption is not valid at high pressure, or if the fluid carries water droplets. Improvements of the method are planned to take into account the absorption by the fluid. A non-diagonal radiative conductivity tensor was determined from these results. These results allow us to carry out 3D calculations of radiative transfer coupled to other transfer models in a damaged core, as long as the configuration is similar to one of the eighteen considered zones. The method is general

enough to be applied to other damaged core geometries, in particular debris beds formed from the collapse of fuel rods or from a molten corium jet fragmentation in water, allowing to calculate the effective conductivity of such debris beds.

Chapitre V

Conclusion

Cette thèse a pour objectif de contribuer à la modélisation des transferts radiatifs dans un cœur de réacteur nucléaire subissant des dégradations importantes, à la suite d'un hypothétique accident grave du type de celui qui a eu lieu à Three Miles Island. L'enjeu de cette modélisation est particulièrement important puisque la prédiction, par le calcul, d'un scénario d'accident grave, repose avant tout sur une bonne modélisation de la thermique dans la cuve du réacteur. Lors d'un accident grave, la puissance résiduelle est supérieure à la puissance extraite par le réfrigérant ou aux parois, la température s'élève dans le cœur, ce qui conduit à une dégradation progressive des structures du cœur, par fusion successive des métaux (acier, zircaloy) puis des céramiques (dioxyde d'uranium et zircone). La modélisation est difficile pour deux raisons principales :

- Le cœur est un milieu poreux constitué d'un grand nombre d'éléments solides dont la géométrie est évolutive et devient de plus en plus complexe au fur et à mesure de la dégradation. Il faut donc une méthode générale permettant de déterminer le flux radiatif local dans tout type de géométrie.
- L'échelle du cœur est très grande devant celle des éléments solides ; il est alors nécessaire de procéder à une homogénéisation du flux radiatif local afin de pouvoir résoudre le problème numériquement.

La méthode d'identification RDFI, choisie pour modéliser les propriétés radiatives du cœur, est particulièrement adaptée pour résoudre ces difficultés. En effet, elle peut s'appliquer à un milieu de géométrie quelconque dont on connaît la structure à petite échelle. De plus, elle permet une homogénéisation relativement simple par identification des fonctions de distribution radiatives obtenues avec celles d'un milieu semi-transparent équivalent.

Dans un premier temps, les transferts radiatifs dans un cœur intact (ensemble de cylindres parallèles) sont caractérisés, sachant que la géométrie dégradée peut être vue, au moins initialement, comme une succession de déformations appliquées à la géométrie initiale. Rappelons cependant que, dès que les cylindres (crayons combustibles) s'effondrent ou fondent complètement, la géométrie devient très différente et s'apparente plutôt à un amas de particules. Deux géométries du cœur intact ont été considérées : arrangements en triangles ou en carrés. Les fonctions de distribution cumulées d'extinction et de probabilité d'absorption ainsi que les fonctions de phases d'un milieu poreux constitué de cylindres parallèles ont été calculées, de la porosité minimale (0,093 pour les triangles et 0,213 pour les carrés) à la porosité 0,75. Les coefficients d'extinction β et d'absorption κ_ν ont été calculés par identification de ces fonctions de distribution avec celles d'un milieu semi-transparent équi-

valent. Compte-tenu du nombre très important de calculs, ces données ont été rassemblées dans un volume annexe de cette thèse. Il apparaît que le modèle du milieu semi-transparent équivalent n'est pas adapté pour certaines directions du milieu. En effet, les arrangements de cylindres présentent des directions singulières où le rayonnement n'est pas éteint. Néanmoins, ces directions n'affectent pas trop le comportement global et il est possible de déterminer un coefficient d'extinction isotrope global. Enfin, les fonctions de phase ont été calculées pour des lois de réflexion diffuse ou spéculaire.

Dans un deuxième temps, on a vérifié que le cœur est un milieu optiquement épais à une échelle caractérisée par de faibles variations de température et pour les seuls transferts radiatifs dans le plan normal à l'axe du système. Cela permet de simplifier l'équation du transfert radiatif en exprimant le flux radiatif comme un flux conductif dans les directions x et y du plan normal. La conductivité radiative a été obtenue par une méthode des perturbations appliquée à l'équation de transfert. Elle est calculée numériquement à partir des propriétés radiatives issues de la méthode RDFI. La conductivité radiative k^R obtenue dans le plan normal est indépendante de la direction. La variation de k^R avec l'absorptivité peut être ajustée à un polynôme d'ordre 2. La conductivité radiative est proportionnelle au rapport de la porosité à la surface spécifique et dépend de l'absorptivité et de la porosité, faiblement dépendant de l'absorptivité hémisphérique. Ce modèle de conductivité radiative a été comparé aux résultats expérimentaux de Cox, sur un assemblage triangulaire de cylindres en acier. Ces résultats ne sont pas assez détaillés pour permettre une confrontation complète des résultats.

Le cas du cœur dégradé a ensuite été abordé. L'étude s'est appuyée sur un ensemble d'images, supposées représentatives de l'état d'un cœur fortement dégradé, obtenues pendant le programme expérimental PHEBUS-FP, conduit à l'IRSN entre 1994 et 2004. Seul l'essai PHEBUS-FPT1 a été considéré. En fonction de la position axiale dans la grappe expérimentale, différents stades de dégradation des crayons combustibles peuvent être observés : crayons intacts recouverts de coulées métalliques, crayons fortement oxydés et crayons partiellement fondus. Pour chacune de ces configurations, les propriétés radiatives du milieu semi-transparent équivalent ont été obtenues par la méthode RDFI.

Comme dans le cas d'un faisceau de tubes non dégradés le modèle du milieu semi-transparent équivalent est approximatif dans certaines directions.

Une étude 2D, dans le plan perpendiculaire à l'axe des crayons, a permis d'établir les variations du coefficient d'extinction en fonction de la direction. On constate une certaine anisotropie due à l'anisotropie de la configuration initiale mais aussi aux hétérogénéités induites par la dégradation : coulées non symétriques des matériaux fondus, déplacement variable des crayons les uns par rapport aux autres sous l'effet de la dilatation, fusions localisées et non symétriques. De ce fait, il s'avère plus intéressant de considérer les valeurs moyennes (sur toute la tomographie) du coefficient d'extinction et de la conductivité radiative. La conductivité radiative dans un cœur de réacteur dégradé a ensuite été calculée, à partir du coefficient d'extinction obtenu pour chaque configuration sous l'hypothèse suffisante que d'une fonction de phase isotrope.

Une étude en trois dimensions a permis de déterminer la variation axiale du coefficient d'extinction, qui s'avère avoir grossièrement la même dépendance avec l'angle θ , entre l'axe de la grappe et la direction du rayon, que pour un faisceau de tubes intacts. On aboutit ainsi à un modèle relativement simple de tenseur de conductivité radiative dépendant principalement de la porosité, de la surface spécifique mais aussi de la configuration. Les

zones présentant des coulées de matériaux différents des autres. Ce modèle simple peut être utilisé dans le code de calcul destiné à prédire l'évolution du cœur au cours d'un scénario d'accident grave.

Il apparaît que les fonctions de distribution obtenues sont éloignées d'une fonction exponentielle dans de nombreux cas rencontrés dans l'application considérée. Les coefficients d'extinction équivalents ont alors été obtenus avec un écart-type relativement élevé sur certaines plages de porosité.

A la suite de ce travail, les perspectives sont nombreuses. Dans un premier temps, et pour lever la difficulté liée aux erreurs d'identification parfois élevées, un des moyens est d'étendre la méthode aux cas de milieux qui, une fois homogénéisés, ne suivent pas la loi de Beer (extinction exponentielle).

Dans un deuxième temps un autre type d'utilisation consiste à considérer la phase fluide comme semi-transparente à l'échelle locale, puisqu'elle est généralement constituée de vapeur d'eau à une pression comprise entre 5 et 50 *bars* dans la plupart des scénarios accidentels. Dans cette gamme de pression, et sur une distance de quelques millimètres, l'absorption n'est pas toujours négligeable. La présence éventuelle de gouttelettes d'eau transportées par la vapeur augmente encore l'absorption par le fluide et engendre un phénomène de diffusion. La méthode RDFI permet de considérer la phase fluide réelle absorbante et diffusante.

Enfin les études faites sur l'essai FPT1 peuvent être généralisées aux autres essais PHEBUS sur des grappes de crayons combustibles (FPT0, FPT2, FPT3).

Annexe A

Application de la méthode RDFI à un faisceau de tubes

Dans cette annexe, qui se rapporte au chapitre 3, la méthode utilisée pour calculer le point d'impact d'un rayon avec une surface dans un milieu composé de cylindres parallèles agencés en triangles ou en carrés est expliquée ainsi que la procédure permettant de dimensionner le domaine d'étude. Enfin, la détermination des fonctions de distributions cumulées de longueur d'extinction et des fonctions de phase sont abordées.

A.1 Calcul des points d'impact

Ce paragraphe détaille la procédure du paragraphe III.2 permettant de déterminer la fonction de distribution des longueurs d'extinction ainsi que la probabilité des longueurs d'absorption. Cess fonctions sont calculée par une méthode de Monte Carlo basée sur des tirs de rayons. Chaque rayon est tiré à partir d'un point M dans une direction $\mathbf{u}(\varphi)$ appartenant au plan (x, y) normal à l'axe des cylindres. Le rayon porté par la droite $d_{\mathbf{u}}$ peut alors soit :

- atteindre une paroi : Les cylindres concernés par le rayon \mathbf{u} sont ceux dont le centre est situé à une distance d de la trajectoire du rayon telle que $d < R$ où R est le rayon des cylindres (voir figure A.1).

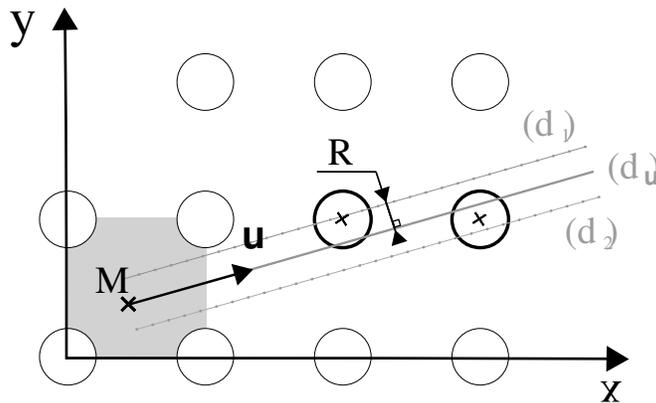


FIG. A.1 – Zone de tir grisée. Droites d_1 et d_2 qui déterminent les cylindres à prendre en compte. Rayon des cylindres R , point de départ M et vecteur directeur \mathbf{u} .

Les coordonnées des points d'intersection entre la droite et tous ces cylindres sont calculés, quand ils existent. Le plus proche du point de départ M est le point d'impact I . La longueur d'extinction est la longueur MI .

- atteindre la limite du milieu : Une distance limite est déterminée (voir paragraphe suivant A.2). Les cylindres dont l'axe est éloigné de cette limite de plus d'un rayon ne sont pas pris en compte.

A.2 Zone d'étude

Tous les rayons sont tirés dans un secteur angulaire $\Delta\Omega$ à partir d'une zone de tirs de volume V . Pour être représentative du milieu, la zone de tir choisie est un motif élémentaire du milieu dans le cas d'un milieu à structure périodique. Elle est donc carrée ou hexagonale (voir partie III.2). Les rayons sont suivis sur une région a priori plus étendue que la zone de tir, appelée zone d'étude associée à la direction considérée. Un point crucial est de définir les dimensions de cette zone d'étude. Une zone d'étude doit idéalement avoir une épaisseur optique supérieure ou égale à 3 pour permettre une bonne identification du coefficient d'extinction $\beta(\pi/2, \varphi)$. En revanche, une zone d'étude trop grande demande beaucoup de ressources de calcul inutiles. Les coordonnées des axes des cylindres sont déterminées au début du calcul dans une zone comprise entre les axes $y = 0$, $x = L$ et la droite D_m . Cette droite passe par le point $(0, P)$ faisant un angle de $\pi/4$ avec l'axe x dans le cas des cylindres agencés en carrés ($m = \square$) ou $(P/2, P\sqrt{3})$ et faisant un angle de $\pi/6$ avec l'axe x dans le cas d'un milieu composé de cylindres agencés en triangles ($m = \triangle$). La longueur L de la zone d'étude est déterminée par itérations successives de sorte que 95% des rayons soient éteints dans une direction donnée.

Sur la figure A.2, la longueur $L(\Pi)$ est comparée à la longueur d'extinction L_{OM} du milieu anisotrope à la limite optiquement mince :

$$L_{OM} = \frac{\pi}{A} = \frac{\pi D \Pi}{4(1 - \Pi)} \quad (\text{A.1})$$

où A est la surface spécifique par unité de volume de la phase fluide et Π est la porosité du milieu. Le pas P entre les cylindres y est également tracé pour les deux types de géométries et des cylindres de diamètre 6,35mm.

En pratique, la longueur minimale L de la zone d'étude est supérieure à la longueur théorique L_{OM} pour des porosités supérieures à 0,3. Par exemple, pour une porosité de 0,96, on remarque que certaines directions imposent, pour obtenir une épaisseur optique de trois, de recourir à des longueurs L 150 fois plus grandes que la longueur optiquement mince théorique.

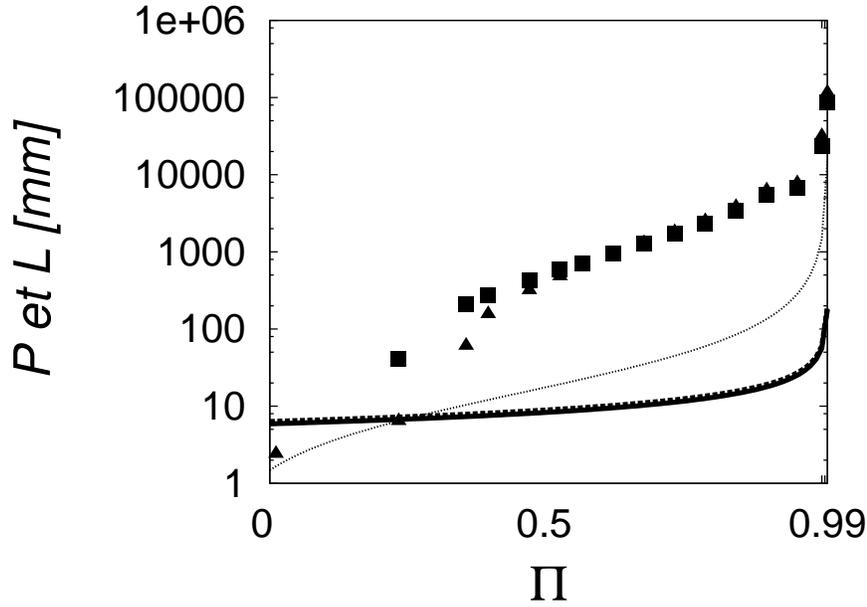


FIG. A.2 – Longueur minimale L de la zone d'étude. Cylindres de diamètre 6,35mm. Arrangement carré (■) ou triangulaires (▲). Longueurs d'extinction anisotropes théorique (traits fins). Pas P entre deux cylindres en arrangement carré (traits épais).

A.3 Construction des fonctions de distributions cumulées d'extinction

Cette partie détaille la méthode numérique employée pour construire les fonctions G_e et P_a définies dans le paragraphe III.2.1. Chaque rayon i , issu du point M de la phase fluide, qui atteint une paroi permet de calculer une distance L_i . En pratique c'est la complémentaire à 1 $G_e^*(s)$ de $G_e(s)$ qui est calculée :

$$G_e^*(s, \mathbf{u}_k) = \frac{1}{V_F} \frac{1}{\Delta\Omega_k} \int_s^\infty \int_{V_F} \int_{\Delta\Omega_k} \delta[s' - s_0(\mathbf{r}, \mathbf{u})] d\Omega(\mathbf{u}) d\mathbf{r} ds' \quad (\text{A.2})$$

La figure A.3-a représente un exemple de fonction de distribution cumulée d'extinction pour les trois premiers tirs de la méthode de Monte Carlo.

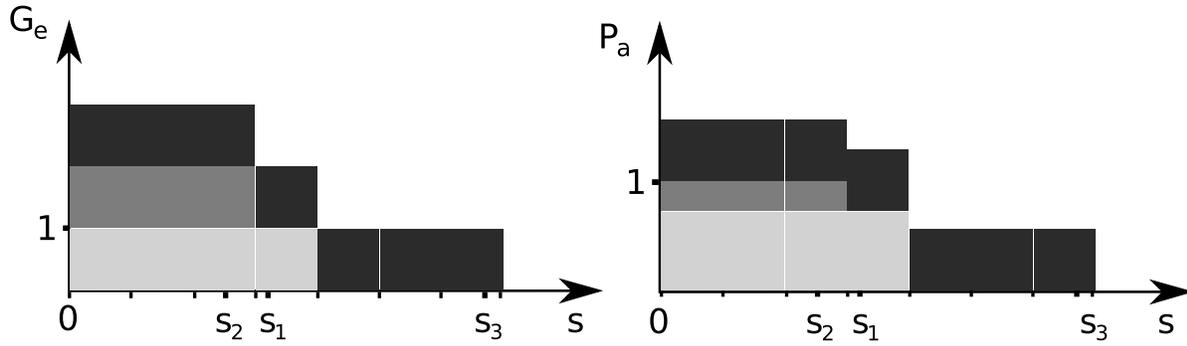


FIG. A.3 – a-fonction $G_e^*(s)$ à la suite des tirs successifs de trois rayons de longueur s_1 (gris clair), s_2 (gris) et s_3 (gris foncé). b-Exemple d'une fonction $P_a^*(s_j)$. Le poids associé à chaque tir, est proportionnel à l'absorptivité liée à l'incidence de chaque rayon.

Une fois construites, les fonctions G_e , associées à une direction, sont normalisées par le nombre de tirs effectués dans le volume et dans la direction du calcul. Certains tirs peuvent ne pas toucher la paroi. Ces tirs sont comptabilisés dans le nombre de tirs effectués. La fonction de distribution cumulée de longueurs d'extinction $G_e(s, \varphi)$ est construite directement par la méthode de Monte Carlo sans passer par la fonction de distribution des longueurs $F_e(s, \sigma)$.

Pour calculer l'écart type, chaque fonction de distribution cumulée $G_e(s, \varphi)$ est calculée, étape par étape comme une moyenne de dix fonctions G_e construites avec $N_{tirs}/10$ tirs chacune. Pour chaque abscisse, un écart-type de Monte Carlo σ_β est calculé entre ces dix fonctions. La convergence est obtenue par des écarts types σ_β , typiquement égaux à 10^{-4} dans un faisceau de tube, ce qui correspond à 10^8 tirs de rayons.

Les coefficients d'extinction β et d'absorption κ_ν sont déterminés par une méthode des moindres carré, mentionné dans les équations II.14 et II.27 de la partie II. Le coefficient d'extinction est d'abord calculé. Un calcul itératif permet d'obtenir le coefficient d'extinction sur une épaisseur optique $\beta s = 3$ du milieu dans une direction considérée. L'épaisseur optique est respectée à $1\mu m$ près. Chaque coefficient d'extinction est obtenu avec une erreur d'identification ϵ_β définie dans l'équation III.9. Généralement σ_β est de 10^2 à 10^3 fois plus faible que ϵ_β .

A.4 Construction des fonctions de phases

Comme nous l'avons remarqué dans le paragraphe III.2.3 les fonctions de phase sont composées d'une contribution liée aux phénomène de réflexion et d'une contribution liée à l'anisotropie du coefficient de diffusion $\sigma_\nu(\theta, \varphi)$. En effet le fait que σ_ν soit anisotrope (et c'est le cas dans notre modèle d'homogénéisation) impose des contraintes sur $p_\nu(\mathbf{u}, \mathbf{u}_r)$ indépendamment de la loi de réflexion. Les contributions liées à la réflexion sont prise en compte à partir de la fonction $f(\varphi, \varphi_r)$, pour une loi de réflexion diffuse et de la fonction $j(\varphi, \varphi_r)$, pour une loi de réflexion spéculaire (voir partie III.2). Ces fonctions sont construites à partir des tirs effectués dans le plan (x, y) perpendiculaire aux cylindres. Les secteurs angulaires

$\Delta\varphi_{\square} = 45^\circ$, en arrangement carré, ou $\Delta\varphi_{\Delta} = 30^\circ$, en arrangement triangulaire, sont divisés en N_{φ} angles solides élémentaires égaux. On posera :

$$\delta\varphi = \frac{\Delta\varphi_{\square}}{N_{\delta\varphi}} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta\varphi_{\Delta}}{N_{\delta\varphi}} \quad (\text{A.3})$$

Les angles φ, φ_0 et φ_r sont les angles entre l'axe $0x$ du plan dans un repère fixe et, respectivement, le vecteur unitaire du rayon incident \mathbf{u} , la normale \mathbf{n} au point d'impact et le vecteur unitaire \mathbf{u}_r du rayon réfléchi (voir figure A.4).

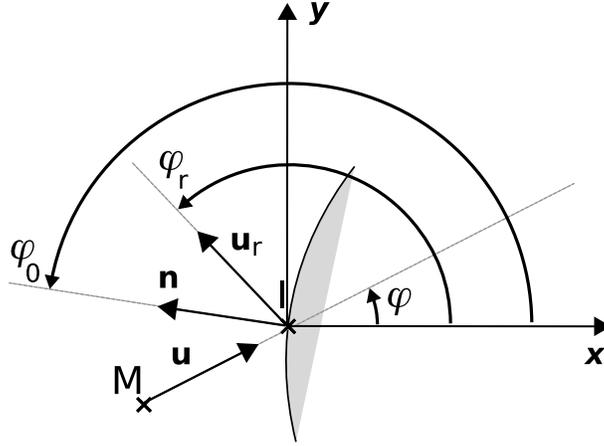


FIG. A.4 – Dénomination des angles employés dans la description du phénomène de réflexion-diffusion à la paroi. \mathbf{n} est la normale à la paroi, \mathbf{u} est le vecteur directeur du rayon incident et \mathbf{u}_r est le vecteur directeur du rayon réfléchi (diffusé).

A.4.1 Calcul de f

$f(\varphi, \varphi_r)$ est une fonction définie par l'équation III.20 au paragraphe III.2.3 :

$$f(\varphi, \varphi_r) = \frac{1/V_F \int_{V_F / \cos(\varphi_r - \varphi_0(\mathbf{u}_r, \varphi)) > 0} \cos(\varphi - \varphi_0(\mathbf{u}_r, \varphi)) \, d\mathbf{u}_r}{\int_0^{2\pi} \frac{1/V_F \int_{V_F / \cos(\varphi'_r - \varphi_0(\mathbf{u}_r, \varphi)) > 0} \cos(\varphi' - \varphi_0(\mathbf{u}_r, \varphi)) \, d\mathbf{u}_r \, d\varphi'_r}, \quad (\text{A.4})$$

L'espace de la zone d'étude est limité au secteur angulaire $\Delta\varphi_{\square}$ pour un arrangement carré (respectivement $\Delta\varphi_{\Delta}$ pour un arrangement triangulaire). Le secteur d'étude est divisé en $N_{\delta\varphi} = 30$ secteurs angulaires élémentaires d'angle $\delta\varphi = \delta\varphi_{\square} = 1,5^\circ$ (respectivement $\delta\varphi = \delta\varphi_{\Delta} = 1^\circ$). n tirs sont tirés aléatoirement dans le volume de tir V_F dans chaque secteur angulaire élémentaire $\delta\varphi$.

$N = N_{\delta\varphi} n$ tirs sont donc effectués (voir figure A.5). La direction d'un rayon est définie par l'angle $\varphi = (\mathbf{x}, \mathbf{u})$ dans l'intervalle $[0; \Delta\varphi_{\square}]$ (resp $[0; \Delta\varphi_{\Delta}]$). Cet angle est un nombre réel tiré aléatoirement dans un intervalle $\delta\varphi(i)$ (voir equ. A.5). L'angle φ appartient à un intervalle $[(i-1)\delta\varphi; i\delta\varphi]$ d'angle central $\varphi(i) = (i-1/2)\delta\varphi$ où i est un entier naturel inférieur à $N_{\delta\varphi}$.

$$\varphi = (\xi + i)\delta\varphi \quad (\text{A.5})$$

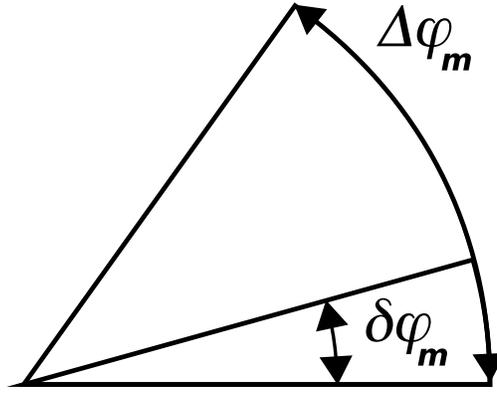


FIG. A.5 – Le secteur angulaire d'étude $\Delta\varphi_m$ est divisé en $N_{\delta\varphi} = 30$ secteur angulaires élémentaires $\delta\varphi_m$ où $m = \square$ ou \triangle selon que la configuration des tubes est en carrée ou en triangulaire.

où ξ est un nombre aléatoire compris entre 0 et 1. Quand un rayon intercepte une paroi, les coordonnées du vecteur normal \mathbf{n} au point d'impact sont calculées. Le vecteur unitaire de réflexion $\mathbf{u}_r(\mathbf{n}, \varphi_r)$ est calculé en appliquant la loi de réflexion diffuse. φ_r est tiré aléatoirement dans l'intervalle $[\varphi_0 - \pi/2; \varphi_0 + \pi/2]$. Il est donc décrit entre 0 et 360° . Il peut s'écrire

$$\varphi_r = \varphi_0 + (\xi - 0,5)\pi \quad (\text{A.6})$$

où ξ est un nombre aléatoire compris entre 0 et 1. L'angle φ_r appartient à un intervalle $[(k-1)\delta\varphi; k\delta\varphi]$ d'angle central $\varphi(k) = (k-1/2)\delta\varphi$ où k est un entier naturel inférieur à $8N_{\delta\varphi}$ dans le cas d'un arrangement carré et inférieur à $12N_{\delta\varphi}$ dans le cas d'un arrangement triangulaire. Les intégrales de l'équation III.20 sont calculées comme des sommes discrètes par méthode de Monte Carlo. Un incrément $\cos(\varphi_r(k) - \varphi_0)$ est ajouté au numérateur de la fonction f pour chaque tir dans l'intervalle $\delta\varphi$ d'angle central $\varphi(i)$, qui conduit à une réflexion sur une paroi dans un angle de réflexion $\varphi_r(k)$:

$$f(\varphi(i), \varphi_r(k)) = \frac{\sum_{l=1}^n \cos(\varphi_l - \varphi_0(\mathbf{u}_{rl}, \varphi_l))}{\sum_{l=1}^n \cos(\varphi_l - \varphi_0(\mathbf{u}_{rl}, \varphi_l))} \quad (\text{A.7})$$

où n est le nombre de tir effectués dans le secteur angulaire $\delta\varphi(i)$.

A.4.2 Calcul de j

La fonction $j(\varphi, \varphi_r)d\Omega(\mathbf{u}(\varphi))$ est la probabilité qu'un rayon tiré dans un angle solide $d\Omega(\mathbf{u}(\varphi))$ soit diffusé dans un angle $d\Omega(\mathbf{u}_r(\varphi_r))$. Elle n'est utilisée qu'en réflexion spéculaire.

$$j(\varphi, \varphi_r) = \delta(\cos\theta_r - \cos\theta) \frac{1}{V_F} \int_{V_F / \cos(\varphi_r - \varphi_0(\mathbf{u}_r, \varphi)) > 0} \delta(\varphi_r + \varphi + \pi - 2\varphi_0(\mathbf{u}_r, \varphi)) d\mathbf{u}_r \quad (\text{A.8})$$

Pour chaque tir, l'angle de départ φ et la normale au point d'impact sont les mêmes que dans le paragraphe précédent. L'angle de réflexion φ_r suit la loi de réflexion spéculaire. Il est égal à $\varphi_0 - 2\varphi + \pi$. La valeur de φ_r calculée appartient à un intervalle $[(k-1)\delta\varphi; k\delta\varphi]$ d'angle central $\varphi(k) = (k-1/2)\delta\varphi$. Dans la méthode de Monte Carlo un incrément unitaire est appliqué au numérateur de $j(\varphi(i), \varphi_r(k))$ pour chaque tir correspondant au couple $(\varphi(i), \varphi_r(k))$.

Annexe B

Compléments sur l'expérience de Cox

L'expérience de Cox est une maquette qui vise à reproduire les transferts radiatifs dans un arrangement triangulaire de cylindres. Cependant des pertes thermiques et l'absence de nombreuses informations sur les conditions aux limites en limitent la portée. De plus ses dimensions réduites ne la rendent pas représentative de l'application considérée dans la fin de cette annexe. Certaines mesures ont dû être éliminées à cause d'incohérences. L'expérience est d'abord décrite, puis les pertes estimées. Une estimation d'ordre de grandeur limitée aux seuls transferts radiatifs a été menée à bien à partir des modèles développés dans cette thèse.

B.1 Détails de l'expérience de Cox

Le système étudié par Cox ((Cox76) et paragraphe III.2) est constitué d'un faisceau de cylindres parallèles arrangés en triangle sous vide. Les transferts de chaleur ne se font que par rayonnement. Le dispositif contient 217 tubes, dont 13 contiennent des thermocouples et les autres des résistances chauffantes. Ces tubes sont séparés par des fils spiralés. Les résistances font 1,2 m de long (voir tableau B.1). Les thermocouples peuvent glisser le long des axes des tubes.

L'absorptivité des crayons en acier *AISI317*, grossièrement estimée par Cox, est comprise entre 0,4 et 0,5. Ces valeurs laissent supposer une surface oxydée et à loi de réflexion quasi-isotrope. Cox a réalisé cinq expériences dont les paramètres sont définis dans les tableaux B.2 B.1. La porosité figurant dans ce tableau B.2 est calculée en négligeant la présence des fils hélicoïdaux. La puissance totale interne est la somme des puissances produites par chaque résistance chauffante. La température extérieure T_{ext} est la moyenne des quatre températures mesurées par des thermocouples fixés sur la paroi externe de l'enveloppe hexagonale contenant le faisceau de tubes. La température T_{int} est mesurée par le thermocouple central. Des incohérences sur la géométrie du deuxième système utilisé par Cox nous ont conduits à l'écartier pour la suite de l'étude. Chaque tube est numéroté de 1 à 217. Les figures B.1 représentent des résultats de l'expérience de Cox, avec les numéros des thermocouples correspondant aux mesures. La figure B.2 permet de situer ces thermocouples.

Sur les figures B.3, les mesures effectuées le long de l'axe du dispositif par les thermocouples

Tubes	
nombre	217
diamètre externe : D	0,00635
épaisseur de tubes	0,00041
écartement entre 2 axes de tubes voisins : P	0,00866
Rapport P/D	1,364
longueur	3,5
longueur chauffée	1,206
fils spiralés	
diamètre	0,0023
pas de la spirale	0,203
enveloppe	
écartement entre 2 cotés opposés de l'hexagone	0,131
épaisseur	0,0031

TAB. B.1 – Paramètres géométriques de l'expérience de Cox (dimension en m).

N°	P/D	Π	Pression($10^{-3}torr$)	Puissance totale interne	T_{ext}	T_{int}	
				W	$W m^{-2}$	K	K
1	1,364	0,513	20	458,7	500	699	
2			33	867,6	564	812	
3			50	474,8	516	702	

TAB. B.2 – Conditions de mesure de 3 expériences de Cox. P/D est le rapport de la distance entre axes au diamètre des cylindres.

1 et 155 sont présentées. Le profil de température axial (Oz) est quasi-parabolique.

La position $z(T_{max})$, qui correspond au maximum de chaque parabole ajustée, est distante de 2,9 à 5,5 cm de la section médiane du tronçon chauffé. Cet écart est petit compte tenu de la longueur du dispositif et du fait que le régime est stationnaire. Les températures mesurées par les thermocouples 170, 185, 196 et 209, qui se situent radialement au delà de 60,6 mm de l'axe du dispositif, ne sont pas prises en compte. En effet ces mesures sont proches de l'enveloppe de la grappe or le milieu modélisé doit être uniquement composé de cylindres. Par ailleurs, pour que la conductivité radiative soit applicable, le milieu doit être optiquement épais au sens de l'absorption, sur le volume représentatif choisi. Le volume élémentaire représentatif ne doit donc pas être soumis à un gradient de température important. Cette dernière condition sera discutée ultérieurement.

Remarque : La présence des fils peut être grossièrement prise en compte en augmentant le diamètre des tubes pour atteindre la porosité du système avec les fils spiralés. Dans ce modèle simpliste, l'influence éventuelle des fils spiralés se limite à une modification de porosité (0.513 sans les fils hélicoïdaux et 0.446 avec).

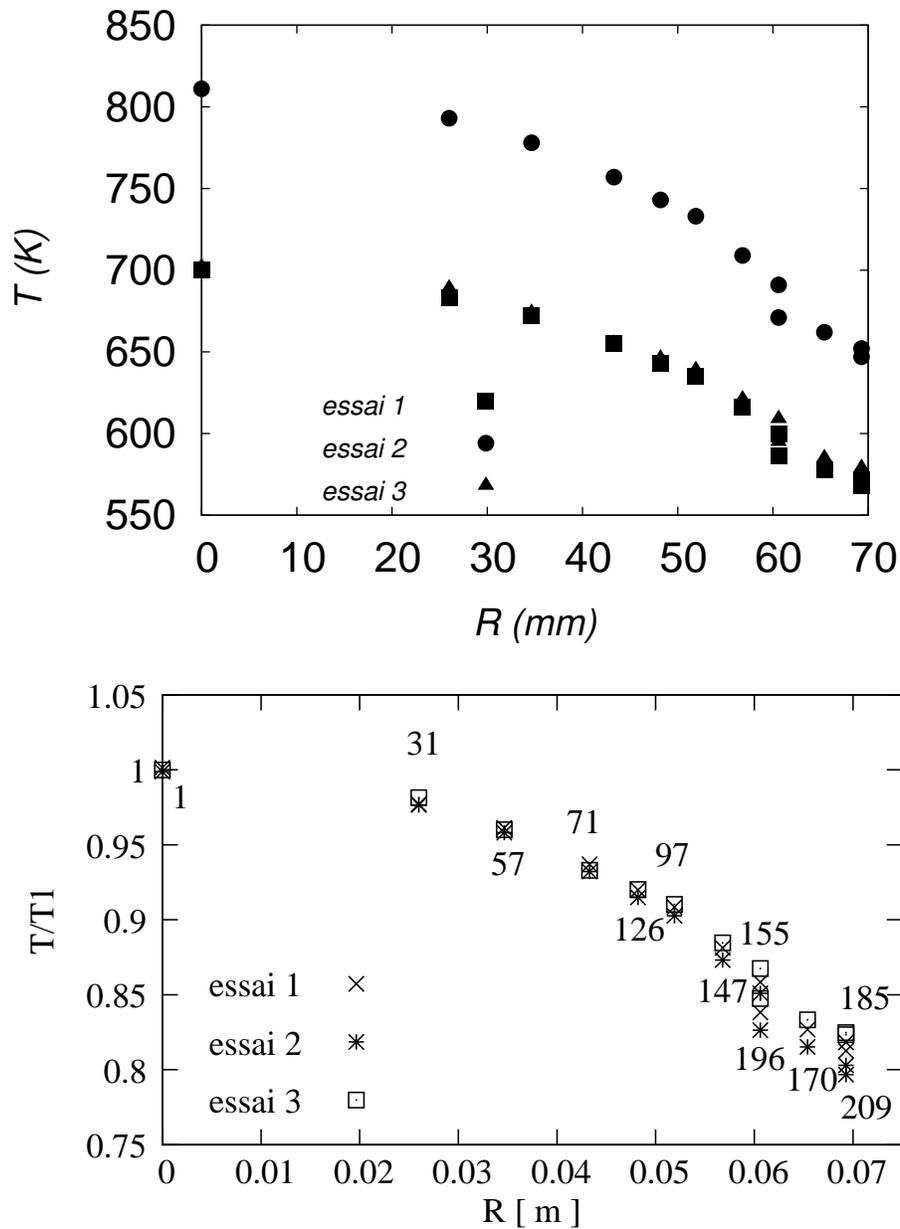


FIG. B.1 – Haut-Profil de température T en fonction du rayon R dans le montage de Cox pour les essais 1,2,3. Bas-La température est normalisée par la température maximale T_1 (en K) de chaque essai. Les numéros des thermocouples sont indiqués.

B.2 Détermination des pertes axiales

Le profil de température axial (axe oz) crée un flux de chaleur axial qu'il faut prendre en compte dans notre modèle. Un profil de température de la forme :

$$T(z) = a(r)z^2 + b(r)z + c(r) \quad (\text{B.1})$$

, où r est la position radiale dans le dispositif, a été ajusté avec une erreur relative de moins de 3% (figure B.3) pour chaque thermocouple. Le terme $a(r)$ est égale à $d^2T(r)/dz^2$.

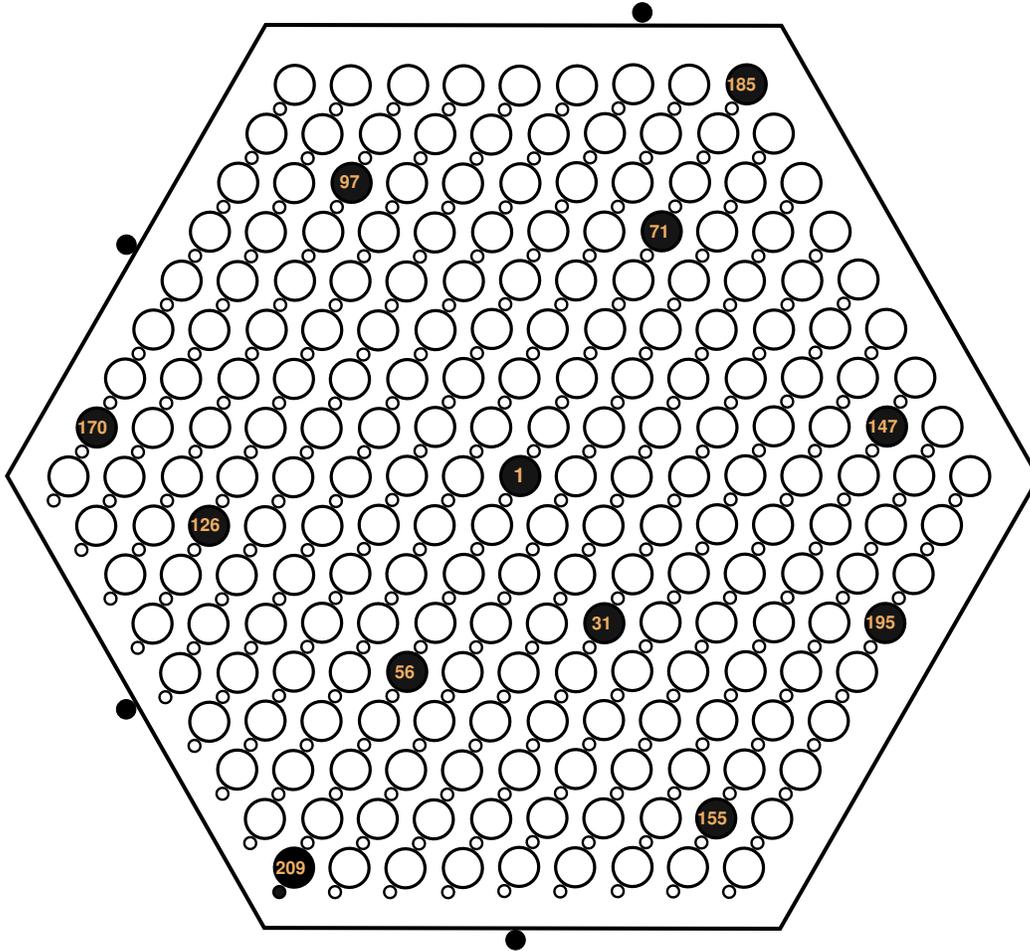


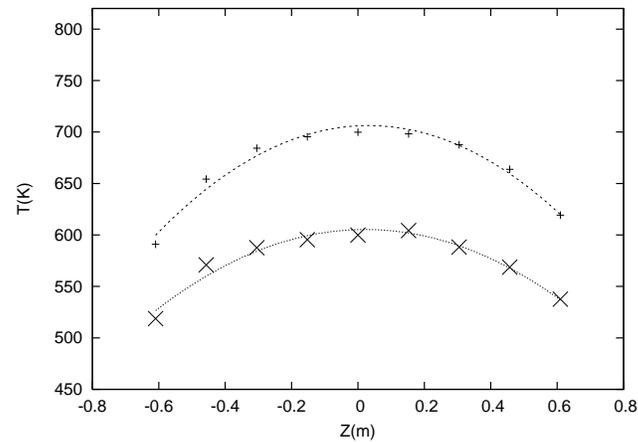
FIG. B.2 – Section droite du montage de Cox. Thermocouples externe ●, thermocouples internes ●, fils spiralés ○, barres chauffées ○, enveloppes en acier (ligne continue).

La conductivité radiative axiale pour une porosité de 0.513 et une température de 700 K est comprise entre 0,169 et 0,278 $Wm^{-1}K^{-1}$ et la conductivité de l'acier *AISI317* est de 21,5 $Wm^{-1}K^{-1}$. Les tubes d'acier représentent 17% de la section radiale du dispositif. Celle de la phase vide est de 41%. Le rapport de la plus petite résistance radiative à celle de l'acier, dans la direction axiale est de 25,6. Il est donc raisonnable, dans l'estimation des pertes axiales, de négliger le flux axial de chaleur lié à la conductivité radiative transmis dans la grappe. La puissance volumique dissipée axialement P_z s'écrit alors, en $z = 0$:

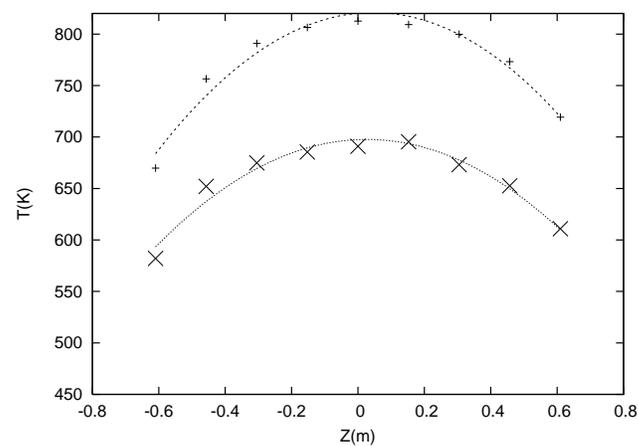
$$P_z(r, z = 0) = -\frac{\partial}{\partial z}(q_z^{cd}) = k_a \frac{d^2 T(r, z)}{dz^2} \quad (\text{B.2})$$

où $T(r, z)$ est la température du milieu à la position r . Comme le profil de température axiale est connu (B.1) on obtient :

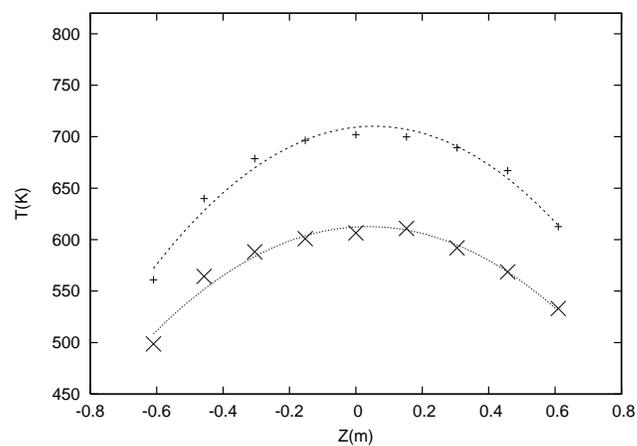
$$P_z(r) = 2k_a a(r) \quad (\text{B.3})$$



(a) Exp.1



(b) Exp.2



(c) Exp.3

FIG. B.3 – Températures issues des thermocouples 1 ($T(r = 0)$) au centre et 155 ($T(r = 60,6 \text{ mm})$) en fonction de leur position axiale z dans les expériences 1, 2 et 3 de Cox. ($T(1) > T(155)$). Une parabole est ajustée pour chaque profil.

La différence relative entre $a(r = 0)$ et $a(r = 60,6 \text{ mm})$ est de 11% à 24% selon les essais. Les pertes axiales sont plus importantes au centre qu'au bord du dispositif.

B.3 Expression du champ de température

Nous considérons, pour les transferts radiaux, une puissance volumique effective P^{eff} égale à :

$$P^{eff} = \frac{\mathcal{P}_0(1 - \Pi)}{Nh_c\pi R^2} - \bar{P}_z \quad (\text{B.4})$$

où R est le rayon des tubes, N est le nombre total de tubes du faisceau, h_c est la hauteur chauffée, \mathcal{P}_0 est la puissance totale du dispositif et Π est la porosité du dispositif. L'effet, dans ce milieu poreux non consolidé, des tubes non jointifs sur le transfert de chaleur est négligé en première approximation. Seuls les transferts radiatifs sont pris en compte.

L'estimation d'ordre de grandeur ici associée à un milieu homogène de conductivité radiative équivalente k^R , introduite dans le paragraphe III.3, proportionnelle à la porosité Π du milieu. Les approximations faites sont que :

- Le rôle de court-circuit thermique local des tubes en acier est négligé. Les tubes sont au contraire considérés comme non conducteurs.
- La puissance effective P_{eff} est dissipée dans tout le volume.

Soit une tranche de cylindre de rayon r , d'épaisseur dr et de conductivité radiative équivalente k^R soumise à une puissance volumique uniforme P^{eff} . Un bilan du flux en régime stationnaire avec des isothermes coaxiales donne :

$$P^{eff} r dr 2\pi dz + \Phi^{cd}(r) r 2\pi dz - \Phi^{cd}(r + dr)(r + dr) 2\pi dz = 0 \quad (\text{B.5})$$

En considérant que la température en $r = R_1$ est T_1 , où R_1 est le rayon du tube centrale du dispositif, on peut écrire k^R de la façon suivante :

$$k^R(T) = k_1^R \left(\frac{T}{T_1} \right)^3 \quad (\text{B.6})$$

où $k_0^R = k^R(T_1)$. Compte tenu du fait que les conditions aux limites sur l'enveloppe externe sont mal connues, on considère qu'en $r = R_1$:

- La température T_1 est imposée.
- Le flux échangé est nul par symétrie.

Le champ de température est de la forme :

$$\theta^4 = 1 - \frac{P^{eff} R_1^2}{k_1^R T_1} \left[2 \ln \left(\frac{r}{R_1} \right) - \left(\frac{r}{R_1} \right)^2 + 1 \right] \quad (\text{B.7})$$

où $\theta = T/T_1$.

Les profils de température mesurés sont comparés avec les profils calculés à partir de l'équation B.7 sur la figure B.4. Il apparaît que l'influence de l'absorptivité est faible.

La différence entre le modèle et l'expérience peut en partie s'expliquer par la présence de fils espaceurs qui n'ont pas été pris en compte.

Mais il est surtout important de remarquer que pour une porosité de 0,513 le coefficient d'absorption est de $0,17 \text{ mm}^{-1}$. Pour pouvoir appliquer le modèle de conductivité radiative, la taille caractéristique d'un volume élémentaire représentatif de ce milieu doit être

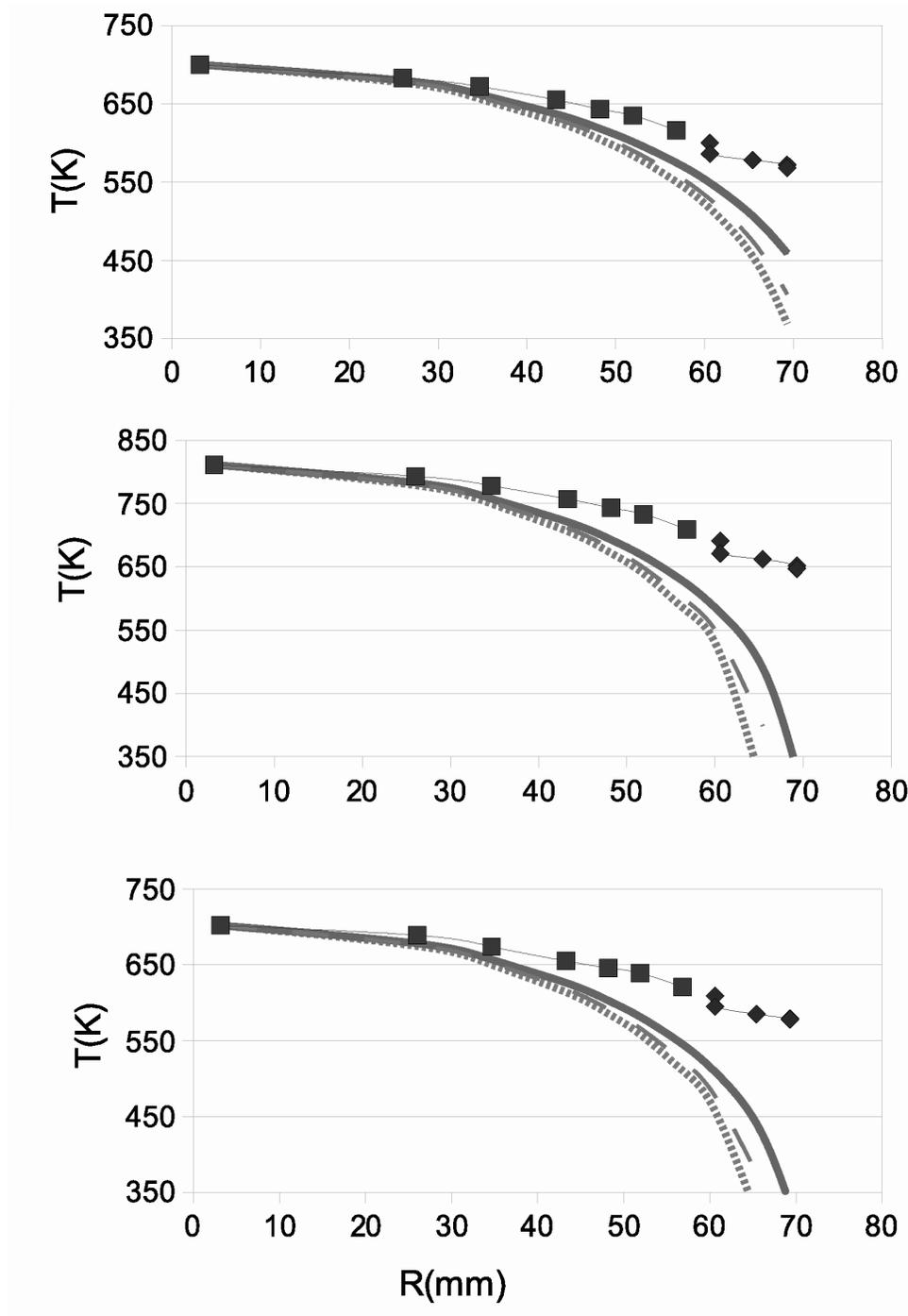


FIG. B.4 – Température mesurée en des points discrets des 3 expériences de Cox en fonction de la distance à l'axe (■ au coeur du faisceau et ◆ en vis à vis de l'enveloppe de l'assemblage). Solutions analytiques du modèle de l'équation B.7. Loi de réflexion diffuse, $\alpha_v^h = 0,444$ (traits pointillés longs), $\alpha_v^h = 0,666$ (trait continu) et une loi de réflexion spéculaire, $\alpha_v^h = 0,555$ (traits pointillés courts). $\Pi = 0,513$.

supérieure à cinq fois l'inverse du coefficient d'absorption soit environ 3 cm. Or le rayon total du système est de 7 cm et les variations radiales de température se font sur une échelle de quelques mm (voir B.4). Ces variations croissent avec la distance à l'axe du système.

Ceci explique l'écart entre l'expérience et le calcul en fonction du rayon. Néanmoins la modélisation réalisée est applicable à un milieu plus étendu comme un cœur de réacteur nucléaire.

Annexe C

Calibration des tomographies

La calibration des tomographies permet de situer l'interface solide/fluide dans l'image tomographique du milieu. Les tomographies disponibles ont été converties en échelle de masse volumique du milieu. La résolution spatiale des tomographies est de $0,24\text{ mm}$ ce qui permet de situer une interface avec une précision d'au moins $0,48\text{ mm}$. Le fluide (air) a une masse volumique négligeable ($2.2.10^{-3}\text{ g/cm}^3$) par rapport à celle des phases solides de masse volumique comprise entre $5,5\text{ g/cm}^3$ (oxyde de zircaloy Z_r) et $9,5 \pm 0,5\text{ g/cm}^3$ (thorine ThO_2). La résolution en densité des tomographies est de l'ordre de $0,5\text{ g/cm}^3$.

Pour déterminer le seuil de masse volumique permettant de localiser l'interface, le coefficient d'extinction β_{ref} , obtenu (voir partie III) dans un milieu virtuel composé de tubes intacts disposés en carré pour une porosité de 0.56, est pris comme référence. Une tomographie de la grappe intacte a été modifiée pour être comparable au milieu virtuel composé de tubes parallèles identiques. La barre absorbante ($D = 12\text{ mm}$), au centre de la tomographie, a été substituée par un crayon de combustible intact ($D = 9,5\text{ mm}$). Le coefficient d'extinction de cette tomographie β_{intact} est calculé en appliquant la méthode RDFI.

Sur la figure C.1, le produit du coefficient d'extinction par un diamètre de crayon intact est tracé en fonction du seuil qui fixe l'interface. Le seuil pour lequel le produit $\beta_{intact}D$ est égal à $\beta_{ref}D$ est de $2,01\text{ g/cm}^3$ (Figure C.1). La porosité de la tomographie, obtenue avec ce seuil, est de 0,55. L'erreur relative par rapport à la valeur exacte, qui est de 0,563, est de 2,3%. Cette erreur est acceptable puisqu'elle est du même ordre de grandeur que les erreurs d'identification du coefficient d'extinction ($\epsilon_\beta = 0,026$ pour le cas exact et 0,043 pour la tomographie).

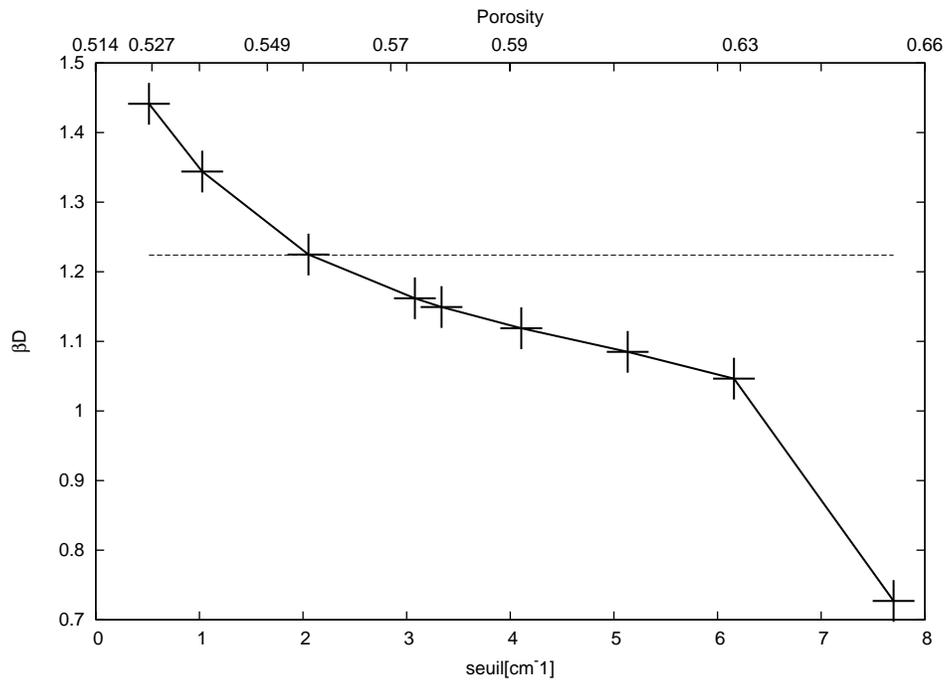


FIG. C.1 – Variation du produit du coefficient d'extinction β_{intact} par le diamètre $D = 9,5$ mm des cylindres pour différents seuils de masse volumique sur une tomographie de FPT1 intact(+).

Annexe D

Zones d'étude en trois dimensions

Cette annexe, relative au paragraphe IV.3.2, traite du milieu tridimensionnel créé à partir des tomographies bidimensionnelles de la grappe de crayons de combustible dégradés FPT1. Seules certaines zones ont été étudiées avec la méthode RDFI dans le chapitre 4. Les critères du choix de ces zones sont expliqués. La méthode employée pour générer le milieu tridimensionnel est ensuite détaillée. La méthode RDFI a été appliquée dans des zones de tir annulaires. Les directions des tirs dans ce type de zone de tir sont finalement détaillées.

D.1 Choix des zones d'étude en trois dimensions

Dans notre modèle, la conductivité radiative dans un cœur dégradé est inversement proportionnelle au coefficient d'extinction adimensionné (voir équations III.35 et IV.17), à la surface spécifique par unité de volume fluide et proportionnelle à la porosité. Il est donc important de bien connaître les états locaux de porosité et de surface spécifique dans le milieu. Les parties du milieu se situant à moins de 5 mm de la paroi de l'enveloppe externe n'ont pas une porosité représentative. Elles sont donc exclues. Dans un premier temps les propriétés d'une tomographie du dispositif intact sont étudiées pour différents rayons de la zone centrale. Ensuite, les propriétés de la grappe FPT1 sont tracées en fonction de la position axiale des tronçons et de la zone, pour différents rayons de zone. Enfin, les zones d'études sont classées en fonction de la variation de ces propriétés.

D.1.1 Représentativité des zones de tir dans la grappe intacte

L'objectif est de choisir des zones d'étude et de tir de rayon R représentatives. Dans une tomographie de la grappe FPT1 intacte, une zone centrale est définie par un rayon R et une zone annulaire est définie par les rayons R et $R_2 > R$. Sur les figures D.1 et D.2 la porosité et la surface spécifique de la grappe intacte sont tracées pour les zones centrales et annulaires en fonction de R . Le grand rayon de la zone annulaire est fixé à $R_2 = 27.5 \text{ mm}$.

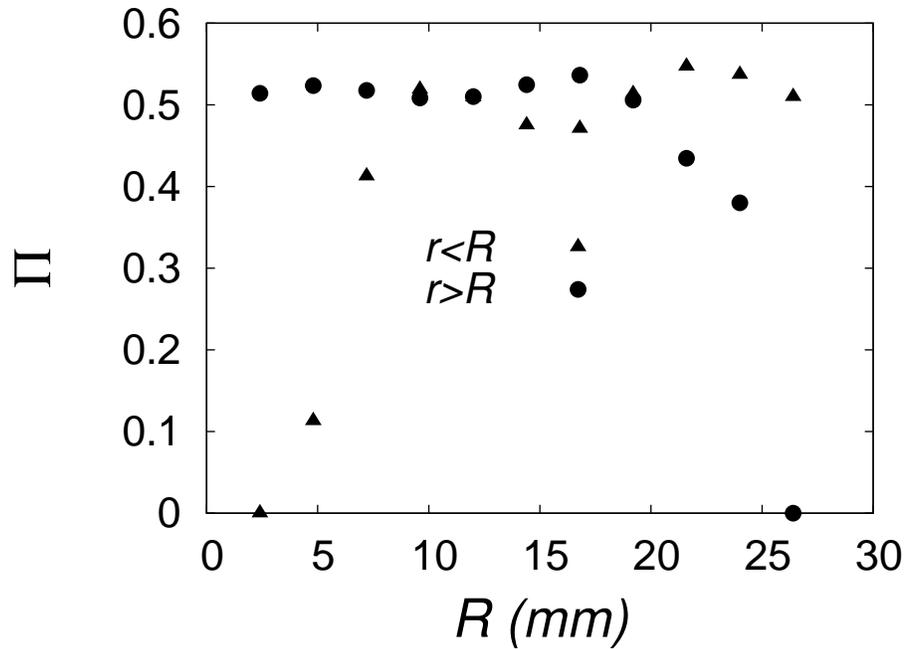


FIG. D.1 – Porosité Π des zones centrale de rayon R et annulaire de rayon compris entre R et $R_2 = 27.5$ mm.

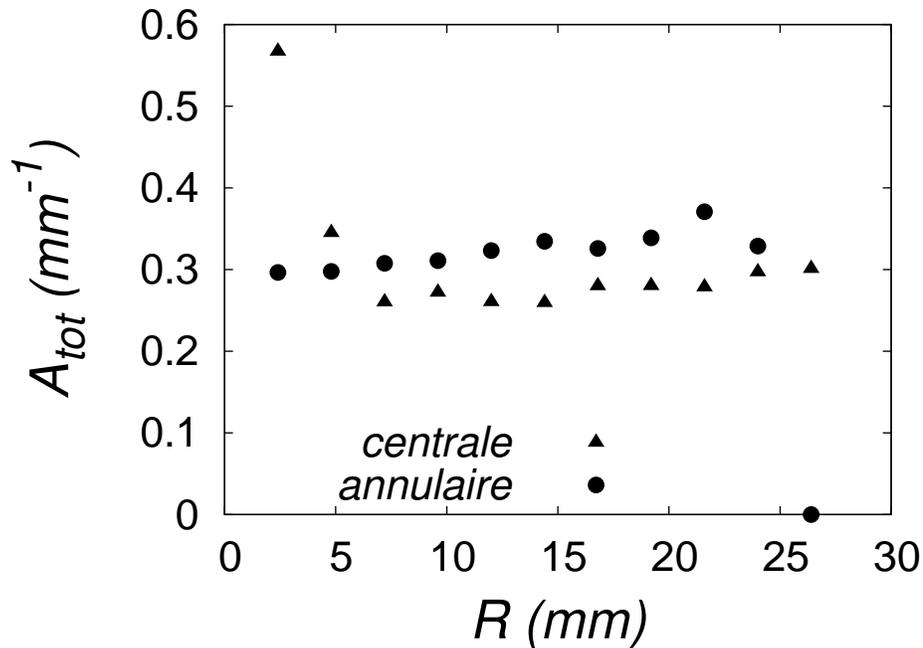


FIG. D.2 – Surface spécifique A_{tot} des zones centrale de rayon R et annulaire de rayon compris entre R et $R_2 = 27.5$ mm.

On observe que Π et A_{tot} varient continuellement avec R et qu'elles sont très différentes pour des valeurs de R proches de 0 pour la zone centrale et proches de R_2 pour la zone annulaire. Les valeurs de la porosité ou de la surface spécifique sont égales dans la zone centrale pour $R = R_2$ et dans la zone annulaire pour $R = 0$. Les valeurs de Π et A_{tot}

sont proches pour une même valeur de R quand chacune des zones est suffisamment grande ($R \in [10; 20 \text{ mm}]$). Un rayon intermédiaire peut donc être choisi qui divise la tomographie en deux zones représentatives de même propriétés locales. Il est choisi de sorte que le cercle de rayon $R = 13,7 \text{ mm}$ ait la même surface que le carré de côté $2P$ (P est le pas entre cylindres).

Le dispositif intact a une porosité de 0,56 et une surface spécifique de $0,32 \text{ mm}^{-1}$. Le coefficient d'extinction global, de la grappe intacte, est égal à 0.15 mm^{-1} pour une erreur d'identification de 0,05.

D.1.2 Propriétés de la grappe dégradée

Les propriétés de la grappe sont étudiées tomographie par tomographie en séparant la zone centrale de la zone annulaire. Les figures D.4 et D.3 montrent la porosité et la surface spécifique de la grappe FPT1 en fonction du niveau BFC¹ pour la zone centrale et la zone annulaire.

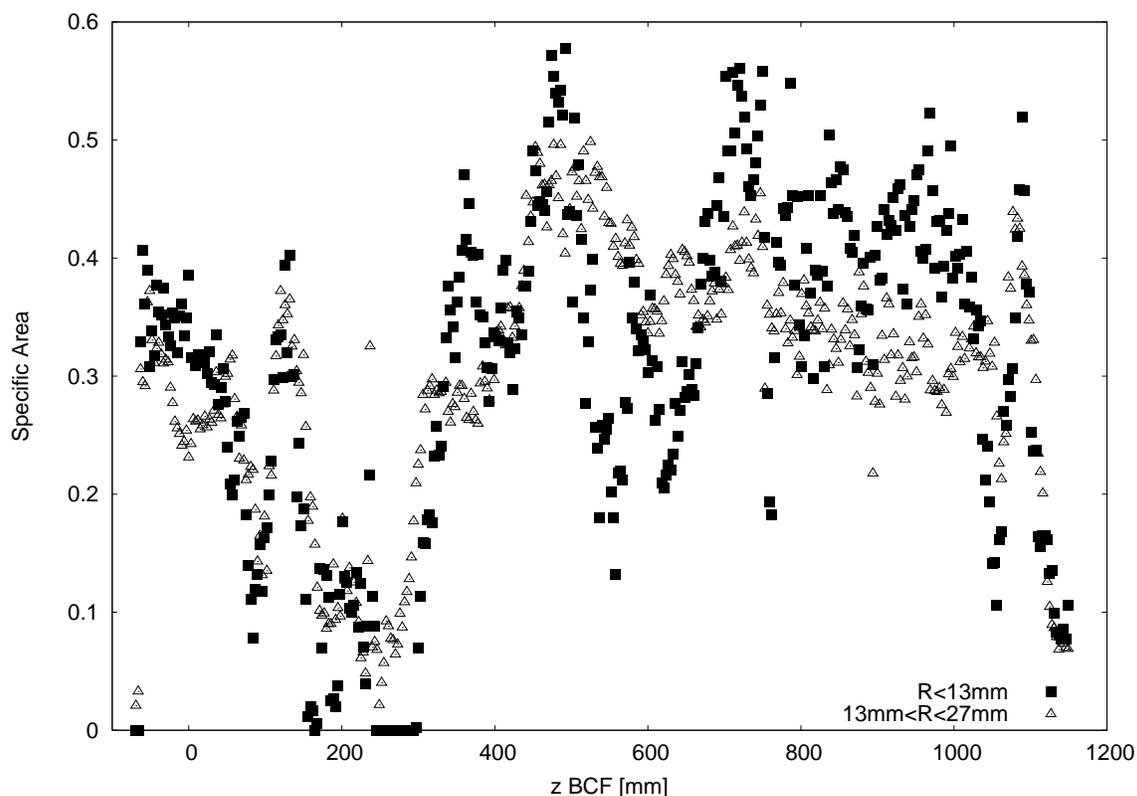


FIG. D.3 – Surface spécifique de la grappe FPT1 en fonction de la position axiale pour la zone centrale ($R \leq 13,7 \text{ mm}$) et la zone annulaire ($13,7 < R \leq 27,4 \text{ mm}$).

Des tronçons où la porosité varie peu avec la position sont définies à partir de ces données. Les figures D.5 à D.22 présentent la porosité Π et la surface spécifique A_{tot} de chaque tronçon.

¹BFC : Bottom of Fissil Column. C'est le bas des crayons de combustible qui est pris comme repère pour situer la position axiale des tomographies.

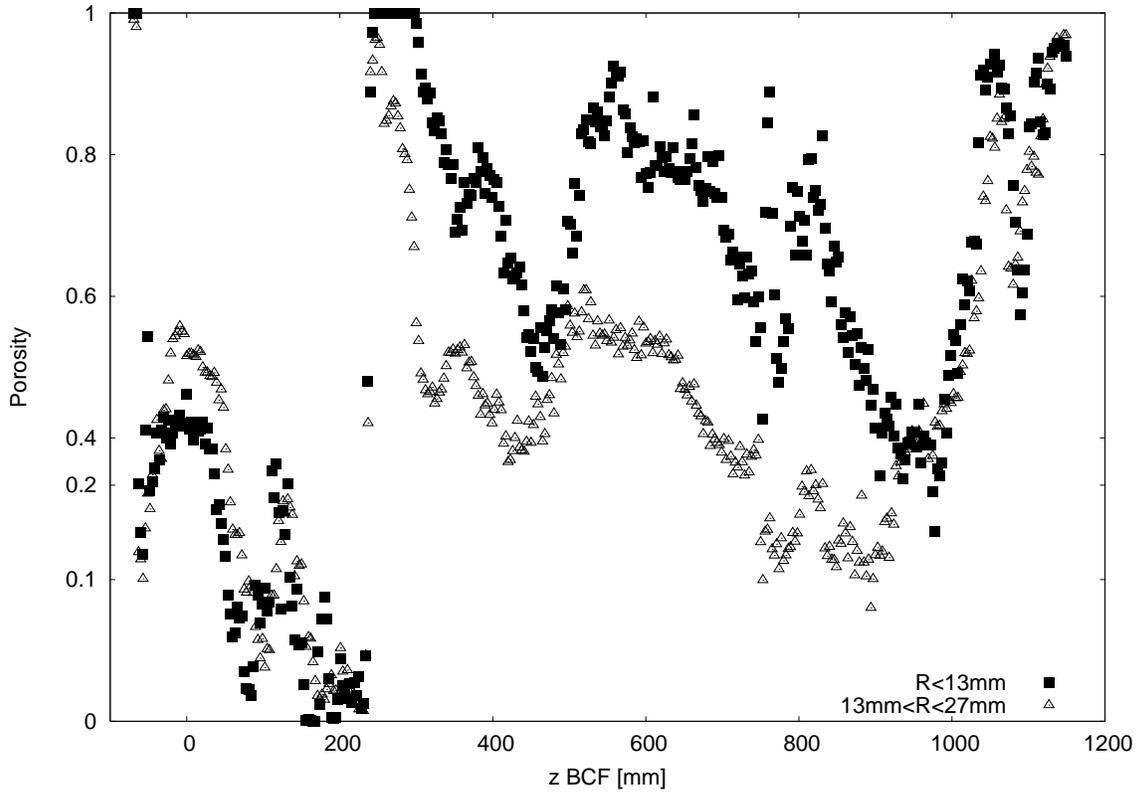


FIG. D.4 – Porosité de la grappe FPT1 en fonction de la position axiale pour la zone centrale ($R \leq 13,7\text{mm}$) et la zone annulaire ($13,7 < R \leq 27,4\text{mm}$).

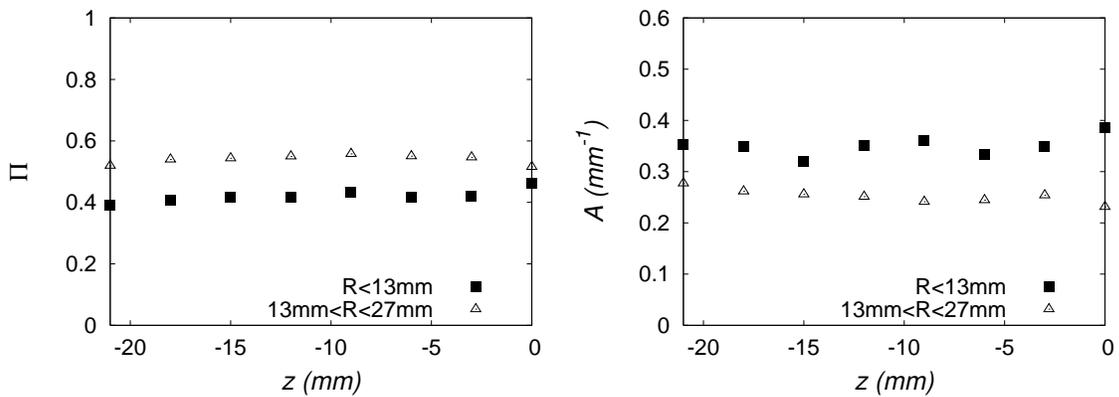


FIG. D.5 – Tronçon a01 compris entre -21 et 0 mm BCF.

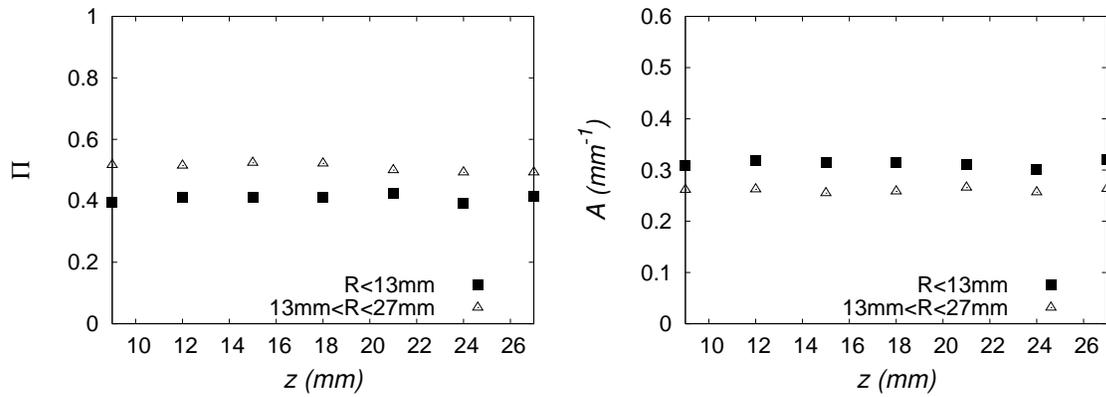


FIG. D.6 – Tronçon a02 compris entre 9 et 27 mm BCF.

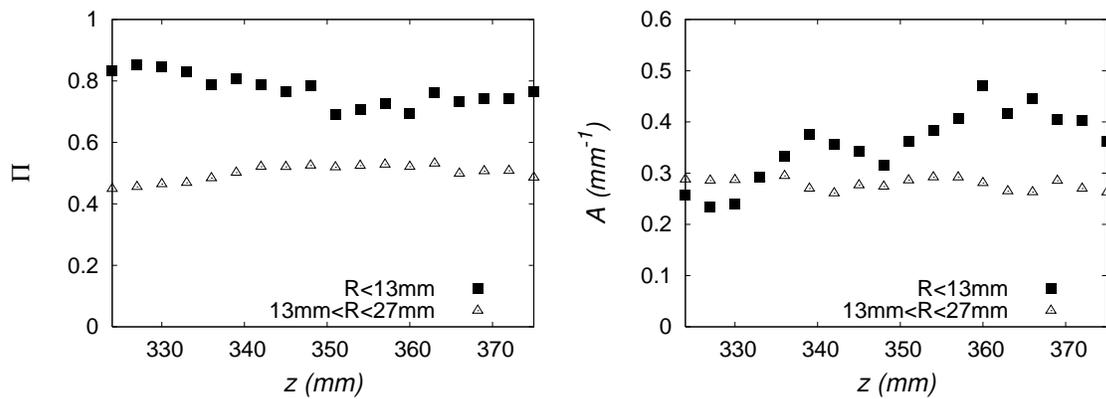


FIG. D.7 – Tronçon a03 compris entre 324 et 375 mm BCF.

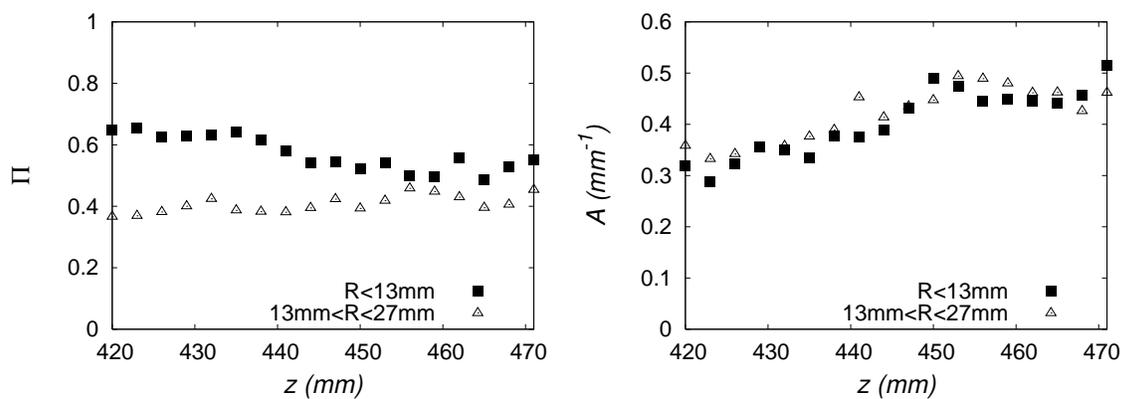


FIG. D.8 – Tronçon a04 compris entre 420 et 471 mm BCF.

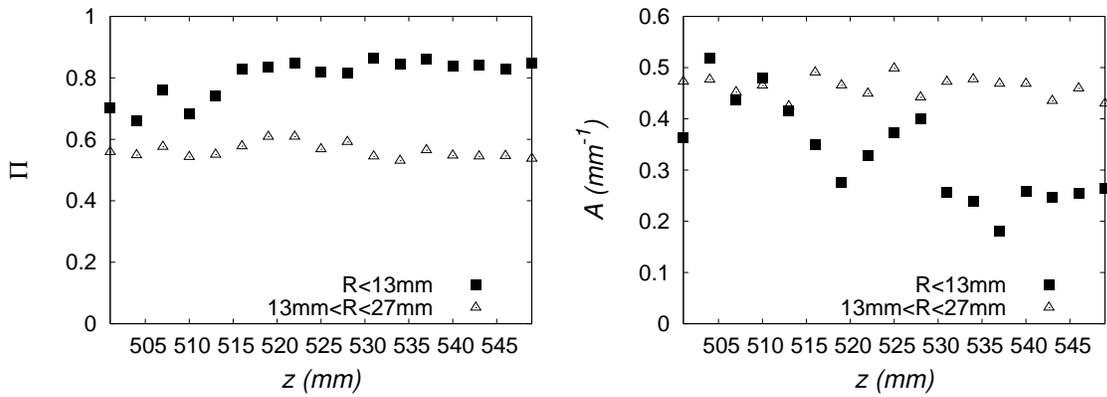


FIG. D.9 – Tronçon a05 compris entre 501 et 549 mm BCF.

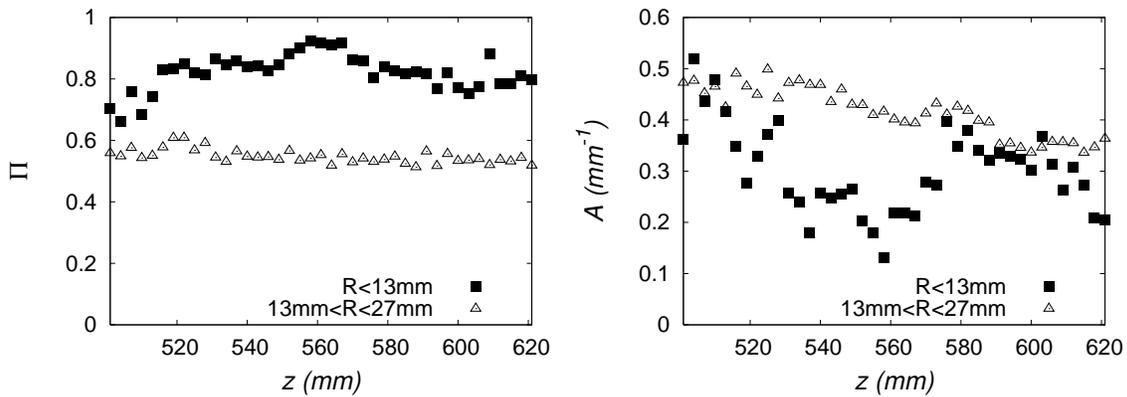


FIG. D.10 – Tronçon a06 compris entre 501 et 621 mm BCF.

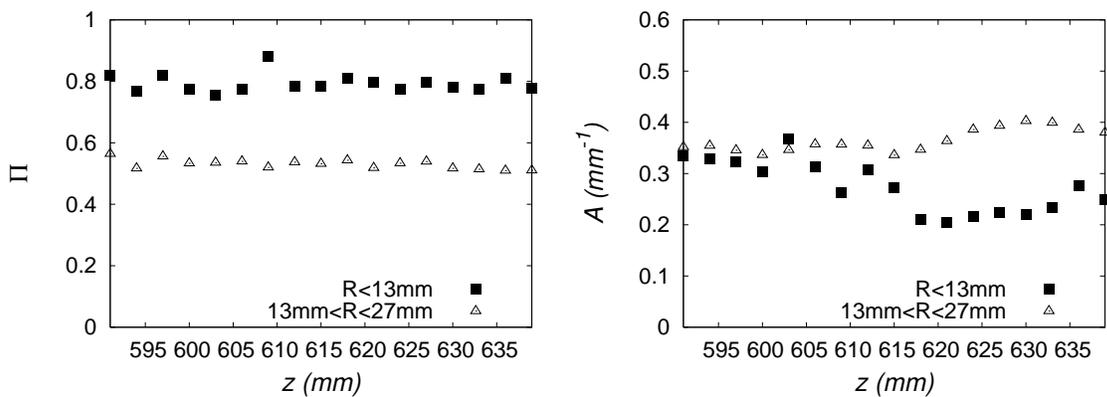


FIG. D.11 – Tronçon a07 compris entre 591 et 639 mm BCF.

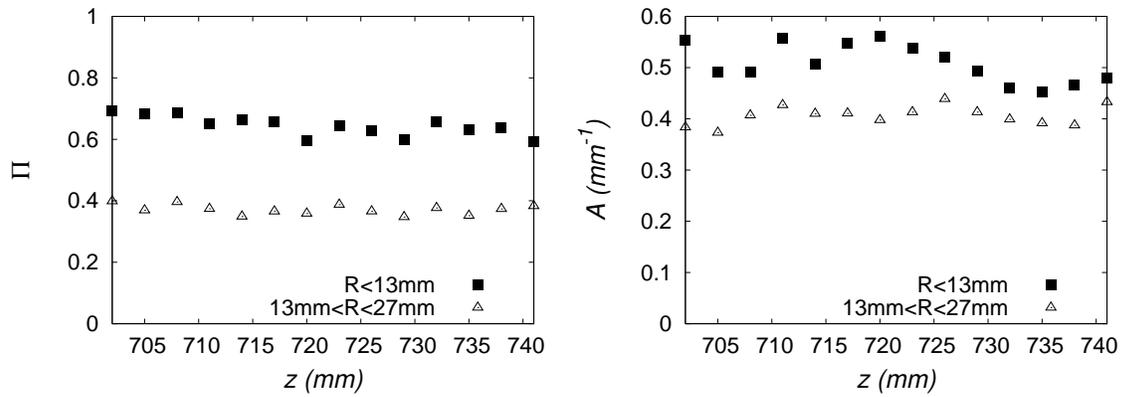


FIG. D.12 – Tronçon a08 compris entre 702 et 741 mm BCF.

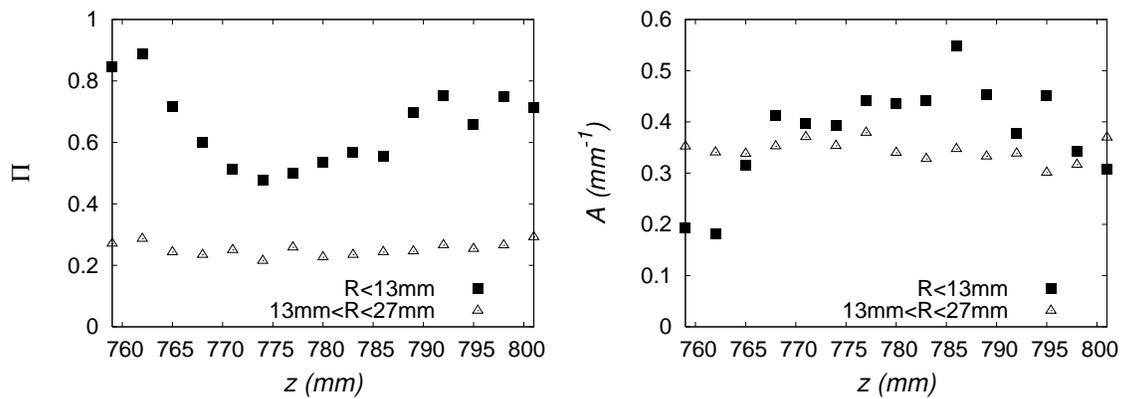


FIG. D.13 – Tronçon a09 compris entre 759 et 801 mm BCF.

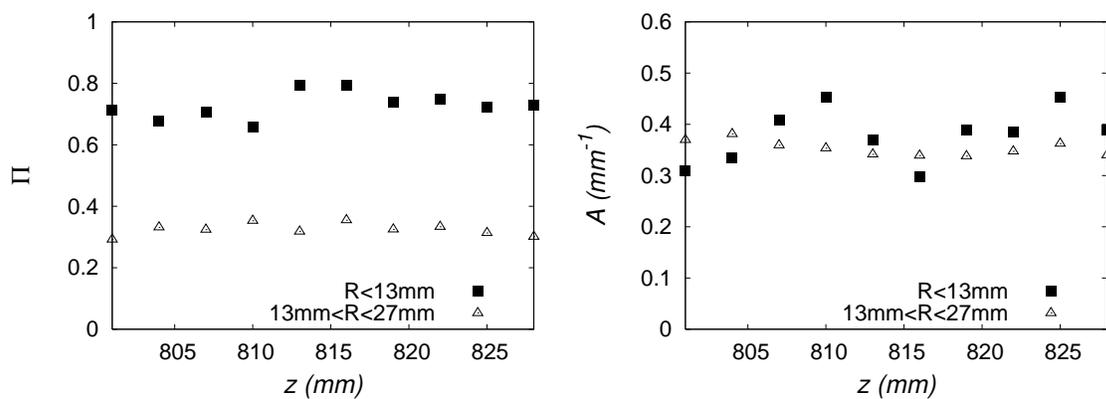


FIG. D.14 – Tronçon a10 compris entre 801 et 828 mm BCF.

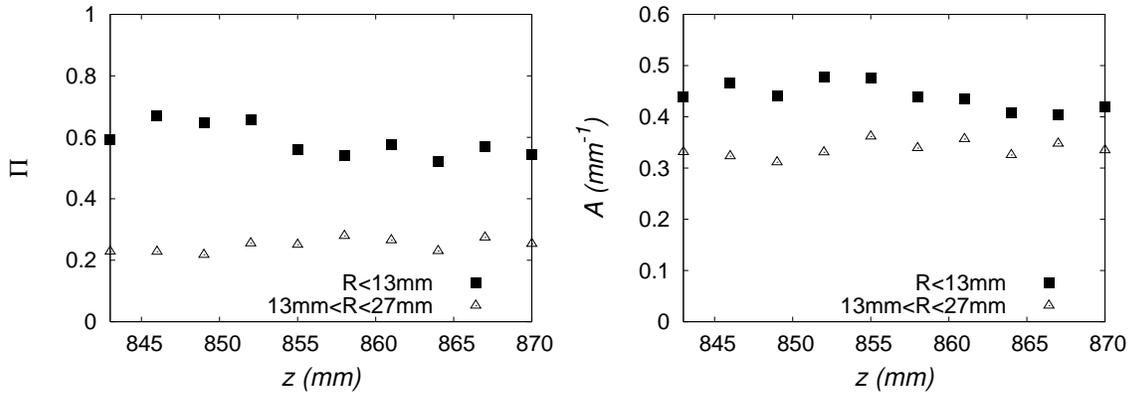


FIG. D.15 – Tronçon a11 compris entre 843 et 870 mm BCF.

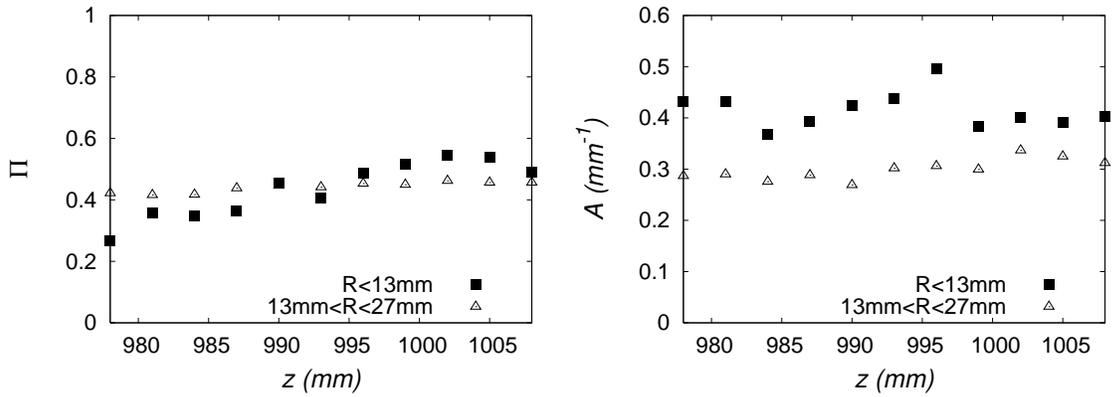


FIG. D.16 – Tronçon a12 compris entre 978 et 1008 mm BCF.

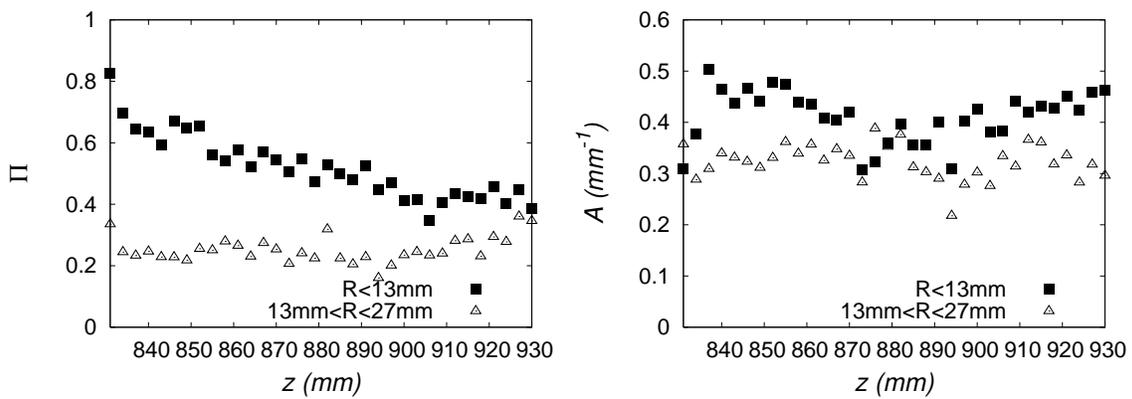


FIG. D.17 – Tronçon a14 compris entre 831 et 930 mm BCF.

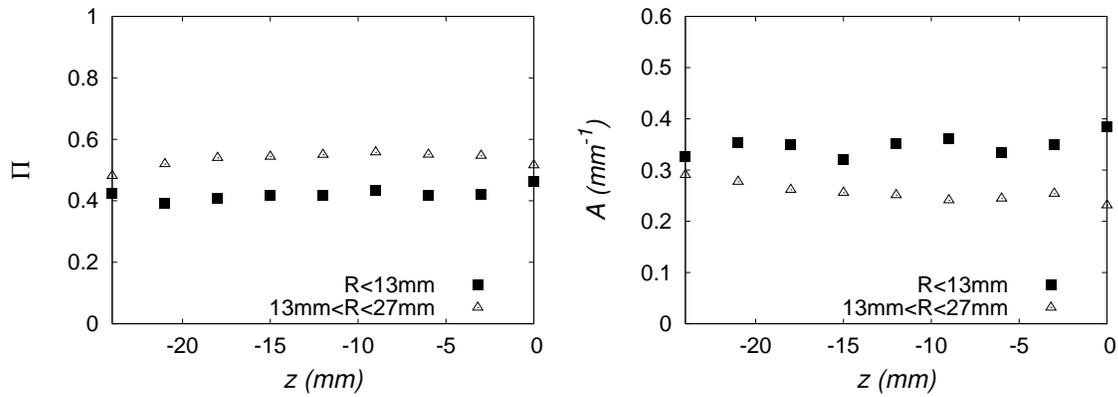


FIG. D.18 – Tronçon c01 compris entre -24 et 0 mm BCF.

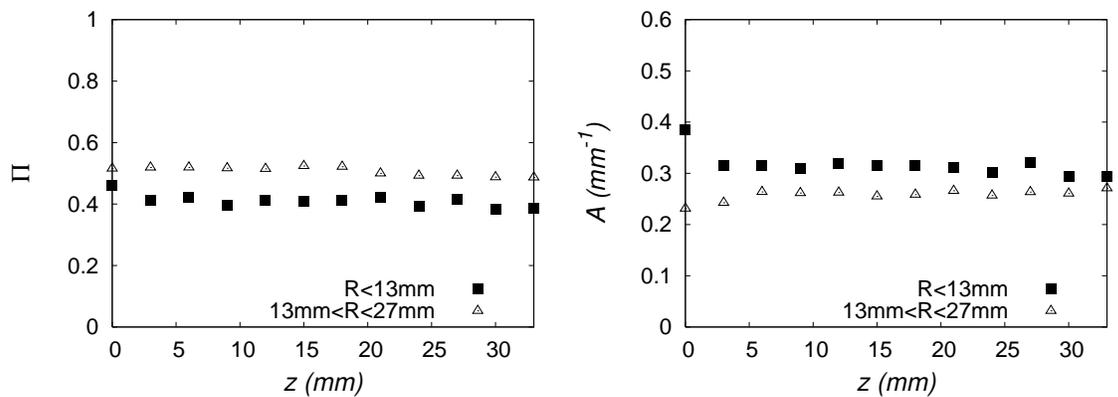


FIG. D.19 – Tronçon c02 compris entre 0 et 33 mm BCF.

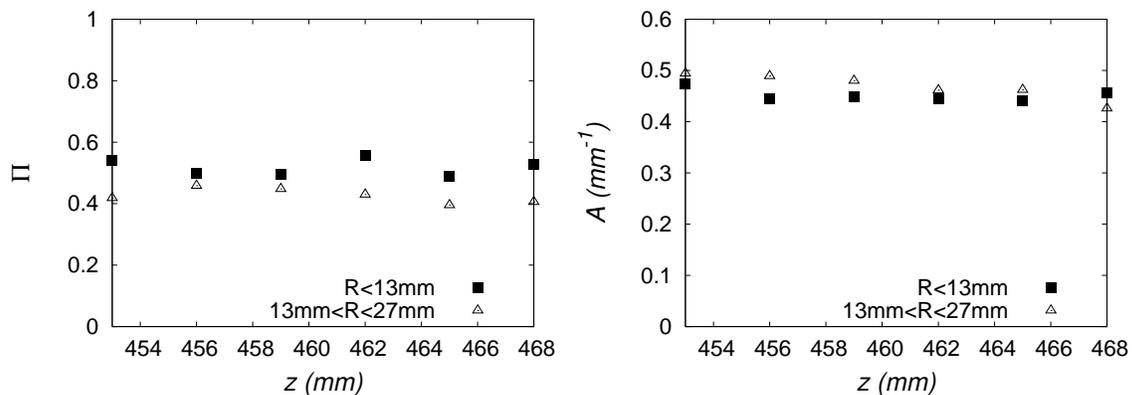


FIG. D.20 – Tronçon c04 compris entre 453 et 468 mm BCF.

Une coupe radiale au niveau de la zone de tir, comprise entre $z = 0$ et $z = 10$ mm est effectuée pour chaque tronçon sur la figure D.23.

Une porosité et une surface spécifique, moyennes, ainsi que des écarts types à ces moyennes sont calculés pour à chaque tronçon. Ces zones sont définies dans le tableau D.1.

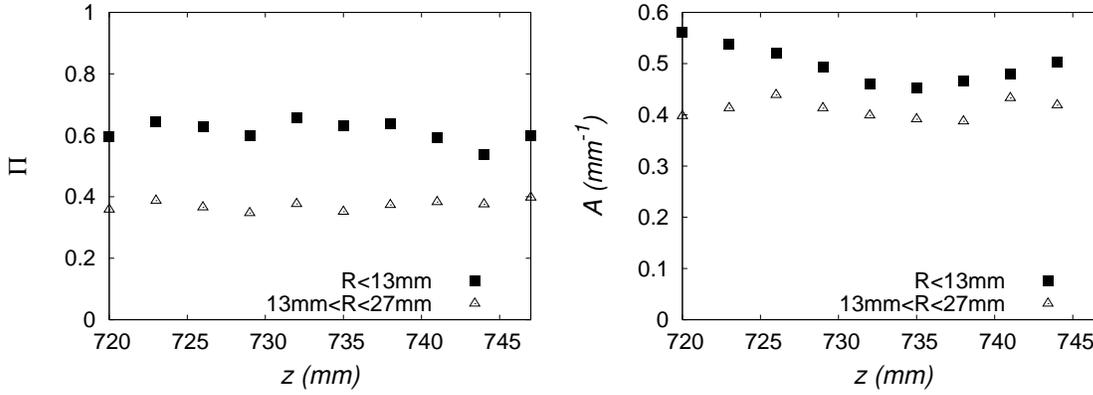


FIG. D.21 – Tronçon c07 compris entre 720 et 747 mm BCF.

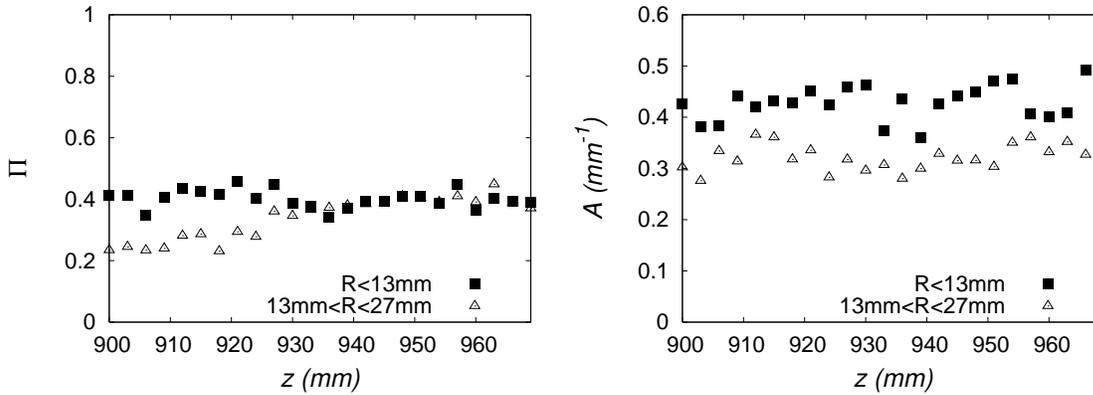


FIG. D.22 – Tronçon c08 entre 900 et 969 mm BCF.

TAB. D.1 – Parametres des tronçons étudiés. z_{min} et z_{max} (mm) : positions des limites inférieures et supérieures des tronçons le long de l'axe z ; $\bar{\Pi}$: porosité moyenne; σ_{Π} : Ecart type de la porosité moyenne; \bar{A} : Surface spécifique moyenne; σ_A : Ecart type de la surface spécifique moyenne; n : nombre de fois qu'une séquence est reproduite dans un tronçon.

Studied zones	c01	c02	c03	c04	c05	a01	a02	a03	a04	a05	a06	a07	a08	a09	a10	a11	a12	a13
z_{min} (mm)	-24	0	453	720	900	-21	9	324	420	501	501	591	702	759	801	843	978	831
z_{max} (mm)	0	33	468	747	969	0	27	375	471	549	621	639	741	801	828	870	1008	930
$\bar{\Pi}$	0.421	0.410	0.518	0.612	0.401	0.540	0.509	0.500	0.406	0.561	0.547	0.531	0.371	0.252	0.324	0.248	0.442	0.252
σ_{Π}	0.019	0.021	0.028	0.035	0.030	0.015	0.014	0.027	0.028	0.024	0.022	0.016	0.016	0.021	0.020	0.021	0.017	0.043
\bar{A} (mm^{-1})	0.348	0.316	0.451	0.500	0.432	0.252	0.260	0.279	0.418	0.462	0.415	0.364	0.406	0.344	0.353	0.336	0.299	0.322
σ_A	0.020	0.024	0.012	0.036	0.038	0.014	0.004	0.011	0.054	0.021	0.048	0.022	0.019	0.021	0.015	0.015	0.020	0.035
n	3	2	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
β_{ref} (mm) $^{-1}$	0.192	0.197	0.191	0.122	0.187	0.089	0.103	0.100	0.159	0.122	0.106	0.115	0.160	0.068	0.140	0.091	0.103	0.09
ϵ_{β} (mm) $^{-1}$	0.117	0.146	0.029	0.089	0.181	0.021	0.035	0.054	0.169	0.064	0.047	0.080	0.207	0.139	0.196	0.189	0.103	0.16

D.2 Interpolation linéaire du milieu

Chaque image expérimentale se présente comme une matrice de 520 pixels représentant des coupes radiales espacées de 3 mm. La partie utile d'une tomographie, d'un diamètre de 34,8 mm se limite à une zone inférieure à 290 pixels. Pour obtenir une matrice 3D de la grappe

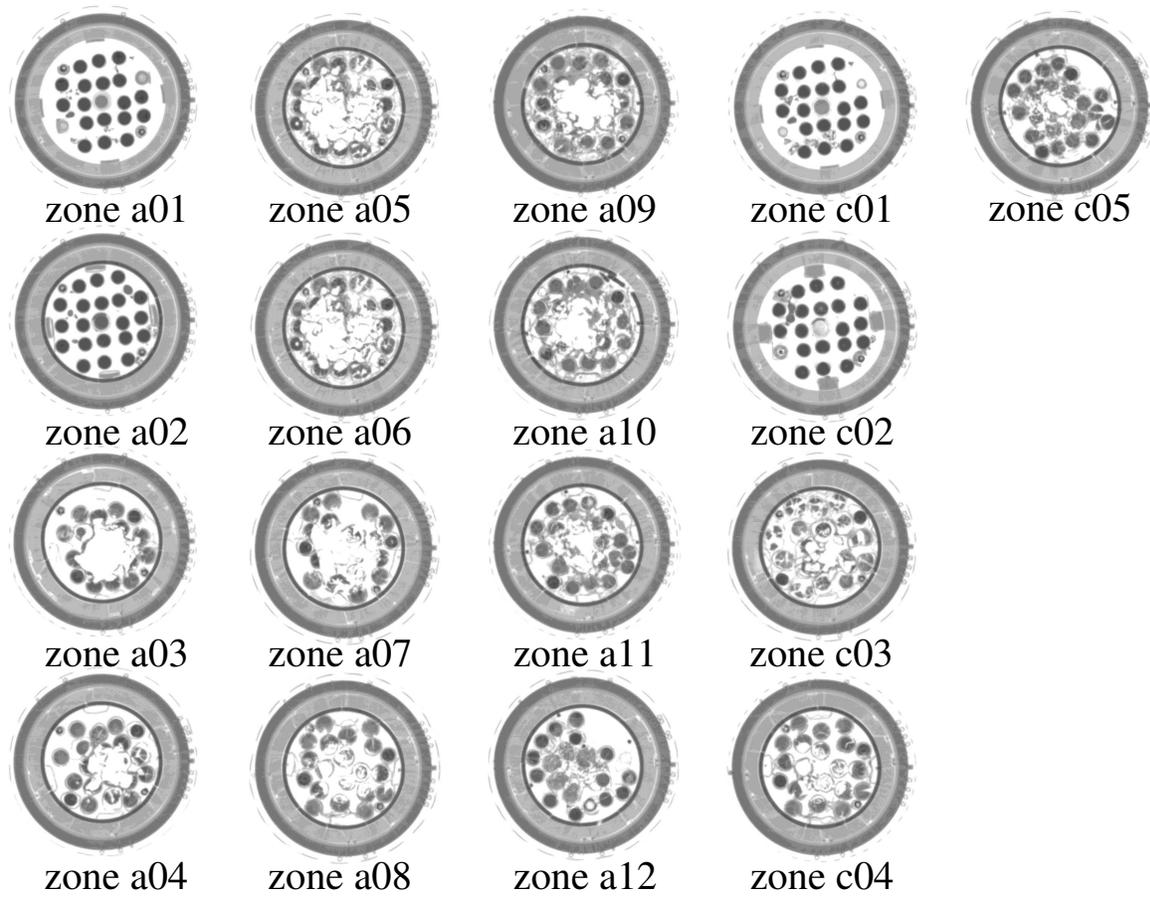
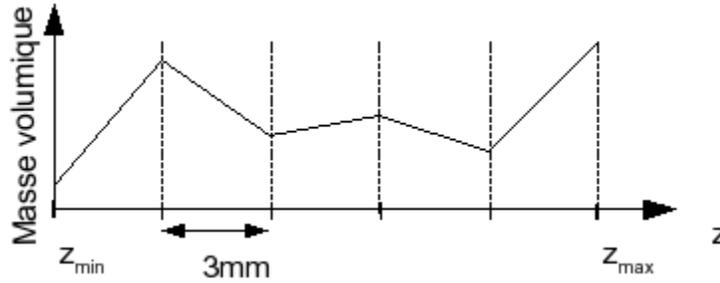
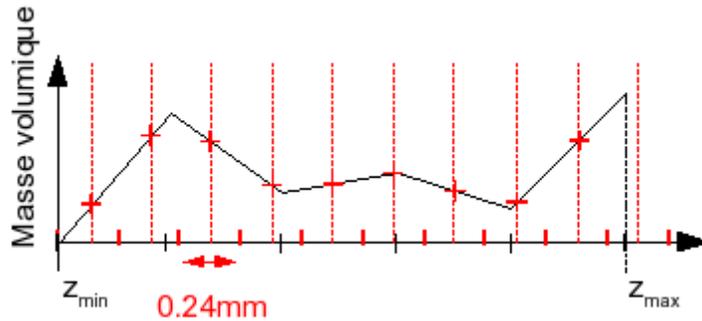


FIG. D.23 – Tomographies situées dans la zone de tir des zones d'étude 3D.

à l'aide de voxels cubiques, il est nécessaire d'interpoler les coupes radiales. L'épaisseur de chaque tomographie est inférieure à un demi-millimètre et provient de la précision de collimation de la nappe de rayons gamma (voir annexe H). Elle est suffisamment petite par rapport à la distance entre les tomographies pour être négligée. La méthode employée consiste à considérer les tomographies comme infiniment minces (comme le montre la figure D.24-a), puis à interpoler la valeur d'intensité entre les sections pour chaque voxel. Une discrétisation spatiale quelconque peut ensuite être appliquée à ce champ d'intensité. Cette nouvelle discrétisation permet de créer des voxels cubiques dont la valeur de l'intensité est celle du champ interpolé se situant au centre du voxel comme le montre la figure D.24-b.



(a)



(b)

FIG. D.24 – *a) Masse volumique d'un voxel de coordonnées (x, y) en fonction de la position axiale z . Une tomographie placée par graduations. b) superposition du maillage 3D dont le niveau du milieu des mailles est le trait en pointillés.*

Les voxels ainsi créés sont cubiques de côté $0,24\text{ mm}$. Leur dimension est imposée égale à $0,24\text{ mm}$ dans la direction axiale pour obtenir des voxels cubiques. Si le centre du dernier voxel (de la dernière couche) dépasse la position de la dernière tomographie alors cette couche est exclue. L'erreur sur la position axiale est de moins d'un demi-dixième de la distance séparant les tomographies : cela évite d'extrapoler la masse volumique.

D.3 Détails sur les zones de tir annulaires

Dans une zone de tir annulaire les points de départ des tirs sont choisis dans $N_\varphi = 80$ secteurs angulaires de mesure $\delta\varphi$ entre les deux cercle de rayons R_1 et R_2 . La position radiale d'un point de départ est appelée r_d . La bisectrice d'un secteur k est porté par un vecteur $\mathbf{v}(\varphi_k)$. La difficulté est d'orienter les tirs de telle sorte

- qu'ils ne pénètrent pas dans la zone centrale
- qu'ils sortent du milieu en ayant traversé une épaisseur appréciable de milieu.

La première condition est respectée en tirant tangentiellement à proximité du cercle intérieur délimitant la zone. Pour respecter la deuxième condition, les tirs ne doivent pas être tangents au cercle extérieur délimitant la zone. Les tirs sont donc tirés aléatoirement dans un angle solide d'amplitude $\pi/80$ dont la direction est fonction de la position radiale du point de départ. Les rayons, dont le points de départs se situe sur le rayon extérieur de la zone, sont

orientés autour d'un angle $\varphi_L(R_2)$ tel que l'épaisseur minimum de milieu à traverser soit L . Cette longueur est l'épaisseur de milieu que traverserait un rayon émis du cercle, divisant la zone en deux surfaces égales dans une direction tangentielle :

$$L = \sqrt{\frac{R_2^2 - R_1^2}{2}} \quad (\text{D.1})$$

Cette longueur est la longueur la plus courte qu'un rayon peut traverser avant de sortir du milieu. Elle permet de déterminer l'angle extérieur $\varphi_{max,k}$ que les directions des tirs, effectuées dans l'angle élémentaire $\delta\varphi$ autour de l'angle $\varphi(k)$, ne doivent pas dépasser :

$$\varphi_{max,k} = \varphi_k \pm (\pi - \pi/160 - \arccos(L/(2R_2))) \quad (\text{D.2})$$

Les directions sont explorées avec la même probabilité de part et d'autre du vecteur $\mathbf{v}(\varphi_k)$ pour couvrir le milieu dans le plus de directions possibles.

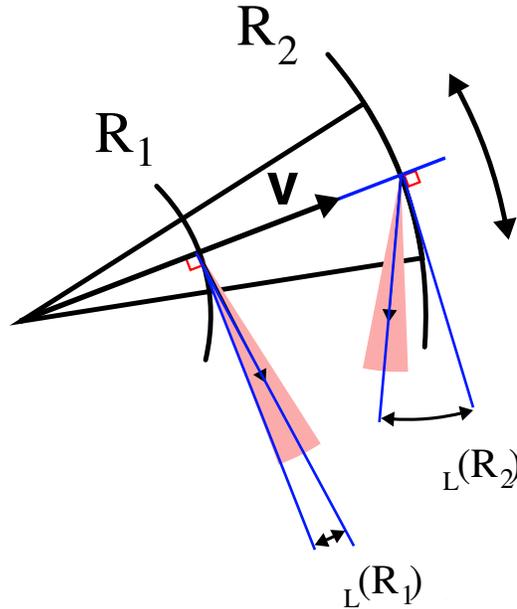


FIG. D.25 – Représentation d'un secteur de la zone de tir annulaire de bissectrice \mathbf{v} . Vecteurs directeurs des angles solides (en gris) de tir de rayons dans leur position extrême.

La relation entre la direction des angles directeur φ_L et la position radiale du point de départ du tir s'écrit :

$$\varphi_L(r) = \delta\varphi/2 - \frac{(\pi/2 - \arccos(L_{1/2}/(2R_2)) + \pi/80)(r_d - R_1)}{R_2 - R_1} \quad (\text{D.3})$$

La figure D.25 représente deux secteurs angulaires grisés de norme $\delta\varphi$ autour des deux vecteurs directeurs en R_1 et R_2 . Les directions φ des tirs s'écrivent :

$$\varphi = \varphi_i \pm (\pi/2 + \varphi_L(r_d) - (\xi - 1/2)\delta\varphi) \quad (\text{D.4})$$

Annexe E

Etude en deux dimensions d'un faisceau de tubes dégradés

Dans cette partie, les résultats obtenus avec la méthode RDFI en bidimensionnelle pour chaque tomographie sont détaillés. Cette étude préliminaire a conduit à effectuer une distinction entre la zone centrale et la zone périphérique de la grappe dégradée dans l'étude en tridimensionnelle. La méthodologie de l'étude est d'abord expliquée puis l'algorithme employé pour obtenir les coefficients d'extinction est présenté. Enfin les variations du coefficient d'extinction avec la porosité et la surface spécifique sont présentées.

E.1 Zone d'étude

Les tomographies de la grappe FPT1 dégradée ont été étudiées séparément. Seule la partie centrale des tomographies est conservée. Un couronne périphérique de 5 mm est exclue pour ne pas prendre en compte des éléments de la parois du dispositif (fragments de thorex, armature, ...) Pour appliquer la méthode du cube mobile (voir annexe G), chaque tomographie, de l'épaisseur de un pixel dans la direction axiale, est reproduite trois fois pour obtenir une épaisseur de quatre voxels (voir figure E.1). Il s'agit donc d'une étude en $3D$, effectuée dans le plan Ox, Oy , dans un milieu invariant suivant l'axe Oz .

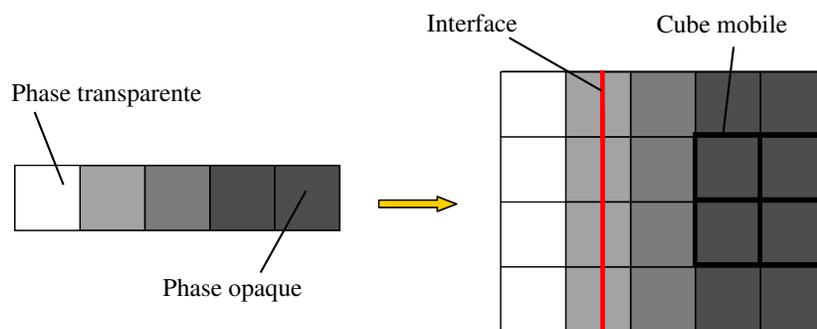


FIG. E.1 – Représentation de l'épaississement artificiel d'une tomographie pour que l'algorithme du cube mobile fonctionne. Interface en trait vertical.

Une conséquence de cet artifice est que toutes les normales aux interfaces sont perpendicu-

lares à l'axe de la grappe.

E.2 Algorithme de calcul

La méthode de calcul permet de maximiser la taille de la zone de tir tout en conservant une épaisseur optique de trois entre la frontière extérieure de la zone de tir et le bord extérieur du milieu. Pour ce faire, deux séries de tirs sont effectuées : une première avec 10^4 tirs par angle solide, du bord vers l'intérieur et une deuxième avec 10^6 tirs de l'intérieur dans toutes les directions.

La première série de tirs est orientée vers le centre de la tomographie pour maximiser l'épaisseur du milieu sans tenir compte de son épaisseur optique. Les rayons sont tirés dans un secteur de 45° centré sur le centre de la tomographie (voir figure E.2). Le milieu est divisé en huit secteurs angulaires adjacents de 45° chacun. Un coefficient d'extinction β_1 est obtenu.

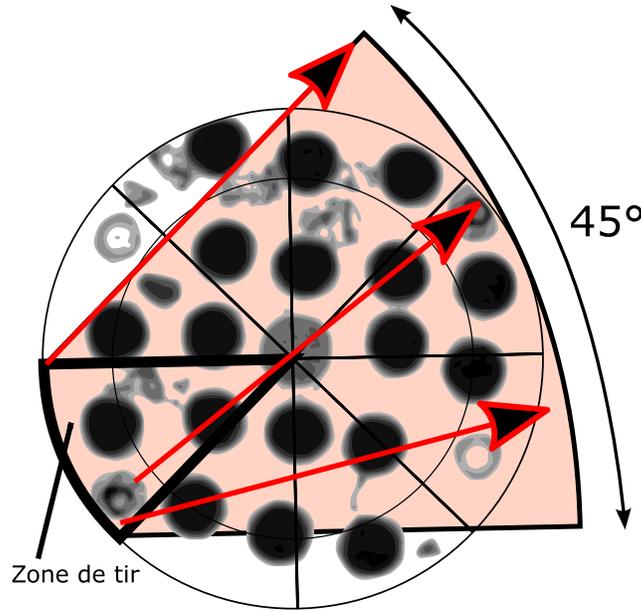


FIG. E.2 – Zone de tirs (gras). Trois exemples de directions de tirs (flèches)

$N_\varphi = 20$ fonctions $G_e(s, \varphi)$ sont construites permettant de calculer autant de coefficients d'extinction $\beta_1(\varphi)$. Les fonctions de distribution cumulées sont ensuite moyennées pour en déduire un coefficient d'extinction global β_1 pour chaque tomographie. Ce coefficient β_1 permet, en supposant le milieu semi-transparent, de calculer l'épaisseur du milieu s telle que $\beta_1 s = 3$.

Une deuxième série de tirs est effectuée à partir d'une zone centrale circulaire (voir figure E.3) de rayon R_c :

$$R_c = R_t - 3/\beta_1 \quad (\text{E.1})$$

où $R_t = 34,8 \text{ mm}$ est le rayon de la tomographie. $3/\beta_1$ est égale à trois fois la longueur d'extinction et définit une longueur de protection. Le coefficient d'extinction β_2 , déduit de

cette deuxième série de tirs, est alors obtenu avec 10^6 tirs et un écart type de Monte Carlo inférieur à 10^{-3} .

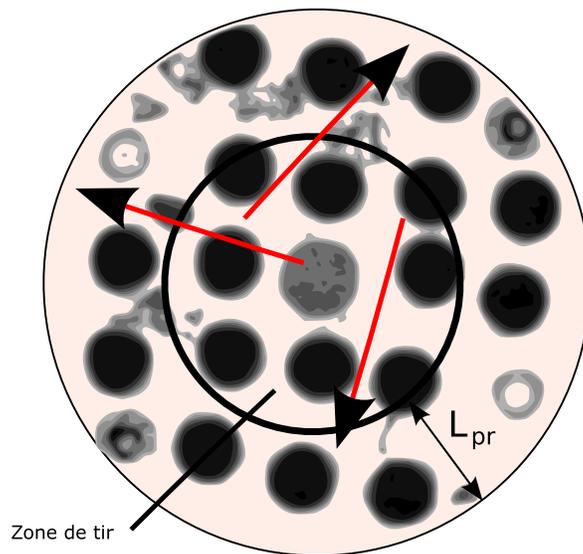


FIG. E.3 – Zone de tir centrale de rayon R_c pour la deuxième série de tirs, longueur de protection L_{pr} et exemple de rayons tirés aléatoirement dans le plan.

Le rayon de la zone de tir est différent pour chaque tomographie. Les zones de tir de rayon inférieur à $R_{min} = 13,7 \text{ mm}$ (voir raisonnement sur le rayon des zones de tir dans la partie D.1.1) sont considérées non représentatives. Sur la figure E.4, le rayon de la zone de tir est tracé en fonction du niveau des tomographies. Seuls les tomographies permettant d'obtenir un coefficient d'extinction avec une erreur relative d'identification inférieur à 0,06 y sont représentées. Peu de tomographie présente un rayon de zone de tir centrale inférieur à R_{min} .

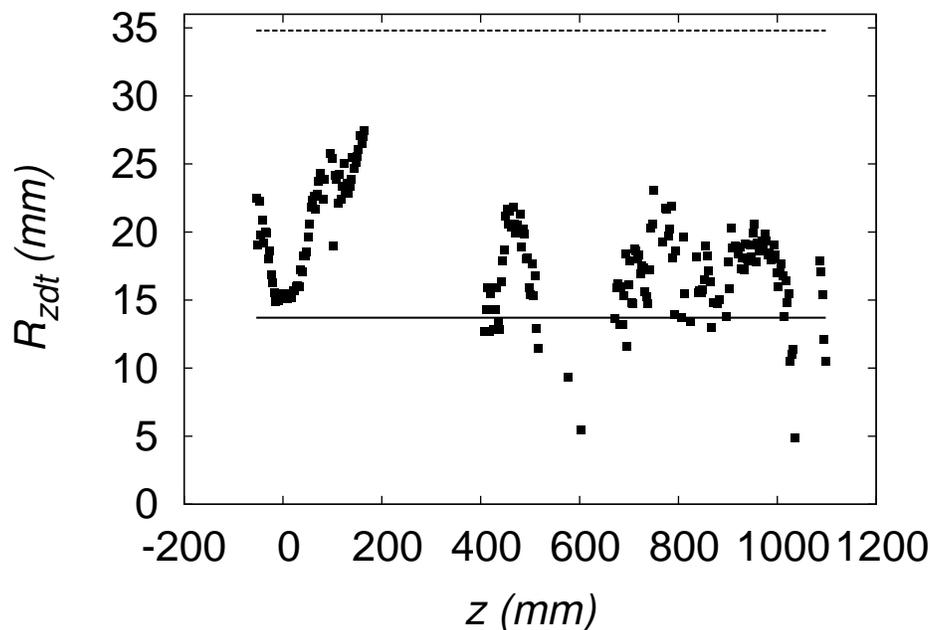


FIG. E.4 – Rayon de la zone de tir (■), rayon de la tomographie (trait pointillés), R_{min} (trait continu) en fonction du niveau BFC.

E.3 Sensibilité de β à la longueur de coupure

Une étude de sensibilité du coefficient d'extinction β_2 à la longueur de troncature de la fonction de distribution cumulé de longueur d'extinction $G_e(s)$ a été effectuée pour quelques tomographies choisies arbitrairement. Le coefficient d'extinction et l'erreur d'identification ont été tracé en fonction de la longueur de troncature dans les figures E.5 et E.6. Les

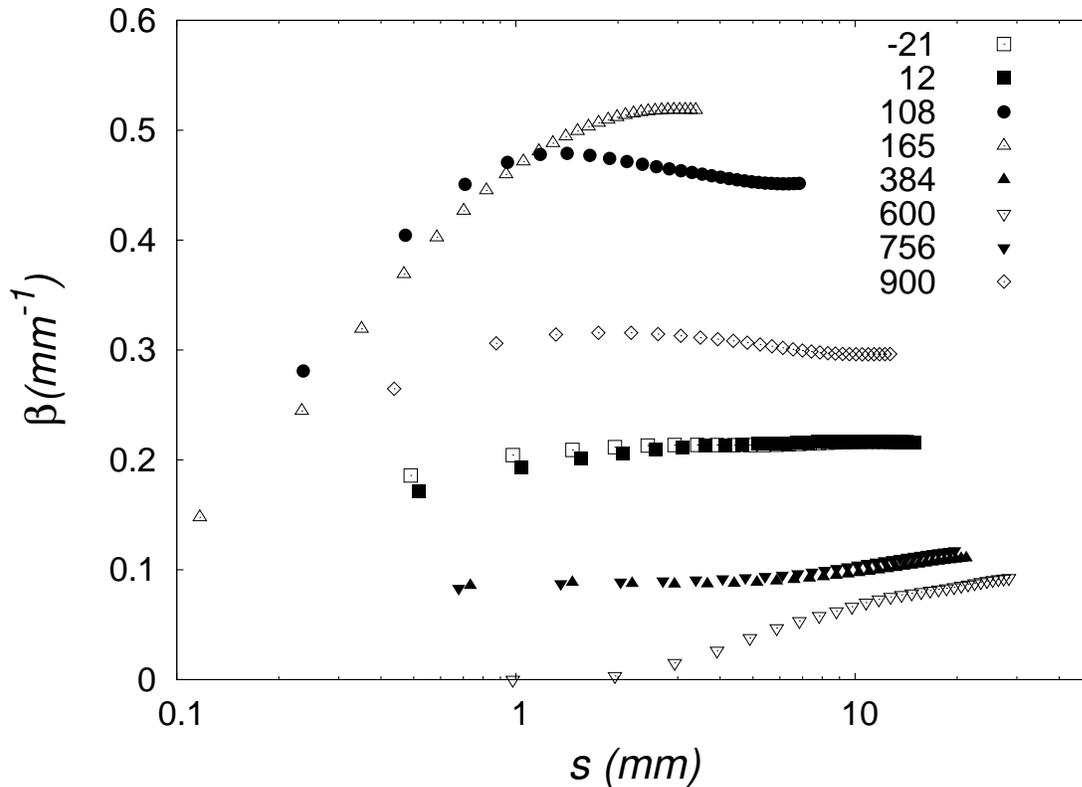


FIG. E.5 – Coefficient d'extinction calculé pour différentes longueurs de troncature s de la fonction G_e .

coefficients d'extinction convergent tous pour des longueurs inférieures à 3 cm. L'erreur d'identification augmente avec la longueur de troncature de la fonction G_e et tend vers 0 à la limite optiquement mince. Ces résultats montrent que le milieu n'a pas un comportement de milieu semi-transparent, à part pour de faibles épaisseurs optiques.

E.4 Résultats

Dans un premier temps, l'homogénéité des zones est étudiée. Ensuite l'anisotropie du coefficient d'extinction est observée. Enfin le coefficient d'extinction isotropes du milieu est étudiées et une analyse critique de cette étude est faite.

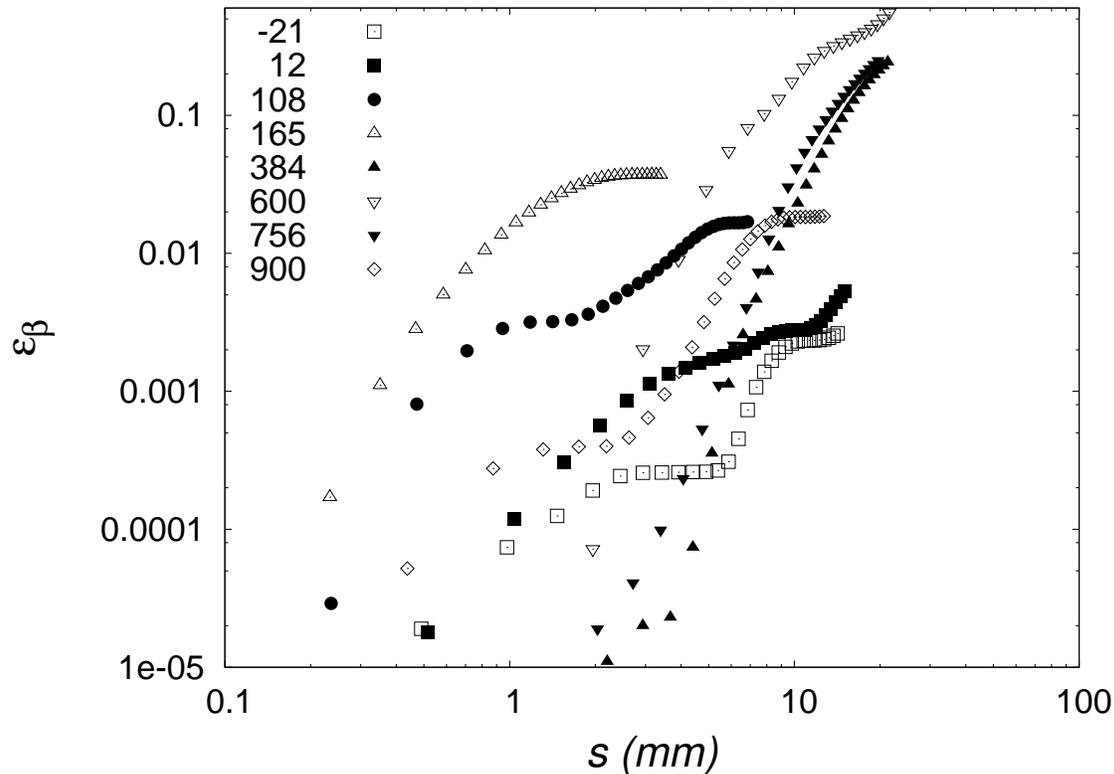


FIG. E.6 – Erreur d'identification ϵ_β du coefficient d'extinction calculée pour différentes longueurs de troncature s de la fonction G_e .

E.4.1 Propriétés anisotropes

Tout d'abord, une comparaison est menée entre les résultats de la première série de tirs orientés aléatoirement dans un secteur de 45° vers l'intérieur, et ceux de la deuxième, orientés aléatoirement dans tout le plan. Les figures E.7 et E.8 permettent de remarquer qu'une différence relative non négligeable existe entre ces deux coefficients. Cela traduit une différence entre les propriétés radiatives de la partie extérieure du milieu et de la partie intérieure.

E.4.2 Propriétés isotropes

Pour plus de simplicité, le coefficient β_2 est dans ce paragraphe appelé β . Les fonctions de distribution cumulées de longueur d'extinction G_e sont moyennées suivant les N_φ classes pour chaque tomographie et un coefficient β global est calculé. Les propriétés étudiées sont : le coefficient d'extinction β et la porosité et la surface spécifique moyenne de chaque tomographie. Les variations axiales de ces propriétés sont étudiées et des zones sont identifiées pour permettre d'associer des phénomènes physiques et leur impact sur les transferts radiatifs.

Variations axiales des propriétés La surface spécifique, la porosité, le coefficient d'extinction et l'erreur d'identification sont tracés, sur la figure E.9 en fonction de la position

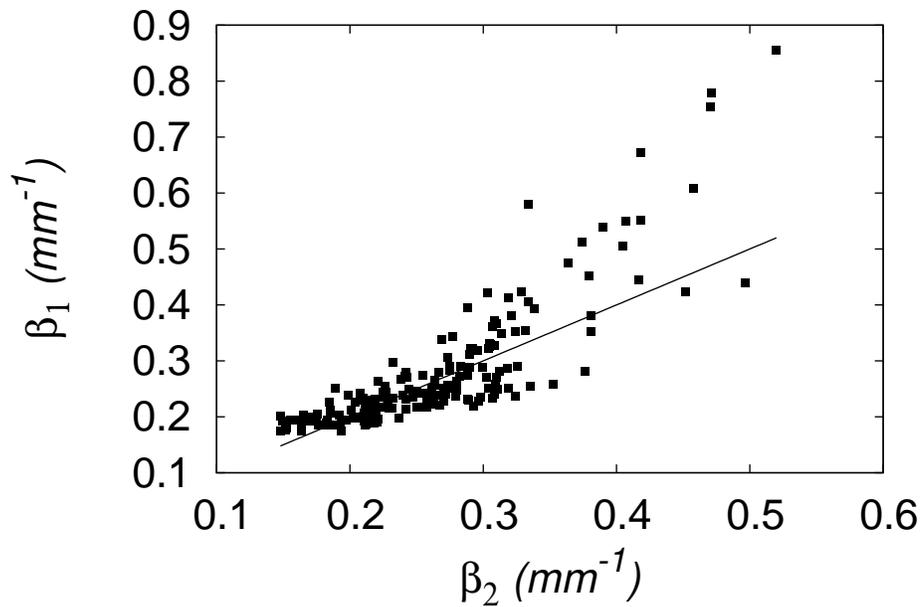


FIG. E.7 – a) β_1 en fonction de β_2 avec la fonction identité en pointillé

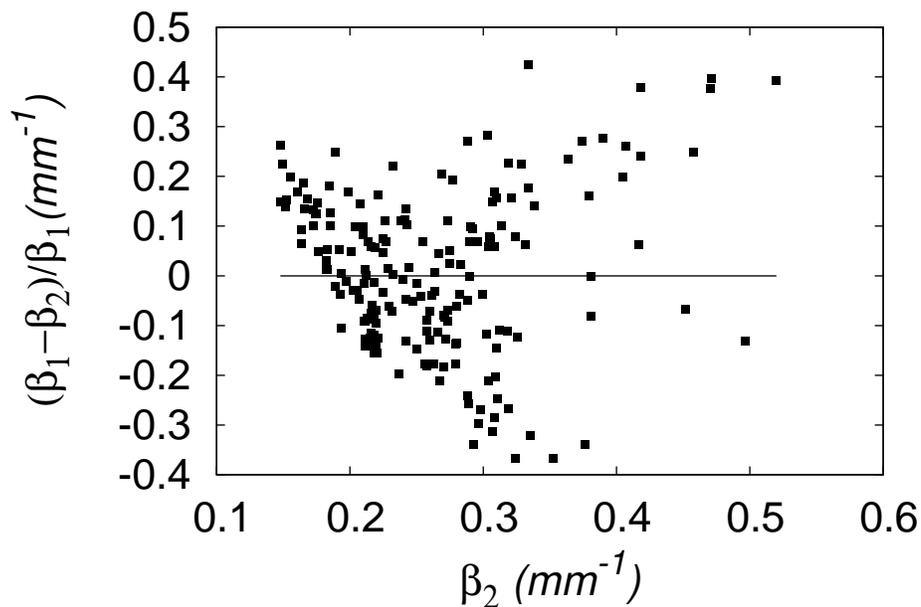


FIG. E.8 – $(\beta_1 - \beta_2)/\beta_2$ en fonction de β_2

axiale des tomographies. On peut remarquer que la porosité et la surface spécifique ont les mêmes sens de variation entre 48 et 165 mm et au dessus de 990 mm alors qu'ils sont opposés dans le reste de la grappe. Par ailleurs le coefficient d'extinction varie clairement avec la porosité, autour de la grille de 600 à 840 mm et dans la partie haute de la grappe au dessus de 990 mm. Par contre dans la zone comprise entre 855 et 987 mm le coefficient d'extinction est très variable alors que la porosité et la surface spécifique y sont assez uniforme. En comparaison au coefficient d'extinction de la grappe intacte, le milieu devient

globalement plus optiquement épais après dégradation.

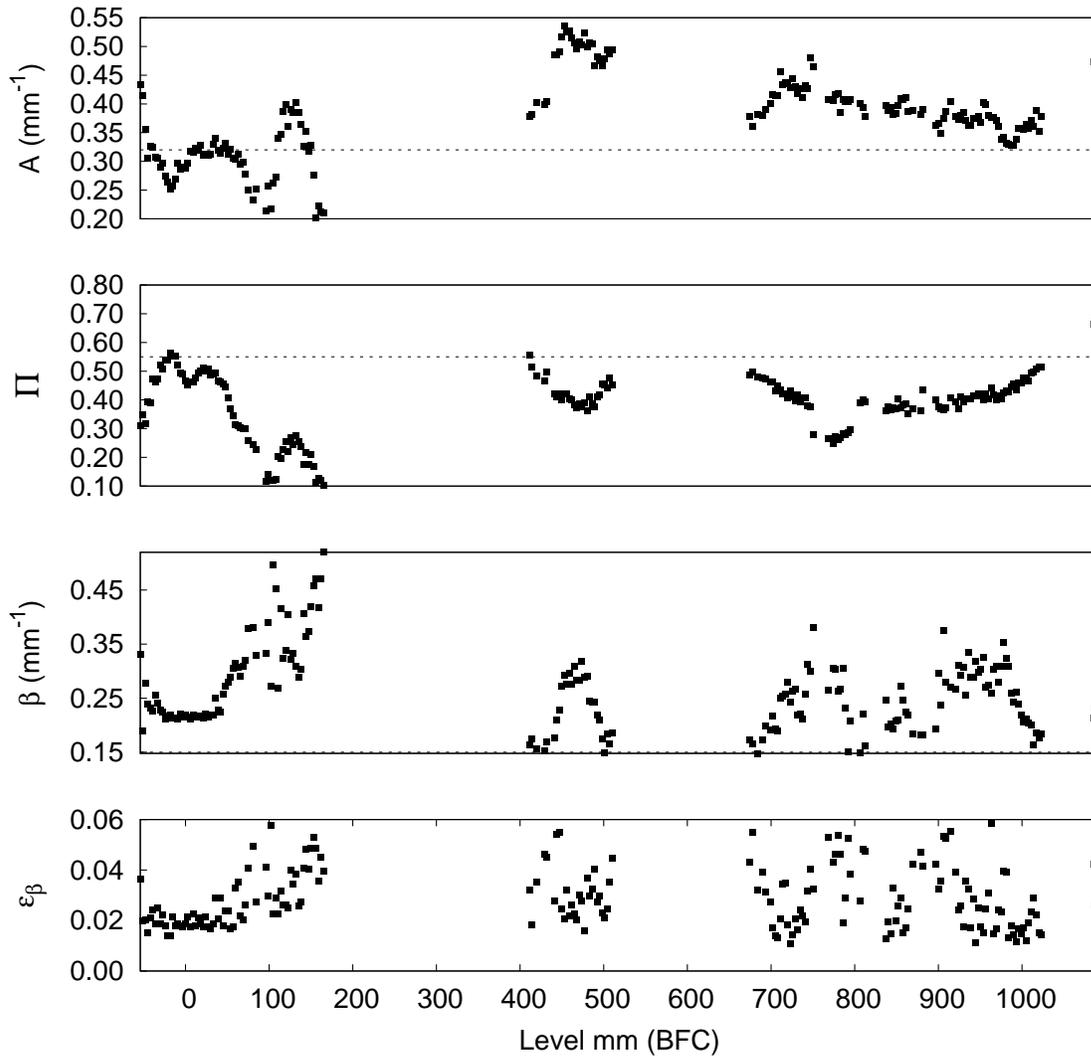


FIG. E.9 – Surface spécifique A_{tot} , porosité Π , coefficient d’extinction β et erreur d’identification ϵ_β en fonction de la position axiale BFC. Valeur de la grappe intacte en pointillés. Coupe de la grappe FPT1 dégradée.

Variations relatives des propriétés Pour mieux comprendre les dépendances entre les trois propriétés locales du milieu, neuf zones différentes ont été identifiées. Chaque zone, délimitée par z_{min} et z_{max} est telle que le coefficient d’extinction y varie de manière monotone (tableau E.2). Une liste et un court descriptif de chaque zone sont donnés dans le tableau E.2.

Les figures E.10, E.11 et E.12 montrent les variations mutuelles des trois propriétés locales. Seules les coefficients d’extinction obtenus avec une erreur d’identification inférieure à 0.06 et dont le rayon de la zone de tir est supérieur à R_{min} y sont représentés. La variation de la surface spécifique avec la porosité (figure E.12) est caractéristique d’un milieu poreux. Un pic de surface spécifique est atteint pour une porosité intermédiaire entre l’état où des inclusions fluide sont présentes dans une matrice solide ($\Pi = 0, 1$ dans le bain de corium)

Zone	z_{min}	z_{max}	Descriptif	Variation de $\beta(z)$
1	-45	48	Bas de grappe	$\beta = 0.23 \text{ mm}^{-1}$
2	48	165	Bain de corium	1ère croissance
3	384	465	Haut de cavité	2ème croissance
4	471	522	Dégradée	1ère décroissance
5	600	741	Au dessous de la grille de maintien	3ème croissance
6	780	840	Au dessus de la grille de maintien	2ème décroissance
7	855	891	Zone dégradée	3ème décroissance
8	903	987	Zone dégradée	4ème croissance
9	990	1035	Crayons vides	4ème décroissance

TABLE E.1 – Tableau des zones où le coefficient d'extinction β varie uniformément.

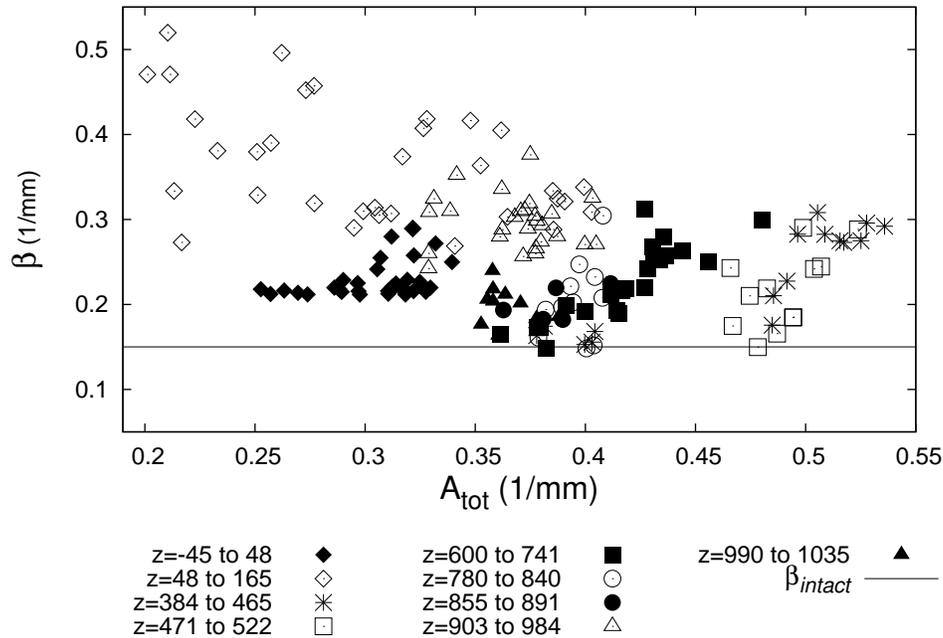


FIG. E.10 – Coefficient d'extinction β en fonction de la surface spécifique A_{tot} .

et celui où des inclusions solides sont présentes dans une phase gazeuse ($\Pi = 0.6$ dans la partie basse où les crayons sont intacts).

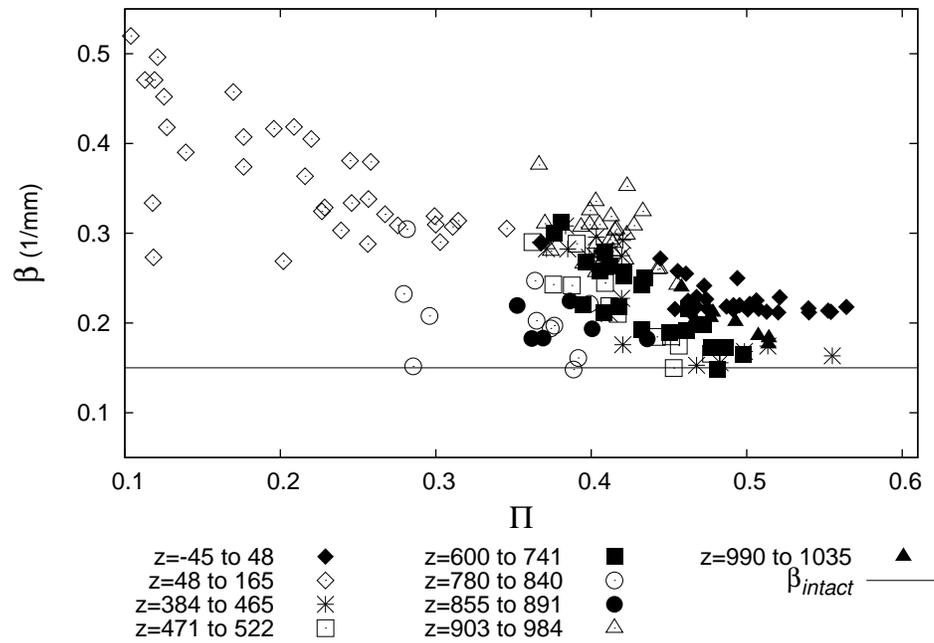


FIG. E.11 – Coefficient d'extinction β en fonction de la porosité Π .

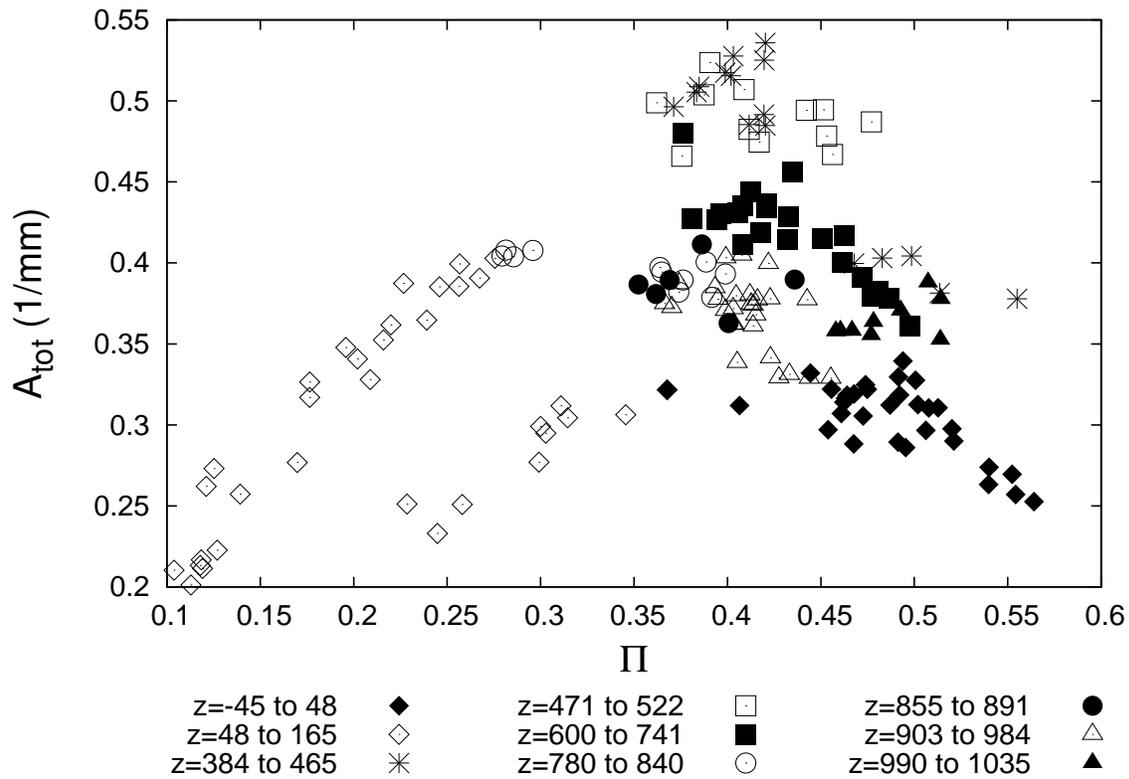


FIG. E.12 – Surface spécifique A_{tot} en fonction de la porosité Π .

En s'appuyant sur les cinq dernières figures deux groupes de zones sont identifiés correspondant à deux type de dégradation :

Zone avec crayons peu dégradés Les zones 1 et 2 sont situées sous le bain de cœrium. Elles semblent assez représentatives de la situation d'un cœur dégradé. La zone 1 est quasi-intacte. Seuls quelques crayons sont déplacés ce qui explique la différence avec le coefficient d'extinction du milieu intact. La zone 2 présente des crayons déplacés autour desquels des gouttes de matériaux fondus ont formé des canaux fluides. Il y a à peu près un canal par crayon. Il est supposé dans l'article de Meekunnasombat et Fichot (MF08) que le matériaux fondu mouille d'autant plus les crayons qu'il est oxydé. Cela tend à augmenter la surface spécifique localement. En remontant les canaux finissent par se toucher et créent des inclusions de gaz qui font augmenter la surface spécifique. Dans ces deux zones : le coefficient d'extinction est clairement décroissant avec la porosité. Ce type de zone, qui a gardé une structure anisotrope, et qui, à cause d'un obstacle (grille de maintien¹, solidification de coulée de matériaux fondu), a accumulé de la matière, sont moins transparentes que la grappe intacte. Il est important de noter que ces zones sont mieux refroidies durant l'expérience FPT1 que le reste de la grappe. Une corrélation du coefficient d'extinction avec la porosité est obtenu :

$$\beta(\Pi) = 0,49(\pm 0,03)(1 - \Pi) - 0,02(\pm 0,02) \quad (\text{E.2})$$

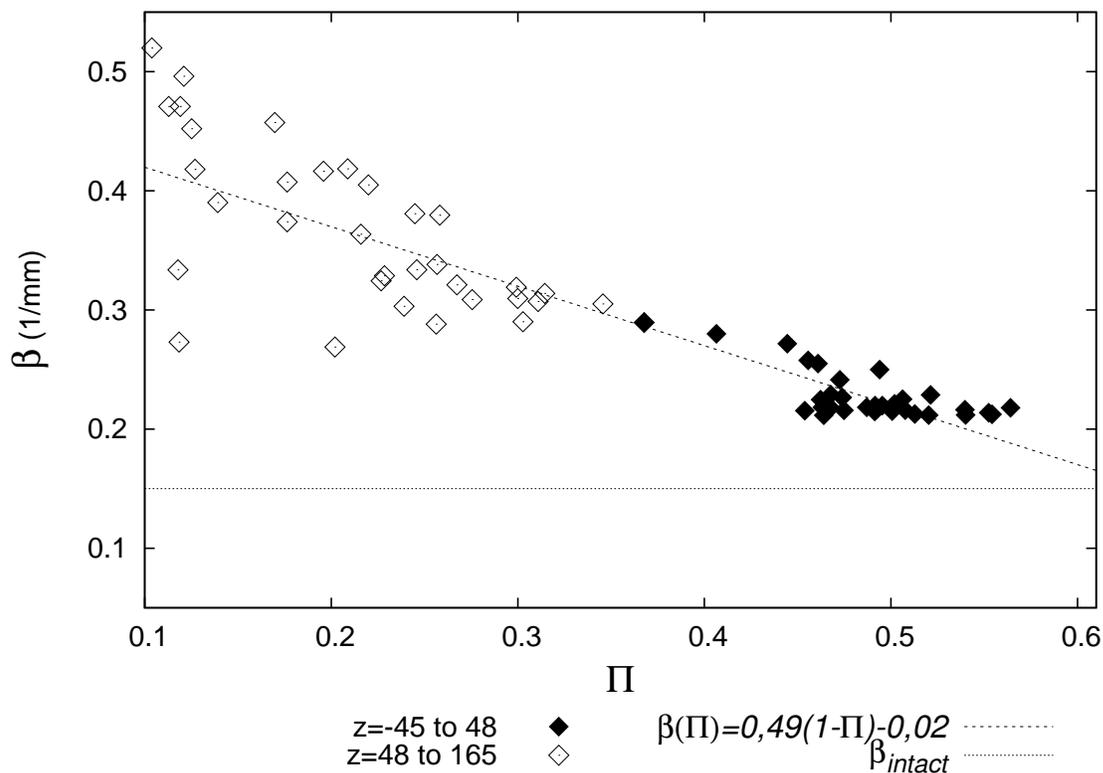


FIG. E.13 – Surface spécifique A_{tot} en fonction de la porosité Π .

Six sous-zones sont identifiées en observant les variations de la porosité entre -48 et 165 mm BFC.

¹La grille de maintien, qui est située entre 750 et 780 mm BFC, est composée d'un treilli de plaques en zircaloy de 3 cm de largeur.

Zone	z_{min}	z_{max}	Descriptif	Variation de $poro(z)$
<i>a</i>	-45	-8	lit de débris	1ère croissance
<i>b</i>	-8	3	crayons déplacés	1ère décroissance
<i>c</i>	3	21	coulées dispersées	2ème croissance
<i>d</i>	21	96	coulées hétérogènes	2ème décroissance
<i>e</i>	96	132	coulées homogènes	3ème croissance
<i>f</i>	132	165	coulées homogènes	3ème décroissance

TAB. E.2 – Tableau des zones où la porosité varie Π varie uniformément. z_{min} et z_{max} sont les limites inférieures et supérieures de chaque zone en mm.

La figure E.14 permet d’observer en détail les variations des propriétés avec le niveau dans le bas de grappe (Seuls sont retenus les points où l’erreur d’identification du coefficient d’extinction est inférieure à 6%).

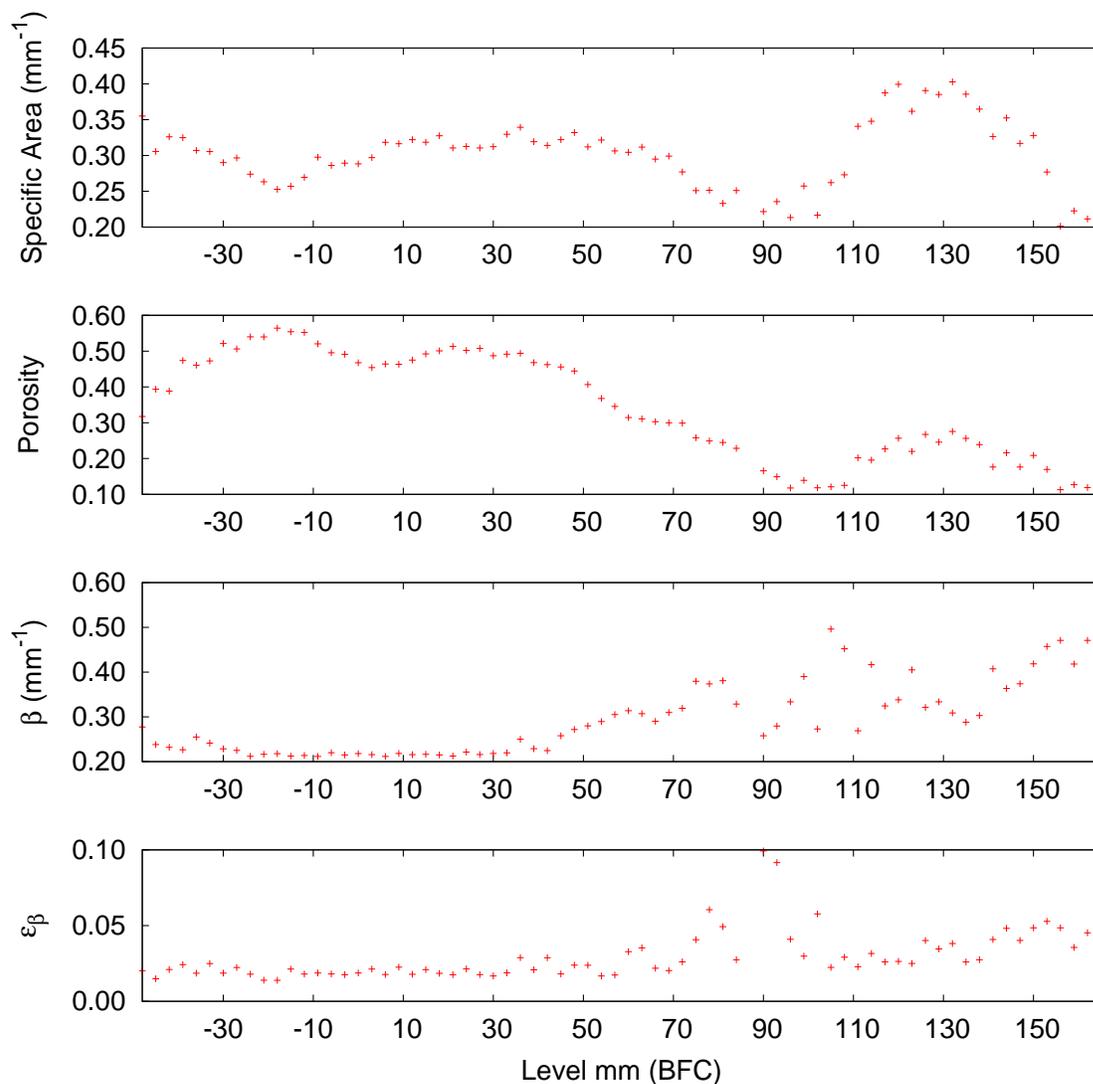


FIG. E.14 – Surface spécifique A_{tot} , porosité Π , coefficient d’extinction β et erreur d’identification ϵ_β en fonction de la position axiale entre -48 et 165 mm (bas de grappe).

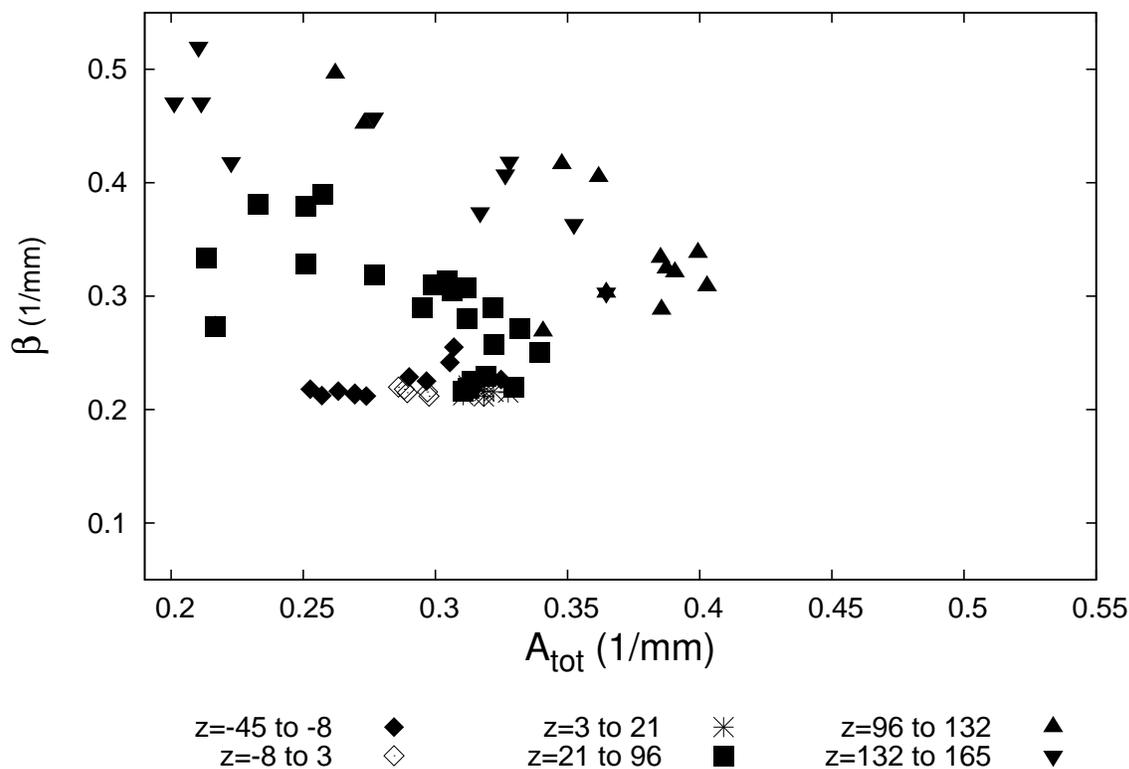


FIG. E.15 – Coefficient d'extinction β en fonction de la surface spécifique A_{tot} .

L'indépendance apparente du coefficient d'extinction avec la surface spécifique s'explique par le fait qu'une partie de la grappe est pénétrée par des coulées de corium la surface spécifique varie doucement avec la porosité (zone d). Dans les zones où le corium est répartis de manière homogène (zone e et f) la surface spécifique varie beaucoup plus fortement à la porosité (voir figure E.15) car les inclusions fluides y sont plus petites et plus nombreuses. La répartition des points sur la figure E.15 s'explique donc par la morphologie hétérogène du milieu. Pour une même surface spécifique globale, le milieu hétérogène avec des crayons intacts et quelques coulées a un coefficient d'extinction moindre que le milieu complètement envahi de coulé.

Zones très dégradées Les zones 3, 4 situées au dessus de la grandes cavité, la zone 5 située sous la grille de maintien et la zone 9, située en haut de l'assemblage, sont montées à de hautes températures sans la présence d'obstacle bloquant la dé-localisation de matière. L'assemblage a subit une forte oxydation, dissolution et fusion de sa structure. La fusion de la barre de contrôle y a lieu. Des fragments de gaines vide et de pastilles y sont enchevêtrés. Leur oxydation très avancé leur a permis de ne pas fondre. La surface spécifique et la porosité y sont supérieur à 0,35. Le coefficient d'extinction peut être inférieur à celui de la grappe intacte (0,15). Ces zones présentent également les plus grandes variations spatiales de coefficient d'extinction de toute la grappe.

Les incertitudes sur la porosité et la surface spécifique sont grandes dans les zones 6, 7 et 8 qui présentent une cavité importante.

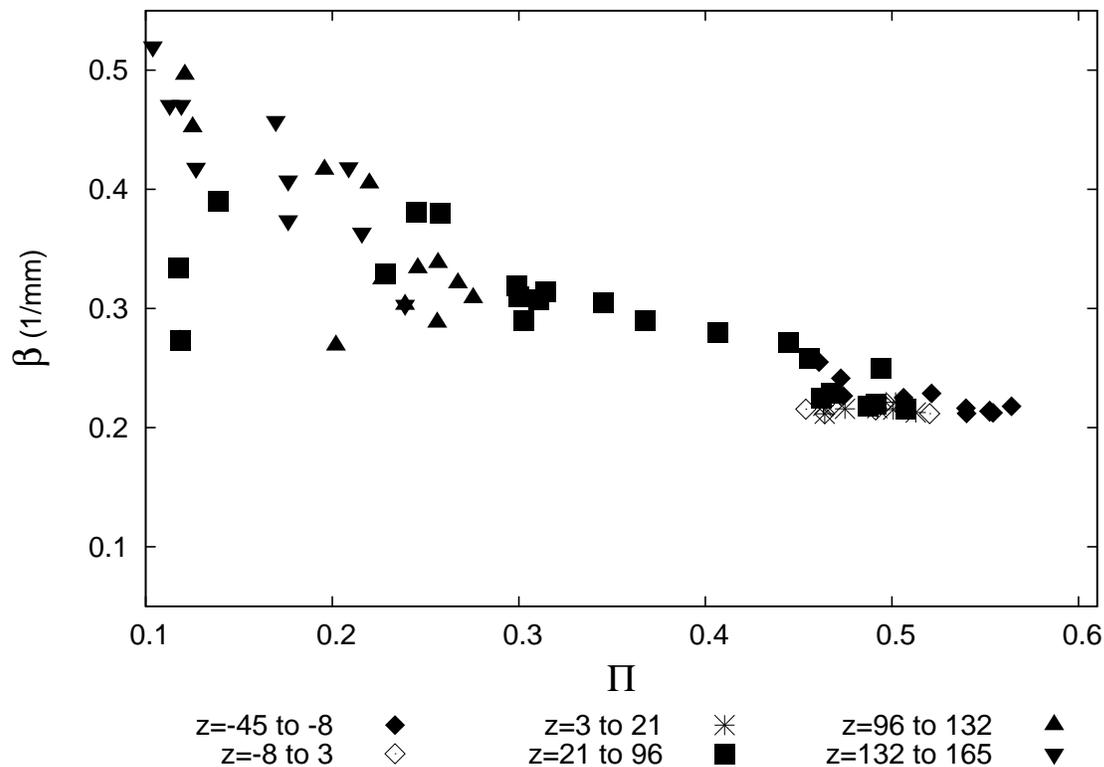


FIG. E.16 – Coefficient d’extinction β en fonction de la porosité Π .

E.5 Conclusion sur l’étude 2D

En conclusion le déplacement des crayons, la présence de coulé de matière fondu et de débris font augmenter le coefficient d’extinction de $0,15$ à $0,5 \text{ mm}^{-1}$ en moyenne. La présence d’obstacles peut faire monter le coefficient d’extinction jusqu’à $0,5$, cependant cela provoque une chute de la porosité en dessous de $0,3$. Dans les zones où la matière s’est accumulée et où les crayons sont peu dégradés une corrélation du coefficient d’extinction est obtenue en fonction de la porosité (voir E.13). Le coefficient d’extinction est, dans ces zones, globalement indépendant de la surface spécifique.

Dans les zones très dégradées, où il peut persister dans ces zones une structure de matériaux très oxydés², le coefficient d’extinction semble indépendant de la porosité, est minorée par sa valeur en géométrie intact et est majorée par $0,4 \text{ (mm}^{-1}\text{)}$. Les zones présentant des cavités (la quasi-totalité du reste de la grappe) ne peuvent pas être traitées de manière homogènes. Une solution serait de séparer le milieu en deux zones représentatives concentriques (voir chapitre 4).

²En effet l’oxydation du zirconium fait augmenter sa température de fusion. Paradoxalement, la réaction d’oxydation (exothermique) participe à la fusion du combustible

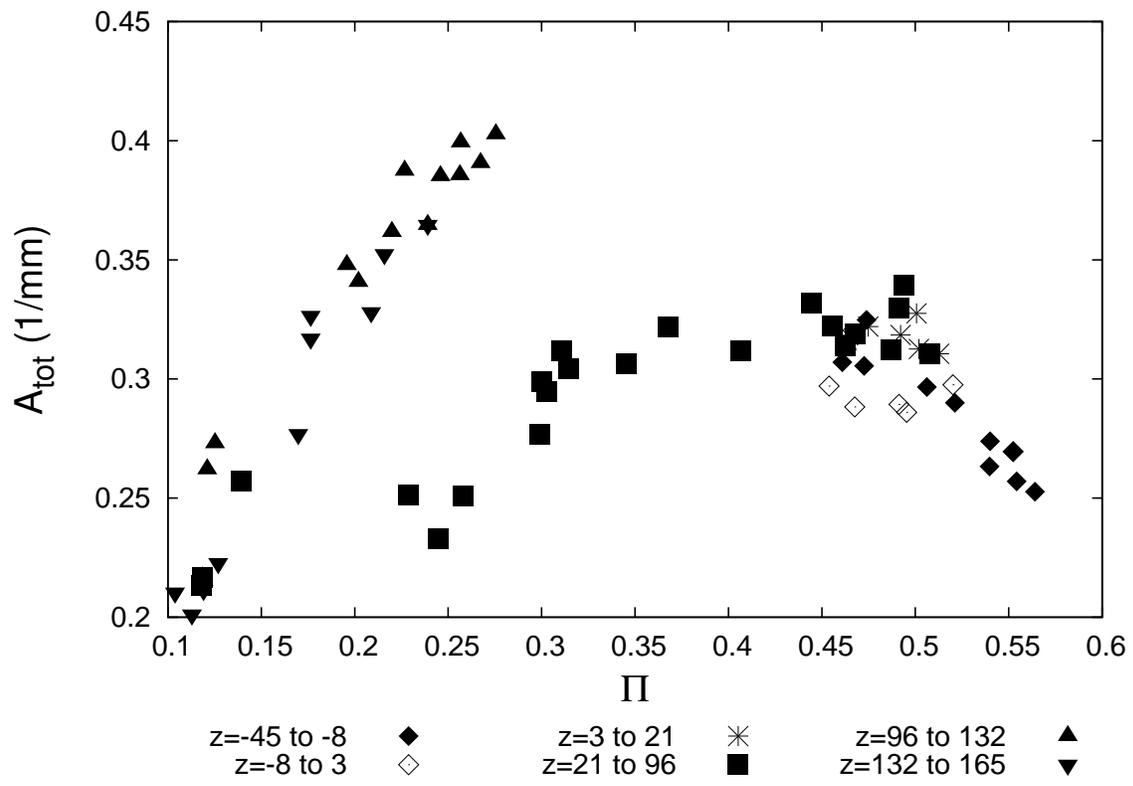


FIG. E.17 – Surface spécifique A_{tot} en fonction de la porosité Π .

Annexe F

Calcul de la porosité et de la surface spécifique

Dans cette partie, les méthodes numériques de calcul de la porosité et de la surface spécifique sont expliquées. Elles sont calculées en $2D$ sur des images tomographiques d'une grappe de crayons de combustible dégradés, maintenus dans un dispositif expérimental tubulaire. Une porosité Π et une surface spécifique A_{tot} sont calculées par tomographie. Ces tomographies sont composées de pixels de dimension $d = 0,24\text{ mm}$. Les pixels vides sont ceux dont la densité est inférieure à un seuil défini après calibration (voir partie C). Les pixels non vides sont pleins. Dans les calculs, seule la partie comprise dans l'enveloppe tubulaire du dispositif (faisceau de crayons) est prise en compte. La porosité et la surface spécifique ont été calculées par des algorithmes simples inspirés du travail de Meekunnasombat au LESAG ((MF08)).

F.1 Calcul de la porosité Π

La géométrie du milieu est supposée varier faiblement sur une hauteur de quelques pixels (de l'ordre du mm). Ainsi, une porosité locale peut être calculée en divisant la surface vide par la surface totale de la tomographie. La tomographie est parcourue pixel par pixel. Le nombre total de pixels vides est déterminé. La porosité est le rapport de ce nombre et le nombre de pixels total de la zone d'étude.

F.2 Calcul de la surface spécifique A_{tot}

La surface spécifique d'un milieu diphasique se calcule sur un volume représentatif de ce milieu. C'est le rapport de la surface de l'interface du milieu sur le volume total du volume représentatif. Comme le milieu est étiré axialement, la surface de l'interface et le volume sont proportionnels à l'épaisseur du milieu. La surface spécifique se simplifie et devient le rapport entre la longueur de l'interface par la surface totale de l'échantillon représentatif. Le principe est de calculer la longueur de l'interface sans aucune méthode de lissage. Chaque pixel est testé ligne par ligne. S'il est plein, le nombre de côtés adjacents avec un pixel vide est compté. Le nombre total de ces côtés multiplié par leur dimension l_{pix} donne une

longueur interfaciale. Cette longueur divisée par la surface de la zone d'étude donne la surface spécifique. Il s'agit d'une première approximation.

En écartant l'erreur sur la mesure et sur la position de l'interface liée au seuil, ces résultats convergent vers les vraies valeurs quand la discrétisation du milieu augmente.

Annexe G

Algorithme du cube mobile

G.1 Généralité

Cette annexe expose le principe de la méthode de reconstruction d'interface du cube mobile nécessaire à l'application de la méthode RDFI dans un milieu poreux réel (IV.3.1). La méthode du marching cube utilisé dans les travaux de Delesse (Del02) a été appliquée par Zéghondy durant sa thèse(Zeg05).

Cette méthode s'applique aux images de milieux constitués de plusieurs phases. Ces images, en deux ou trois dimensions, sont constituées de pixels ou de voxels d'intensités différentes. Elles peuvent donc être écrite numériquement sous forme de matrice à 2 ou 3 dimensions. Ces images peuvent être obtenues de plusieurs manières différentes (Rayon X, tomographies, effet doppler, conductivité, photographie, ...). Dans tous les cas, la position exacte de l'interface est perdue. L'algorithme du cube mobile est une méthode permettant de reconstituer une interface à la position la plus probable compte tenu des intensités des cellules élémentaires. La méthode du cube mobile proposée par Delesse (Del02), permet de créer rapidement une interface sans trous. Elle s'applique à une image en deux ou trois dimensions et crée une interface constituée de triangles.

G.2 Préalable

Pour être appliquée, cette méthode nécessite une valeur seuil T_s pour situer l'interface. Le cube mobile est constitué de 8 voxels (pixel en 3D). La figure G.2¹ présente deux vues du cube mobile. Il balaie tous les voxels de la matrice. A chaque position, les valeurs de l'intensité dans les 8 voxels sont contrôlées. Si elles sont toutes inférieures au seuil ou toutes supérieures au seuil le cube avance d'un voxel. Dans le cas contraire au moins une interface traverse le cube. La présence d'une interface dans l'un des voxels du cube mobile crée au moins trois points d'intersection avec une arête du cube mobile. Ces points sont placés sur les trois arêtes qui croisent l'interface. Chaque point est placé sur l'arête, au barycentre de l'intensité de chaque extrémité de l'arête.

¹Dessin tiré de la thèse de Delesse (Del02)

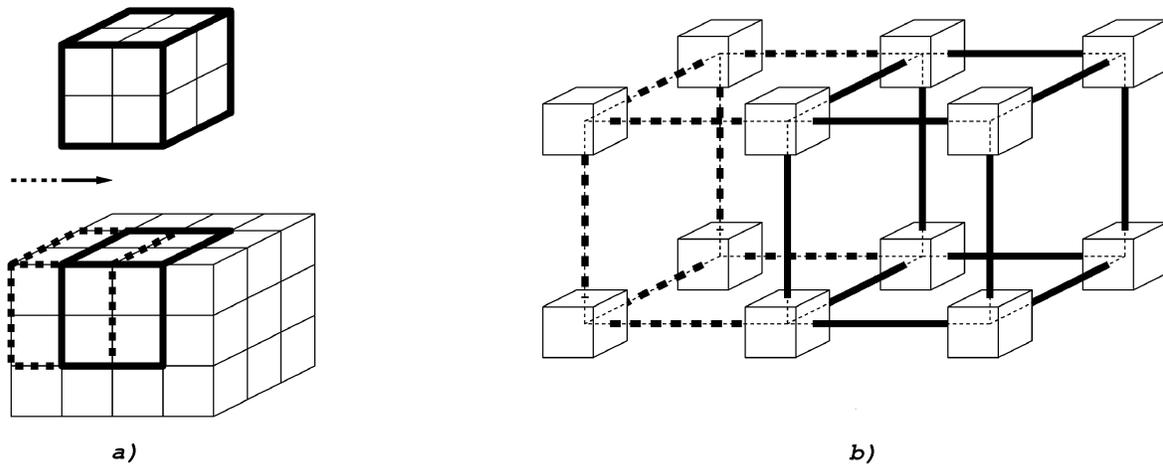


FIG. G.1 – Figure représentant a) le cube mobile dans deux positions différentes dans une matrice en trois dimensions et b) une vue éclatée du cube pour représenter toutes les arêtes .

G.3 Configuration sans trous

Les sommets du cube mobile sont indexés de 0 à 7 et les arêtes sont indexées de 0 à 11. Le calcul de la position des points d'intersection est directe et sans ambiguïté. La configuration de l'interface dans le cube mobile n'est par contre pas unique pour une même configuration des points d'intersection. Les configurations de l'interface sont liées à la connexité des volumes créés par l'interface. Un volume est connexe s'il est possible d'atteindre tous les points de ce volume sans en traverser la surface. Il est doublement connexe s'il est composé de deux volumes connexes et ainsi de suite. La connexité du volume créé par l'interface rend la position de cette dernière incertaine. Par exemple, dans la figure G.3² deux cubes voisins présentent deux positions différentes des points d'intersections 132 et 233. Selon la connexité, deux surfaces peuvent être créées, le type a) et le type b). La configuration du cube a)132 et celle du cube a)233 permet de construire une surface sans trous (fermé). De même, pour les deux cubes avec les configurations b). En revanche, le cube a)132 ne correspond pas au le cube b)233.

Delesse (Del02) a calculé les 256 combinaisons possibles des interfaces. Il a proposé une table qui évite la présence de trous dans l'interface. Cette table donne la relation entre les 15 (arêtes) positions possibles des points d'intersection et les combinaisons possibles de l'interface au nombre de 256. Le nombre de 15 arêtes est nécessaire car il peut y avoir jusqu'à cinq surfaces dans le cube mobile et chaque surface est définie par trois points d'intersection. A chaque position du cube mobile la configuration de la surface est détectée ce qui donne le nombre de sommets de chaque surface. Ce nombre de sommet est divisé par 3 pour obtenir le nombre de surface. La position des sommets est le barycentre des intensités des voxels aux extrémités de l'arête qu'ils occupent.

²Figure issue de la thèse de Delesse (Del02)

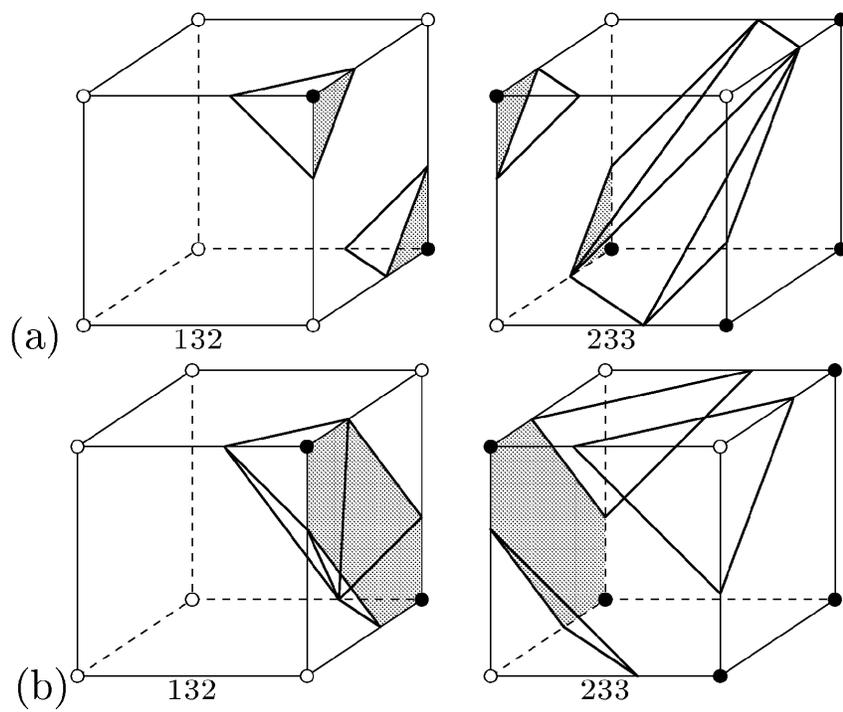


FIG. G.2 – Deux configurations possibles selon la connexité de la surface pour la position 132 et 233 des points d'intersection avec les arêtes.

Annexe H

Expérience PHEBUS-PF

H.1 Le réacteur d'essai

PHEBUS est un réacteur d'essai conçu par le CEA, implanté à Cadarache. C'est un réacteur de type piscine dont le cœur, constitué de plusieurs assemblages, contient une cavité pour y loger les dispositifs d'essai (voir figure H.1¹). Les expériences PHEBUS-PF (Produits de Fission) ont consisté à soumettre un assemblage expérimental, isolé dans un circuit de refroidissement, aux conditions d'un accident grave. Cinq expériences ont eu lieu (de FPT0 à FPT4).

H.2 Le dispositif et les conditions expérimentales de FPT1

Le dispositif étudié dans cette thèse est FPT1. Il est constitué de 20 crayons de combustible irradié, composés d'une gaine en Zircaloy Zr et de pastilles de combustible en dioxyde d'uranium UO_2 , et d'une barre de contrôle en Argent Indium Cadmium AIC . Les crayons font $9,53\text{ mm}$ de diamètre et la barre de contrôle fait 12 mm de diamètre. La grappe de combustible fait 1 m de long. Le dispositif est refroidi par une circulation de vapeur. Le transitoire accidentel commence par une diminution brutale de la circulation du fluide caloporteur qui fait immédiatement augmenter la température. La puissance "résiduelle"² est simulée par une augmentation du flux neutronique du réacteur. Cette puissance augmente au cours de cinq paliers. Lorsque la quantité de combustible fondus est estimée à 2 kg , le réacteur est arrêté et le dispositif est refroidi.

H.3 Tomographies de la grappe

Une fois refroidi, solidifié et stabilisé, l'assemblage est déplacé et subit un certain nombre de tests. Il est notamment placé dans un appareil permettant d'obtenir des reconstitutions tomographiques de la structure de la grappe. Cet appareil est le SPEC. Il est constitué

¹Dessin tiré du site www.irsn.org/document/site_1/dospdf/1158135558DP_phebus.pdf.

²Puissance résiduelle : Elle représente 1% de la puissance une heure après l'arrêt du réacteur. Elle provient des neutrons émis de la désintégration spontanée des produits de fission.

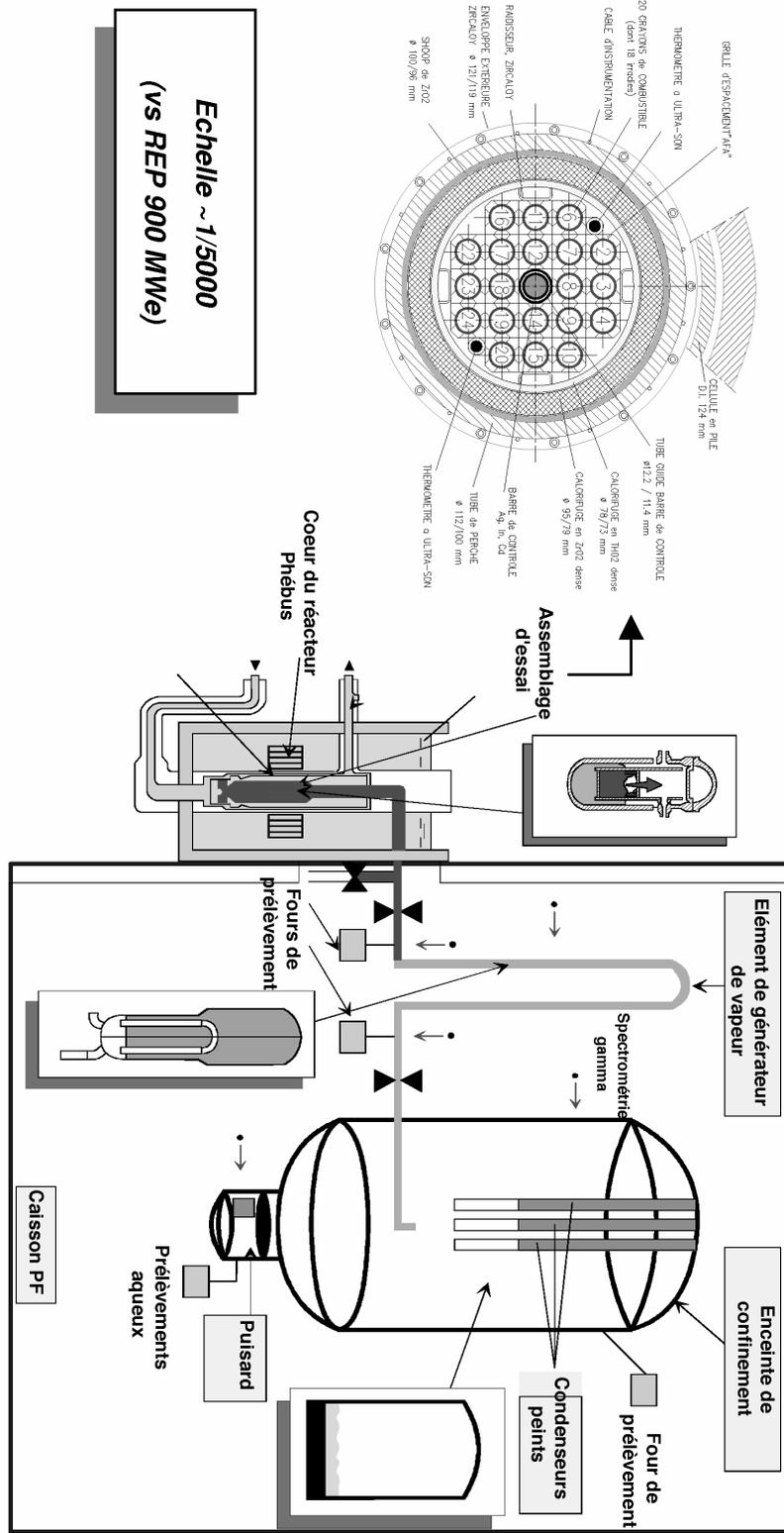


FIG. H.1 – Représentation du réacteur PHEBUS.

d'une table tournante, d'un laser gamma et d'un collimateur d'une épaisseur d'un demi-millimètre, permettant de mesurer le profil d'intensité transmise au travers de la grappe. 180 histogrammes d'intensité sont obtenus après autant de rotations de 1° de la grappe. Ces histogrammes permettent de construire une tomographie en deux dimensions. 408 images tomographiques sont ainsi constituées. Chaque tomographie est espacée de $3/$, *mm*.

Références

- C. Argento and D. Bouvard. A ray tracing method for evaluating the radiative heat transfer in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(39) :3175–80, 1996.
- F. Bellet, E. Chalopin, F. Fichot, E. Iacona, and J. Taine. Rdfi determination of anisotropic and scattering dependent radiative conductivity tensors in porous media : Application to rod bundles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52 :1544–1551, 2009.
- D. Baillis, M. Raynaud, and J. F. Sacadura. Spectral radiative properties of open-cell foam insulation. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 13(3) :292–298, 1999.
- D. Baillis and J. F. Sacadura. Identification of polyurethane foam radiative properties-influence of transmittance measurements number. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 16(2) :200–206, April-June 2002.
- D. Baillis and J.F. Sacadura. Identification of spectral radiative properties of polyurethane foam from hemispherical and bi-directional transmittance and reflectance measurement. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73 :297–306, 2002.
- R. Coquard and D. Baillis. Radiative characteristics of opaque spherical particle beds : A new method of prediction. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 18(2) :178–186, 2004.
- S. Chapman and T. Cooling. *The Mathematical Theory of Non Uniform Gases*. Cambridge University Press, 1970.
- P. Chatelard. ICARE/CATHARE a computer code for analysis of severe accidents in LWR's, ICARE v3 mod1.1. Technical report, IPSN, 2001.
- E. Chalopin. *Caractérisation des propriétés radiatives d'un milieu poreux avec une méthode RDFI. Application à un cœur de réacteur à eau sous pression durant un accident grave*. Thèse de doctorat, École Centrale Paris, France, 2008.
- B. Cornu and I.Giacalone. Catalogue des résultats des examens non destructifs du dispositif d'essai, avant et après l'expérience. Document PHEBUS-PF NT LEMRA 8/99 IP/99/443, IRSN, 1999.
- E. Chalopin, E. Iacona, F. Fichot, F. Bellet, and J. Taine. Rdfi determination of an anisotropic scattering dependent radiative conductivity tensor of parallel opaque rod bundles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, page submitted, 2007.
- R.L. Cox. *Radiative heat transfer in arrays of parallel cylinders*. PhD thesis, University of Tennessee, Knoxville, USA, December 1976.

- J.F. Delesse. *Diffusion et réaction des gaz en milieu poreux*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 2002.
- D. Doermann and J. F. Sacadura. Heat transfer in open cell foam insulation. *ASME Journal of Heat Transfer*, 118 :88–93, 1996.
- D.K. Edward. Hybrid Monte Carlo matrix inversion. *ASME*, pages 273–278, 1985.
- L.E. Fischer. Spent fuel pin temperature pc code. In R.G. Post, editor, *Waste Management '85*, pages 311–313, University of Arizona-Tuscon, 1985.
- L.E. Fischer. Spent fuel heating analysis code for consolidated and unconsolidated fuel. In *Proceedings of the 9th international Symposium on Packaging and Transportation of radioactive Materials (PATRAM) '89*. Oak Ridge National laboratory, 1989.
- F. Fichot, O. Marchand, P. Drai, P. Chatelard, M. Zabiégo, and J. Fleurot. Multi-dimensional approaches in severe accident modeling and analyses. *Nuclear Engineering and Technology*, 38(8), December 2006.
- X. Fu, R. Viskanta, and J.P. Gore. A model for the volumetric radiation characteristic of cellular ceramics. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 24(8) :1069–1082, 1997.
- B. Gebhart. *Heat Transfer*. MacGraw-Hill, New York, 2nd edition, 1971.
- V. Guillard, F. Fichot, P. Boudier, Parent M., and R. Roser. ICARE/CATHARE coupling : three-dimensional thermal-hydraulics of LWR severe accidents. In *Proceedings of ICONE 9, 9th International Conference on Nuclear Engineering*, Nice Acropolis, France, April 2001.
- J.M. Goyhénèche and J.F. Sacadura. The zone method : A new explicit matrix relation to calculate the total exange areas in anisotropically scattering medium bounded by anisotropically reflecting walls. *Journal of Heat Transfer*, 124 :696–703, August 2002.
- L. Glicksman, Shuetz, and Sinofsky. Radiation heat transfer in foam insulation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1(30) :187–197, 1987.
- C.T. Hsu, P. Cheng, and K.W. Wong. Modified Zehner-Schlunder models for stagnant thermal conductivity of porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 37 :2571–2759, 1994.
- T.J. Hendricks and J.R. Howell. Inverse radiative analysis to determine spectral radiative properties using the discrete ordinates method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2 :75–80, 1994.
- T. J. Hendricks and J. R. Howell. Absorption/scattering coefficients and scattering phase function in reticulated porous ceramics. *ASME Journal of Heat Transfer*, 118(1) :79–87, 1996.
- T.J. Hendricks and J.R. Howell. New radiative analysis approach for reticulated porous ceramics using discrete ordinates method. *ASME Journal of Heat Transfer*, 4(118) :911–917, 1996.
- P. Hofmann. Current knowledge on core degradation phenomena, a review. *Journal of Nuclar Materials*, 270 :194–211, 1999.
- R.R. Hobbins, D.A. Petti, D.J. Osetek, and D. L. Hargman. Review of experimental results on light water reactor core melt progression. *Nuclear Technology*, 95, Sept 1991.

- H.C. Hottel and A.F. Sarofim. *Radiative transfer*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1967.
- M. Kaviany. *Principles of Heat Transfer in Porous Media*. Springer-Verlag, 2nd edition, 1995.
- H.T. Kamden and D. Baillis. Isotropic scaling limits for one-dimensional radiative heat transfer with colimated incidence. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 93 :103–113, 2005.
- K. Kamiuto, M. Iwamoto, M. Sato, and T. Nishimura. Radiation extinction coefficients of packed-sphere systems. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 45(2) :93–96, 1991.
- W.M.J. Kruijf and J.L. Kloosterman. On the average chord length in reactor physics. *Annals of Nuclear Energy*, 30 :549–553, September 2002.
- K. Kamiuto, M. Sato, and M. Iwamoto. Determination of the radiative properties of high-porosity materials by use of the emerging-intensity fitting method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 42(6) :477–482, 1989.
- P. Levitz. Off lattice reconstruction of porous media : critical evaluation, geometrical confinement and molecular transport. *Advanced Colloide Interface Science*, pages 71–106, 1998.
- J. Libmann. *Eléments de sureté nucléaire*. Number 2-86883-274-1 in 1. Les éditions de physique, 1996.
- R. Lopes, M. Luis, D. Baillis, and J. F. Sacadura. Directional spectral emittance of a packed bed : Correlation between theoretical prediction and experimental data. *ASME Journal of Heat Transfer*, 123 :240–248, 2001.
- A. Milandri, F. Asllanaj, and G. Jeandel. Determination of radiative properties of fibrous media by an inverse method — comparison with the Mie theory. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 74 :637–653, Novembre 2001.
- R.D. Manteufel. *Heat Transfer in an Enclosed Rod Array*. PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, USA, May 1991.
- J. G. Munthe Andersen and C. L. Tien. Radiation heat transfer in a BWR fuel bundle under LOCA conditions. *Fluid Flow and Heat Transfer*, 1979.
- Schwarz M., Clément B., and Jones A.V. Applicability of PHEBUS-FP results to severe accident safety evaluations and management measures. *Nuclear Engineering and Design*, 209(1-3) :173–181, 2001.
- G.D. Mazza, C.A. Berto, and G.F. Barreto. Evaluation of radiative heat transfer properties in dense particulate media. *Powder Technology*, 67 :137–144, 1991.
- P. Meekunnasombat and F. Fichot. Characterisation of degraded core geometry by a statistical analysis of tomographies from PHEBUS-FP tests. *en préparation À l'IRSN*, 2008.
- E. Nisipeanu and P.D. Jones. Identification of the effective radiative properties of a hot, thick, porous medium. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 60(1) :85–96, 1998.

- J. Petrasch, P. Wyss, and A. Steinfeld. Tomography-based Monte Carlo determination of radiative properties of reticulated porous ceramics. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 105 :180–197, 2007.
- P. Rubiolo and J.M. Gatt. Modeling of the radiative contribution to heat transfer in porous media composed of spheres or cylinders. *International Journal of Thermal Sciences*, 41 :401–411, 2002.
- A.P. Robert. Statistical reconstruction of three-dimensionnal porous media from two-dimensional images. *Physical Review*, 56 :3203–3212, 1997.
- O. Rozenbaum. *Etude de l'influence de la texture sur l'émissivité spectrale de matériaux poreux semi-transparents à haute température*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 1999.
- P. Rubiolo. Determination of the core equivalent conductivity during a severe accident in a PWR. In *Proceedings of NHTC'00 - 34th National Heat Transfer Conference*, Pittsburgh (Pennsylvania), August 2000.
- P. Rubiolo. *Modélisation du transfert thermique dans un milieu poreux : application aux réacteurs nucléaires en situation accidentelle*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille I, décembre 2000.
- R. Sanchez. On the use of the average chord length. *Annals of Nuclear Energy*, 31 :221–2216, April 2004.
- R. Siegel and J.R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Taylor and Francis, third edition, 1992.
- G. Schanz, S. Hagen, P. Hofmann, G. Schumacher, and L. Sepold. Information on the evolution of severe LWR fuel element damage obtained in the CORA program. *Journal of Nuclear Materials*, 188 :131–145, 1992.
- M. Schwarz, G. Hache, and P. Von der Hardt. PHEBUS-FP : a severe accident research programme for current and advanced light water reactors. *Nuclear Engineering and Design*, 187 :47–69, January 1999.
- B. P. Singh and M. Kaviany. Modelling radiative heat transfer in packed beds. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 6(35) :1397–1405, 1992.
- M.S. Sohal. A radiation heat transfer model for the SCDAP code. *Nuclear Technology*, 75 :196–204, 1986.
- W. Strieder. Radiation heat transport in disordered media. *Advances in Water Resources*, 20(2-3) :171–187, 1997.
- M. Tancrez. *Modélisation du rayonnement et transferts couplés dans des milieux poreux réactifs. Application aux brûleurs radiants à gaz*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, Août 2002.
- C.L. Tien and B.L. Drolen. Thermal radiation in particulate media with dependent and independent scattering. *Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 1 :1–32, 1988.
- J. Taine, E. Iacona, and J.P. Petit. *Transferts Thermiques*. Dunod, 4th edition, 2008.
- S. Torquato and B. Lu. Chord length distribution for two-phase random media. *Physical Review*, 47(4), 1993.
- C.L. Tien, R.A. Sanchez, D.A. Mandell, and C.T. McDaniel. Surface radiative exchange in rod bundles. *ASME Journal of Heat Transfer*, 101 :378, 1979.

- M. Tancrez and J. Taine. Direct identification of absorption and scattering coefficients and phase function of a porous medium by a Monte Carlo technique. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 :373–383, January 2004.
- H.A. Vercamen and G.F. Froment. Monte Carlo technics for for the simulation of radiation in industrial furnaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 23 :329–337, 1980.
- D. Vortmeyer. Radiation in packed solids. In *6th International Heat Transfer Conference*, Toronto (Canada), 1978.
- Y.S. Yang, J.R. Howell, and D.E. Klein. Radiative heat transfer through a randomly packed bed of spheres by the Monte Carlo method. *Journal of Heat Transfer*, 105 :325–332, 1983.
- B. Zeghondy. *Caractérisation des propriétés radiative anisotropes d'un matériaux poreux par identification de fonctions de distribution radiatives ; validation expérimentale*. Thèse de doctorat, École Centrale Paris, Décembre 2005.
- M. Zabiégo, F. Fichot, and P. Rubiolo. Modeling of radiative heat transfer during a PWR severe accident. *Nuclear Technology*, 154 :194–214, December 2006.
- B. Zeghondy, E. Iacona, and J. Taine. Determination of the anisotropic radiative properties of a porous material by radiative distribution function identification (RDFI). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 :2810–2819, 2006.
- B. Zeghondy, E. Iacona, and J. Taine. Experimental validation of RDFI method predictions of statistically anisotropic porous medium radiative properties. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 :3701–3707, 2006.