

**UNIVERSITÉ GRENOBLE I – JOSEPH FOURIER**

*N° attribué par la bibliothèque*

|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|

**THÈSE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'U.J.F. – Grenoble I**

***Spécialité : Mécanique et Énergétique***

préparée au laboratoire de l'I.R.S.N./DSR/SAGR : Bureau de Physique des Accidents Graves

dans le cadre de l'École Doctorale ***Mécanique et Énergétique***

présentée et soutenue publiquement

par

LAMOME Julien

Le 7 septembre 2007

**ÉTUDE DE LA PHASE D'INITIATION ET D'ESCALADE D'UNE EXPLOSION DE VAPEUR**

**DIRECTEUR DE THÈSE**  
**M. BERTHOUD Georges**

**JURY**

M.	HOPFINGER Émil	, Président
M.	MAGALLON Daniel	, Rapporteur
M.	BAUWENS Luc	, Rapporteur
M.	BERTHOUD Georges	, Directeur de thèse
M.	MEIGNEN Renaud	, Examineur
M.	SABROUX Jean-Christophe	, Examineur

## Résumé

Le problème de l'initiation de l'explosion de vapeur est abordé ici en étudiant la fragmentation thermique (faibles perturbations en pression) d'une goutte chaude entourée d'un film de vapeur stable. La fragmentation semble consécutive à des contacts locaux entre la goutte et le réfrigérant. Néanmoins, le mécanisme exact qui déforme la goutte suite à ces contacts est incertain. Après une étude des ordres de grandeur mis en jeu, nous nous apercevons qu'un contact peut fragmenter la goutte en un temps très bref. Nous adoptons alors une approche consistant à utiliser comme critère d'explosion la simple réalisation d'un contact. Afin de valider cette approche, nous cherchons à retrouver les variations expérimentales des seuils d'explosion en fonction de la pression ambiante et en fonction de la température du réfrigérant. Le modèle retrouve les variations expérimentales, les seuils sont retrouvés avec une certaine incertitude. Le contact est obtenu par deux mécanismes rapprochant les liquides : une compression globale du film de vapeur due à la perturbation et une amplification des défauts de l'interface entre le réfrigérant et la vapeur. Il est apparu que c'est le mécanisme de compression globale qui explique principalement les variations expérimentales. Suite à ces résultats, nous avons effectué des extrapolations du modèle afin de nous approcher des conditions dans lesquelles une explosion de vapeur peut se produire industriellement (c'est à dire dans les réacteurs nucléaires à eau pressurisée).

---

## Mots clés

Explosion de vapeur ; fragmentation thermique ; instabilités de Rayleigh Taylor ; équation de Rayleigh ; choc thermique.

---

---

## Title

Study of the initiation and the escalation phases of a vapour explosion

---

## Abstract

The steam explosion triggering issue is discussed here by studying at the thermal fragmentation (small pressure perturbation) of a hot water droplet surrounded by a stable steam film. Fragmentation seems to be the consequence of local contacts between the droplet and the coolant. However, the exact mechanism altering the droplet following the above mentioned contacts is uncertain. After a study of the proportions in place, we realized a contact can fragment the droplet in a very short period of time. Therefore, we adopted an approach considering the contact as the explosion criteria. In order to validate this approach, we researched the explosion levels of the experimental variations based on the surrounding pressure and on the coolant's temperature. The model found again the experimental variations, the levels were found again with some uncertainty. The contact is obtained by 2 mechanisms inducing liquid's proximity: a steam film global compression due to the disturbance and the amplification of the interface defaults between the coolant and the steam. It appears it is the mechanism of global compression that explains mostly the experimental variations. Following these results, we conducted model's extrapolations in order to come as close as possible of the conditions in which steam explosion can occur on an industrial scale (i.e. in the water pressured nuclear reactors).

---

## Keywords

Vapour explosion ; thermal fragmentation ; Rayleigh Taylor's instabilities ; Rayleigh's equations ; choc thermique.

---

Thèse réalisée à l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN) au sein du Bureau de Physique des Accidents Graves (BPhAG)

Adresse :

B.P. 17

92 262 Fontenay aux Roses CEDEX

## Remerciements

Je remercie vivement MM. Daniel Magallon et Luc Bauwens d'avoir accepté de lire ce mémoire et d'avoir rendu leur rapport dans de si brefs délais.

Je remercie M. Émil Hopfinger d'avoir accepté de faire partie du jury et de l'avoir présidé.

Merci à M. Jean-Christophe Sabroux de sa participation au jury.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse M. Georges Berthoud pour nos discussions physique sur ce phénomène d'explosion de vapeur, pour avoir partagé une partie de sa grande expérience avec moi, pour son soutien, mais dont l'éloignement géographique n'a malheureusement pas favorisé les échanges.

Je remercie mon encadrant M. Renaud Meignen, pour m'avoir permis de réaliser cette thèse et pour m'avoir guidé et soutenu tout au long de ces années. Ainsi que pour sa patience lors des relectures des « premiers jets » et sa participation aux corrections.

Je remercie MM. Bernard Chaumont et Cataldo Caroli pour m'avoir permis de mener à son terme cette thèse et pour m'avoir accueilli chaleureusement dans leur unité.

## **Note au sujet du titre**

Le titre fait référence à l'étude de la phase d'escalade de l'explosion de vapeur. Malheureusement, les différentes orientations et difficultés rencontrées durant la thèse n'ont pas permis de traiter ce sujet — initialement prévu — de manière approfondie. Il n'est fait référence à cette phase d'escalade que dans la partie bibliographique, avec une description et une interprétation des expériences qui lui sont dédiées. Puis, en conclusion, elle est évoquée comme perspective de la présente étude, en donnant quelques pistes pour son traitement futur.

# Étude de la phase d'initiation et d'escalade d'une explosion de vapeur

Nomenclature.....	4
Introduction.....	6
I.    Généralités .....	6
II.   Cadre de l'étude.....	7
Travaux précédents .....	9
I.    Explosions dans les expériences à échelles intermédiaires .....	9
I-a.   Programme expérimental de SANDIA .....	9
I-b.   Programme KROTOS.....	18
I-c.   Résultats spécifiques .....	24
II.   Caractérisation de la fragmentation mono-gouttes .....	25
II-a.  La fragmentation des gouttes chaudes .....	26
II-b.  Escalade et propagation.....	32
II-c.  Fragmentation hydrodynamique .....	36
II-d.  Conclusion de la fragmentation mono-goutte.....	41
III.  Approches théoriques de la fragmentation.....	42
III-a.  Fragmentation hydrodynamique .....	42
III-b.  Modèles de fragmentation thermique .....	47
Interprétations et hypothèses.....	52
Chapitre 1er  Modélisation du film de vapeur soumis à une perturbation .....	55
I.    Modélisation.....	57
I-a.   État initial .....	57
I-b.   Perturbation déstabilisant le film .....	58
I-c.   Dynamique du film de vapeur.....	59
II.   Analyse du modèle .....	65
II-a.  Cas standard.....	65
II-b.  Effets des différentes modélisations pour le film .....	67
II-c.  Sensibilité.....	74
II-d.  Influence des paramètres du déclencheur .....	76
II-e.  Conclusion sur l'influence des paramètres.....	81
III.  Comparaison avec l'expérience.....	81
III-a.  Discussion sur la pression de perturbation dans l'expérience .....	82

## Sommaire

III-b.	Courbe à température d'eau constante .....	85
III-c.	Carte à sous refroidissement constant.....	93
IV.	Conclusion sur la modélisation du film .....	94
Chapitre 2e	Étude des instabilités d'interface .....	97
I.	Instabilités des interfaces.....	98
I-a.	Modélisation des IRT.....	98
I-b.	Différentes expressions de l'instabilité.....	103
I-c.	Analyse du modèle .....	103
II.	Utilisation du modèle d'IRT conjointement avec la dynamique de film .....	117
II-a.	Résultat du cas standard .....	117
II-b.	Comparaison avec l'expérience.....	121
II-c.	Discussion .....	128
III.	Conclusion sur le modèle d'IRT.....	136
Chapitre 3e	Fragmentation de la goutte par pressurisation aux contacts .....	139
I.	Rappel du phénomène physique.....	140
II.	Détermination de la pression de contact nécessaire à la fragmentation .....	140
II-a.	Modélisation.....	140
II-b.	Application pour divers profils de pression .....	143
III.	Mécanismes pouvant générer une pression menant à la fragmentation .....	151
III-a.	Choc thermique liquide – liquide .....	151
III-b.	Pressurisation par évaporation.....	162
IV.	Conclusion sur la fragmentation de la goutte .....	171
Chapitre 4e	Extrapolations et applications.....	173
I.	Extrapolation à des conditions initiales différentes.....	174
I-a.	Épaisseur du déclencheur .....	174
I-b.	Rayon de la goutte.....	176
I-c.	Température du liquide.....	178
I-d.	Température de la goutte .....	181
I-e.	Pressions ambiantes .....	186
II.	Prise en compte du taux de vide .....	188
II-a.	Groupe de bulles .....	188
II-b.	Bulles omniprésentes.....	198
II-c.	Conclusions sur l'effet du taux de vide .....	199
III.	Conclusion des extrapolations.....	199
Conclusion	.....	202

Annexes .....	206
I. Annexes introduction .....	206
I-a. Modèles théoriques de l'explosion .....	206
I-b. Les instabilités de Rayleigh Taylor et de Kelvin Helmholtz .....	208
I-c. Théorie de la nucléation et régime d'ébullition .....	212
II. Annexes chapitre premier .....	213
II-a. Détail de l'expérience 11-75-1 de N&D .....	213
II-b. Maillage du film de vapeur pour le calcul de la température .....	214
II-c. Pression du déclencheur .....	217
III. Annexes chapitre deuxième .....	221
III-a. Indépendance vis-à-vis des conditions initiales .....	221
IV. Annexes chapitre troisième .....	226
IV-a. Méthodes des caractéristiques .....	226
IV-b. Instabilités avec double interface et évaporation .....	228
V. Propriétés physiques des matériaux utilisés dans les expériences .....	238
Références .....	239

# Nomenclature

## 1. Grandeurs

$V$  volume/vitesse

$T$  température/temps adimensionnel

$T_s$  température de saturation dans la vapeur

$T_c$  température de la goutte

$T_l$  température du liquide

$R$  rayon de la goutte

$P$  pression

$P_0$  pression atmosphérique

$M$  masse molaire

$J$  flux thermique/flux massique

$F$  amplification des instabilités

$D$  diamètre de la goutte

$C$  vitesse du son

$v$  vitesse

$t$  le temps

$k$  nombre d'onde des instabilités.

$k_i$  conductivité thermique de la phase  $i$

$\alpha$  fraction volumique

$\gamma$  rapport des capacités calorifiques du film/terme d'accélération des IRT

$\delta$  épaisseur du film de vapeur

$\varepsilon$  rapport de la densité du liquide/gaz sur la densité de la goutte

$\eta$  instabilité de l'interface

$\rho$  densité

$\sigma$  tension de surface

$\varphi$  potentiel des vitesses

$L_v$  chaleur latente de vaporisation

$R_{GP} = 8.314$  J/mol/K constante des gaz parfait

$We = \rho_l D v^2 \sigma^{-1}$  nombre de Weber

$Bo = \rho_c \dot{\gamma} \sigma^{-1} R^2 / 4$  nombre de Bond



$Cd$  coefficient de traînée aérodynamique de la goutte

## 2. Indices

$l$  phase liquide du réfrigérant

$v$  phase vapeur du réfrigérant

$c$  combustible

0 instant initial/condition limite

# Introduction

## **I. Généralités**

Une explosion de vapeur peut avoir lieu lors de la mise en contact d'un liquide froid volatil (réfrigérant) avec un liquide chaud (combustible) ayant une température supérieure à la température de vaporisation du liquide froid. Des explosions spontanées se sont produites en diverses occasions, dans diverses industries — classiques et nucléaires — ayant souvent des conséquences graves. Les plus courantes ont lieu dans les fonderies, lors de la mise en contact accidentelle de métal fondu avec de l'eau [36]. Dans l'industrie pétrolière elles ont lieu lors de la mise en contact de gaz naturel liquéfié avec de l'eau. Le problème est également redouté dans l'industrie papetière.

Dans les centrales nucléaires, et en particulier dans les réacteurs à eau pressurisée (REP), un tel phénomène peut se produire si, par accident, le cœur se retrouve découvert. Le cœur n'étant plus refroidi, il monte en température à cause de la puissance résiduelle, jusqu'à fondre (~1 à 2 heures). Le cœur fondu peut provoquer une explosion soit lors de sa chute dans l'eau restant au fond de la cuve, soit lors de la percée de la cuve, en tombant dans l'eau éventuellement présente dans le puits de cuve. Le risque d'explosion de vapeur est également étudié pour certains types de réacteurs où on estime qu'une rapide excursion de puissance est possible. Dans ce cas, l'excursion provoque une fusion du cœur en un temps très court. Plusieurs explosions ont été obtenues de cette façon dans des réacteurs expérimentaux, soit de manière recherchée dans les cas tels que BORAX [33], SPERT [66] et NRX [29], soit de manière accidentelle comme dans le réacteur américain SL1 [87]. C'est probablement par un mécanisme similaire que le réacteur de la centrale de Tchernobyl a été détruit.

L'explosion de vapeur est un phénomène observé aussi dans la nature avec la lave tombant dans la mer ou coulant sur un glacier. Elle explique également certaines éruptions volcaniques [2].

L'explosion de vapeur est un phénomène engendré par un transfert très rapide de chaleur entre le combustible et le réfrigérant et donc la vaporisation de ce dernier. Pour les explosions les plus intenses, elle peut être de type détonation. Pour que la vaporisation soit explosive, il faut que le transfert énergétique soit plus rapide que les processus de relâchement de la pression. Ceci est le cas si le transfert se fait *via* une fragmentation très fine du combustible. La fragmentation permet alors un dégagement rapide de l'énergie

thermique qui se transforme partiellement en énergie mécanique. En régime d'escalade et d'auto-entretien, cette fragmentation est elle-même due à l'onde de pression générée par l'explosion. Le phénomène est relativement bien connu dans son principe. Cependant, les mécanismes de la fragmentation fine du combustible ayant lieu au cours de l'explosion restent assez incertains, ainsi d'ailleurs que les processus de transfert thermique et de changement de phase. En particulier, pour les premiers instants, pendant le déclenchement, les processus de fragmentation ne peuvent être dus uniquement à des mécanismes hydrodynamiques et sont assez mal caractérisés.

## **II. Cadre de l'étude**

Pour les études de sûreté dans les réacteurs nucléaires, il est craint que l'explosion de vapeur conduise à la rupture du confinement, ayant pour conséquence le relâchement de matières radioactives dans la nature. Il est alors nécessaire de savoir, pour un système industriel donné, quelle intensité peut atteindre une explosion en cas d'accident, et ainsi prévoir les mesures de sécurité en conséquence. Plusieurs problèmes empêchent pour l'instant cette prévision avec suffisamment de confiance. Pour déterminer si une explosion va se déclencher, il y a deux aspects différents à prendre en considération :

- **L'événement perturbateur** : plusieurs phénomènes peuvent déclencher l'explosion, telles que l'encapsulation d'eau dans une partie du combustible, une perturbation de pression venant d'une explosion « lointaine » ou une chute d'objets. **Ces phénomènes ne seront pas étudiés dans la suite.** Nous supposons que d'une manière ou d'une autre, l'évènement perturbateur se traduit par une onde de pression dans le milieu eau plus combustible dispersé. La forme et l'intensité de cette perturbation en pression seront des paramètres de l'étude.
- **La réponse du mélange** : pour une perturbation donnée, le déclenchement ou non de l'explosion, ainsi que son intensité, dépendront fortement des conditions initiales du mélange : taille, concentration des gouttes de combustible, taux de vide, températures des liquides, etc. Nous pouvons distinguer deux grandeurs pour caractériser cette réponse : la susceptibilité<sup>1</sup> d'une part, c'est-à-dire la facilité à déclencher une explosion pour un mélange donné, et le potentiel d'autre part, c'est-à-dire l'intensité maximale qu'elle peut atteindre en régime d'auto-entretien. Il est important de noter qu'il n'y a

---

<sup>1</sup> On parle souvent d'explosivité, mais ce terme revêt plusieurs définitions et il n'est donc pas employé.

pas forcément un lien entre les deux. Nous nous intéresserons qu'au phénomène de susceptibilité.

Il est important d'insister sur le premier point. En effet, dans les études sur l'explosion de vapeur, il est souvent pris en compte l'aspect spontané ou non du déclenchement. Ainsi que nous venons de le dire, nous n'insisterons pas sur les événements perturbateurs non liés à une perturbation de pression (ex. changement de régime d'ébullition). Il va de soit que la spontanéité de l'explosion traduit une sorte d'état de *super-susceptibilité* qui combine à la fois une facilité à générer un événement perturbateur et une instabilité aux faibles perturbations. Contrairement aux expériences mettant en jeu quelques kilogrammes de combustible, il est estimé que lors d'un accident grave de réacteur nucléaire, les événements perturbateurs sont nombreux. Il ne faut donc pas réduire l'étude à l'explosion spontanée, car le contexte des expériences ne correspond pas à celui des accidents graves. Pour nous, la possibilité d'une explosion de vapeur devra toujours être reliée aux caractéristiques d'un événement perturbateur, éventuellement très faible du point de vue de la pression.

Dans ce cadre, l'objectif du travail dont la synthèse est présentée ici, était d'étudier plus en détail et d'améliorer la compréhension des mécanismes mis en jeu lors de la phase d'initiation de l'explosion de vapeur (ainsi que durant la phase d'escalade). Pour mener à bien cet objectif, nous proposons une modélisation visant à caractériser les conditions de déclenchement d'une explosion. Ceci permettra d'effectuer quelques extrapolations à des conditions différentes de celles des expériences sur lesquelles notre analyse se base.

## **Travaux précédents**

Dans un premier temps, il faut rappeler les points importants qui ont été dégagés des différentes expériences d'explosion de vapeur mettant en jeu plusieurs kilogrammes. Celles-ci donnent quelques tendances importantes sur l'explosion, mais ne permettent pas d'obtenir d'information sur les mécanismes fondamentaux. Il sera donc présenté dans un deuxième temps des expériences réalisées avec une seule goutte de combustible. Celles-ci ne présentent pas exactement une explosion de vapeur, mais sont censées reproduire les mécanismes fondamentaux qui s'y produisent. Pour finir, quelques modèles de fragmentation seront présentés.

### **I. Explosions dans les expériences à échelles intermédiaires**

Pour plus de détails sur ces expériences et une présentation plus exhaustive, il est possible de se reporter à Berthoud [9] [10].

#### **I-a. Programme expérimental de SANDIA**

Dans les années 1980 un programme important ( $\approx 10$  ans) a été conduit dans les laboratoires SANDIA (États-Unis). Deux grandes séries d'expériences ont été menées : une première série à petite échelle avec quelques grammes de combustible et une seconde série à échelle intermédiaire avec des masses de quelques kilogrammes. En tant que précurseur, ce programme a permis de dégager quelques tendances concernant aussi bien la possibilité d'exploser que les rendements mécaniques associés. Les paramètres étudiés sont la pression ambiante, la température de l'eau, la température du combustible, sa composition, le mode de mise en contact et l'énergie nécessaire au déclenchement.

Les caractéristiques des principaux tests se trouvent dans le tableau 1. Nous notons en particulier que les conditions relatives au combustible, hormis la masse, sont assez représentatives du cas réacteur, avec notamment l'utilisation de *corium* et des températures allant jusqu'à 3000 K.

Le combustible de composition diverse (fer, alumine, oxyde de fer, *corium*...) est fondu à des températures allant de 1800 à 3000 K. Le sous-refroidissement de l'eau est largement

balayé en allant de 0 à 170 K. La pression ambiante varie de 0,83 (pression ambiante à SANDIA) à 12 bars. Les déclencheurs génèrent des pressions allant de 0 à 500 bars. Le *corium* de ces expériences est produit par réaction thermitique. Sa composition varie, mais elle est toujours composée de fer, notamment le « *corium* A+R » est composé en masse de 53 % d'UO<sub>2</sub>, 16 % de ZrO<sub>2</sub> et 30 % d'acier.

	Expériences à échelle intermédiaire
Masse de "combustible"	0,6 → 20 kg
Composition du "combustible"	Thermite Fe - Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> FeO <sub>x</sub> Corium A + R
Température du "combustible"	2000 → 3000 °K
$M_{H_2O}^{O/M}$ combustible	1,5 → 50
Sous-refroidissement de l'eau	0 → 170°K
Mode de mise en contact	Chute de combustible dans l'eau
(Avec chute) hauteur de chute ↓ vitesse d'entrée	0,3 à 2,7 m  4 à 7 m/s
Pression ambiante	0,83 → 11 bars
Pression du trigger	100 → 500 bars
Nature du réfrigérant	H <sub>2</sub> O

tableau 1 : Gamme des paramètres étudiés à SANDIA (tableau issu de Berthoud [9])

*i- Essais préliminaires*

Une première série de 60 essais dits « open geometry » a été réalisée dans un dispositif simple avec peu d'instrumentation [17]. Le but était de déterminer le rendement d'interactions impliquant 10 à 20 kg de combustible. Ce rendement est estimé par le rapport de l'impulsion reçue par le capteur situé sous la cuve et de la hauteur à laquelle les débris ont été éjectés sur l'énergie thermique disponible dans le combustible (estimée à 3,1 MJ/kg).

50 tests ont été réalisés avec de la thermite  $\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{Fe}$  et 10 tests avec du *corium* A+R. Avec la thermite, on obtient des interactions violentes et spontanées (généralement lors de contact avec la paroi ou la base) avec des rendements (voir ii-3· plus loin pour une définition) compris entre 0,1 % et 0,6 % en général, mais dans quelques essais le rendement a été jusqu'à 3 %. À cette époque, il apparaissait cependant que le rendement était de 1 à 2 ordres de grandeur plus faible que le maximum théorique (voir annexes I-a). Pour le *corium*, il a fallu un déclencheur très énergétique, soit 6 g d'explosif PETN, pour produire une petite interaction de 0,05 % de rendement. La seule conclusion évidente de ces essais est la faible propension à exploser du *corium* utilisé. Cette tendance générale sera confirmée par la suite dans bien d'autres expériences (KROTOS en particulier), mais nous verrons qu'il ne s'agit pas d'un résultat général.

Tous les essais suivants ont été réalisés avec un dispositif mieux instrumenté nommé EXO-FITS (Fully Instrumented Test Section), l'interaction ayant lieu dans une chambre pouvant être fermée (FITS, figure I-1) et avec un dispositif de relâchement du combustible différent.

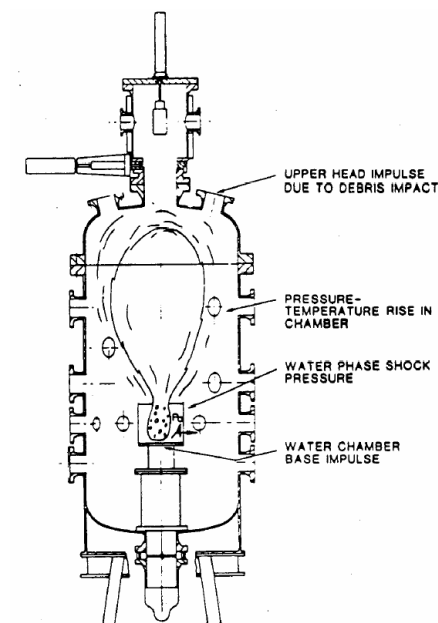


figure I-1 : Schéma de la chambre FITS

*ii- Essais FITS*

Nous regroupons sous cette dénomination un grand nombre de séries d'essais notés FITSA, FITSB, FITSC, CM, MDC... chacune ayant un objectif assez précis. Nous y incluons aussi une série préliminaire (MD) destinés à étudier le mode de relâchement du combustible, mais ayant donné lieu à des tests satisfaisants.

Hormis pour les essais MD, le dispositif FITS est fermé et permet une mesure de l'élévation de pression et donc le calcul d'un rendement de compression du gaz.

## 1. Effets de masses : essais MD (« melt delivery ») [67]

Dans ces essais, le paramètre étudié est la masse de combustible : de 0,6 à 5,3 kg de thermitite sont libérés. L'état du combustible avant d'entrer dans l'eau n'est pas clairement caractérisé. Il semble que dans tous les cas, les auteurs aient cherché à obtenir un bloc assez compact avec une longueur du même ordre que le diamètre. Le système permet de faire varier légèrement la vitesse d'injection. Nous notons également que dans tous les tests, la masse d'eau (diamètre principalement) est ajustée afin d'obtenir un rapport entre les masses d'eau et de combustible constant, de l'ordre de 50. À partir des films, des vitesses de propagation du front d'explosion allant de 200 à 600 m/s sont mesurées. Sur ces mêmes films, on s'aperçoit que tout le combustible ne réagit pas, car une partie est éjectée par la pression alors qu'il est encore à haute température (lumineux sur le film).

Les explosions enregistrées ont toutes été spontanées, se déclenchant lors du contact de la thermitite avec le fond de la cuve (hormis MD14). Les résultats permettent alors des observations relatives aux effets de masse sur l'obtention d'une explosion :

- Il n'y a explosion spontanée que si la densité apparente de combustible dans la zone d'interaction est comprise entre 120 et 170 kg/m<sup>3</sup> (figure I-2). Cet effet de densité est très important. Nous voyons qu'il existe un optimum. Si le combustible est trop compact ou trop dispersé l'explosion spontanée ne peut se déclencher. Nous voyons aussi que, pour l'explosion spontanée, la gamme de densité peut être très étroite. Avec une densité de combustible de l'ordre de 5000 kg/m<sup>3</sup>, cela nous donne un taux de présence dans la zone d'interaction compris entre environ 2,4 et 3,4 %.
- Il existe également un seuil du débit d'injection du combustible en deçà duquel aucune explosion n'est observée (figure I-3). Cependant, comme la vitesse d'injection est peu variable, ce seuil peut sans doute être directement relié à celui relatif à la masse.
- Dans ces tests, il existe une masse minimale pour l'interaction spontanée : ~1,8 kg. Au-dessus il ne semble pas y avoir d'effet de la masse sur le rendement. Cependant, en analysant bien les résultats, nous voyons sur la figure I-2 et la figure I-3 que les tests à



faibles et fortes densités n'ayant pas explosé sont également ceux avec les faibles masses et à faible taux. Il existe donc probablement un biais rendant l'interprétation difficile.

L'existence d'un seuil minimal en masse et d'une gamme étroite de taux de présence peut être justifiée de diverses manières. Une densité faible ne permettra pas à l'explosion de se propager, les gouttes étant trop éloignées. Une densité trop élevée ne contiendra pas assez d'eau pour exploser.

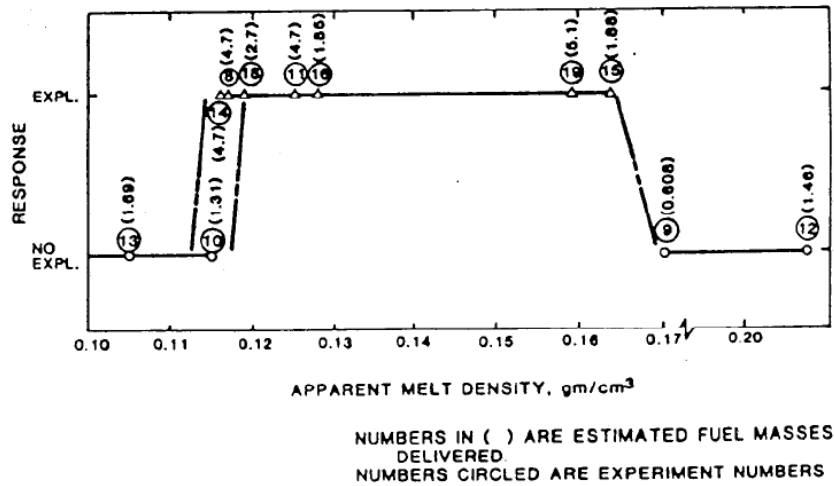


figure I-2 : Avènement d'une explosion en fonction de la densité de combustible dans le réfrigérant, série MD [67]

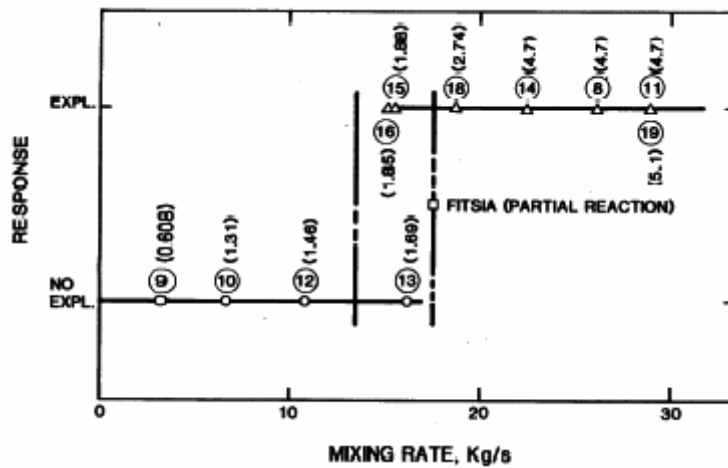


figure I-3 : Avènement d'une explosion en fonction du débit massique d'injection, série MD (+ 1 essai FITSA), voir figure I-2 pour légende [67]

## 2. Effets de pressions : FITSA et FITSC

Les cinq essais FITSA et cinq essais FITSC sont similaires aux essais MD mais effectués en enceinte fermée. Pour chaque série, deux essais sont faits avec une pression ambiante de 10 bars (FITSA) et 6 bars (FITSC) environ, à chaque fois avec la thermitte  $Al_2O_3-Fe$ . Les masses mises en jeu sont de 5 kg (FITSA) et 20 kg (FITSC). Ces essais à haute pression

semblent indiquer que celle-ci supprime le déclenchement spontané, quelle que soit la masse. Nous verrons que ceci est cohérent avec les expériences à petite échelle, mais le nombre d'essais est trop faible pour obtenir une quantification de l'effet. Cependant, dans un de ces essais, un déclencheur a été activé, ce qui engendra une explosion similaire au cas des pressions ambiantes.

### 3. Effet du rapport des masses d'eau et de combustible : FITSB [68] [39] [6]

Les neuf essais FITSB ont tous été effectués à pression ambiante avec 18,7 kg de thermitte  $Al_2O_3-Fe$ , en faisant varier la masse d'eau (et la géométrie de la cuve). Il faut noter également qu'un des tests est fait à température de saturation. Dans ce cas, il est noté quelques petites explosions localisées, mais pas d'interaction généralisée. Tous les autres cas ont mené à de fortes explosions. Il est noté que dans trois cas une double explosion a eu lieu. Une première explosion fragmente grossièrement le mélange (de 20 mm à 5-10 mm). Cette première explosion donne un mélange plus fin, mais peu refroidi du fait de la grosse taille des fragments. La seconde explosion est beaucoup plus forte et donne des débris fins (de l'ordre de la centaine de micromètres).

Deux rendements sont calculés:

- celui relatif à la pressurisation de l'enceinte

$$\eta_D = \frac{\Delta P V}{(\gamma - 1) Q_m}$$

$\Delta P$  augmentation de pression dans l'enceinte,  $V$  volume de l'enceinte,  $Q_m$  énergie thermique contenue dans le combustible,  $\gamma$  rapport des chaleurs spécifiques. Ce rendement est calculé en supposant que le travail réalisé par l'explosion est entièrement transféré au gaz de l'enceinte. L'explosion comprime le gaz de l'enceinte de façon adiabatique, mais ce volume est considéré variant peu et est donc gardé constant dans les équations.

- celui relatif à l'énergie cinétique transférée aux matériaux éjectés,

$$\eta_{EK} = \frac{E_k}{Q_m}, E_k = \text{Énergie cinétique des matériaux éjectés}$$

En faisant varier le rapport masse d'eau/masse de combustible de 1,5 à 15, le rendement en énergie cinétique  $\eta_{EK}$  en dépend peu, mais pas celui en pressurisation  $\eta_D$  (figure I-4). Plus la masse d'eau est importante plus le rendement est important avec des valeurs de 1 % pour  $\eta_{KE}$ , et de 2 à 8 % pour  $\eta_D$ .

Idéalement, les modèles thermodynamiques de Hicks & Menzies et de Hall (voir annexe I-a) montrent que les rendements sont maximums pour des volumes comparables de

combustible et d'eau (la valeur exacte dépendra de la densité et de la chaleur spécifique du combustible). La figure I-4 montre qu'en réalité il n'en est rien. Ceci résulte en partie du fait que ces modèles thermodynamiques ne prennent pas en compte la génération de vapeur liée au *prémélange*. En effet, un mélange riche en combustible fournira beaucoup de vapeur et engendrera une interaction moins efficace. Une seconde hypothèse est que ces modèles font l'hypothèse simplificatrice d'équilibre entre l'eau et le combustible.

Il faut noter que le rapport initial des masses ne traduit pas forcément une densité apparente de la zone de mélange. En effet, pour les grandes masses d'eau, une partie de cette eau ne participe pas à l'interaction. Par contre, il semble y avoir une coupure pour les forts taux de combustible, avec un rapport de masse entre 1 et 2. Ceci nous donne un taux de présence entre 10 et 20 % si on ne prend pas en compte la vapeur générée.

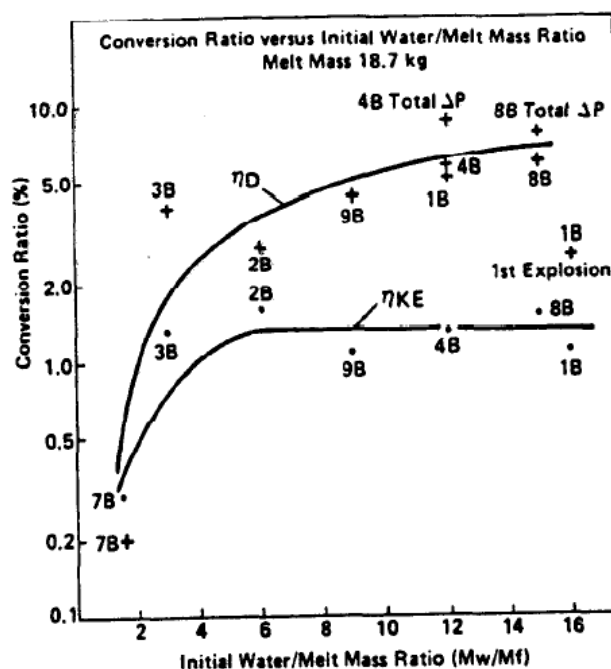


figure I-4 : Rendement cinétique et de pressurisation en fonction du rapport de masse

#### 4. Effet de l'hydrogène et/ou de la température de l'eau : OM (« Oxyde Melt »)

Hormis une production de vapeur plus importante, une des explications évoquées pour expliquer que le mélange n'explose pas avec des températures d'eau élevée est que la production d'hydrogène serait plus importante. Pour vérifier cela, il est utilisé dans les essais OM des combustibles oxydés saturés en oxygène qui ne produisent pas d'hydrogène par oxydation avec l'eau. Trois des tests sont faits avec une eau sous-refroidie (69 °C), tandis que le quatrième est pratiquement à saturation (4 K de sous-refroidissement). Ces tests sont malheureusement peu instrumentés. Pour chacun des quatre tests, une explosion se produit

quelle que soit la température de l'eau. La présence d'hydrogène rend le film de vapeur plus gaz entourant les gouttes plus difficile à déstabiliser (l'hydrogène étant incondensable) ce qui est cohérent avec la plus grande difficulté à obtenir une interaction. Le mélange nécessitera une plus grosse perturbation pour exploser. Il faut noter, par ailleurs, que l'oxyde de fer a une plus grande susceptibilité, comparé à la thermitte alumine, même à basse température d'eau. Nous notons aussi, dans ces tests, l'absence d'événements de surface (explosions, ébullitions intenses) caractéristiques de nombreux essais en thermitte (essais MD par exemple). Il reste cependant possible qu'un phénomène autre que la production d'hydrogène, comme par exemple la formation d'un *prémélange* différent, explique ces différences de comportement.

### 5. Expériences en corium A+R : série MDC [39] [6] [7]

Une série d'expériences a également été réalisée avec le *corium* A+R, obtenu *via* une réaction thermitique. Il contient après réaction 53 %  $\text{UO}_2$ , 16 % de  $\text{ZrO}_2$  et 30 % d'acier. Les conditions et résultats sont regroupés dans le tableau 2. Les tests sont à pression et température d'eau ambiantes. Ces tests sont assez peu référencés. Sur les cinq tests référencés (et réussis, MDC 1, 2, 14, 16 et 17), quatre ont donné lieu à des interactions spontanées d'énergies comparables aux autres tests en  $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Fe}$  (tableau 2). En particulier, dans les tests MDC2 et MDC16 les rendements cinétiques sont estimés supérieurs à 2 % (pressions de 1000 bars enregistrées dans MDC2). Il est ainsi conclu que, si le *corium* semble présenter une plus grande difficulté à exploser, les chargements obtenus sont du même ordre de grandeur que pour  $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Fe}$ , quand l'interaction est initiée.

MDC	Masse délivrée combustible	Masse d'eau	Rapport des masses	Rendement $\eta_{\text{KE}}$	Commentaire
1	1.2	151	125	-	Relâchement partiel (~20 %) Pas d'interaction
2	4.3	150	35	2.3	Interaction spontanée violente Déclenchement fond de cuve
14	8.	108	13.5	1.	Interaction spontanée peu puissante Problème avec la cuve d'eau
16	8.2	182	18.5	2.4	Interaction spontanée violente Déclenchement fond de cuve
17	9-18	276	31-15	2.6-1.3	Interaction spontanée violente Déclenchement fond de cuve

tableau 2 : Conditions initiales et résultats pour les tests MDC

### 6. Effet du confinement : RC (« Rigid Confinement ») [9]

La série d'expérience FITS s'est arrêtée avec le second essai de la série RC, qui détruit complètement la boucle et fit des dégâts importants. Ces deux essais sont tout à fait similaires aux précédents : 20 kg d' $\text{AL}_2\text{O}_3\text{-Fe}$  dans environ 100 kg d'eau sous-refroidie, mais la cuve de plexiglas est remplacée par une cuve rigide. Les deux essais sont identiques, hormis le fait que le relâchement a lieu 3 s plus tard pour RC1. Aucune explosion n'a eu lieu pour RC1, tandis que le rendement estimé pour RC2 est entre 8 et 15 % selon les méthodes de calculs. L'effet du confinement sur le rendement est assez clair. Ce qui l'est moins est la cause de différence de comportement entre les deux essais. Hormis des effets stochastiques, il est possible que le combustible ait été plus chaud, donc moins enclin à solidifier, dans RC2 (il n'y avait pas de dispositif de mesure de température du combustible).

### *iii- Conclusions sur les essais de SANDIA*

L'ensemble de ces expériences avait pour but principal de cerner les paramètres pouvant intervenir dans l'initiation et l'intensité d'une explosion. Concernant l'initiation, les influences de température de l'eau, pression ambiante, nature du combustible, potentiel d'oxydation ont été mis en avant, permettant ainsi d'envisager de caractériser les conditions où l'explosion est plus ou moins probable. Ainsi, une pression ambiante élevée, une température de réfrigérant proche de la saturation, auront tendance à empêcher le déclenchement d'explosion. Cependant, malgré le grand nombre de tests réalisés, il n'est pas possible de tirer des informations réellement quantitatives. L'explosion apparaît comme un phénomène complexe, résultant de multiples paramètres, qui peut même présenter certains aspects chaotiques. Nous notons ainsi des phénomènes de seuils vis-à-vis des masses mises en jeu ou de la pression ambiante. Ces seuils peuvent néanmoins dépendre de l'évènement perturbateur et de l'installation expérimentale.

Le *corium* apparaît présenter une susceptibilité moindre que certains matériaux tels que les oxydes de fer et  $\text{AL}_2\text{O}_3\text{-Fe}$ . Celle-ci n'est cependant pas nulle et l'explosion peut même être assez violente sous certaines conditions, comme le montre la série MDC.

Nous notons enfin l'occurrence assez fréquente d'explosions doubles. Ainsi, des conditions pour des interactions de faible énergie peuvent conduire, via ce mécanisme, à des explosions de forte intensité. Ceci amène à penser que l'intensité de l'explosion peut difficilement être prédite avec des modèles simples uniquement à partir de l'état initial du système.

## I-b. Programme KROTOS

KROTOS est un programme expérimental dédié à l'étude de la phase d'explosion, mené dans les années 90 au JRC Ispra, avec pour première priorité de fournir des données de qualité pour la mise au point des logiciels de calculs [64] [61] [47] [46] [59]. En ce sens, l'expérience ne recherche pas en priorité à caractériser la susceptibilité d'un mélange donné et la gamme de paramètres est assez limitée. Le déclencheur, quand il est utilisé, est relativement puissant. Il s'agit d'une capsule de gaz comprimé à 120 bars. Utilisé dans un test sans eau (KT4), celui-ci provoque la propagation d'une onde de pression d'environ 50 bars.

Le four est à rayonnement, ce qui permet de fondre n'importe quel matériau. On s'affranchit aussi des problèmes liés à la réaction thermitique (réaction incomplète, température incertaine) quand le combustible est produit de cette façon. Mais certains matériaux peuvent réagir chimiquement avec le creuset en tungstène.

Les premières expériences utilisaient des métaux tels que l'étain (elles ne sont pas décrites ici). Les dernières expériences ont été faites avec deux matériaux : l'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) et un *corium* oxydé (80 %  $\text{UO}_2$  20 %  $\text{ZrO}_2 \pm 1$  %).

L'expérience est plutôt mono-dimensionnelle, ce qui facilite l'analyse mathématique, mais introduit naturellement un biais pour l'extrapolation des conditions menant à une explosion. Dans les dernières expériences, la section d'essai de KROTOS mesure 200 mm de diamètre, et contient environ 1 m de hauteur d'eau (figure I-5). Les expériences sont réalisées avec un gaz neutre, He ou Ar. La pression est relevée en plusieurs points le long de la section d'essai, ce qui permet de suivre la propagation de l'explosion.

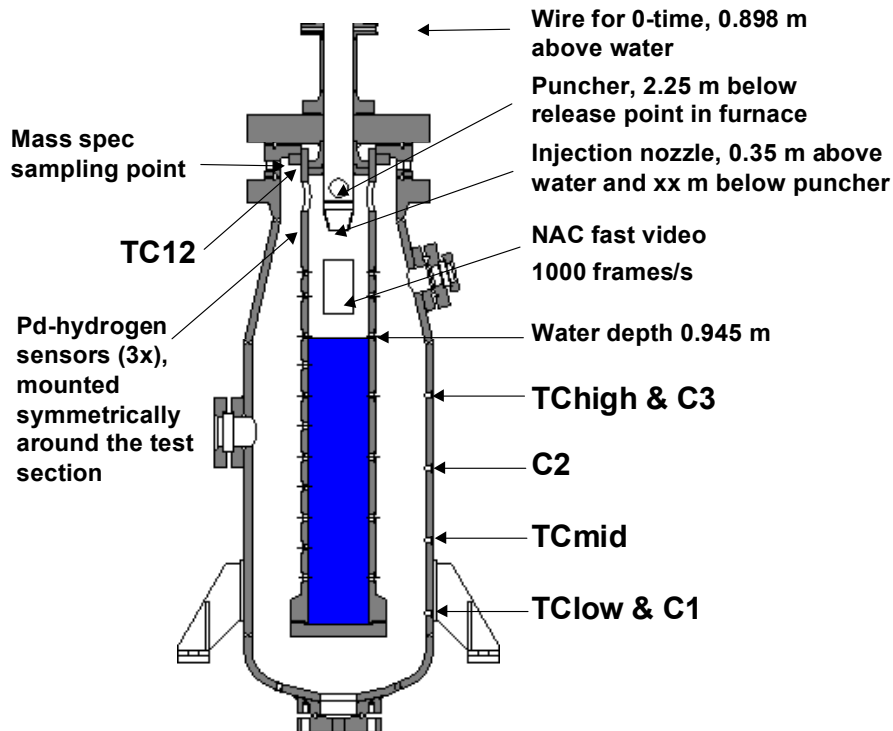


figure I-5 : Schéma de l'appareillage KROTOS

Le creuset contenant le matériau fondu tombe d'une hauteur d'environ 2 m sur un percuteur qui perce le fond du creuset et permet au liquide de s'écouler dans un tube menant à la buse d'injection. Le jet arrive dans l'eau avec une vitesse élevée et une forme mal caractérisée. Dans les conditions de mise en contact liées au dispositif et avec la géométrie considérée, l'alumine explose très facilement et souvent spontanément. Par contre, les tests en *corium* n'ont mené que rarement à des interactions explosives, jamais spontanées et uniquement dans des conditions de sous-refroidissement important et avec une légère pressurisation ( $\sim 3$  bars). En dessous de 3 bars, il est constaté que le *corium* a beaucoup plus de mal à pénétrer dans la section d'essai, probablement à cause de la faible section d'essai. Cette observation peut être la cause de la difficulté à exploser à basse pression.

Dans KROTOS, de nombreuses incertitudes existent sur la phase de *prémélange* et donc sur l'état initial au moment de l'explosion.

Dans la référence [64] se trouvent les principales caractéristiques des tests en alumine. La masse injectée est toujours de l'ordre de 1,5 kg. Quinze essais ont été réalisés avec ce matériau dont sept ont explosé spontanément, trois grâce à un déclencheur, et cinq n'ont pas explosé. Le déclencheur a toujours entraîné une explosion. Les interactions obtenues sont très énergétiques avec des pics de pressions largement supercritiques et d'une durée de quelques millisecondes. Les rendements mécaniques, relatifs à l'énergie cinétique des fluides varient de

1 à 2,5 % environ. Ils sont conformes aux estimations des essais SANDIA. Les principales conclusions sont les suivantes :

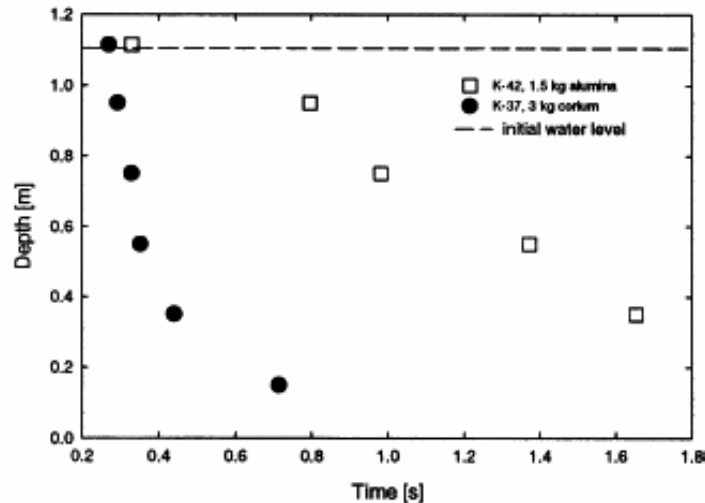
- il existe un très net effet de la température de l'eau puisqu'aucun des tests avec eau saturée n'a donné d'explosion spontanée ;
- l'explosion reste cependant possible avec l'eau saturée si elle est déclenchée ;
- il n'est pas noté d'effet particulier du sous-refroidissement sur l'intensité de l'explosion, et le test 44, à saturation, est celui avec le plus haut rendement estimé ;
- l'intensité de l'explosion est indépendante de l'utilisation du déclencheur ;
- il n'y a pas de relation entre la pression maximale de l'explosion et le rendement obtenu.

Treize tests ont été réalisés en *corium* (80 %  $\text{UO}_2$  20 %  $\text{ZrO}_2$ ). La masse varie de 2,6 à 5,5 kg. Quatre tests ont donné lieu à une explosion avec un déclencheur. Six n'ont pas explosé malgré la présence d'un déclencheur. Aucun n'a explosé spontanément. Les explosions sont obtenues plus facilement en élevant la pression ambiante.

Le *corium* explose nettement plus difficilement que l'alumine dans KROTOS. Les seuls cas où il a explosé, c'est avec l'utilisation du déclencheur. Aucune explosion spontanée n'est donc obtenue en *corium* malgré la diversité des conditions initiales de température et de pression. Néanmoins, sous certaines conditions thermodynamiques, le mélange peut être déclenché, mais l'énergie libérée et la charge sur les structures sont petites.

La faible susceptibilité du *corium* dans KROTOS a fait l'objet de nombreuses analyses (voir en particulier la référence [47]) et continue à engendrer de nombreuses spéculations liées en particulier aux conditions de solidification. Une des causes importantes de la différence de comportement entre le *corium* et l'alumine est la différence de densité des deux corps. En effet, l'alumine étant moins dense d'un facteur 3, il pénètre moins vite dans l'eau et reste plus longtemps en suspension. Ceci est clairement visible sur la figure I-6.





**figure I-6 : Comparaison des pénétrations du combustible pour deux tests en alumine et en corium [47]**

Cette plus faible vitesse de pénétration a de nombreux effets :

- à un instant donné, il y a moins de combustible accumulé au fond et donc plus de combustible en contact avec l'eau, donc susceptible d'interagir ;
- le mélange semble mieux réparti, comme on peut le voir sur la figure I-7. Le jet de *corium* reste plus concentré. Ceci est moins favorable à une explosion ;
- les gouttes d'alumine sont plus grosses, générant moins de vapeur. Ceci est aussi clairement visible sur la figure I-7. Pour les tests n'ayant pas explosé, le diamètre moyen de Sauter est de l'ordre de 10 mm en alumine et de 2 à 3 mm en *corium*.

La plus faible surface d'échange, associée à une meilleure distribution radiale, donne une vaporisation globalement moins importante et répartie de manière plus homogène. Tout ceci concourt à favoriser tant la facilité à exploser que l'intensité de l'explosion.

Les différences de propriétés thermiques pourraient également jouer en la défaveur du *corium* pour l'intensité de l'explosion. En effet, la chaleur latente de solidification et la chaleur spécifique du *corium* sont entre trois et quatre fois moins grandes que celles de l'alumine. À masse égale, la quantité d'énergie disponible est donc quatre fois moins grande. Mais les expériences KROTOS sont faites à volume constant et, à cause de la forte densité du *corium*, la quantité globale d'énergie injectée est relativement similaire pour les tests en *corium* (rapport entre 0,8 et 1,6).

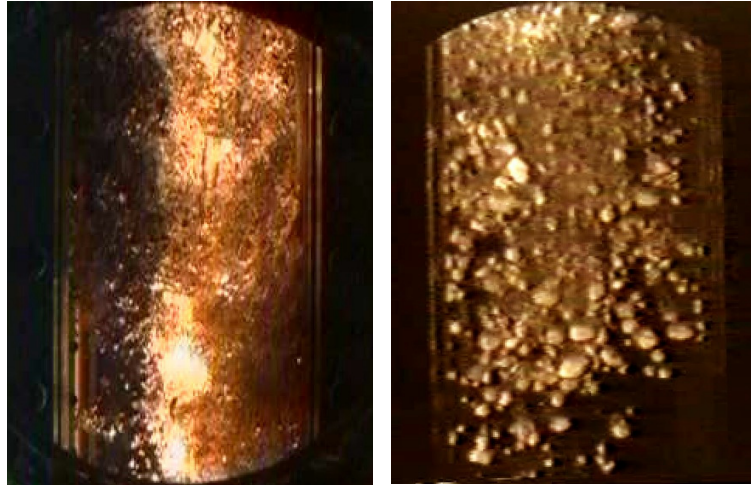


figure I-7 : Visualisation de la chute de combustible dans KROTOS en corium (à gauche) et en alumine (à droite)

L'instrumentation de KROTOS permet aussi de suivre l'évolution de la pression le long de la section d'essai.

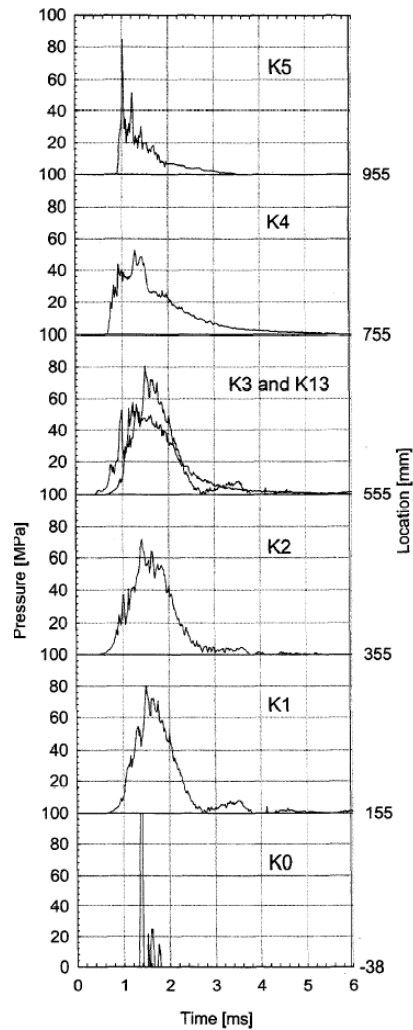


figure I-8 : pression dans KROTOS K49

Sur la figure I-8 est reportée la pression mesurée dans KROTOS 49 suite à une explosion spontanée d'alumine. L'explosion s'initie entre les capteurs K2 et K3. La montée en pression est plus lente au centre (capteurs K2 et K3) qu'aux extrémités, il faut environ une milliseconde pour atteindre le maximum. Au fur et à mesure que cette onde se propage, nous constatons que la montée en pression est plus rapide, elle est inférieure à 100  $\mu$ s pour le capteur K5. En regardant le pic de pression maximale, une seconde onde semble se propager en direction inverse et converger vers les capteurs K2 et K3. L'interprétation que nous pouvons en faire est que l'explosion naît faiblement puis se propage en s'amplifiant jusqu'à avoir une détonation bien nette. Les hautes pressions atteintes se propagent alors à rebours (vers les zones ayant une pression moindre) dans les régions où la fragmentation était moins fine. Ce mécanisme de retour pourrait être à l'origine des explosions doubles observées, entre autre, à SANDIA.

Les principales conclusions que nous tirerons des expériences KROTOS sont les suivantes :

- Les *corium* de type  $\text{UO}_2\text{-ZrO}_2$  semblent avoir intrinsèquement une susceptibilité moindre que l'alumine. Ce qui paraît être en contradiction avec les résultats de FITS, mais ceux-ci utilisaient un *corium* présentant 30 % d'acier et une mise en contact différente, ils sont donc difficilement comparables.
- La forte susceptibilité de l'alumine se traduit aussi par le fait que le déclenchement a souvent lieu le long de la colonne de combustible, avant son impact en fond de cuve.
- Une des causes probables de la faible susceptibilité du *corium* est sa forte densité qui minimise la dispersion et mène à des gouttes assez petites donc à une forte production de vapeur.
- Il est confirmé que les déclenchements sont plus difficiles en eau à faible sous refroidissement, mais l'intensité de l'explosion n'en est pas affectée: la présence de vapeur rend difficile le déclenchement, mais en contrepartie, une eau sous-refroidie représente un puits d'énergie important limitant la vaporisation durant l'explosion.
- La pression joue un rôle important mais difficile à caractériser. Les tests en *corium* explosent essentiellement à une pressurisation d'environ 3 bars. Ceci n'est pas conforme aux expériences SANDIA où une pressurisation de 5 bars supprimait le déclenchement spontané.

La principale critique faite à ces essais est donc relative aux conditions d'injection du combustible, mal caractérisées. Par ailleurs, sa géométrie plutôt unidimensionnelle est peu représentative de la configuration réacteur.

## I-c. Résultats spécifiques

Il y a beaucoup d'autres d'expériences d'explosion de vapeur. Elles n'apportent pas forcément beaucoup d'informations supplémentaires par rapport à celles présentées jusqu'ici. Néanmoins, il est possible de dégager quelques résultats originaux qui nous paraissent intéressants à citer.

### *i- Explosions à hautes pressions*

Dans le programme HPTR [85], mettant en jeu 5 kg de combustible (80 % UO<sub>2</sub>, 20 % Mo) avec 1 kg d'eau (soit un volume similaire), les interactions ont été réalisées à haute pression (entre 1 et 15 MPa). Il y a eu une explosion spontanée autour de 50 bars et une explosion fut déclenchée autour de 20 bars. Les autres essais n'ont pas explosé. Il faut noter que les conditions d'injection étaient mal maîtrisées ne permettant pas une comparaison des tests entre eux. Ceci montre que contrairement à ce qu'auraient pu laisser penser une extrapolation des résultats SANDIA et une expérience en sel [45] sur la dépendance de l'explosion à la pression ambiante, une explosion reste possible même à haute pression. De plus, elle confirme l'aspect stochastique de l'explosion, certaines expériences n'ayant pas explosé alors que les conditions initiales étaient apparemment similaires à une des expériences ayant explosé.

### *ii- Grille de dispersion*

La mise en place d'un obstacle pour fragmenter le jet de combustible lors de sa chute, a pour effet d'augmenter le rendement par rapport à un jet simple. Mais, la proportion d'explosion spontanée reste inchangée. C'est une des conclusions des programmes ALPHA [10] (qui est très similaire à FITS dans sa géométrie) et ECO [23] (de géométrie proche de KROTOS).

### *iii- Réactions chimiques*

En même temps que le combustible se fragmente, il est possible que des réactions chimiques se produisent. En particulier, l'oxydation du combustible par la vapeur d'eau. Cette réaction dégage un gaz incondensable, l'hydrogène. L'effet sur les explosions de vapeur n'est pas immédiat, car les réactions chimiques modifient le bilan énergétique de l'explosion et dégagent des gaz incondensables dont l'effet est lui aussi méconnu.

En ce qui concerne le rendement, l'oxydation l'augmente nettement, comme le confirment les expériences ZREX/ZRSS [24] et celles d'Epstein et al [37].

En revanche, en ce qui concerne la facilité à initier l'explosion, l'effet obtenu est nul dans ZREX/ZRSS et négatif dans Epstein et al. En effet, ce dernier a réalisé une expérience en Aluminium à température modérée. L'oxydation forme alors une céramique qui, fondant à très haute température, constitue une croûte solide à la surface des gouttes. Cette coquille étant dure à casser, l'explosion est plus difficile à obtenir.

#### *iv- Corium*

Le *corium* étant le matériau obtenu dans le réacteur lors de la fusion du cœur, sa composition n'est pas prévisible, car pouvant comporter en proportion variable : du matériaux fissile, de la gaine, des supports, des morceaux de cuve et des produits de fission. D'une expérience à l'autre, la composition de ce *corium* peut varier. Il est possible que cette variation soit à l'origine d'un déclenchement de l'explosion plus ou moins facile. Dans les expériences TROI [81] [82] [83], une étude à ce sujet a été lancée. Il semblerait bien qu'il y ait un effet. En testant un *corium* composé d'UO<sub>2</sub> et de ZrO<sub>2</sub> dans diverses proportions, il est obtenu des fréquences d'explosion spontanées variables. Par exemple, aucune explosion n'est obtenue avec un *corium* à 80 % d'UO<sub>2</sub> et 20 % de ZrO<sub>2</sub> (identique à KROTOS) contre 50 % d'explosion spontanées avec un *corium* à 70 % d'UO<sub>2</sub> et 30 % de ZrO<sub>2</sub>.

À ce sujet, nous pouvons aussi comparer les expériences entre elles. Dans KROTOS, les essais en *corium* n'ont jamais explosé spontanément et ceux qui ont été déclenchés n'ont pas explosé fortement. Il n'est pas exclu que le confinement en soit la cause. Dans certains essais FITS à SANDIA, le *corium* a explosé spontanément et violemment. Dans TROI les explosions spontanées sont plutôt de faible intensité. Il faut souligner que le *corium* de FITS contient du fer oxydable. Comme le montrent les essais ZREX/ZRSS, la présence de matériaux oxydables dans le *corium* peut avoir un effet important sur l'explosion. Nous pouvons aussi citer les essais FARO [60] [63] [62] avec le même *corium* que KROTOS qui n'ont conduit à aucune explosion spontanée.

## **II. Caractérisation de la fragmentation mono-gouttes**

Pour mieux comprendre les mécanismes de base qui se déroulent durant une explosion et en particulier la fragmentation des gouttes de combustible, des expériences à petites échelles ont été réalisées. Elles consistent à mettre une goutte dans un milieu continu (eau, air...) et à observer la fragmentation sous différentes contraintes (onde de pression de zéro – explosion

spontanée – à plusieurs centaines de bars). Dans les situations isothermes, ainsi que nous allons le voir plus loin, la fragmentation est due à la vitesse relative de la goutte par rapport au milieu environnant. Elle est dite hydrodynamique. On emploie alors plusieurs nombres sans dimension, tel que le nombre de Weber  $We$  et le nombre de Bond  $Bo$ , qui comparent l'énergie de l'écoulement à l'énergie de cohésion de la goutte. Cependant, comme nous l'avons vu, l'explosion de vapeur peut être initiée spontanément, donc par des ondes de pressions d'amplitudes relativement modestes (quelques bars). Dans ces conditions, les mécanismes courants de fragmentation hydrodynamique sont *a priori* incapables de générer des conditions d'explosion. Il existe donc, dans les cas non isothermes, un ou des mécanismes susceptibles d'induire une fragmentation fine pour des déstabilisations en pression modestes. On parle alors de fragmentation thermique, ceci de manière assez générique, alors que plusieurs mécanismes de fragmentation thermique peuvent être mis en avant selon le couple combustible réfrigérant et selon les conditions initiales.

Le problème de l'initiation est, le plus souvent, lié au problème de la fragmentation dans les conditions de petites perturbations. Dans ces conditions, la fragmentation thermique a un rôle prépondérant et a fait l'objet d'un nombre impressionnant de théories (voir par exemple Corradini [28]). Il est clair qu'au fur et à mesure que l'explosion se propage et prend de l'ampleur, la fragmentation hydrodynamique jouera un rôle de plus en plus important. Il est donc important de s'intéresser à cette fragmentation pour décrire l'escalade.

Après avoir présenté rapidement les mécanismes fondamentaux de la fragmentation thermique, nous présenterons les caractéristiques principales de la fragmentation hydrodynamique.

## II-a. La fragmentation des gouttes chaudes

La fragmentation de gouttes chaudes soumises à de petites perturbations a fait l'objet d'un nombre relativement restreint d'expériences dans le domaine qui nous intéresse, c'est-à-dire à une température permettant d'avoir une ébullition en film stable (annexe I-c) dans l'eau, cas attendu en situation d'accident grave. Cependant, des fragmentations thermiques sont observées dans des expériences avec d'autres régimes d'ébullition mettant en évidence des mécanismes spécifiques (Zimmer [89], Abe et al. [1]). Par exemple, Abe et al. mettent en évidence que lorsque la température d'interface de la goutte est inférieure à la température de nucléation homogène, il est difficile d'obtenir une explosion. L'expérience de Zimmer met en évidence qu'un régime d'ébullition autre qu'en film déclenche l'explosion. Elle montre aussi que, partant d'un film stable, le refroidissement de la goutte entraîne un changement de

régime d'ébullition. L'ébullition en film devient une ébullition de transition qui est un phénomène violent déclenchant l'explosion. Malheureusement, les conditions extrêmes et l'absence d'instrumentation (hormis une visualisation plus ou moins poussée), n'ont pas permis d'établir à ce jour de scénario à la fois clair et largement accepté des mécanismes de fragmentation.

Un des premiers programmes d'étude des conditions de fragmentation de gouttes chaudes (avec ébullition en film) soumises à de faibles perturbations est celui de SANDIA, mené par Nelson & Duda (N&D), parallèlement au programme FITS. Il est le plus important et le mieux référencé à ce jour. La partie la plus intéressante du programme a été réalisée avec des gouttes de quelques millimètres d'oxyde de fer à des températures comprises entre 1700 et 2800 K [69] [70].

Dans cette série d'expériences (voir tableau 3 pour les diverses caractéristiques), une goutte d'oxyde de fer est lâchée dans une cuve d'eau, l'expérience étant filmée à 7000 images par seconde. Les films permettent d'obtenir des informations telles que la taille de la bulle de vapeur entourant la goutte en fonction du temps. La pression est mesurée à une distance de 5 cm de la goutte. L'ensemble des données permet également d'estimer le travail fourni par l'interaction.

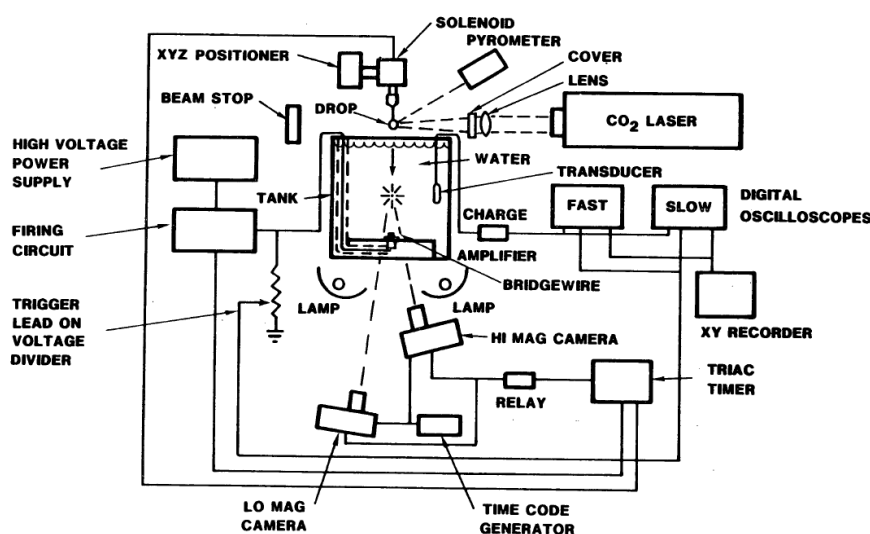


figure I-9 : Schéma de l'expérience de Nelson et Duda

Amplitude du déclencheur	0 (spontanée) à 10 bars
Pression ambiante	0,9 à 12 bars
Température de l'oxyde de fer	1700 à 2800 K
Sous refroidissement de l'eau	0 à 160 K
Masse des gouttes	0,05 à 15 g

tableau 3 : Paramètres étudiés dans l'étude de Nelson & Duda avec l'oxyde de fer [69] [70]

L'interaction est le plus souvent déclenchée par un fil explosif produisant une perturbation de pression entre 2 et 10 bars et d'une largeur de quelques dizaines de microsecondes. Dans une eau pure, ceci conduit à des vitesses relatives goutte/eau très faibles, de l'ordre de 0,1 m/s par bars de surpression. Le nombre de Weber associé est au maximum de l'ordre de la dizaine. Dans ces conditions, une déstabilisation hydrodynamique apparaît peu probable un tel Weber étant considéré incapable de mener à une fragmentation.

Les auteurs ont fourni des photographies permettant d'illustrer le comportement de la goutte durant sa déstabilisation (la figure I-10 en est un exemple).

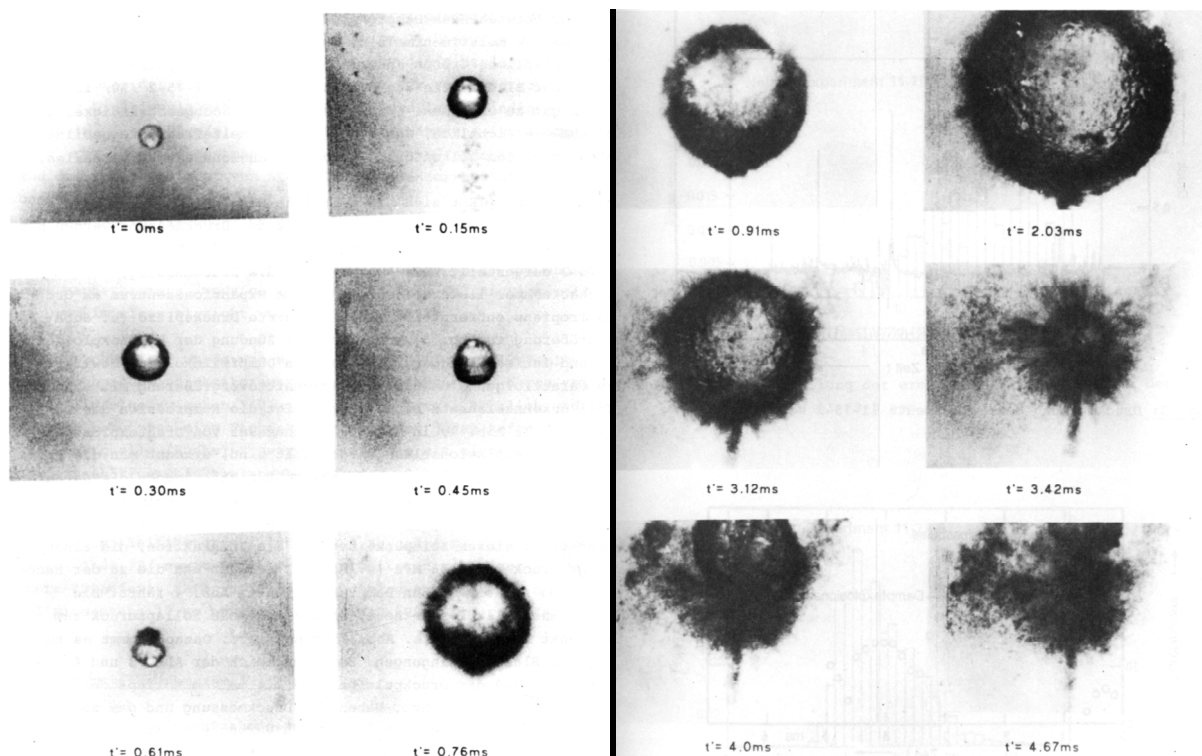


figure I-10 : Photos de l'expérience 11-75-2 de Nelson et Duda

Nelson & Duda rapportent que lors des tests préliminaires sans déclenchement imposé certaines gouttes explosent spontanément. Il apparaît que ce sont les conditions initiales de l'expérience qui déterminent si la goutte finit par exploser spontanément ou si elle se solidifie entière. Cependant, le caractère aléatoire de l'instant de l'explosion ne permet pas de filmer et ces tests ne sont donc pas décrits par la suite.

Typiquement, une fois la goutte dans le réfrigérant, il se forme un film de vapeur dont l'ordre de grandeur de l'épaisseur est du dixième de millimètre. Lors du passage de l'onde de pression créée par le déclencheur, le diamètre de la vapeur augmente légèrement, puis après le passage de l'onde (300  $\mu$ s) on observe une première augmentation importante du film de vapeur, donnant l'apparence d'une bulle de vapeur. Cette bulle atteint un maximum puis se condense rapidement, le film de vapeur s'effondre à nouveau, et une seconde fragmentation a



lieu entraînant à nouveau une augmentation de la bulle. Ce cycle se répète un certain nombre de fois. La deuxième bulle est en général la plus grosse, et donne le plus grand pic de pression lors de son effondrement. Les cycles vont en diminuant d'intensité par la suite. La figure I-11 fournit une illustration de la taille de la bulle au cours du temps et des pressions associées mesurées. La fragmentation totale de la goutte dure quelques millisecondes. La première petite bosse dans la taille de la bulle correspond au collapse du film de vapeur suite au passage de l'onde de pression. Les autres bosses correspondent à des cycles fragmentation/vaporisation/condensation. Le second graphe de la figure I-11 fournit le tracé de pression recueilli. Le premier pic correspond au déclencheur. Celui-ci est légèrement zoomé dans l'encadré, permettant de voir qu'il est d'une épaisseur d'environ 20  $\mu$ s. Hormis le troisième, les autres pics correspondent aux instants de taille minimale de la bulle. Le troisième pic correspond en fait à l'effondrement de la bulle de vapeur générée par le fil explosif.

Donc, dans les cas de gouttes chaudes (avec film de vapeur), il existe un mécanisme de fragmentation complètement différent de la fragmentation hydrodynamique. Il est facilement différentiable par sa symétrie sphérique montrant l'absence d'effet hydrodynamique. Par opposition, ce mécanisme est qualifié de thermique, puisqu'il n'a lieu que si la goutte est chaude. Il semble induit par une déstabilisation du film de vapeur. Le phénomène est cyclique et relativement lent puisqu'il faut environ 5 ms à pression atmosphérique pour avoir une fragmentation totale. Nous constatons également que la pressurisation associée au phénomène (nécessaire pour permettre la propagation) est produite au moment où le film est le plus mince. D'après les photographies aux rayons X de Ciccarelli [25], la fragmentation de la goutte s'étale durant une bonne partie de la croissance du film. Il est probable que la fragmentation génère de la vapeur permettant au film d'atteindre une épaisseur plus grande, qui entraînera une pressurisation plus forte lors de la condensation. Ce n'est pas la vapeur créée par les fragments qui va directement engendrer la pressurisation importante.

En fait, si la fragmentation complète est assez longue, chaque cycle est de nature à propager l'explosion.

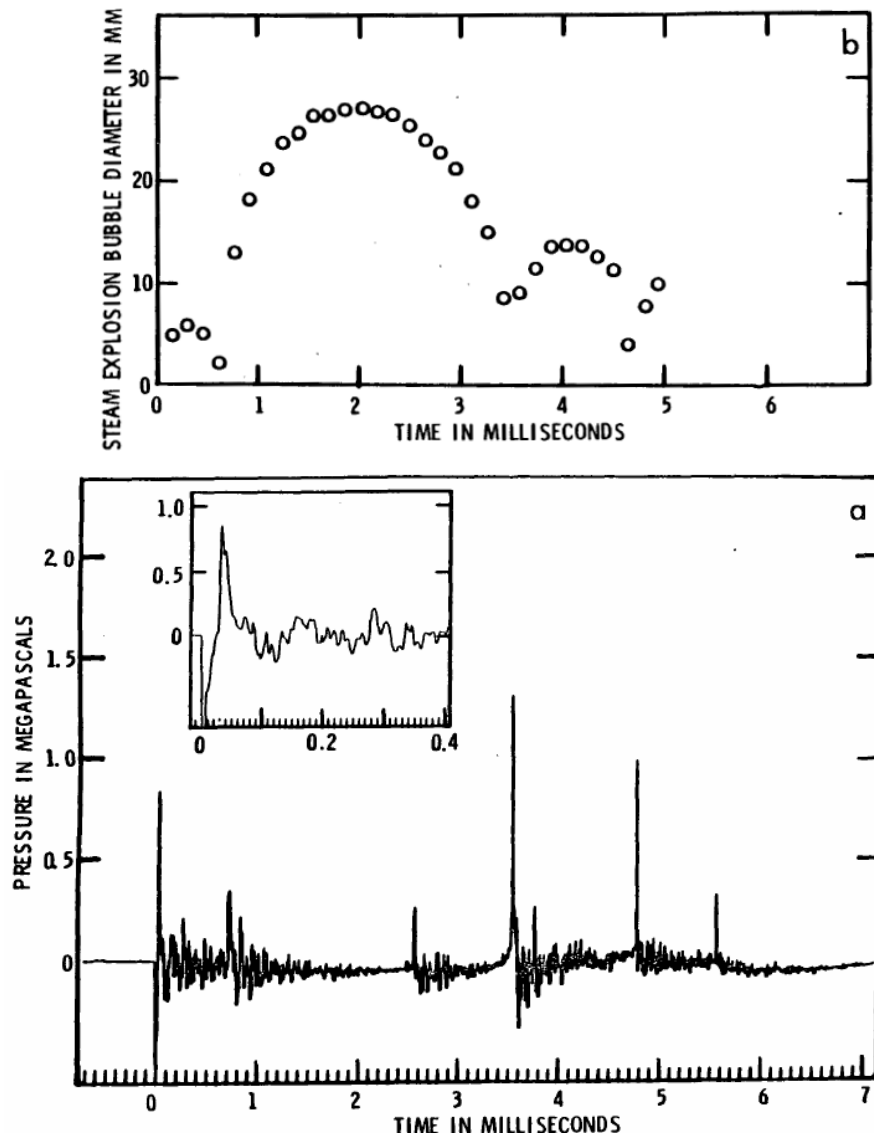


figure I-11 : Taille de la bulle de vapeur (haut) et tracé de pression au court d'une explosion typique pour une goutte de  $\text{FeO}_{1,3}$  de 5 mm de diamètre à 2233 K [69]

Cette expérience a permis de rechercher les tendances explosives suivant divers paramètres. En premier lieu est recherchée l'influence de la pression ambiante à températures constantes. Le résultat est observable sur la figure I-12, où la pression minimale pour avoir une explosion est tracée en fonction de la pression ambiante. Quelle que soit la pression ambiante, il est toujours possible d'obtenir une explosion, il suffit d'avoir un déclencheur suffisamment énergétique. À température d'eau constante, entre 2 et 8 bars, le déclenchement est aisé, au-delà, il est de plus en plus difficile. En dessous de 2 bars, il est plus difficile mais n'augmente pas quand la pression diminue fortement. Cet effet de la pression ambiante est en partie dû à la température de sous refroidissement, comme il est possible de le voir sur la seconde courbe de la même figure à sous refroidissement constant. Néanmoins, il demeure un effet de la pression ambiante. Ce phénomène peut avoir plusieurs causes possibles : un comportement différent de la vapeur dû au fait que ses propriétés ne sont pas constantes (variation de

capacité calorifique, de conductivité thermique...) ou à une modification des conditions initiales du film (épaisseur, densité, stabilité...). En revanche, le pic de pression généré ne semble pas dépendre de l'amplitude du déclencheur mais de la pression ambiante (figure 8b NUREG 2718). Ceci impliquerait que le processus même de **fragmentation** serait **indépendant** de la **perturbation** qui l'a rendu possible, comme cela a été observé dans les expériences à plus grande échelle. L'augmentation de l'intensité de la pression générée peut être due aux propriétés thermodynamiques, comme par exemple la diminution d'environ 12 % de la chaleur latente de vaporisation de l'eau entre 1 et 10 bars, permettant aux débris de générer plus de vapeur. Lorsque la pression ambiante augmente, il y a aussi un temps de réaction du système plus court. L'épaisseur du film diminuant avec la pression, il faudra moins de temps pour arriver à l'épaisseur minimale.

Le deuxième paramètre est la température de l'eau. Quand elle augmente, l'explosion devient plus difficile à déclencher. Une température plus proche de la saturation donnera un film de vapeur plus épais, et les gradients de température seront moins grands.

La température du combustible a peu d'influence, sauf proche de la température de fusion, où il faut augmenter l'énergie du déclencheur de 50 %. Il est probable qu'alors des phénomènes de solidification partielle de la surface de la goutte ou une plus grande viscosité viennent gêner la fragmentation. Il faudra alors plus d'énergie pour déclencher le mécanisme de fragmentation.

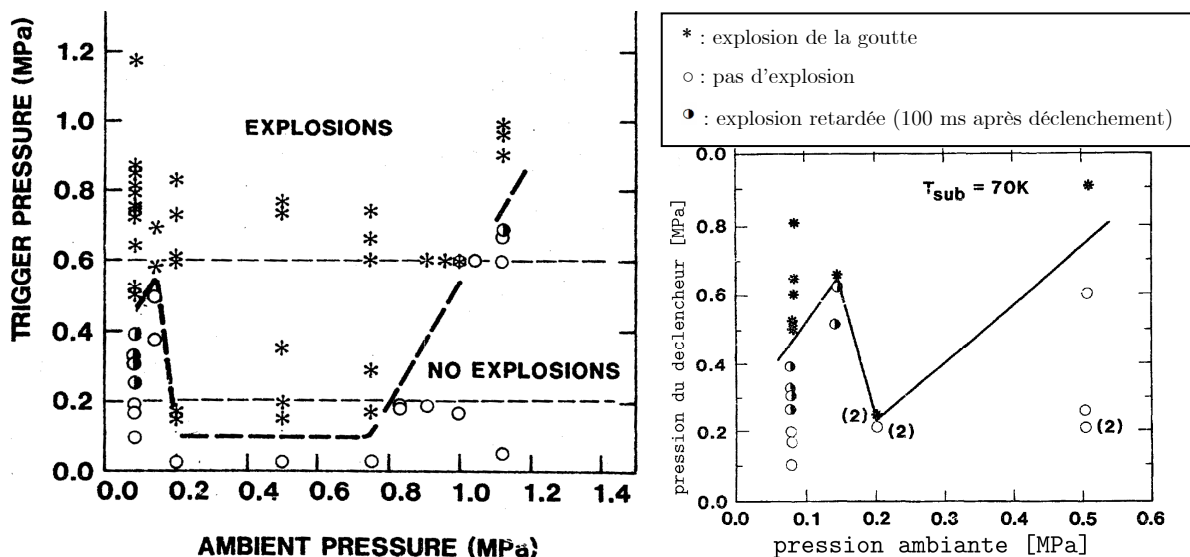


figure I-12 : Puissance minimum du déclencheur en fonction de la pression ambiante, à gauche pour une température d'eau constante à droite pour un sous refroidissement constant

L'analyse granulométrique des débris recueillis dans les essais de Nelson & Duda après explosion montre que la plupart des débris ont un diamètre inférieur à 100 µm. La forme

arrondie des débris laisse penser que la solidification a eu lieu après la fragmentation et qu'il n'y a donc pas d'effet lié à la solidification dans le processus.

## II-b. Escalade et propagation

### *i- Transition du type de fragmentation*

Lors d'une explosion de vapeur développée l'onde de pression devient beaucoup plus importante (jusqu'à 100 MPa dans KROTOS) et les effets hydrodynamiques ne peuvent plus être négligés. Il existe alors un domaine de perturbation où la fragmentation thermique entre en compétition avec la fragmentation hydrodynamique. Bürger et al [14] [15] et Ciccarelli et Frost [26] se sont intéressés à cette transition — il faut noter que ces auteurs utilisent une définition du nombre de Weber en fonction du rayon, il faut donc le multiplier par deux pour avoir le nombre de Weber classique. Les premiers utilisent du gallium chaud et froid. La détente d'une bulle derrière un piston génère la perturbation. Les seconds utilisent un alliage (*cerrolow*) et de l'étain. La perturbation est générée par un fil explosif. Tous observent des mécanismes et des phénomènes semblables. Ainsi, pour de faibles perturbations, ils retrouvent les résultats de Nelson et Duda, à savoir des cycles de croissance de bulles générant une fragmentation étalée dans le temps. Avec des perturbations de forte amplitude, la fragmentation se comportera de manière « tout à fait semblable » à la fragmentation hydrodynamique avec une goutte froide (cas isotherme). Pour des perturbations d'amplitude intermédiaire, ils annoncent la présence des deux mécanismes. Ainsi, en partant d'une fragmentation purement thermique, lorsque l'intensité du déclencheur augmente, des manifestations du phénomène hydrodynamique apparaissent, des fragments sont arrachés par le courant, mais il persiste des cycles de croissance de film. Plus il y a de vitesse, plus il y a de fragments arrachés. Lorsque la vitesse est suffisamment grande, il n'y a plus qu'un effondrement de film. Ciccarelli & Frost, interprètent cette transition par le fait que les fragments arrachés par le courant et se retrouvant dans l'eau liquide alimentent continûment le film en vapeur de telle sorte que des effondrements deviennent impossibles. Il se produit aussi un décentrage de la goutte, la vapeur « s'accumulant » à l'arrière de celle-ci. S'il n'y a plus d'effondrement de film, il n'y a plus de fragmentation thermique, car l'effondrement du film est un aspect essentiel de la fragmentation thermique.

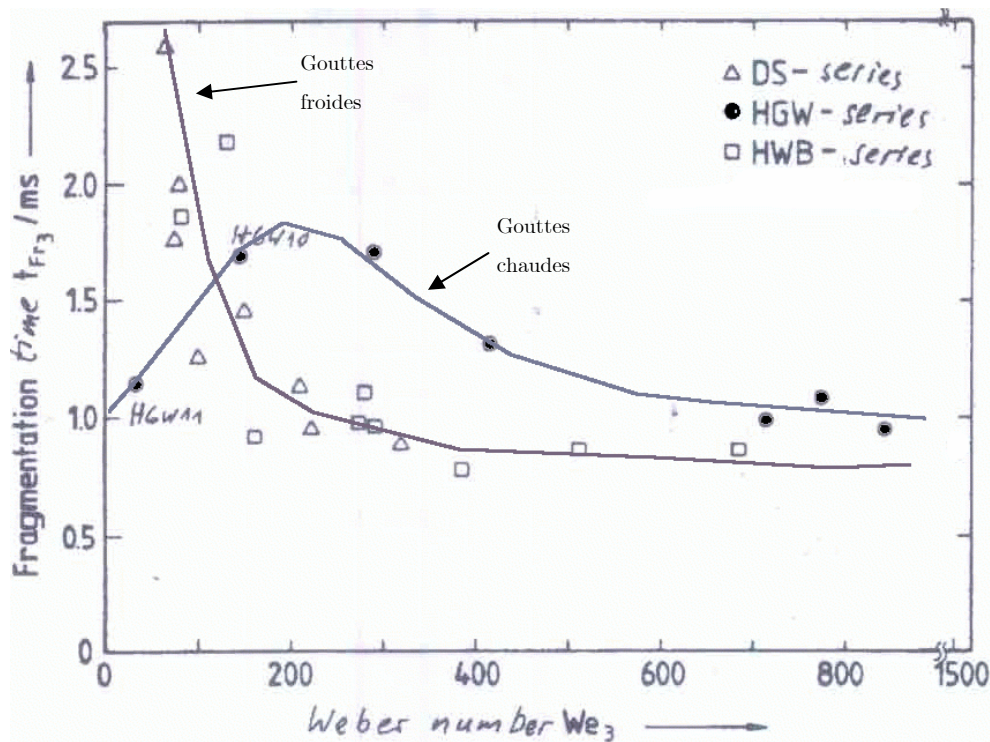


figure I-13 : Temps de fragmentation en fonction du Weber [14]

Dans les expériences de Bürger et al [14] (figure I-13), le temps de fragmentation des gouttes de gallium chaudes (produisant un film de vapeur) est comparé à celui des gouttes de gallium froides (dont la température est identique à celle de l'eau) en fonction de la perturbation (ici le nombre de Weber). Cette figure met en évidence la convergence du temps caractéristique des deux fragmentations à haut Weber. Les deux points HGW10 et HGW11 sont des cas annoncés par Bürger et al comme étant de fragmentation purement thermique. Néanmoins, il faut considérer avec précaution ces temps de fragmentation car le critère utilisé ici est le doublement de la surface apparente de la bulle. Un tel critère, déjà douteux pour la fragmentation hydrodynamique, n'est pas pertinent pour la fragmentation thermique (fait reconnu par les auteurs). Il n'en reste pas moins flagrant qu'il y a un effet thermique sur le temps de fragmentation à bas Weber. Il existe une zone de transition entre les deux types de fragmentation. Cependant l'ensemble des expériences réalisées par Bürger, dont celles en étain [15], ne permettent pas de caractériser cette zone en fonction du nombre de Weber. Au contraire, elles montrent que la zone de transition varie fortement avec les conditions initiales de température.

Il faut noter que dans ces expériences de gouttes chaudes, le taux de vide est nul, ce qui n'est pas le cas lors d'une explosion de plus grande échelle. Cet effet a été mis en évidence par les expériences SIGMA [20] [21] [22]. Cette expérience utilise un tube à choc pour fragmenter une goutte d'acier liquide ( $\sim 1900$  K). Il a été effectué des essais à diverses températures et ondes de choc permettant de balayer une large zone de conditions initiales.

En particulier, certains essais ont été effectués grâce à un « bulleur » générant un taux de vide d'environ 6 % d'air. Ainsi, il fut observé qu'une même onde de pression a entraîné des fragments beaucoup plus petits pour un taux de vide non nul. Ceci est visible sur la figure I-14, où les essais sans taux de vide ont clairement la majorité de leur débris autour de 0,9 mm, tandis que les essais avec un taux de vide de 6 % ont un spectre plus large, avec une petite majorité de débris ayant une taille inférieure à 0,1 mm.

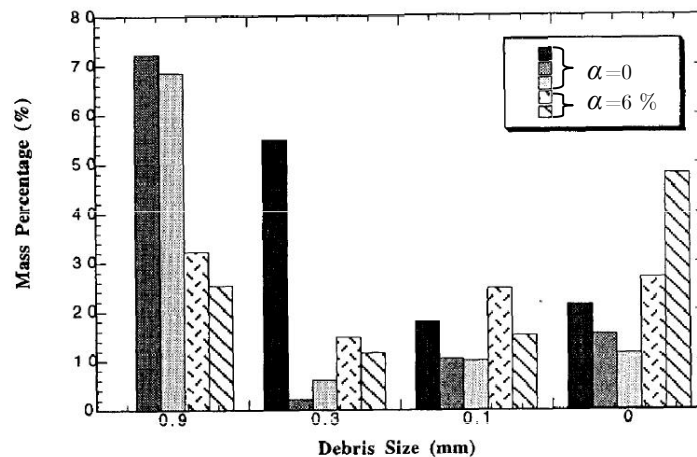


figure I-14 : Granulométrie des essais SIGMA avec et sans taux de vide ( $\alpha$ )

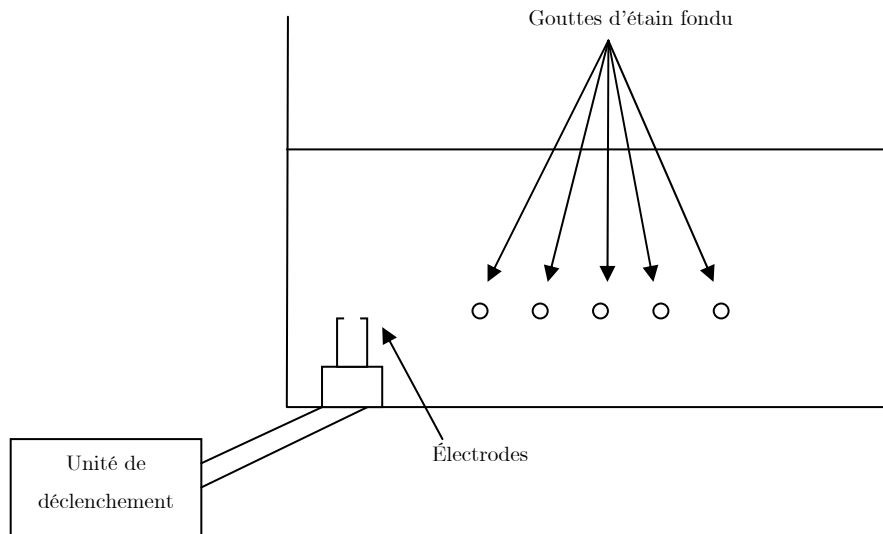
Le principal effet du taux de vide est de modifier le rapport entre Weber et pression d'onde de choc. Pour une même pression d'onde de choc, la vitesse du fluide sera alors beaucoup plus importante avec du vide et donc le nombre de Weber sera plus élevé. Cet effet peut être modéré avec un taux de vide plus important, la densité moyenne du milieu environnant étant alors beaucoup plus faible, diminuant ainsi le nombre de Weber. Malheureusement, les auteurs n'ont pas réalisé d'expériences dans le domaine de la fragmentation thermique.

## ii- Propagation

Les expériences de fragmentation thermique peuvent expliquer l'initiation d'une explosion suite à une petite perturbation. L'hypothèse de propagation veut que l'explosion d'une goutte perturbe sa voisine entraînant son explosion (mécanisme de propagation en chaîne). Les questions que l'on peut se poser sont : quel est le taux minimal de combustible pour propager une explosion ? Comment se passe l'amplification de la perturbation ? La présence de gouttes voisines perturbe-t-elle les mécanismes observés pour une seule goutte ?

En tout premier lieu, nous pouvons nous interroger sur la propagation d'une goutte à une autre, d'une manière très analytique. L'expérience de Frost et Ciccarelli [41] correspond bien à une telle demande (voir aussi les expériences PERSE [3]). Des gouttes semblables de 2-3 g

sont lâchées en même temps dans un bac d'eau. De cette façon, il est obtenu un alignement horizontal de gouttes semblables séparées d'environ 2 cm.



**figure I-15 : Schéma de l'expérience de Frost et Ciccarelli [41]**

Les températures des gouttes et de l'eau sont telles qu'un film de vapeur stable se forme, de façon à ce que le mécanisme d'explosion ne soit pas dû à un phénomène d'ébullition (explosion spontanée). Pour amorcer la chaîne d'explosion les auteurs choisissent la puissance de la source de la perturbation de manière à induire une explosion seulement sur la première goutte. Durant ces expériences, la perturbation initiale se propage le long de la ligne de goutte. La vitesse de propagation alors mesurée est de l'ordre de 8 m/s, ce qui correspond à 2 ms entre chaque goutte soit le temps caractéristique de fragmentation d'une seule goutte (figure I-11). Ceci prouve qu'il y a bien un mécanisme de propagation en chaîne. Cette vitesse de propagation mesurée montre que l'on n'est pas dans le cas d'une explosion développée tel qu'on peut l'observer dans les expériences à plus grande échelle où les vitesses y sont beaucoup plus élevées ( $\sim 100$  à  $1000$  m/s).

Les auteurs ont aussi observé que la croissance du film de vapeur était assez importante pour perturber hydrodynamiquement une goutte voisine ( $We \sim 300$ ). Le phénomène de transition vers la fragmentation hydrodynamique a ainsi pu être mis en évidence, mais son effet est resté faible. Nous notons néanmoins que, dans la plupart des expériences, la propagation est assez chaotique. Par exemple dans une des expériences, deux gouttes ont explosé en même temps, puis il a fallu attendre plus longtemps que prévu pour que la suivante explose. Dans une autre expérience, il y a même eu arrêt de la propagation pendant plusieurs millisecondes, avant reprise de celle-ci. Cette non-reproductibilité des expériences empêche de faire des mesures quantitatives, nous devons nous contenter de descriptions qualitatives.

L'expérience de Frölich [40], est un compromis entre l'expérience de Frost et Ciccarelli et une expérience à échelle intermédiaire. Elle est suffisamment analytique pour qu'on en maîtrise la plupart des paramètres, mais contient assez de combustible pour propager plus nettement une explosion et permettre des mesures quantitatives. Le principe est similaire à l'expérience de Ciccarelli et Frost décrite ci-dessus, mais ce n'est pas une unique goutte qui est lâchée par trou, mais un chapelet. L'étain fondu tombe à travers des trous dont la taille et l'espacement varient selon les expériences. Comme Frost et Ciccarelli, la puissance du déclencheur est ajustée de façon à n'engendrer de fragmentation que sur les gouttes du premier chapelet. Une propagation de l'explosion régulière et une amplification de l'onde incidente sont alors obtenues : c'est le début d'une escalade. À partir de ce montage expérimental, une étude paramétrique sur la configuration des trous a été effectuée. Il apparaît alors que pour propager une explosion sûrement, il faut une densité de gouttes élevée (jet de 10 mm réparti tous les 20 mm).

Ces expériences ont permis de mettre en évidence les mécanismes d'escalade possibles, ainsi que leurs paramètres principaux : espacement et taille des gouttes.

## II-c. Fragmentation hydrodynamique

### *i- Gouttes liquides dans un écoulement gazeux*

La fragmentation de gouttes liquides soumises à un courant gazeux a fait l'objet de multiples travaux et continue de susciter de nombreuses interrogations. En 1969, Ranger & Nicholls [80] ont montré l'importance du temps adimensionnel dit de fragmentation (« breakup » en anglais) :

$$(1) \quad T_{breakup} = t_{breakup} \mathcal{E}^{1/2} \frac{V_r}{D_0}$$

et trouvé qu'il était toujours de l'ordre de 5.

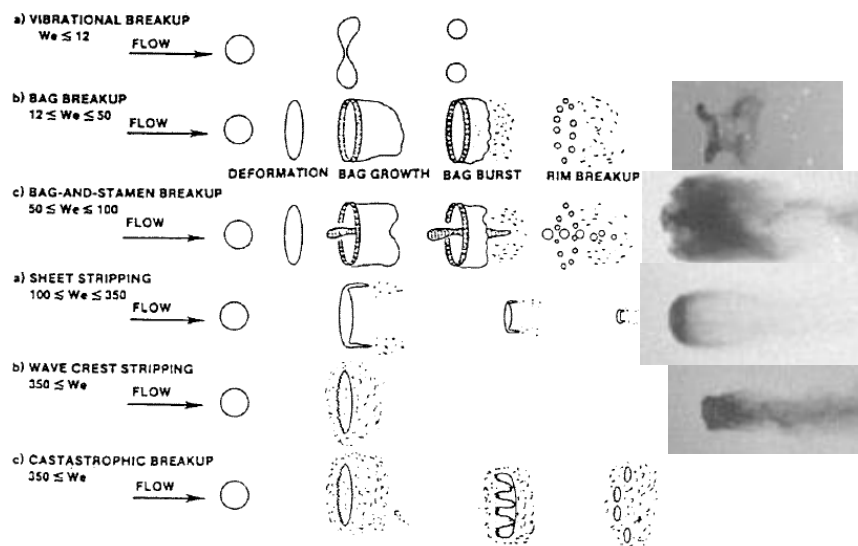
Dans le domaine du nucléaire, une des principales références pour ce type de fragmentation est l'article de Pilch & Erdman [76]. Dans cette étude, sont réunies les données de multiples expériences de gouttes (pour la plupart avec l'air comme milieu continu). De cette base de données, les auteurs déduisent plusieurs caractéristiques de fragmentation selon le nombre de Weber initial. Pilch & Erdman ont en particulier confirmé l'existence d'un critère de stabilité en fonction principalement du nombre de Weber. La fragmentation a lieu à partir du moment où le nombre de Weber est supérieur à une valeur critique  $We_c$ . Cette dernière est exprimée ainsi :



$$(2) \quad We_c = 12.(1+1,077.On^{1,6})$$

Où  $On = \frac{\mu_c}{\sqrt{\rho_c.D.\sigma}}$  est le nombre d'Ohnesorge comparant les effets de viscosité et de tension de surface. Dans les cas nous intéressant, ce nombre est toujours faible et le critère est donc plus simplement  $We_c = 12$ .

Les diverses observations mettent également en évidence l'existence de plusieurs régimes de fragmentation. Ces divers mécanismes ont depuis été confirmés par divers expérimentateurs, dont Joseph et al. [50], Dai & Faeth [31] ou Liu & Reitz [58]. Ils correspondent à des plages relativement bien définies de nombre de Weber et sont représentés et illustrés en figure I-16.



**figure I-16 : Mécanismes de fragmentation observés (Pilch & Erdman [76] + photo Joseph et al. [50])**

Certains auteurs reportent un premier mécanisme, dit *vibrationnel*, qui n'est cependant pas toujours confirmé. Cette fragmentation n'a pas pour cause l'écoulement, expliquant qu'elle ait lieu pour un Weber inférieur à 12. Le mécanisme de fragmentation en sac (« bag breakup ») est par contre largement confirmé par les études ultérieures. Il est également illustré en figure I-17. Il aurait lieu pour les Weber inférieur à environ 100, en incluant le mécanisme transitoire dit de *sac et plume* (« bag and stamen »). Dans ce mécanisme, la goutte se déforme fortement pour prendre la forme d'un sac puis exploser en fines gouttes sous les effets probablement de la tension superficielle. Nous pouvons considérer que ce mécanisme combine deux instabilités :

- une de grande échelle provoquant la déformation globale et qui est probablement de même nature que les instabilités de Rayleigh Taylor (annexe I-b) ;
- une seconde de petite échelle probablement pilotée par la tension superficielle, qui mène à la désintégration de la goutte.

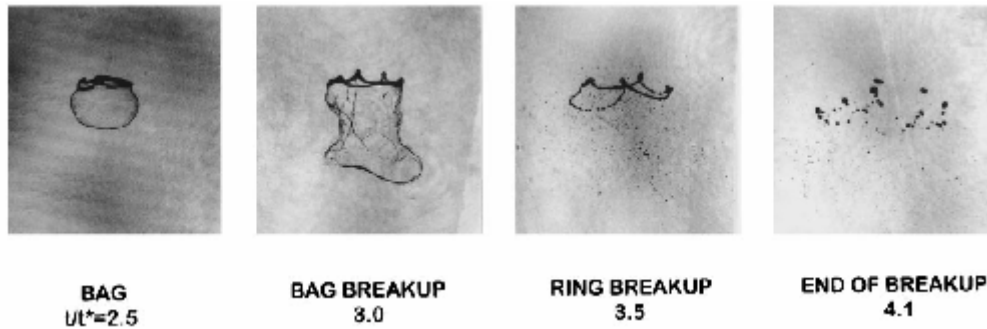


figure I-17 : Illustration du mécanisme de fragmentation en sac pour un Weber de 15 [31] ( $t/t^*$  correspond à  $\tau_b$ )

Le second mécanisme important pour des Weber d'environ 100 à 350, est celui dit de *pelage* (sheet stripping). On parle également de « boundary layer stripping » (voir également figure I-18). Dans ce mécanisme, la déformation de grande échelle de la goutte est moins rapide (proportionnellement) et il semble qu'un mécanisme de déplacement des couches limites vers l'extérieur se mette en place. Ces couches limites se détachent à la périphérie et se fragmentent.

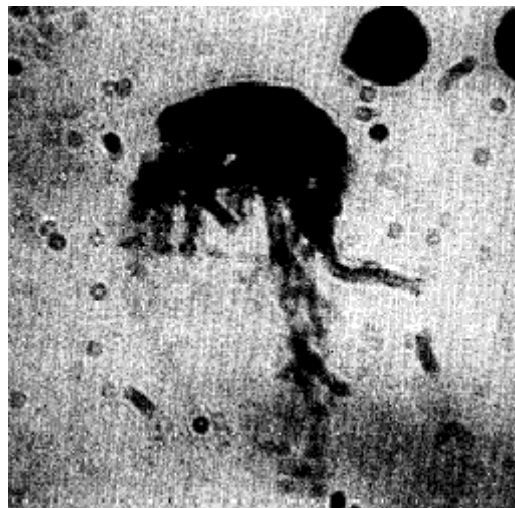
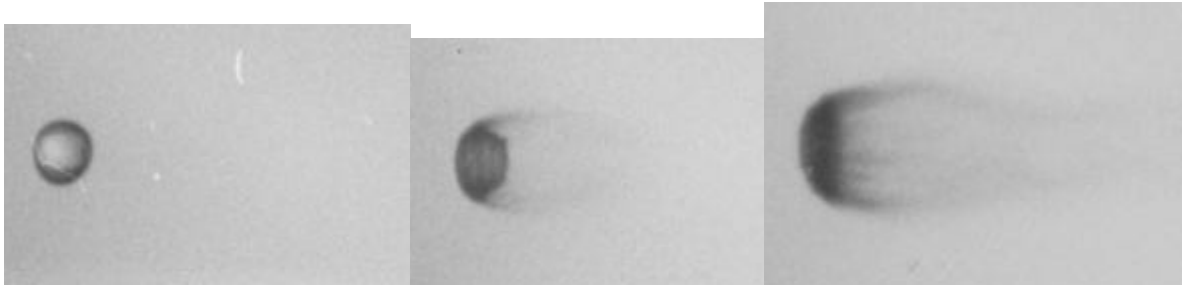


figure I-18 : Illustration du mécanisme de « sheet stripping »,  $We = 260$  [58]

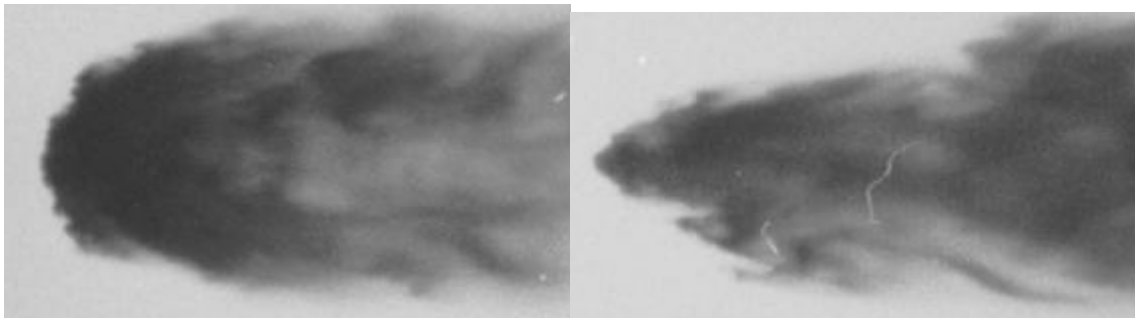
Pour les grands nombres de Weber, à partir de 350 pour Pilch, apparaît ce qu'on appelle la fragmentation catastrophique. Dans ce régime, la désintégration est plus obscure et semble le fruit d'une compétition entre instabilités de grande échelle, qui cassent la goutte en un certain nombre de gros morceaux et d'une fragmentation plus fine.

Les films de Joseph et al. [51] de fragmentation d'une goutte d'eau sous une onde de choc en milieu gazeux montrent cependant le fort effet de déplacement de couche limite (« boundary layer stripping ») au moins au début (figure I-19). Par la suite, Joseph et al. plaident pour l'apparition d'ondes de type Rayleigh Taylor (IRT). Les images sont loin d'être claires et le phénomène ne semble apparaître que tardivement (figure I-20). Ce mécanisme

d'IRT est responsable du morcellement global de la goutte, mais la production d'aire interfaciale (la fragmentation fine) est essentiellement due au pelage de la goutte.



**figure I-19 : Aplatissement et fragmentation par « déplacement de couche limite » pour une goutte d'eau soumise à un choc à Mach 2  $We = 11700$  [51]**



**figure I-20 : Étapes finales de la fragmentation d'une goutte d'eau soumise à un choc à Mach 2  $We = 11700$  [51]**

La complexité des mécanismes permet de comprendre aisément les difficultés rencontrées pour les modéliser. Nous constatons cependant, de manière plutôt surprenante, que le temps total de fragmentation correspond à un nombre pratiquement constant de temps caractéristique de croissance des instabilités. Ainsi, suivant les définitions du moment de fragmentation totale, le temps adimensionnel de fragmentation vaut  $5 \pm 1$ , pour un combustible avec une faible viscosité ( $On < 0,1$ ). La faible variation du temps adimensionnel de fragmentation laisse penser que, globalement, les mécanismes fondamentaux d'instabilité et de fragmentation sont en nombre limité.

## *ii- Fragmentation en régime liquide/liquide isotherme*

Nous disposons malheureusement de beaucoup moins de données relatives à la fragmentation liquide/liquide. En considérant toujours les travaux de Pilch & Erdman, les morphologies de fragmentation en configuration liquide-liquide semblent relativement différentes du cas gaz-liquide. En gaz/liquide, il existe toute une famille de mécanismes différents (sac, sac et plume, stripping...) alors qu'en liquide/liquide les processus de fragmentation ne sont pas aussi clairs. Certains auteurs, tel Theofanous [86] [73] considèrent que le mécanisme dominant est la fragmentation catastrophique. Tan et Bankoff [84] hésitent

entre ce mécanisme et le stripping. Les photos (forte ressemblance avec celle de la figure I-18) et les dessins (voir figure I-22) de ces derniers laissent plutôt penser à un mécanisme de stripping. Les mécanismes à bas Weber pour le cas liquide/gaz ne sont pas observés par Tan & Bankoff et ils reportent un Weber critique plus élevé et égal à 17. En deçà, la goutte présente des oscillations non destructrices.

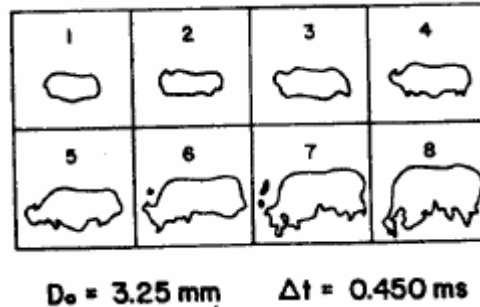


figure I-22 : Réponse typique de déformation de gouttes dans les expériences de Tan & Bankoff, couple mercure/eau, vitesse relative de 5 m/s [84].

Les conclusions de Bürger et al. [14] sont assez similaires. Dans leurs expériences à froid en utilisant du gallium ou du métal de Wood (dans de l'eau), les mécanismes de fragmentation varient assez peu et semblent plus proches du stripping (voir figure I-23 pour une visualisation directe d'un cas à faible nombre de Weber et figure I-24 pour une représentation par les auteurs en fonction du nombre de Weber).

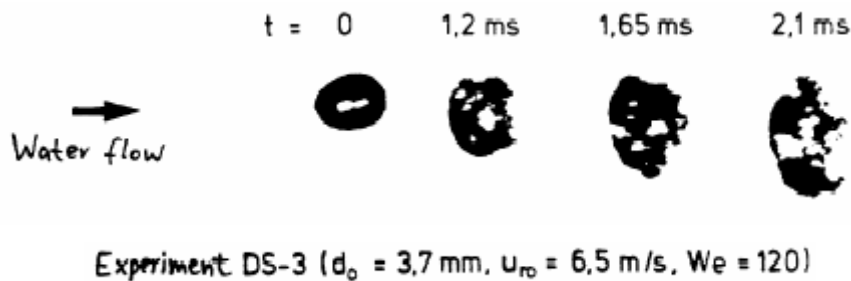


figure I-23 : Visualisation de la fragmentation d'une goutte de gallium dans des conditions à bas Weber [14]

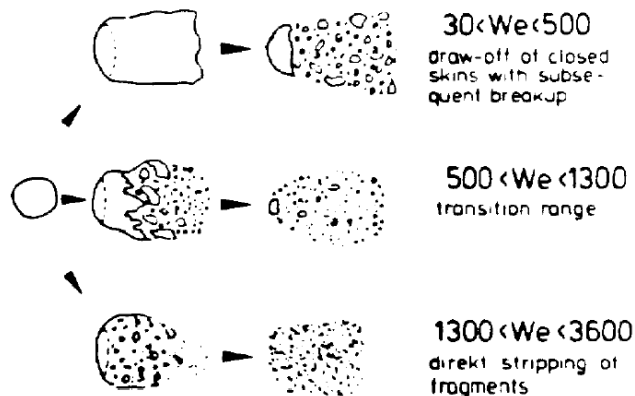


figure I-24 : Types de fragmentations selon le Weber observées par Bürger et al. [14]

De la même manière, Ciccarelli & Frost [26], pour leurs expériences avec du *cerrolow* (alliage à partir de bismuth et plomb) et une vitesse relative de 18 m/s ( $We = 3.10^4$ ), décrivent également une fragmentation où la masse est continuellement arrachée (« stripped ») et convectée. Leurs photographies montrent un mécanisme très similaire à celui de la figure I-23.

## II-d. Conclusion de la fragmentation mono-goutte

Les expériences mono goutte ont pour principal intérêt de mettre en évidence les différents mécanismes de fragmentation que peut subir une goutte. Malgré ces expériences, il est difficile de converger vers un modèle unique autant pour la fragmentation hydrodynamique que pour la fragmentation thermique. En effet, les outils actuels ne permettent pas encore d'accéder expérimentalement au mécanisme de la fragmentation qui se déroule à l'échelle du micromètre.

Pour la fragmentation hydrodynamique, les nombres de Weber et de Bond ont été mis en avant comme nombres gouvernant principalement la fragmentation. De plus, il apparaît que les expériences de fragmentation hydrodynamique pure donnent quelques renseignements tels que le temps de fragmentation et la taille maximale et moyenne des débris.

Pour la fragmentation thermique, les expériences n'ont pas permis de mettre en avant l'existence de nombres adimensionnels gouvernant la fragmentation. Il semble alors impossible de déterminer quel sera le déroulement d'une telle fragmentation à partir de quelques grandeurs physiques données initialement. Toutefois, il est intéressant de noter que les domaines d'explosion sont similaires entre les expériences mono-gouttes et les expériences à échelle intermédiaire (SANDIA et KROTOS), c'est-à-dire une plus grande difficulté à exploser quand la pression ambiante augmente ou avec une température d'eau élevée par exemple. De plus, les expériences [41] [40] montrent que ce type de fragmentation permet une propagation et une amplification. Son étude peut donc permettre en partie d'expliquer l'initiation d'une explosion de vapeur.

Le domaine où les deux fragmentations semblent avoir lieu a été très peu étudié. Ainsi, nous ne disposons (pratiquement) que d'éléments qualitatifs sur ce domaine de transition.

### III. Approches théoriques de la fragmentation

#### III-a. Fragmentation hydrodynamique

Afin d'estimer les conditions de prédominance de la fragmentation hydrodynamique, nous faisons un rapide tour d'horizon des modèles et corrélations concernant ce mode de fragmentation.

##### *i- Corrélations*

Bon nombre de corrélations pour le cas liquide-liquide sont exprimées avec le nombre de Bond (traduisant les effets d'accélération, défini à partir du rayon) et ont la forme suivante :

$$(4) \quad T_f = C \cdot Bo^{-\frac{1}{4}}$$

où  $Bo$  est le nombre de Bond et  $C$  une constante de l'ordre de quelques unités à quelques dizaines. Elle varie suivant les auteurs. Cette variation est en bonne partie due au critère choisi pour définir la fin de la fragmentation. Ceci se fait souvent suivant l'augmentation du volume apparent du nuage de débris produit pendant la fragmentation. À titre d'illustration, la figure I-25 donne la croissance du diamètre apparent en fonction du temps adimensionnel pour les tests de Theofanous et al. [86]. Nous voyons que la croissance du diamètre suit aussi une loi en  $Bo^{-1/4}$ .

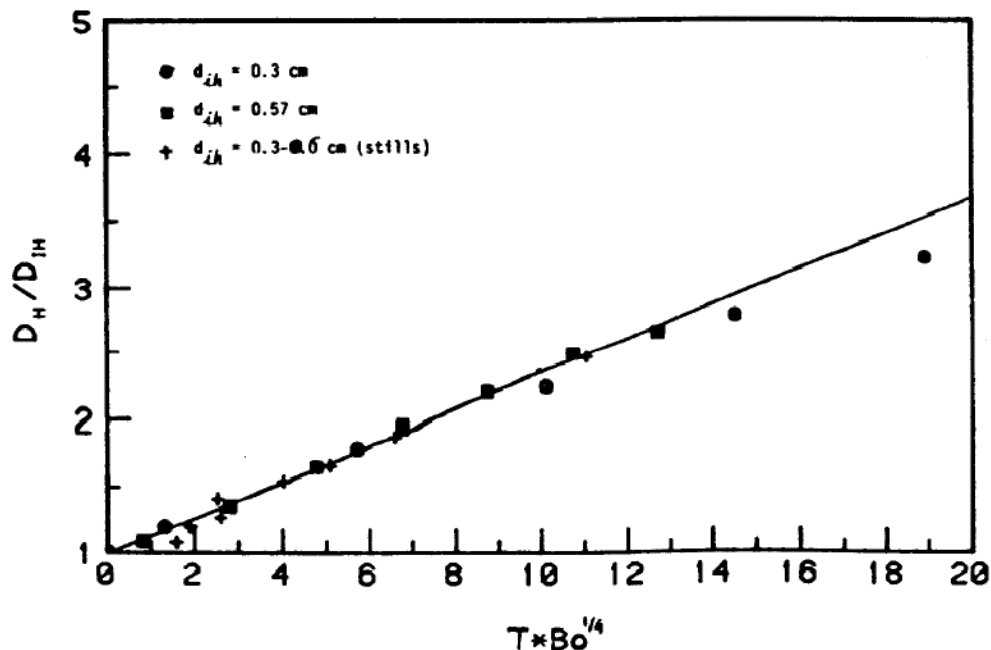


figure I-25 : Distorsion des gouttes (croissance du diamètre apparent) pour diverses expériences de Theofanous et al. [86].

En fait, Bond et Weber sont directement liés tant que le coefficient de frottement est constant puisque l'on a<sup>2</sup> :

$$(5) \quad Bo = \frac{3}{4} Cd We$$

et Tan & Bankoff préfèrent exprimer leur corrélation sous la forme:

$$(6) \quad T_f = C \cdot \varepsilon^{-1/2} We^{-1/4}$$

Les expériences réalisées par ces derniers utilisent le couple Mercure/Eau, avec un léger taux de vide variant entre 1,3 et 3,2 % et des perturbations de pressions allant de 4 à 15 bars. Les vitesses relatives induites varient entre 2 et 6 m/s.

Par contre, les mesures de Bürger et al. [14], avec leurs expériences en gouttes de gallium (DS), laissent supposer que ce temps adimensionnel est plutôt constant, voire avec une légère augmentation en fonction du nombre de Weber (figure I-26). Dans les tests de Ciccarelli & Frost, le temps adimensionnel de fragmentation est de l'ordre de 5.

Il faut bien noter que selon les auteurs, le critère de fin de fragmentation n'est pas identique. Ainsi, les critères retenus sont relatifs à la variation du diamètre ou de la surface projetée. Rien ne prouve qu'il existe un lien réel entre ces critères et le temps de fragmentation.

Toutes les corrélations basées sur la variation de la taille du nuage de débris semblent bien fonctionner. Nous pourrions donc supposer qu'il y a un lien entre la taille du nuage et la fragmentation de la goutte. Mais, la dispersion des débris qui détermine l'étendue apparente n'a aucun lien de cause à effet avec la proportion de débris arrachés. Or ce qui est intéressant pour l'explosion de vapeur, c'est de savoir quand la production de débris s'arrête (le temps de fragmentation réel), de connaître la surface totale produite et la cinétique de création.

---

<sup>2</sup> On prendra garde au fait que nous avons conservé les notations les plus courantes avec l'utilisation du diamètre pour le Weber et le rayon pour le Bond.

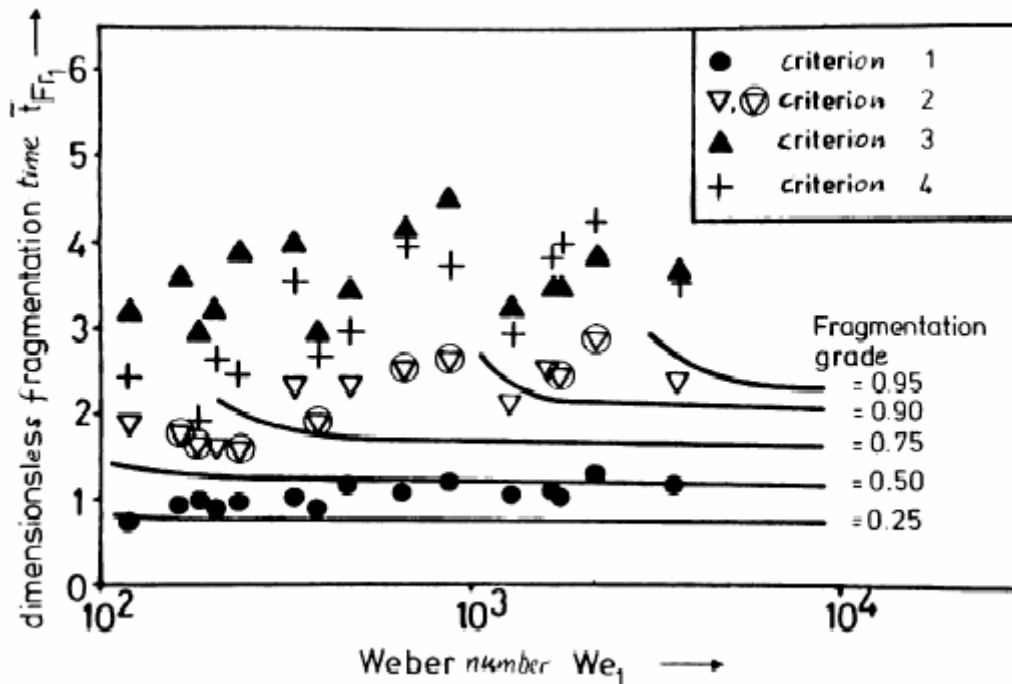


figure I-26 : Temps de fragmentation adimensionnel dans les expériences DS de Bürger et al. pour 4 critères (1 : début d'instabilités, 4 : fragmentation complète) [14].

## ii- Modèles analytiques

### 1. Couche limite

Le modèle d'entraînement de couche limite (*Boundary Layer Stripping*) a comme principe la mise en vitesse d'une certaine épaisseur de la goutte qui est arraché à sa périphérie (voir Pilch [75] pour plus de détails). La fragmentation se termine quand tout le liquide a été arraché. La modélisation est effectuée en considérant que le débit de masse arraché à la goutte est égal au débit de masse de la couche limite qui passe à l'équateur. Au final, nous avons le temps de fragmentation adimensionnel qui peut s'exprimer :

$$T = We^{-1/4} (6\pi \cdot On)^{-1/2} \varepsilon^{1/12} \left( \frac{\mu_l}{\mu_c} \right)^{-1/6}$$

Les modélisations peuvent être très différentes suivant les auteurs, permettant ou non de retrouver les temps de fragmentation expérimentaux.

### 2. Instabilités d'interfaces

Une interface entre deux fluides est susceptible de subir des déformations dues au fait que les fluides sont en mouvement relatif parallèlement à l'interface : ce sont les instabilités dites de Kelvin Helmholtz (IKH). Une déformation peut aussi avoir lieu si les deux fluides sont soumis à une force de volume (telle que la gravité) orientée du lourd vers le léger. Il se



produit alors des instabilités dites de Rayleigh Taylor (IRT). Ces deux types d'instabilités peuvent naître à la surface de la goutte comme illustré sur la figure I-27. La vitesse engendrée par une onde de choc entraîne des IKH à l'équateur de la goutte. L'accélération de la goutte due à ce mouvement relatif peut être interprétée comme une force de volume et forme des IRT sur la face avant de la goutte.

En faisant les hypothèses d'une instabilité 2D plane incompressible irrotationnelle et ayant un coefficient de croissance  $n$  constant pour l'instabilité  $\eta = \eta_0 e^{nt}$ , et enfin en introduisant les nombres de Weber et de Bond dans l'équation, le taux de croissance s'exprime sous la forme (cf. annexe **I-b**) :

$$(7) \quad n = -ik\varepsilon V_{0x1} + \sqrt{\sigma k^3 / \rho_2} \sqrt{\frac{We}{Dk} + \frac{Bo}{k^2 D^2} - 1}$$

$V_{0x1}$  est la vitesse du fluide par rapport à la goutte. Nous rappelons que le nombre de Bond et le nombre de Weber sont reliés par la relation :

$$(8) \quad Bo = \frac{3}{4} Cd \cdot We$$

avec  $Cd$  ayant une valeur de l'ordre de l'unité.

À partir de ce résultat, il est possible de déduire que les instabilités croîtront seulement pour des nombres de Weber, des nombres de Bond et des nombres d'onde particuliers, de sorte que l'expression sous la racine soit positive. En utilisant cette condition et sachant que le nombre d'onde a une valeur minimale fonction du diamètre, une valeur de Weber critique proche de la valeur expérimentale ( $We_c \approx 12$ ) est obtenue.

De plus, pour de grands nombres d'onde, le terme en Bond devient négligeable : les IRT se développent plutôt aux petits nombres d'onde (grandes longueurs d'onde), donc elles ne peuvent casser la goutte qu'en un nombre restreint de fragments par rapport au nombre total final, ce qui est confirmé par les expériences.

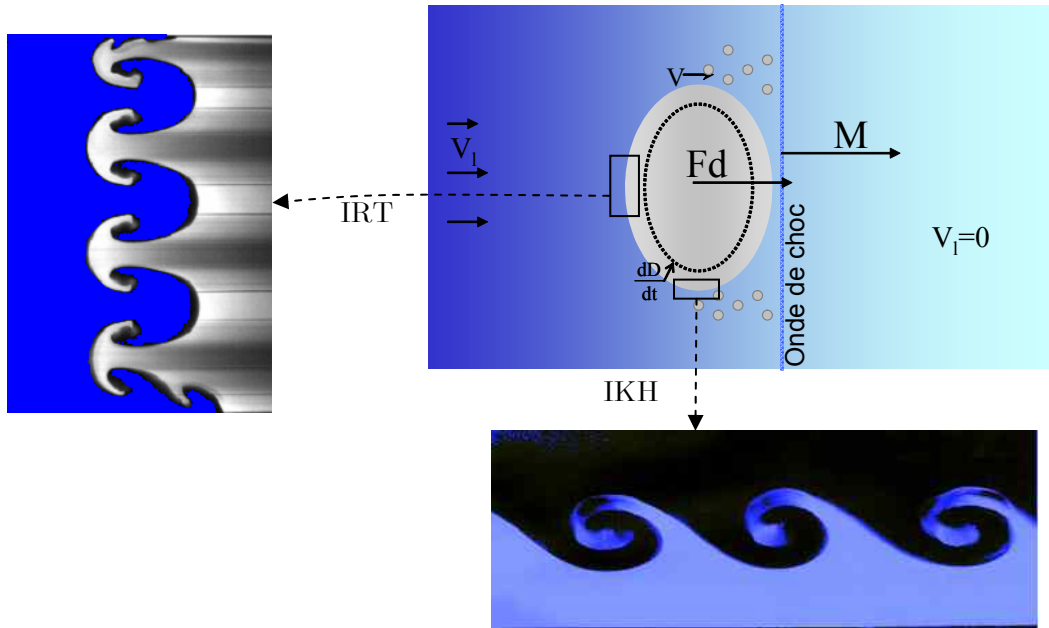


figure I-27 : Schéma de fragmentation hydrodynamique

À partir de l'équation (7), il est possible de déterminer le nombre d'onde le plus amplifié dans le domaine linéaire de croissance. Celui-ci dépend des nombres de Weber et de Bond :

$$(9) \quad k_{\max} = \frac{We}{3D} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \frac{Bo}{We^2}} \right)$$

À ce nombre d'onde le plus amplifié, correspond un coefficient d'amplification  $n$  maximum. L'inverse de ce coefficient correspond au temps caractéristique de fragmentation. Pour une limite aux bas nombres de Weber et Bond, ce temps s'exprime en  $Bo^{-1/4}$  (voir annexe I-b) pour les IRT, ce qui permettrait de justifier les corrélations utilisées pour certaines expériences (cf. équations (4) et (6)).

Le nombre de Bond traduisant les effets d'accélération sur la goutte, celui-ci apparaît naturellement si nous tentons d'expliquer la fragmentation avec des instabilités de type Rayleigh Taylor. En effet, nous montrons en annexe I-b que pour une fragmentation de ce type, le temps adimensionnel caractéristique des instabilités peut se mettre sous la forme :

$$(10) \quad T = \varepsilon^{1/2} Bo^{-1/4}$$

Une fragmentation totale nécessite un nombre de temps caractéristiques assez restreint, de l'ordre de quelques unités (croissance exponentielle dans les premiers instants). Par contre nous obtenons un exposant pour le rapport des densités qui est l'inverse de celui de Tan & Bankoff ( $\varepsilon^{-1/2}$ ).

En phase linéaire des instabilités, un mécanisme de type Rayleigh Taylor n'explique pas la croissance du diamètre apparent selon la figure I-25, car la croissance a lieu de manière exponentielle. Cependant, un passage en phase non linéaire, avec une vitesse de croissance

des instabilités constante semble envisageable. Si ce passage en non linéaire a lieu assez rapidement, nous pouvons donc obtenir une croissance en  $Bo^{-1/4}$  (voir annexe **I-b**, c'est apparemment le raisonnement fait par Theofanous [86]).

En revanche pour les forts Weber, la limite du temps adimensionnel caractéristique de croissance linéaire des instabilités est inversement proportionnelle au Weber ( $T \propto We^{-1}$ , voir annexe I-b). Cette dépendance n'a jamais été mise en évidence dans les expériences.

Pour un Weber et un Bond donné, la croissance des instabilités sera fonction du nombre d'onde. De l'équation ci-dessus, Nous exprimons le nombre d'onde ayant la croissance maximale.

$$(11) \quad k_{\max} = \frac{We}{3D} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \frac{Bo}{We^2}} \right)$$

Ce modèle simple de fragmentation hydrodynamique permet de retrouver quelques ordres de grandeurs, mais est incapable de caractériser la fragmentation complète.

Un modèle plus élaboré a été proposé par Harper et al. [44] pour la fragmentation par IRT combinant instabilités de Rayleigh Taylor et effets aérodynamiques. Ce modèle permet de retrouver les tendances en  $Bo^{-1/4}$  et les résultats sont assez proches de certaines observations. La fragmentation dite catastrophique par croissance d'instabilités de Rayleigh Taylor n'est trouvée possible que pour des nombres de Bond supérieurs à  $10^4$ . Les possibilités d'application du modèle restent cependant très limitées car celui-ci ne calcule pas la fragmentation, mais juste les déformations.

Les IKH ont été étudiées en détail par Bürger [15], qui pense que c'est le mécanisme prépondérant.

Il semble que les deux instabilités ne jouent pas le même rôle. Les IRT, avec de grandes longueurs d'onde, cassent la goutte en gros morceaux, tandis que les IKH détachent de petits fragments de la goutte. Il paraît difficile que le mécanisme d'IRT morcelant la goutte soit capable de fabriquer les débris micrométriques observés. Ce serait donc les IKH qui seraient à l'origine des plus petits fragments. Il est aussi possible que des mécanismes capillaires interviennent à bas nombre de Weber, comme évoqué dans le paragraphe traitant de la fragmentation en gaz/liquide (fragmentation en sac... voir II-c.i-).

### III-b. Modèles de fragmentation thermique

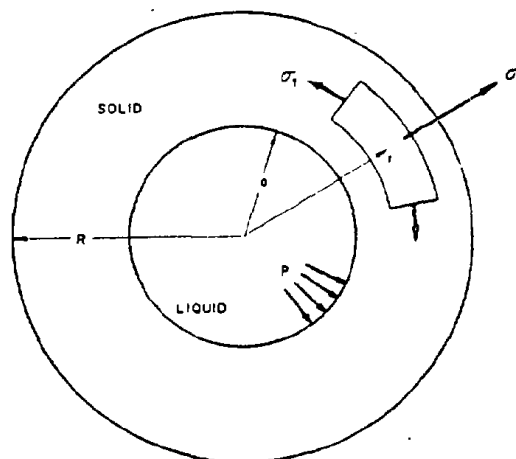
Nous rappelons que le phénomène physique observé est le suivant : une goutte de liquide chaud est immergée dans un liquide volatil et s'entoure d'un film de vapeur. Suite au passage d'une onde de pression de petite amplitude (quelques bars), le film de vapeur se contracte

puis se dilate (figure I-10). Ce phénomène est cyclique. Le diamètre apparent de la goutte (plus le film) peut se voir multiplié par environ vingt (on parle alors de bulle). À la fin, il ne reste plus que des débris micrométriques refroidis dispersés dans le réfrigérant. C'est la forte pression atteinte dans le film lors de sa compression qui crée la perturbation propageant l'explosion. Les rayons X montrent que, durant l'explosion, la goutte prend un aspect hérissé de pics et que des débris se retrouvent à l'interface entre la vapeur et le liquide.

De nombreux auteurs ont proposé divers mécanismes (Corradini [28]). Sans être exhaustif, voici les principaux types de modèles de fragmentation thermique.

### *i- Fragmentation par contraintes mécaniques*

Le refroidissement de la goutte de combustible a pour conséquence l'apparition d'une croûte solide à la surface de la goutte (Cronenberg [30], Zyszkowski [90]). Ce type de modèle spécifie que les contraintes mécaniques liées au gradient de température entraînent une pressurisation du liquide au centre de la goutte et la coquille solide finit par se briser fragmentant la goutte. Ce modèle fut initialement proposé pour les réacteurs à neutrons rapides (RNR) qui ont pour fluide réfrigérant du sodium liquide. Il a été jugé par la suite improbable avec l'eau comme réfrigérant, la conductivité étant bien moindre. De plus, s'il explique les explosions spontanées, il n'explique pas les explosions déclenchées type Nelson & Duda et les cycles observés.



**figure I-28 : Modèle de Cronenberg [30]**

### *ii- Fragmentation par instabilités de Rayleigh Taylor sur la goutte*

La goutte est entourée d'un film de vapeur. Suite à une perturbation, ce film se contracte générant une surpression dans le film pouvant atteindre quelques centaines de bars pendant quelques microsecondes. Une telle pression comprime la goutte qui voit son volume diminuer. Il faut alors prendre en compte la compressibilité de la goutte. Cette contraction de la goutte

gène des instabilités à la surface qui vont croître et se fragmenter (Cao [18] [19], Giri [42] et dans une certaine mesure Inoue [48] [49]). Inoue ne met cependant pas cet effet au premier plan. En revanche, il le donne comme un mécanisme augmentant les transferts thermiques. D'un autre côté, Giri suppose que les instabilités de la goutte sont proportionnelles aux instabilités de l'interface eau/vapeur. Cette supposition ne semble pas justifiée, les accélérations de l'interface eau/vapeur et vapeur/goutte sont totalement différentes car d'origines différentes. L'amplification des instabilités est alors différente pour les deux interfaces. De plus, Leclerc [56] a montré que le couplage entre les instabilités est dérisoire. Il n'est pas non plus expliqué comment déterminer le coefficient de proportionnalité hormis en l'ajustant jusqu'à retrouver les expériences. Pour finir, Cao utilise l'équation de Rayleigh pour décrire le mouvement de compression de la goutte. Or l'utilisation de l'équation de Rayleigh dans ce cas est incorrecte, car les hypothèses de base ne sont pas respectées.

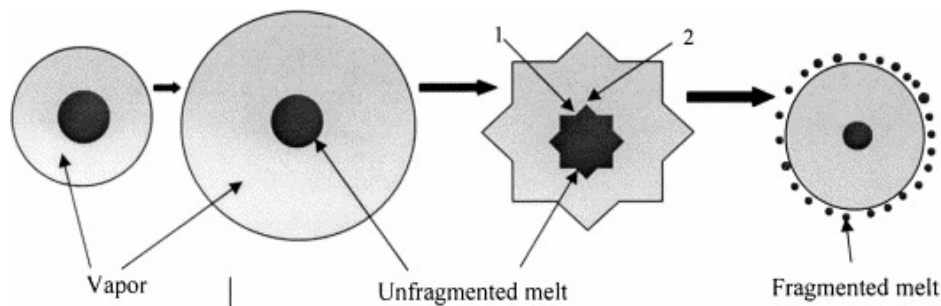


figure I-29 : Modèle de Giri [42]

iii- *Fragmentation par instabilité de Rayleigh Taylor à l'interface entre le réfrigérant liquide et la vapeur.*

De même que précédemment, la goutte est entourée d'un film de vapeur qui se contracte suite à une perturbation. Des instabilités vont alors naître à l'interface suite à l'accélération subie par l'interface eau liquide/vapeur. À partir de ces pics, il existe plusieurs hypothèses qui vont conduire à la déformation puis à la fragmentation de la goutte.

- **Pénétration** : (figure I-30) suite au contact entre les liquides, de l'eau liquide pénètre à l'intérieur de la goutte où elle est encapsulée. Le liquide ainsi pris au piège va se vaporiser violemment fragmentant alors la goutte (Buchanan [13], Kim [52], Darbord [32]). Ce mécanisme repose principalement sur l'observation de cratères et de trous cylindriques parmi les débris de l'expérience RIA-ST-4 de El Genk [35]. Cette idée de pénétration des jets provient aussi du phénomène causé par les bulles de cavitation sur les structures métalliques (dégâts sur les hélices de bateau par exemple). En effet dans ce cas, les bulles instables s'effondrent en formant un jet qui peut pénétrer dans le métal [78]. Dans le problème de fragmentation thermique, il est difficile aux jets de

réfrigérant d'avoir assez d'énergie pour pénétrer dans la goutte. C'est du moins le résultat avancé par différents auteurs à l'aide de simulations numériques.

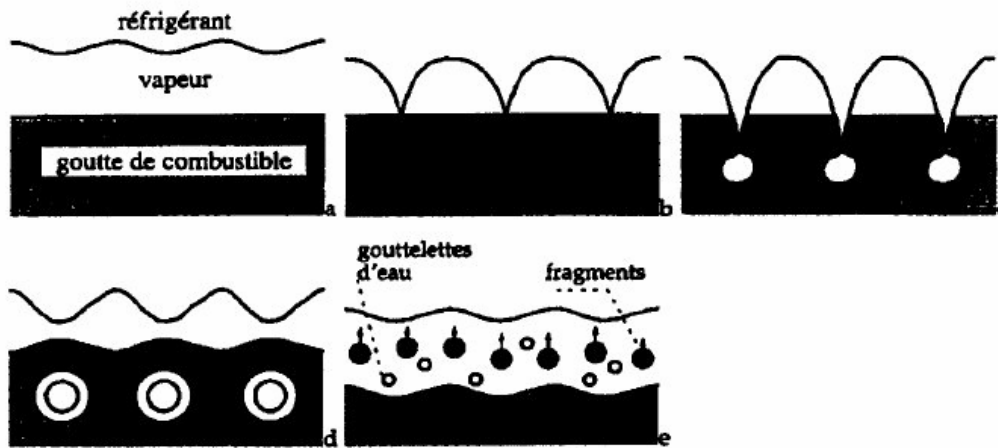


figure I-30 : Scénario de fragmentation par piégeage de Kim [52]

- **Contact liquide/liquide** : dans cette modélisation (Leclerc [55], Ciccarelli et Frost [26], Inoue [48] [49]), l'eau liquide rentre en contact avec la surface de la goutte sans y pénétrer. La différence de température entre les deux liquides (réfrigérant et combustible) est très importante. Cette différence de température va produire localement beaucoup de vapeur. Le mécanisme exact de production reste néanmoins à déterminer. La vapeur créée produit une pression locale sur la goutte ce qui la déstabilise et la fragmente. Une phase importante de ce modèle est de calculer la pression résultant du contact, ce qui n'est pas immédiat et demande une modélisation supplémentaire.

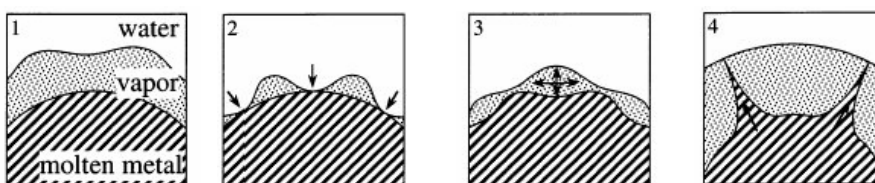
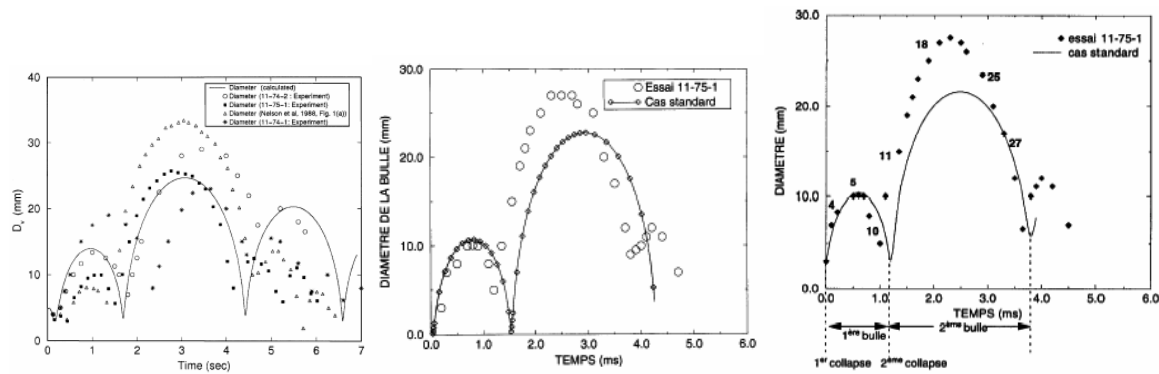


figure I-31 : Concept de Ciccarelli et Frost

Il faut noter que tous ces auteurs retrouvent, grâce à leur modèle, les variations du diamètre de la bulle observé durant une expérience (figure I-32). Mais très peu essayent de le faire pour plusieurs expériences. Ceux qui ont essayé, ont été obligés d'adapter leurs paramètres aux différents cas. Par exemple Leclerc [56] ajuste deux paramètres pour calculer quatre expériences de Nelson et Duda et une de Ciccarelli. Néanmoins, ces deux paramètres sont dans une gamme de valeurs attendues et ne varient pas sur plusieurs ordres de grandeurs.



**figure I-32 : Reproduction des bulles de N&D par Giri, Leclerc, Darbord et leur modèle respectif**

Les modèles de Kim, Leclerc, Darbord, Ciccarelli... impliquent un empilement de sous-modèles. Ainsi, il y a en premier lieu la dynamique du film de vapeur, puis vient le modèle d'IRT qui déstabilise l'interface. Ensuite, lors du contact, toute une physique qui permet d'arracher une certaine quantité de fragments à la goutte en fonction des IRT produites. Alors, la quantité de débris produits est ensuite répartie entre l'eau, la vapeur et l'interface. Enfin, il faut savoir quelle quantité de vapeur ces débris apportent au film et leur contribution aux champs de température de l'eau et de la vapeur. Les débris peuvent aussi influencer sur la dynamique du film. Ces modèles reposant sur un grand nombre de sous-modèles et d'hypothèses, il est difficile d'apprécier l'effet de chaque sous modèle et les erreurs possibles voire cumulées dans le cas d'une extrapolation. Ces modèles ont de bonnes capacités pour reproduire la variation des bulles observées. En revanche, leur capacité à prédire le seuil de pression du déclencheur à partir duquel se produira l'explosion a rarement été testée. Le modèle de Kim obtient un seuil de 2 bars de surpression pour les expériences de N&D réalisées à 0,83 bar de pression ambiante, au lieu des 6 bars obtenus expérimentalement. Un autre résultat de Kim est une indépendance de la taille des bulles vis-à-vis de la pression du déclencheur — à condition qu'il soit supérieur à 2 bars. Ce résultat confirme l'indépendance de la pression générée par l'explosion en fonction de celle du déclencheur.

## Interprétations et hypothèses

Pour comprendre l'initiation d'une explosion de vapeur, il faut d'abord comprendre le phénomène de fragmentation d'une seule goutte soumise à une perturbation. Les observations expérimentales semblent montrer que la fragmentation de la goutte est due à une pressurisation hétérogène de sa surface. La cause de cette pressurisation locale serait la mise en contact plus ou moins directement de la goutte et de l'eau liquide en certains points. Dans les expériences, nous remarquons que d'une part la fragmentation n'a lieu que si la pression de la perturbation est au-dessus d'un certain seuil et que d'autre part, l'influence du niveau de cette pression sur le déroulement de l'explosion est minime au-dessus de ce seuil. Or, l'hypothèse de contact entre liquides répond bien à ces observations, car le contact est un seuil (contact = oui ou non) et la pression au contact générée par l'interaction entre le liquide chaud et le liquide froid ne dépendra pas ou peu de la pression maximale de la perturbation.

Jusqu'à présent, la validation des modèles décrivant ce phénomène est basée sur leur capacité à retrouver la variation de l'épaisseur du film d'une expérience en particulier. Beaucoup de modèles arrivent très bien à retrouver cette variation, malgré des différences fondamentales entre eux. Cette remarque nous a amenés à penser qu'une telle méthode ne permet pas de conclure sur la validité d'un modèle et sur ses capacités prédictives. Puisque notre objectif est de caractériser les conditions entraînant le déclenchement de l'explosion, nous proposons donc une approche différente.

L'idée pour modéliser les seuils de déclenchement est de prendre comme hypothèse que le contact entre liquides est une condition nécessaire et suffisante pour avoir fragmentation. Ainsi, il est inutile de modéliser le développement de la fragmentation, les transferts thermiques et les cycles de la bulle de vapeur. Cette idée découle de la synthèse des modèles précédents et des observations expérimentales. Afin d'expliquer ces contacts, nous remarquons que la goutte n'est pas en réalité parfaitement sphérique et que le film de vapeur n'a pas une épaisseur homogène. Donc, suite à la perturbation, lorsque le film s'amincit, il y a une épaisseur où les imperfections sont de même dimension que le film. Un contact entre liquides est alors possible. De plus, la compression du film de vapeur peut conduire à des instabilités de Rayleigh Taylor (IRT) sur l'interface eau/vapeur, ce qui augmente l'amplitude des imperfections. Les imperfections n'étant pas connues expérimentalement, il faut alors



déterminer leur amplitude de manière à s'approcher le plus possible des résultats expérimentaux.

Les modèles les plus récents ont tous comme base une croissance des instabilités puis une certaine interaction entre la goutte et ces instabilités. Cette interaction nous paraît être le plus probablement une collision entre les instabilités et la goutte, sans pour autant donner plus d'informations sur le mécanisme de fragmentation (pénétration, évaporation, nucléation...).

Pour valider notre approche, il est nécessaire de comparer le modèle non plus à la variation du diamètre de la bulle mais à l'occurrence d'explosion pour un grand nombre de tests. Dans la suite, notre premier objectif sera de retrouver, au moins en tendance, les cartes d'explosion de N&D et de les expliquer.

### **Plan**

Dans un premier temps, nous modélisons le film de vapeur soumis à une perturbation, afin de connaître l'épaisseur minimale atteinte durant les cycles de compression/détente du film de vapeur. Cette épaisseur minimale permet d'estimer l'amplitude des perturbations nécessaires au contact.

Ensuite nous modélisons les IRT apparaissant à la surface du film de vapeur, afin de savoir si ce phénomène permet une amplification des imperfections initiales de l'interface et ainsi la génération de contacts.

En parallèle, il convient de s'intéresser aux grandeurs et aux mécanismes qui mènent à la fragmentation de la goutte. Afin de justifier l'hypothèse que l'obtention de contacts est une condition suffisante pour mener à la fragmentation. Pour des raisons techniques cette étude est placée en troisième partie.

Enfin, nous utiliserons le modèle pour présenter des extrapolations et se rapprocher du cas réacteur, en considérant notamment l'effet du taux de vide créé lors du *prémélange*.



# Chapitre 1er Modélisation du film de vapeur

## soumis à une perturbation

L'objectif de ce chapitre est de modéliser la cinétique du film de vapeur soumis à une perturbation de pression, afin d'obtenir son épaisseur minimale, dans l'hypothèse où un contact liquide-liquide pourrait se produire du fait des imperfections de la surface de la goutte ou de l'interface elle-même. Ceci permet alors d'obtenir l'ordre de grandeur des perturbations nécessaires pour le contact. À ce stade, nous ne nous intéressons pas aux mécanismes générant ces perturbations. Pour obtenir cet ordre de grandeur, nous allons évaluer :

- l'état initial du système : caractéristiques de la goutte, du film de vapeur et de l'onde de pression générée par le déclencheur ;
- les mécanismes mis en jeu lors de l'évolution du film de vapeur ;
- l'influence des paramètres sur les mécanismes.

Nous évaluons ensuite le modèle dans les conditions des expériences de Nelson et Duda.

Note : nous ne nous intéressons pas aux mécanismes de génération du déclencheur.

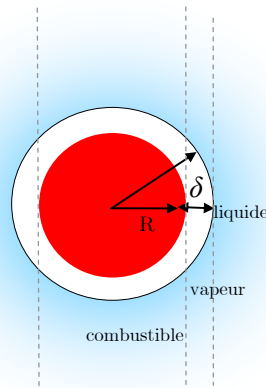
### Sommaire

I.	Modélisation .....	57
I-a.	État initial .....	57
I-b.	Perturbation déstabilisant le film .....	58
I-c.	Dynamique du film de vapeur.....	59
i-	Dynamique du film .....	59
ii-	Pression et température dans le film.....	61
iii-	Flux de masse à l'interface.....	63
iv-	Compressibilité de la goutte.....	65
II.	Analyse du modèle.....	65
II-a.	Cas standard .....	65
II-b.	Effets des différentes modélisations pour le film .....	67
i-	Équation de dynamique de film .....	67
ii-	Compression et profil de température.....	68
iii-	Transfert de masse.....	71
iv-	Compressibilité de la goutte.....	72

v-	Choix des modèles.....	73
II-c.	Sensibilité.....	74
II-d.	Influence des paramètres du déclencheur .....	76
i-	Influence de la durée du plateau .....	76
ii-	Influence de la pression maximale.....	77
iii-	Influence du temps de montée .....	78
iv-	Variation de la largeur et de l'impulsion .....	79
II-e.	Conclusion sur l'influence des paramètres.....	81
III.	Comparaison avec l'expérience .....	81
III-a.	Discussion sur la pression de perturbation.....	82
i-	Temps caractéristiques.....	82
ii-	Pertinence de la pression au capteur.....	83
iii-	Pression du liquide dans le modèle.....	84
III-b.	Courbe à température d'eau constante .....	85
i-	Premier cycle de compression .....	85
ii-	Deuxième cycle et plus.....	86
iii-	Justification d'un deuxième cycle.....	90
III-c.	Courbe à sous refroidissement constant .....	93
IV.	Conclusion sur la modélisation du film .....	94

## **I. Modélisation**

L'explosion étant isotrope, la goutte est modélisée par une sphère de rayon  $R$ . Elle est entourée d'un film de vapeur d'épaisseur constante  $\delta$ . La vapeur, dont la densité reste relativement faible, est considérée comme un gaz parfait.



### **I-a. État initial**

Initialement, le système est dans un état quasi stationnaire. L'épaisseur du film est déterminée à l'aide du modèle d'Epstein et Hauser [38]. Les principales grandeurs qui interviennent dans ce modèle sont : la taille de la goutte de combustible, les températures de la goutte et du réfrigérant liquide, les densités, les conductivités thermiques, la pression ambiante, la chaleur latente de l'eau. Ce modèle est choisi car il est simple et donne de bonnes concordances expérimentales (avec une incertitude d'un facteur 2).

Ce modèle donne pour l'épaisseur un ordre de grandeur de la centaine de micromètres, cohérent avec les observations. Sur la figure 1-1, deux exemples d'épaisseurs sont tracés en fonction de la pression ambiante. On constate que l'épaisseur du film dépend essentiellement de la température de l'eau. Plus l'eau est chaude, plus l'épaisseur est grande. De même pour la température de la goutte : plus elle est élevée plus l'épaisseur est grande.

La pression dans le film est uniforme et vaut la pression ambiante plus la pression résultant de la tension de surface (de l'ordre de la dizaine de pascals).

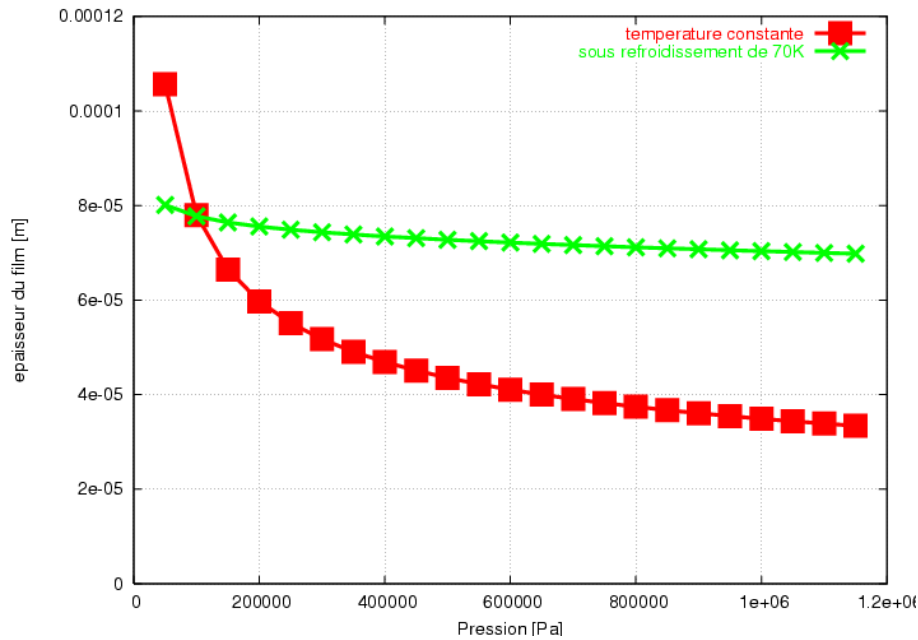


figure 1-1 : Épaisseur initiale du film calculée par le modèle d'Epstein et Hauser, pour une température d'eau constante de 298 K et un sous refroidissement de 70 K en fonction de la pression ambiante, la goutte est à 2000 K

## I-b. Perturbation déstabilisant le film

La perturbation, dans les expériences mono goutte, est une onde de pression se propageant dans le liquide. Elle déstabilise le film de vapeur en générant un gradient de pression. Nous modélisons cette onde en trois parties :

- une phase de montée en pression linéaire ;
- un plateau ;
- une décroissance exponentielle de la pression maximale vers la pression atmosphérique.

La production de cette perturbation peut avoir plusieurs origines. Les principales sont :

- un tube à choc ;
- un explosif ;
- un fil électrique immergé soumis à un fort courant, produisant une bulle par effet Joule.

Les profils générés par ces diverses techniques peuvent être très différents, avec des impulsions et des pressions atteintes très différentes (Berman [8]).

## I-c. Dynamique du film de vapeur

### i- Dynamique du film

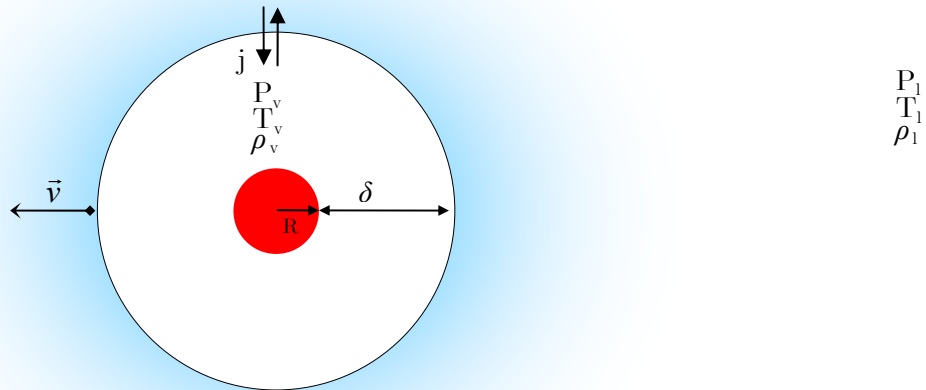


figure 1-2 : Schéma du modèle avec les différentes grandeurs

La propagation de la perturbation se fait à la vitesse du son. La goutte étant petite, il est facilement montré que la pression  $y$  est tout le temps homogène. Le mouvement moyen de la bulle peut être pris unidimensionnel sphérique. De plus, le mouvement de l'interface — d'après les précédents modèles et des estimations faites d'après les expériences — se fait à un nombre de Mach petit (inférieur à 0,1).

L'évolution du film de vapeur est décrite en intégrant l'équation de la quantité de mouvement du liquide depuis l'interface jusqu'à l'infini. Cette équation intégrée est nommée « équation de Rayleigh » dans sa forme la plus simple. Elle se décline sous plusieurs formes selon les hypothèses faites (voir schéma et liste des symboles pour les notations) :

- Comme nous sommes à faible nombre de Mach et que la vapeur est bien plus compressible que l'eau, l'équation la plus générale que nous considérerons est en milieu faiblement compressible ( $v \ll C_l$ ) avec transfert de masse à l'interface [71] :

$$(12) \quad \dot{v}(R + \delta) + \frac{3}{2} v^2 + 2 \frac{vj}{\rho_l} = \frac{P_v - P_l - \frac{2\sigma}{R + \delta}}{\rho_l} + \frac{R + \delta}{\rho_l \cdot C_l} (\dot{P}_v - \dot{P}_l)$$

Où,  $P_l$  est la pression du liquide loin (distance très supérieure au rayon de la goutte plus l'épaisseur du film) de la goutte, c'est la pression de la perturbation.

$C_l$  est la vitesse du son dans le liquide.

$v$  est la vitesse du liquide à l'interface et  $j$  le débit massique de condensation par unité de surface tel que :

$$v = \dot{\delta} + \frac{\dot{m}}{\rho_l 4\pi(R + \delta)^2} = \dot{\delta} - \frac{j}{\rho_l}$$

$\dot{m}$  est le taux de variation de la masse de vapeur en kg/s.

Dans ce cas faiblement compressible, il faut que la pression de la perturbation  $P_l$  soit appliquée à une distance non perturbée par une onde sonore partant de la goutte à l'instant initial. La validité de ces hypothèses dans la configuration expérimentale sera discutée en III.

Des équations similaires à celle-ci ont été utilisées dans les modélisations précédentes de fragmentation thermique (Leclerc, Kim...). En revanche, car elles ne prenaient pas en compte la faible compressibilité de l'eau liquide, ce qui *a priori* n'est pas très important.

- En milieu incompressible avec transfert de masse (nous supposons que la vitesse du son  $C_l$  tant vers l'infini), l'équation devient :

$$(13) \quad \dot{v}(R + \delta) + \frac{3}{2}v^2 + 2\frac{vj}{\rho_l} = \frac{P_v - P_l - \frac{2\sigma}{R + \delta}}{\rho_l}$$

- À ce stade, nous ne savons pas quel est le rôle du transfert de masse à l'interface, nous pouvons donc simplifier l'équation pour l'adapter à un milieu incompressible sans transfert de masse ( $j = 0$ ) :

$$(14) \quad \ddot{\delta}(R + \delta) + \frac{3}{2}\dot{\delta}^2 = \frac{P_v - P_l - \frac{2\sigma}{R + \delta}}{\rho_l}$$

La littérature (par exemple [71]) donne aussi des équations prenant en compte la viscosité du liquide. Il y a un terme supplémentaire qui apparaît dans l'équation (14) qui vient du saut de contrainte à l'interface liquide/vapeur :

$$\ddot{\delta}(R + \delta) + \frac{3}{2}\dot{\delta}^2 = \frac{P_v - P_l - 4\frac{\mu_l v}{R + \delta} - \frac{2\sigma}{R + \delta}}{\rho_l}$$

Ce terme visqueux est cependant négligeable par rapport aux autres car la vitesse du liquide à l'interface reste relativement faible. L'écoulement est radial, ce qui ne génère pas de cisaillement donc il n'y a pas de terme dû au mouvement du liquide.

La viscosité n'est donc pas prise en compte dans la suite.

La résolution de ces équations de dynamique du film nécessite de déterminer la pression de la vapeur  $P_v$  et l'échange de masse  $j$ .



## ii- *Pression et température dans le film*

La pression dans le film est considérée homogène, car le temps de propagation dans le film est petit devant le temps d'évolution du film et la vitesse est tout le temps faible devant la vitesse du son. La vapeur est considérée comme un gaz parfait. Nous pouvons déterminer la pression en fonction de la densité et de la température grâce à l'équation d'état des gaz parfaits. Nous avons donc la pression en fonction du profil de température. Différentes manières d'obtenir ce profil et la pression sont détaillées dans la suite. Elles correspondent à différents cas limites du rapport entre le temps caractéristique de compression du film et le temps caractéristique de transfert thermique. Si le rapport tend vers 0, nous sommes dans le cas d'une compression adiabatique, s'il tend vers l'infini, nous sommes dans le cas où le flux thermique est équilibré à chaque instant.

### 1. Compression adiabatique

Deux cas de compression du film sont envisageables : adiabatique réversible ou adiabatique irréversible. Dans le cas réversible, sans transfert de masse, nous avons simplement :

$$(15) \quad P = P_0 \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma = P_0 \left( \frac{R + \delta_0}{R + \delta} \right)^{3\gamma}$$

Le cas irréversible nécessite d'intégrer la pression au cours du temps. Le premier principe et la loi des gaz parfaits donnent :

$$(16) \quad \frac{\Delta(PV)}{\gamma - 1} = \int_i^f -P_{ext} dV$$

### 2. Résolution intégrale

Sans hypothèses spécifiques, nous devons résoudre le champ de température dans le film à chaque instant. Nous utilisons l'équation de l'énergie :

$$(17) \quad \rho c_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \bar{\nabla} T \right) = k \Delta T + \dot{P}$$

Dans cette équation, la vitesse radiale, venant de la compression du film, intervient. Il nous faut donc l'estimer. Une solution est de considérer l'équation de conservation de la quantité de mouvement de la vapeur. Comme, d'après les hypothèses, il n'y a pas :

- de viscosité,
- de gradient de pression (pression identique dans tout le film),
- de vitesse tangentielle (problème sphérique) ;

nous considérons que le mouvement du film est une simple compression, nous avons alors approximé l'équation à sa forme convective :

$$(18) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = 0$$

Un calcul juste de la vitesse peut être obtenu en intégrant l'équation de conservation de la masse (voir annexe II-b). L'erreur commise se révèle néanmoins faible, d'autant que le calcul de la vitesse ne sert qu'à évaluer le champ de température.

Pour simplifier l'équation d'énergie, nous remarquons qu'en gaz parfait :

$$(19) \quad \rho c_v = \frac{\gamma P}{(\gamma - 1)T}$$

Étant donné que l'épaisseur du film varie dans le temps, sa résolution numérique pose quelques problèmes de maillage. Une façon de résoudre ce problème est de considérer un maillage dépendant du temps, mais fixe par rapport au film. Pour cela, nous effectuons un changement de variable. Nous posons  $r' = \frac{r - R}{\delta}$ , ce qui donne respectivement pour les

équations (17) et (18) :

$$(20) \quad \frac{\gamma P}{(\gamma - 1)\tilde{T}} \left( \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} \right) = k \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\delta^2 \partial r'^2} + \frac{2k\delta}{\delta^2(\delta r' + R)} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} + \dot{P}$$

$$(21) \quad \dot{\tilde{v}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} + 2\tilde{v} \frac{\dot{\delta}}{\delta} + r' \frac{\ddot{\delta}}{\delta} = 0$$

où les grandeurs avec un tilde ( $\tilde{\phantom{x}}$ ) sont celles associées aux champs variables (détails des calculs en annexe II-b), soit :

$$(22) \quad \tilde{X}(t, r') = X(t, r)$$

Une fois que nous avons le champ de température, il ne reste plus qu'à intégrer l'équation (23) numériquement, afin d'avoir la masse et la pression du film.

La pression du film est fonction de son épaisseur et de la quantité de vapeur. L'épaisseur du film est obtenue par l'équation de Rayleigh (ou ces dérivées précédemment discutées). La quantité de vapeur peut être obtenue en intégrant la densité sur l'ensemble du film :

$$(23) \quad M_{tot} = 4\pi \int_R^{R+\delta} \rho(x) r^2 dr = \frac{4\pi P M}{R_{GP}} \int_R^{R+\delta} \frac{r^2}{T(r)} dx$$

La température d'interface goutte/vapeur est prise égale à la température initiale de la goutte, la diffusivité thermique de la vapeur étant beaucoup plus faible que celle de la goutte. La durée du phénomène étant inférieure au temps de refroidissement de la goutte, nous supposons la température de la goutte et de son interface invariable.

### 3. Profil quasi-stationnaire de température

Les gradients thermiques dans le film sont très forts (environ  $10^7 \text{ K.m}^{-1}$ ) l'énergie de chauffage apportée par la compression est rapidement évacuée. Ainsi dans la limite où la vitesse de compression n'est pas trop élevée, la température dans le film peut être supposée constante dans le temps. Ainsi, la température de la vapeur vaut la température d'interface au contact de la goutte et diminue jusqu'à la saturation au contact du liquide. Ici aussi, la température d'interface goutte/vapeur est prise égale à la température initiale de la goutte.

En résolvant l'équation de la chaleur stationnaire :

$$(24) \quad \Delta T = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} rT = 0$$

le profil de température dans le film est obtenu :

$$(25) \quad T(r) = T_s - \frac{(T_c - T_s)}{\delta} R + \frac{(T_c - T_s)}{\delta \cdot r} (R^2 + R\delta) = A + \frac{B}{r}$$

Le profil est introduit dans l'équation (23), ce qui donne :

$$(26) \quad M_{tot} \frac{R_{GP}}{4\pi P_{vap} M} = C \frac{\delta^3}{3} + D \frac{\delta^2}{2} + E\delta + \frac{F}{A} \ln \frac{A(\delta + R) + B}{AR + B}$$

$$\text{Avec : } C = 1/A, \quad D = \frac{2R - \frac{B}{A}}{A}, \quad E = \left( R^2 - \frac{B}{A}R + \frac{B^2}{A^2} \right) / A, \quad F = -B^3/A^3$$

À l'instant initial, la pression dans le film vaut la pression ambiante, et l'épaisseur du film est déterminée par le modèle d'Epstein et Hauser. Alors, l'équation (26) permet de calculer la masse initiale de vapeur dans le film. Après passage de la perturbation, l'épaisseur du film et la masse de vapeur permettent de déduire la pression de la vapeur.

### iii- Flux de masse à l'interface

À l'état initial, le système est quasi stationnaire. Globalement sur l'ensemble du film, il n'y a ni évaporation ni condensation. Lorsque le film se rapproche de la goutte, le flux de chaleur dans la vapeur augmente : il y a évaporation. Inversement lorsqu'il s'éloigne de sa position d'équilibre, il y a condensation. Ce changement d'état dépend de la différence de flux à l'interface et de la chaleur latente de vaporisation. Ainsi, le débit massique dû à la différence de flux (compté positif pour l'évaporation) peut s'exprimer :

$$(27) \quad j = \frac{J_v - J_l}{L_v} = \frac{k_v \nabla T_v - k_l \nabla T_l}{L_v}$$

Au final, nous avons pour la variation temporelle de la masse :

$$(28) \quad \dot{M}_{tot} = j \cdot S = \frac{J_v - J_l}{L_v} S, \quad S \text{ est la surface d'échange de l'interface eau vapeur.}$$

Si les profils de température dans le film et dans la couche limite liquide sont calculés, il suffit alors de calculer les gradients et nous obtenons le débit.

Dans le cas d'un profil de température linéaire, le flux dans la vapeur dépend de l'épaisseur suivant la formule :  $J_v = \frac{k_v \Delta T}{\delta}$ .

Si nous estimons le temps caractéristique d'évolution de la température dans le liquide, sachant qu'il y a typiquement une couche limite thermique de  $e_0 \sim 60 \mu\text{m}$  (en considérant l'égalité des flux à l'interface) dans le liquide, nous avons :

$$(29) \quad dt = e_0^2 \frac{\rho_l \cdot Cp_l}{k_l} \approx (60 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 2 \cdot 10^6 = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Ce temps d'évolution est beaucoup plus grand que celui de la variation du film, observé dans les expériences de Nelson & Duda, qui est inférieur à la milliseconde. Nous supposons donc que la couche limite thermique dans le liquide est constante au cours de la période qui nous intéresse (qui, comme nous le verrons, est d'au plus 200  $\mu\text{s}$ ).

Cependant, la variation de l'épaisseur du film pouvant être assez importante, il est plus juste de conserver le volume de liquide chauffé (figure 1-3). À chaque épaisseur de film, la couche limite est recalculée afin de conserver ce volume :

$$(30) \quad e(\delta) = \sqrt[3]{(R + \delta_0 + e_0)^3 - (R + \delta_0)^3 + (R + \delta)^3} - R - \delta$$

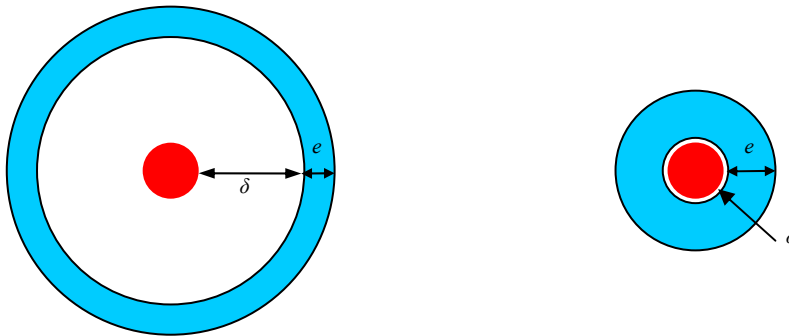


figure 1-3 : Schéma montrant la variation de l'épaisseur de la couche limite lors de la variation d'épaisseur du film

Le flux dans le liquide s'écrit alors  $J_l = \frac{k_l (T_s - T_l)}{e_0}$ . Ainsi la variation de masse de vapeur est :

$$(31) \quad \dot{M}_{tot} = \frac{k_v (T_c - T_s) / \delta - k_l (T_s - T_l) / e_0}{L_v} S$$

#### iv- *Compressibilité de la goutte*

*A priori*, la goutte de combustible peut être considérée incompressible, car sa compressibilité est négligeable par rapport à celle de la vapeur. D'un autre côté, cette faible compressibilité peut avoir un effet sur la pression atteinte dans le film, le film de vapeur pouvant atteindre des épaisseurs très faibles.

Étant donné les valeurs élevées de la vitesse du son dans les liquides, la pression met moins d'une microseconde pour s'équilibrer. La pression peut alors être considérée comme homogène dans la goutte. La définition de la vitesse du son permet de relier la pression et la densité :

$$(32) \quad C^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_s$$

La linéarisation de cette relation nous relie la pression et le rayon de la goutte de manière simple :

$$(33) \quad P = P_0 + C^2 \Delta \rho = P_0 + C^2 \rho_0 R_0^3 \left( \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R_0^3} \right)$$

À partir de l'état initial et de la pression à un instant donné, nous en déduisons le rayon instantané de la goutte. Ce rayon entre alors en compte dans le calcul de l'épaisseur du film de vapeur et donc de la pression du film.

## **II. Analyse du modèle**

### **II-a. Cas standard**

Le cas standard, à partir duquel la plupart des calculs sont faits, est celui de l'expérience 11-75-1 de Nelson et Duda [69] [70]. Ce cas est choisi pour des raisons de comparaison avec les travaux précédents et avec l'expérience puisque c'est le mieux détaillé. Les différentes conditions de l'expérience sont détaillées en annexe II-a. La goutte a une température de 2200 K, un diamètre de 2,8 mm et le système est initialement à la pression ambiante.

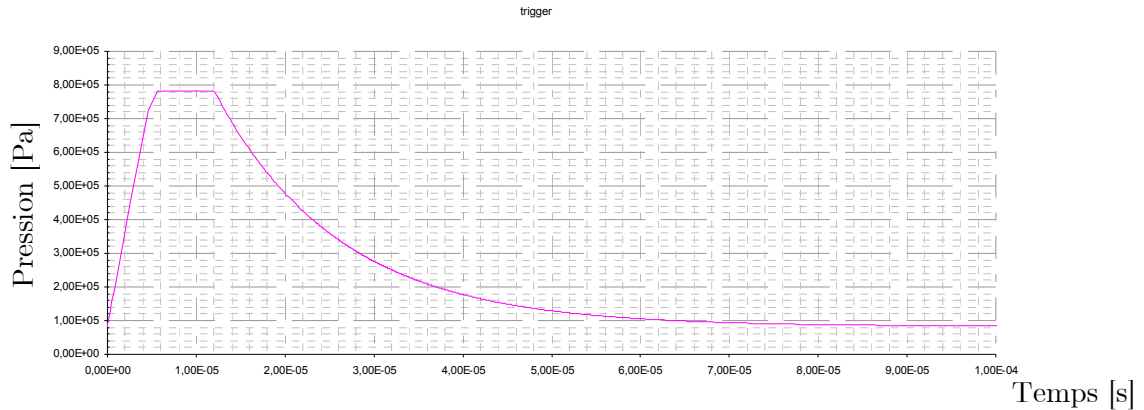


figure 1-4 : Pression dans le liquide au court du temps (perturbation)

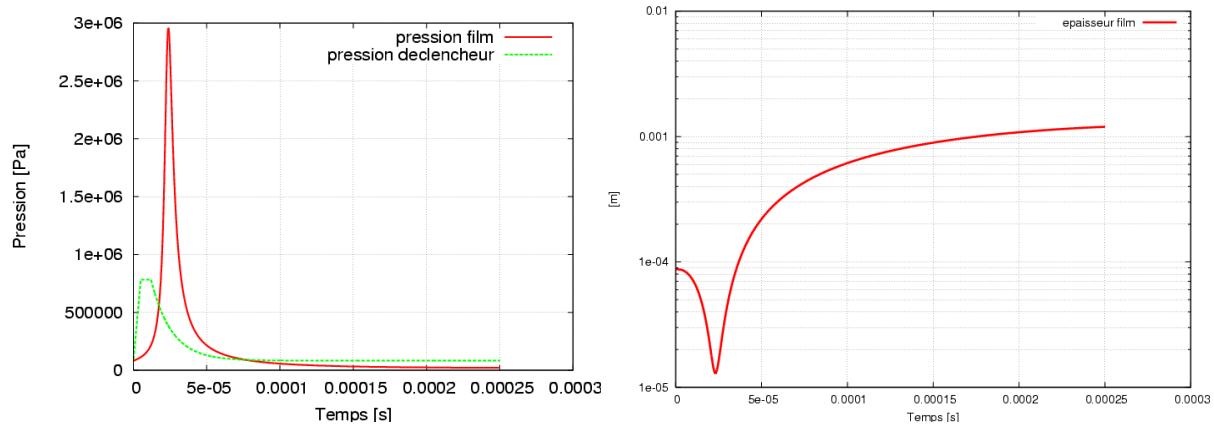
Pour cette expérience, le déclencheur est représenté par :

- un temps de montée de 5  $\mu\text{s}$  ;
- un plateau de pression de 7  $\mu\text{s}$  ;
- un taux de décroissance exponentielle  $\tau$  de 14  $\mu\text{s}$  ( $P(t) = P_0 + (P_{\max} - P_0) \cdot e^{-(t-t_1)/\tau}$ ) ;
- une amplitude de 7 bars.

Ces caractéristiques ne sont qu'une interprétation des résultats expérimentaux qui consistent en un tracé de la pression du déclencheur enregistré à environ 5 cm. Ce furent celles retenues précédemment par Leclerc [55] et Darbord [32].

Au début, la goutte est dans un état quasi-stationnaire. La perturbation crée une différence de pression entre le film de vapeur et le liquide. Cette différence entraîne alors une mise en mouvement de l'interface liquide/vapeur. L'interface se rapprochant de la goutte, la pression augmente, le liquide prend de la vitesse. Dès que la pression dans le film devient supérieure à celle dans le liquide, le film entre dans une phase de compression inertielle. La vitesse (donc l'énergie) accumulée par le liquide continue la compression du film. Le mouvement de l'interface vers la goutte est alors freiné, jusqu'à s'annuler. Nous nous retrouvons alors dans le cas inverse du début : un film de vapeur avec une pression plus importante que celle dans le liquide. Le mouvement s'inverse. Le film croit ainsi d'abord grâce à la différence de pression, puis grâce à l'inertie acquise par le liquide. Il atteint une épaisseur maximale avec le film en dépression par rapport au liquide. Il y a ainsi une oscillation de l'épaisseur du film de vapeur.

Les différentes hypothèses de calcul ne modifient pas ce comportement général, qui est illustré sur la figure 1-5.



**figure 1-5 : Variation de la pression et de l'épaisseur du film de vapeur dans le cas standard**

La pression atteint son maximum à peu près au moment de la fin de la perturbation. Le temps où il y a une forte pression et où l'épaisseur du film est inférieure à sa valeur initiale est d'environ 30  $\mu$ s. L'épaisseur du film, après avoir atteint son minimum, croît fortement pour atteindre jusqu'à dix fois sa valeur initiale. Le même ordre de grandeur a été trouvé par Pion [77], dans des conditions très différentes (couple eau/sodium à plus faible température). La durée pendant laquelle l'eau liquide est proche de la goutte de combustible est faible, de l'ordre de la dizaine de microsecondes. Le mécanisme générant des contacts et la fragmentation de la goutte doit donc se produire dans le même ordre de grandeur de temps. La pression maximale dans le film est plusieurs fois supérieure à la pression de la perturbation, ici il y a un facteur de 4 à 5.

## II-b. Effets des différentes modélisations pour le film

Les comparaisons de cette partie s'effectuent dans les conditions du cas standard. L'intérêt est de voir quelles sont les hypothèses prépondérantes et les termes importants des équations.

### *i- Équation de dynamique de film*

Nous comparons ici les résultats du modèle en fonction des équations de dynamique de film :

- en incompressible sans transfert à l'interface (équation (14)) ;
- en incompressible avec transfert de masse (équation (13)) ;
- en faiblement compressible avec transfert (équation (12)).

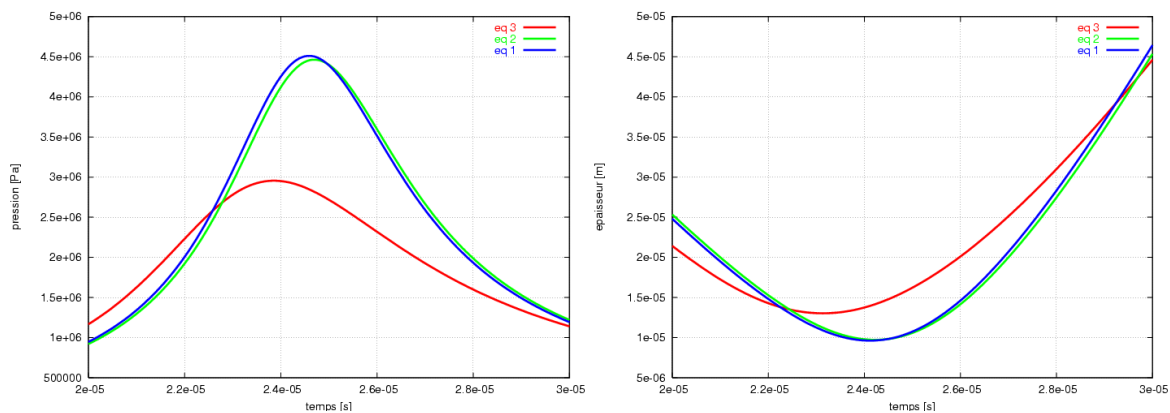
Pour le calcul de la pression dans le film, nous nous plaçons dans un cas avec échange de matière à l'interface et avec un profil de température linéaire dans la vapeur.

Dans le cas de l'équation (14), le transfert de masse n'intervient pas directement dans la dynamique de l'interface, son effet est négligé, mais il intervient dans le calcul de la pression du film.

Les courbes (figure 1-6) montrent entre l'équation (14) et (13) l'effet de l'évaporation dans l'équation de la dynamique. Faire l'approximation  $v = \dot{\delta}$  conduit donc à un pic de pression un peu moins élevé (en vert). En effet, la vitesse du liquide est plus élevée que la vitesse de l'interface, ceci à cause de l'évaporation, la compression est donc plus forte. Néanmoins, la différence est quasiment nulle et l'effet du transfert à l'interface est négligeable.

Le modèle faiblement compressible (équation (12)) donne des résultats sensiblement différents et en particulier un pic de pression plus faible. En conséquence, l'épaisseur minimale est un peu plus grande. Une différence est visible lors de la croissance du film : le cas faiblement compressible a une croissance plus lente après le rebond. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'eau se détend lors de la détente du film, limitant l'expansion du film. La compression aussi est différente, l'épaisseur du film diminue plus brutalement après 10  $\mu$ s. La faible pression obtenue doit être le résultat de cette cinétique différente.

Il apparaît donc que l'effet de la compressibilité de l'eau est important pour décrire la pression et l'épaisseur du film et ne doit pas être négligé.



**figure 1-6 : Comparaison des différentes équations de cinétique autour de la pression maximale et de l'épaisseur minimale (eq1=équation (14) eq2=équation (13) eq3=équation (12))**

*ii- Compression et profil de température*

Nous comparons maintenant les différents modèles de calcul de la pression du film : profil de température constant, compression adiabatique, profil de température calculé. L'équation de dynamique utilisée pour cette comparaison est arbitrairement celle en incompressible avec transfert de masse (équation (13)).



En premier lieu, afin d'évaluer les effets des transferts thermiques entre liquide et vapeur, le cas adiabatique (figure 1-7) est comparé avec celui ayant un profil de température linéaire et sans transfert de masse à l'interface (figure 1-8).

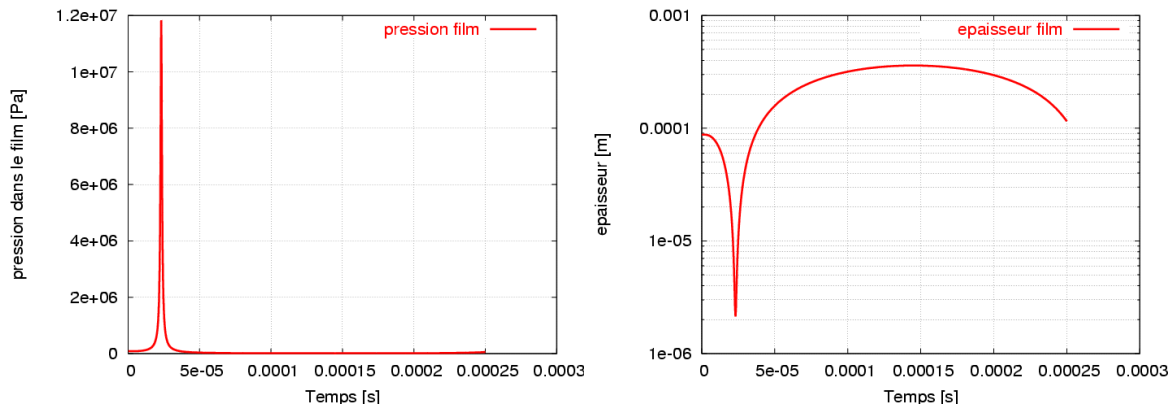


figure 1-7 : Variation de la pression et de l'épaisseur du film en adiabatique réversible

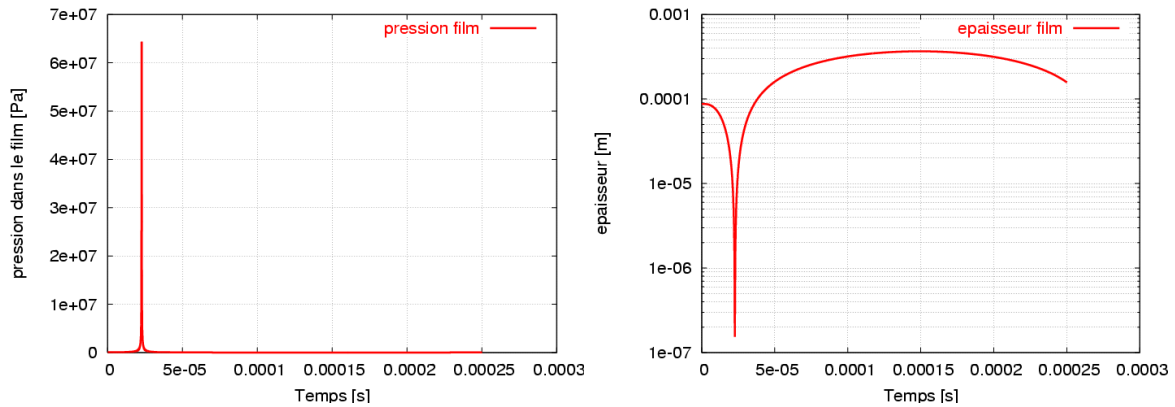


figure 1-8 : Variation de la pression et de l'épaisseur du film avec un profil de température constant, sans évaporation

Le cas adiabatique monte moins en pression et l'épaisseur minimale est plus grande. En adiabatique, la température atteint des valeurs très élevées. En effet :

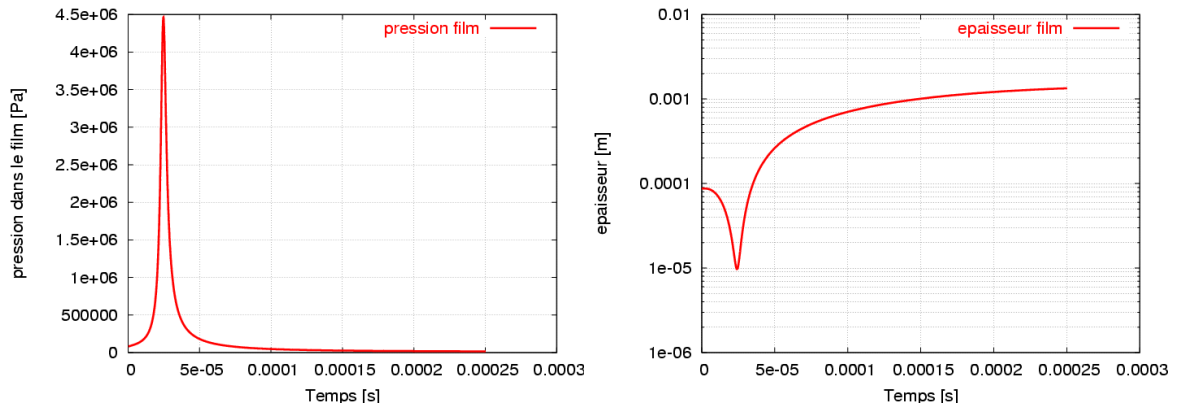
$$PV^\gamma = nRTV^{\gamma-1} = nRT_0V_0^{\gamma-1} \Rightarrow T = T_0 \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} \quad P = P_0 \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma \Rightarrow \frac{V_0}{V} = \left( \frac{P}{P_0} \right)^{1/\gamma} \quad (1-1)$$

$$\text{Donc } T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \approx 1500.48^{0.333/1.3333} \approx 4000K \quad (1-2)$$

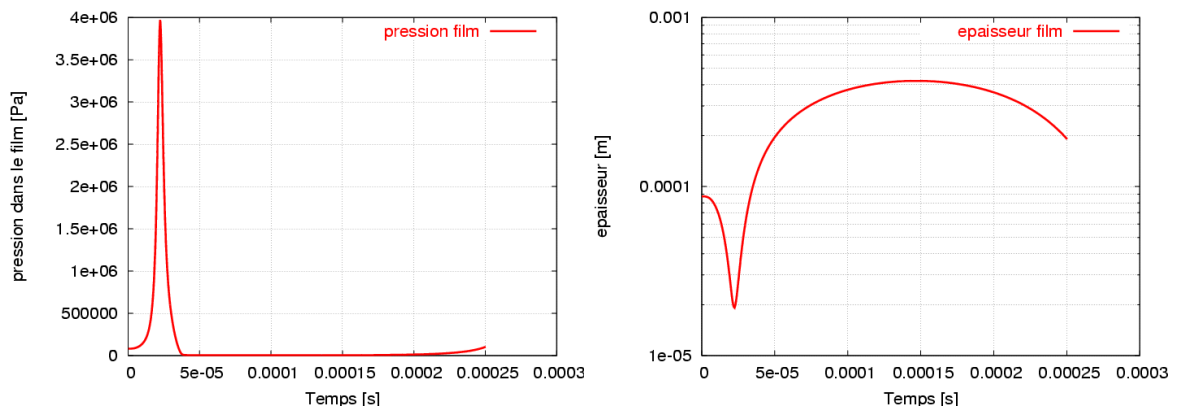
L'énergie perdue par transfert de chaleur dans l'eau permet de refroidir la vapeur. Ce qui retarde la montée en pression du film, l'interface acquiert alors plus d'énergie et permet ainsi de monter plus haut en pression dans le cas non adiabatique. Ceci met en évidence l'importance des transferts de chaleur à l'interface.

Les transferts thermiques à l'interface ont tendance à diminuer la température dans le film par rapport au cas adiabatique, ce qui a pour conséquence que le film peut monter plus haut en pression.

Les courbes des figures suivantes sont tracées avec un échange de masse à l'interface, pour comparer le calcul du profil de température avec l'hypothèse d'un profil constant.



**figure 1-9 : Variation de la pression et de l'épaisseur du film avec un profil de température constant**



**figure 1-10 : Variation de la pression et de l'épaisseur du film avec champ de température calculée.**

Les résultats, en ce qui concerne la pression et l'épaisseur minimale du film, sont proches lorsque nous comparons les cas avec un profil imposé et avec un profil calculé. Nous constatons, dans le cas où le profil de température est linéaire, une pression maximale plus grande ainsi qu'une plus faible épaisseur. La plus faible pression, lorsque la température dans le film est calculée, peut s'expliquer par un relâchement du gradient de température qui diminue les transferts thermiques, se rapprochant alors du cas adiabatique. Il y a une différence plus importante sur l'épaisseur minimale atteinte, d'un facteur deux, due en grande partie au retard du pic de pression. Il y a aussi une différence importante sur l'épaisseur maximale du film, avec environ 1 mm dans le cas du profil constant contre environ 400  $\mu\text{m}$

avec le profil calculé. Cette différence est due au fait que le transfert thermique n'est plus instantané lorsque le film devient épais. Cette épaisseur maximale est aussi atteinte plus tôt.

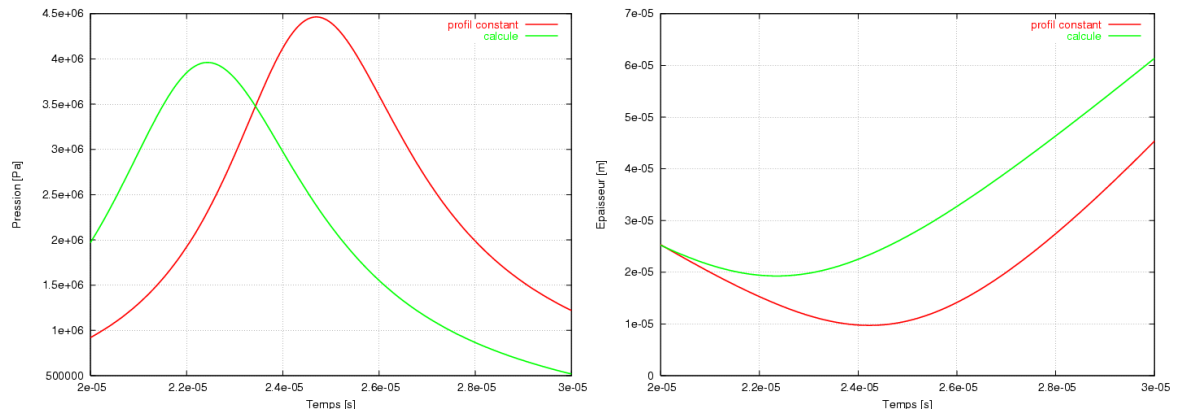


figure 1-11 : Comparaison des résultats près de l'épaisseur minimale

iii- *Transfert de masse*

Pour évaluer l'effet du transfert de masse à l'interface sur la cinétique, le calcul est réalisé cette fois en utilisant l'équation (12) (faiblement compressible) et le profil de température linéaire.

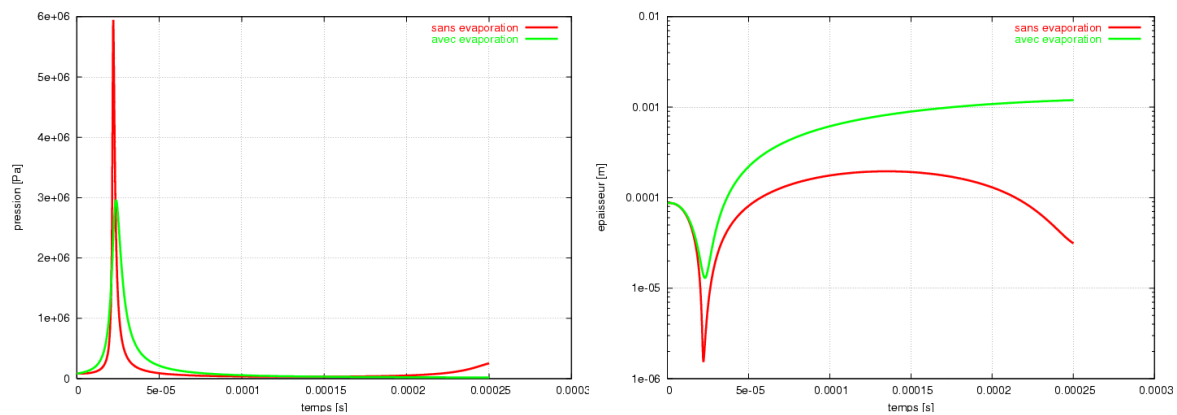


figure 1-12 : Variation de la pression et de l'épaisseur du film avec et sans transfert de masse

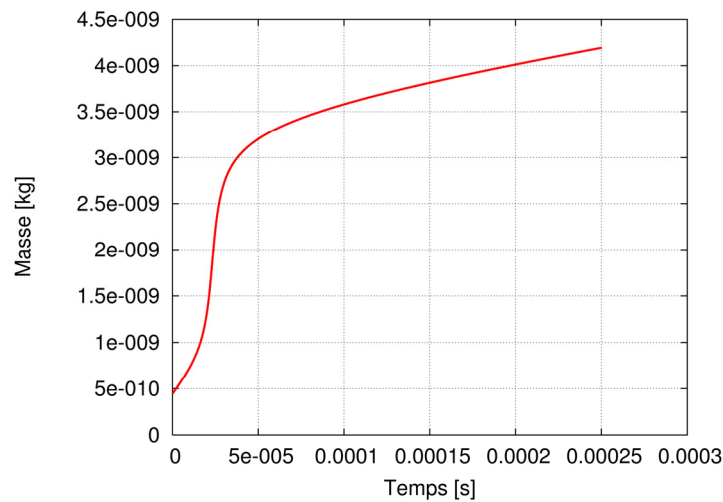
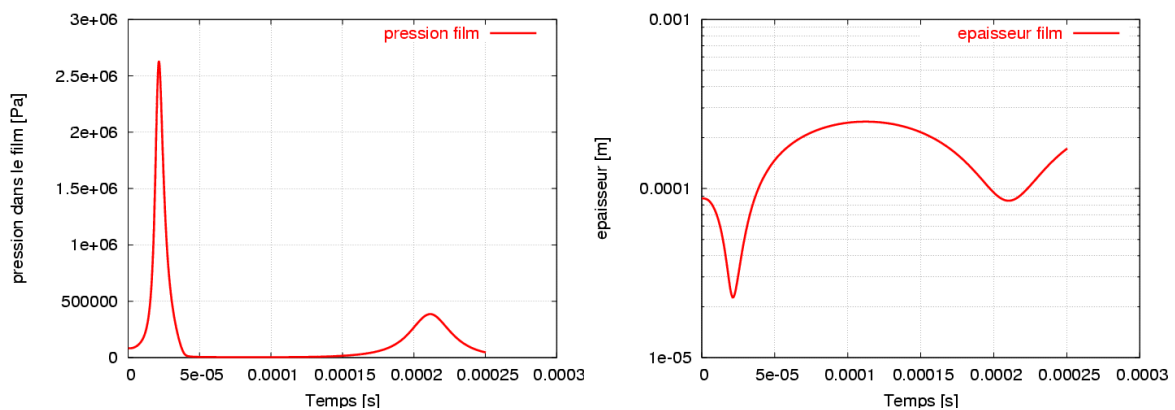


figure 1-13 : Masse de vapeur en fonction du temps

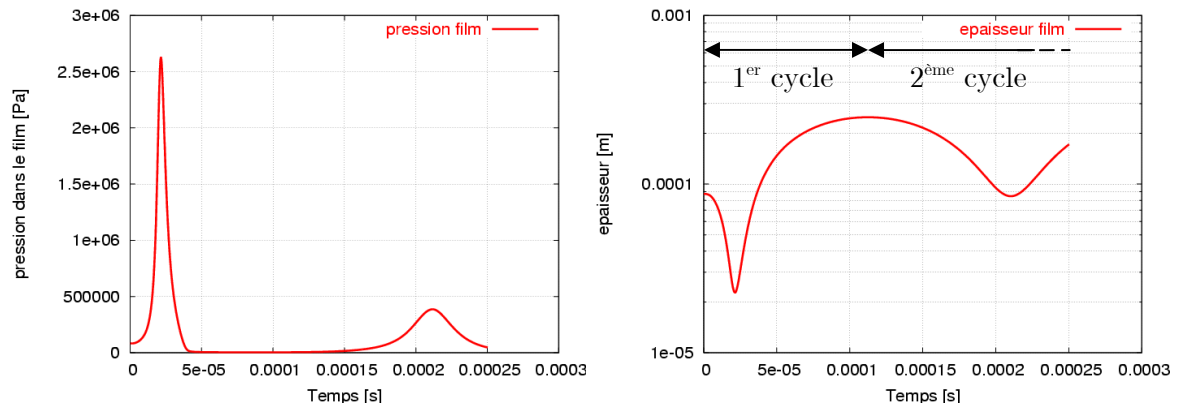
L'évaporation à l'interface a un effet très important sur la pression maximale atteinte et l'épaisseur minimale. Dans le cas standard, nous avons alors un facteur 2 sur la pression et de presque 10 sur l'épaisseur minimale. L'évaporation augmente la masse de vapeur dans le film, ce qui augmente la pression de manière précoce et ralentit l'interface. Ceci est illustré sur la figure 1-13 où la masse de vapeur est multipliée par environ 4 au pic de pression. De même que précédemment, cette augmentation précoce de la pression ralentit l'interface et diminue ainsi l'énergie accumulée par le liquide. En revanche, la pression chute beaucoup moins vite. L'évaporation joue donc un rôle très important dans la dynamique de film. L'effet est encore plus net si nous utilisons l'équation (13), la pression maximale passant de 120 à 260 bars. L'évaporation à l'interface (par rapport au cas sans évaporation) fait augmenter la pression dans le film rapidement, ce qui freine plus tôt le film et empêche une forte montée en pression.

#### iv- *Compressibilité de la goutte*

Lors de la variation d'épaisseur du film, la pression augmente fortement. La goutte, bien que peu compressible, a son diamètre qui diminue. Cette diminution augmente le volume disponible pour la vapeur et risque de diminuer la pression dans le film. Pour quantifier cet effet, nous utilisons les conditions nous semblant les plus réalistes : l'équation de Rayleigh faiblement compressible (12), le profil de température calculé et des échanges de masse à l'interface. La figure 1-14 est tracée avec une vitesse du son dans la goutte de 1500 m/s.



**figure 1-14 : Pression et épaisseur avec le modèle de goutte compressible**



**figure 1-15 : Pression et épaisseur avec le modèle de goutte incompressible**

La variation d'épaisseur de la goutte est de l'ordre du dixième de micromètre, c'est-à-dire très faible. Nous constatons une pression un peu plus faible dans le cas compressible (30 hPa). Cet effet est minime et peut donc être ignoré sans conséquence. Ce résultat nous permet aussi de confirmer que certaines hypothèses des modèles de Giri [42] et Cao [19] ne sont pas justifiées (cf. p. 48).

#### *v- Choix des modèles*

La compression adiabatique ne permet pas, par définition, de prendre en compte des transferts de masse. Or, il est montré que ces transferts sont importants pour la cinétique. Il convient donc d'écarter ce type de compression. La compressibilité de la goutte peut être négligée. De même les transferts de masse dans l'équation de dynamique ne modifient pas fondamentalement le résultat. Nous nous apercevons aussi que le profil de température dans le film ne reste pas linéaire, mais ne s'en éloigne pas trop. Le fait de prendre un profil de température linéaire constitue une approximation encore acceptable pour la phase de compression. Nous utiliserons néanmoins le modèle de calcul du profil pour une meilleure précision. Une différence importante est obtenue selon que le modèle dynamique considère que le liquide est faiblement compressible ou incompressible. Il nous paraît important de prendre en compte la compressibilité de l'eau. Cette hypothèse n'avait jamais été étudiée pour l'étude de la fragmentation thermique à notre connaissance. Le phénomène qui gouverne principalement la pression dans le film est l'échange de masse à l'interface, qui modifie fortement la cinétique du film. Il convient alors d'y porter une attention particulière. Les résultats avec ces choix sont tracés figure 1-15.

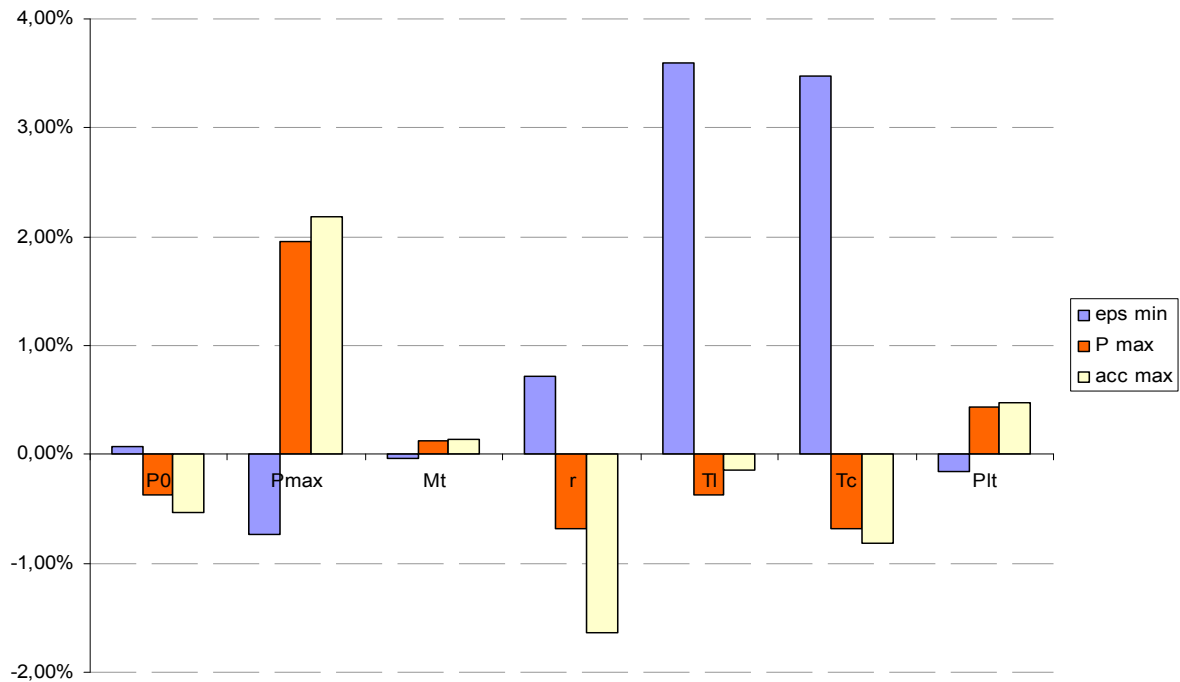
## II-c. Sensibilité

Nous en venons à un des objectifs de l'étude, la sensibilité de ce modèle aux conditions initiales et aux différents paramètres. Pour cela, nous choisissons différents paramètres initiaux qui caractérisent le phénomène :

- paramètres liés à la goutte :
  - $T_c$  : sa température,
  - $r$  : son rayon ;
- paramètres liés au déclencheur :
  - $P_{max}$  : sa surpression maximale,
  - $Plt$  : sa durée de plateau,
  - $Mt$  : son temps de montée de la pression ambiante à la pression maximale ;
- paramètres liés aux conditions ambiantes :
  - $P_0$  : la pression ambiante,
  - $Tl$  : la température de l'eau liquide.

Ces différents paramètres sont alors successivement modifiés de 1 % de leur valeur. Afin d'étudier la sensibilité du modèle à ces différents paramètres, nous nous intéressons à l'effet de cette variation sur les grandeurs intéressantes pour la fragmentation que sont l'épaisseur minimale du film ( $eps_{min}$ ), la pression maximale atteinte dans le film ( $P_{max}$ ) et la valeur absolue de l'accélération maximale de l'interface ( $acc_{max}$ ). Ces deux dernières grandeurs sont intéressantes car elles sont à l'origine des instabilités de l'interface liquide/vapeur. Ce problème sera abordé dans le chapitre suivant. La figure 1-16 montre l'effet de cette variation sur les grandeurs précédemment décrites. L'effet est exprimé en pourcentage, c'est-à-dire que nous comparons la valeur de base à celle obtenue en modifiant un paramètre.

Il faut noter que cette étude n'est faite qu'autour du cas standard et ne présume en rien du caractère linéaire de la stabilité pour de fortes variations des paramètres. Nous verrons d'ailleurs plus tard que ce n'est pas le cas pour la pression ambiante.



**figure 1-16 : Sensibilité du modèle aux valeurs initiales (pression ambiante, paramètre du déclenchement, température de l'eau et du combustible, rayon de la goutte)**

Pour quelques paramètres étudiés ( $P_{max}$ ,  $T_l$ ,  $T_c$ ), l'écart obtenu est supérieur à 1 %, ce qui indique qu'avec la modélisation proposée, certains résultats sont très sensibles aux conditions initiales ; les incertitudes d'ordre expérimental peuvent alors être amplifiées. En particulier, la pression maximale de la perturbation a une grande influence ainsi que le rayon de la goutte dans une moindre mesure. Les températures du liquide et de la goutte ont des effets importants sur l'épaisseur minimale mais pas sur la pression et l'accélération, contrairement aux autres paramètres qui ont des effets croissants sur l'épaisseur, la pression puis l'accélération. Ceci peut être dû au fait que ces températures modifient principalement l'épaisseur initiale du film et interviennent principalement sur les transferts thermiques. Il est intéressant de noter que les temps définissant le profil du déclencheur, ont peu d'influence sur le résultat. Ceci est important pour le calcul de la carte d'explosion, car ces temps varient d'une expérience à l'autre, tout en restant du même ordre de grandeur.

Il faut noter que les trois grandeurs étudiées sont liées :

- l'épaisseur du film est fonction de la pression : une épaisseur plus fine donnera plus de pression ;
- l'accélération dépend directement de la différence de pression entre le liquide et la vapeur mais elle agit sur l'amplitude des instabilités tandis que la pression maximale influe sur la durée d'amplification des instabilités.

Cependant, nous constatons que la sensibilité n'est pas la même pour chaque paramètre.

Cette étude permet d'envisager certains résultats qualitatifs sur la carte d'explosion de N&D. En premier lieu, l'effet de la pression ambiante est faible, ce qui paraît incompatible avec les fortes variations observées expérimentalement lorsque cette pression varie. Ensuite, le faible effet de la température de l'eau sur l'accélération maximale laisse envisager une faible différence dans les IRT. En revanche, il y a un fort effet de l'épaisseur minimale. Enfin, la pression maximale du déclencheur influe peu sur l'épaisseur minimale, mais plus sur l'accélération maximale. Nous nous attendons donc à une amplification rapidement accrue lorsque cette pression augmente, ce qui nous fait envisager un fort rôle des IRT.

## II-d. Influence des paramètres du déclencheur

Il peut être intéressant de caractériser un déclencheur par quelques paramètres simples, tels que l'impulsion, la largeur ou la pression maximale ; puis de relier cette caractéristique au phénomène de fragmentation thermique. C'est pour cela que dans cette partie, les différents paramètres du déclencheur sont étudiés (temps de montée, de plateau et de décroissance, et pression maximale) de façon à ce que l'impulsion totale soit la même. L'impulsion fournie par le déclencheur à la goutte est :

$$I = \int_0^{\infty} (P_{trig} - P_0) dt = \int_0^{Mt} (P_{max} - P_0) \frac{t}{Mt} dt + \int_{Mt}^{Mt+Plt} (P_{max} - P_0) dt + \int_{Mt+Plt}^{\infty} (P_{max} - P_0) e^{-\frac{t-Mt-Plt}{Dexpt}} dt$$

$$= (P_{max} - P_0) \left( \frac{Mt}{2} + Plt + Dexpt \right)$$

$Mt$  temps de montée,  $Plt$  durée du plateau,  $Dexpt$  temps de décroissance exponentielle jusqu'à  $P_0$ .

Pour le cas standard, ce calcul nous donne une impulsion de  $16,45 Pa.s$

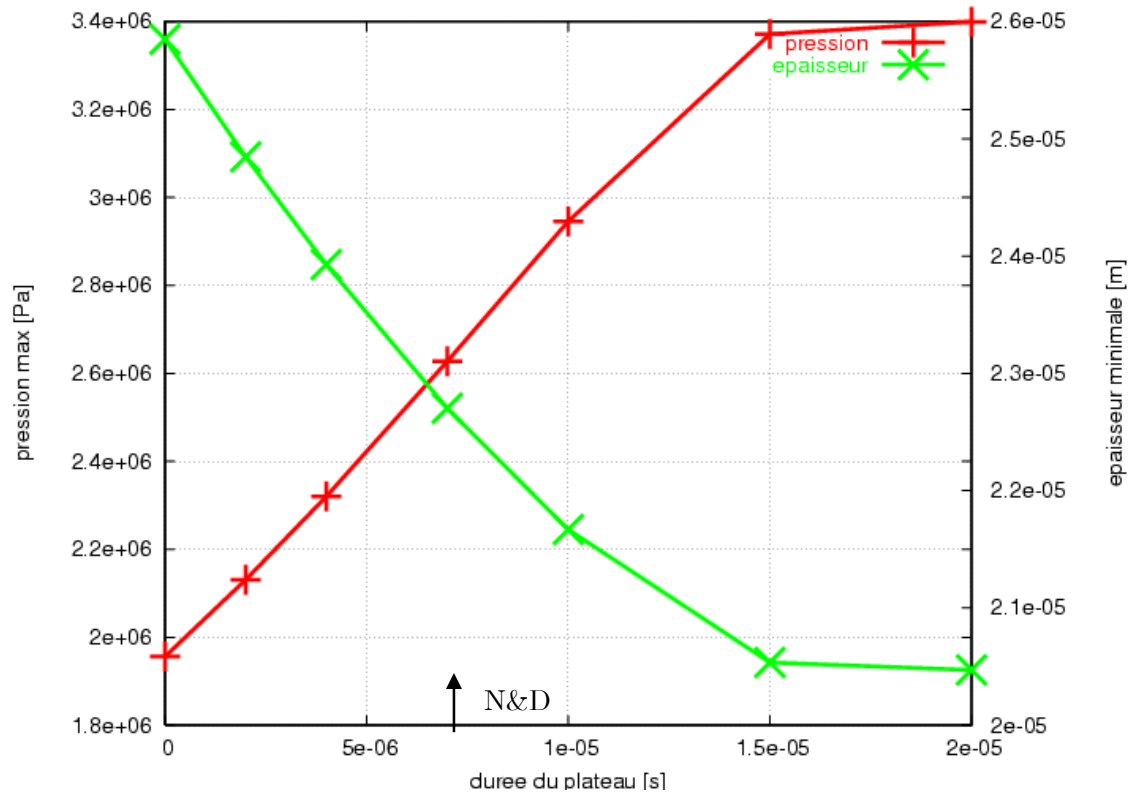
Pour conserver la pression max et l'impulsion,  $Plt$  peut varier sur  $[0 ; 21 \mu s]$   $Mt$  sur  $[0 ; 42 \mu s]$ .

En plus de l'étude à pression maximale et impulsion constante, nous étudions aussi la variation de la pression maximale  $Pmax$  de façon à garder l'impulsion constante.

### *i- Influence de la durée du plateau*

Plus le plateau est long, plus la pression obtenue dans le film est forte et plus l'épaisseur minimale atteinte est petite. La pression varie d'un facteur 1,7, l'épaisseur minimale varie d'un facteur 1,3. Les courbes semblent atteindre un plateau, nous avons alors un déclencheur dont la forme est très proche du créneau.





**figure 1-17 : Pression maximale et épaisseur minimale en fonction de la durée du plateau de pression**

### ii- Influence de la pression maximale

Lorsque nous faisons varier la pression maximale en conservant l'impulsion, la largeur du déclencheur est modifiée. Nous remarquons alors que, dans la gamme étudiée, il vaut mieux une forte pression sur un temps bref plutôt qu'une faible pression sur un temps long. Ici, la surpression varie de 3,5 bars à 21 bars, soit un facteur 6. La pression maximale du film va alors de 12,5 bars à 56 bars, soit un facteur 4,5. L'épaisseur minimale du film varie de 33  $\mu\text{m}$  à 16  $\mu\text{m}$ , soit un facteur d'environ 2. L'effet est moins fort que ce qui était attendu par l'étude de sensibilité, car la largeur du déclencheur varie.

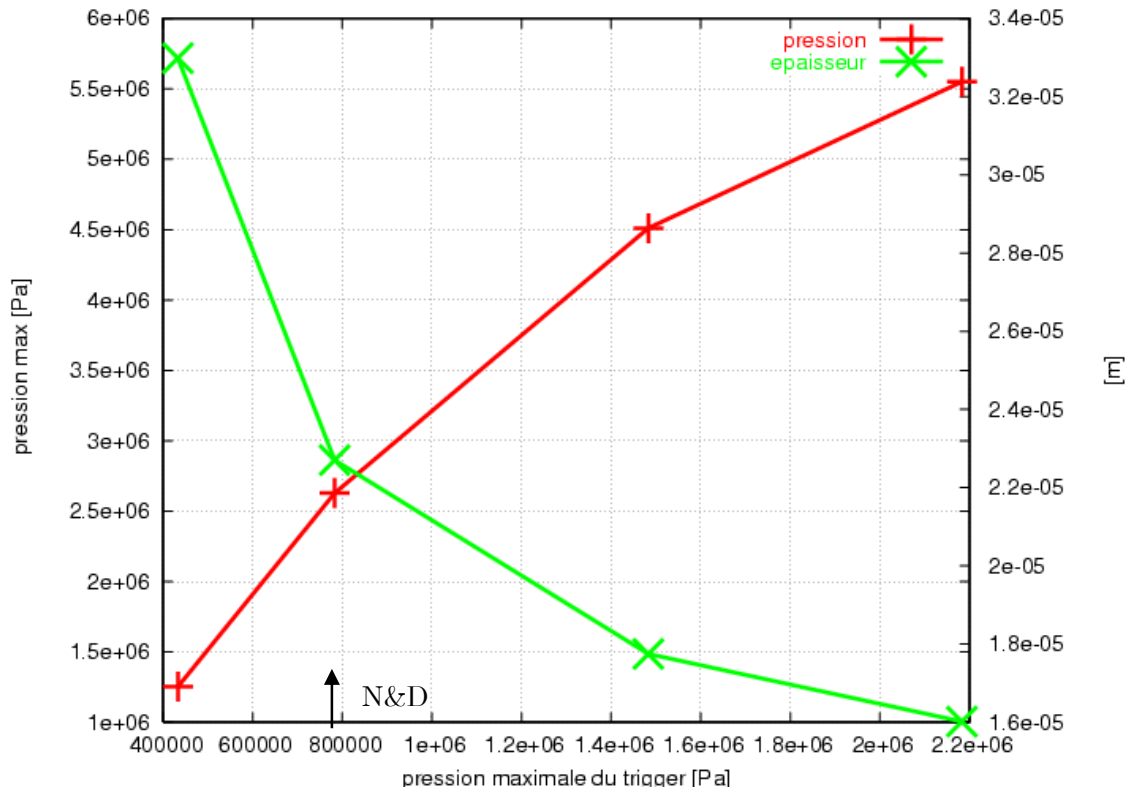
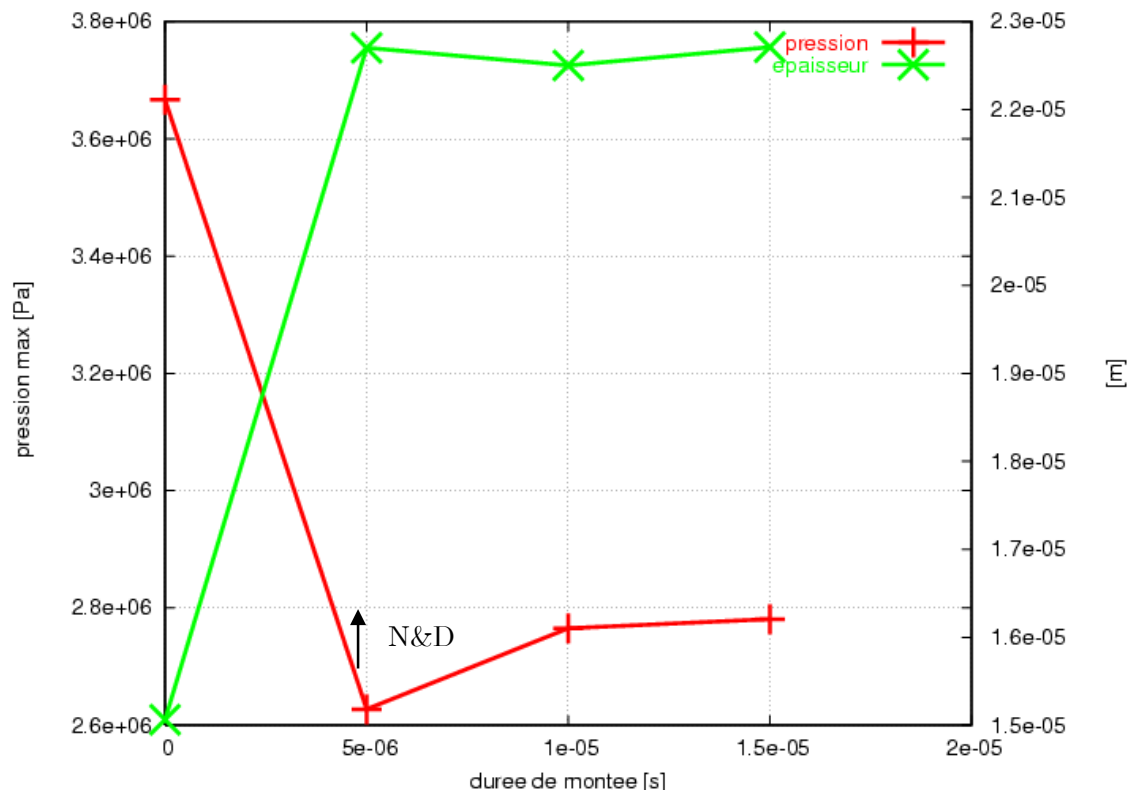


figure 1-18 : Pression maximale et épaisseur minimale en fonction de la pression maximale du déclencheur

iii- Influence du temps de montée

En faisant varier le temps de montée de 0 à 15  $\mu$ s, tout en conservant la durée du plateau, nous observons une diminution de la pression maximale dans le film et une augmentation de l'épaisseur minimale. Ces variations arrivent rapidement à un plateau.



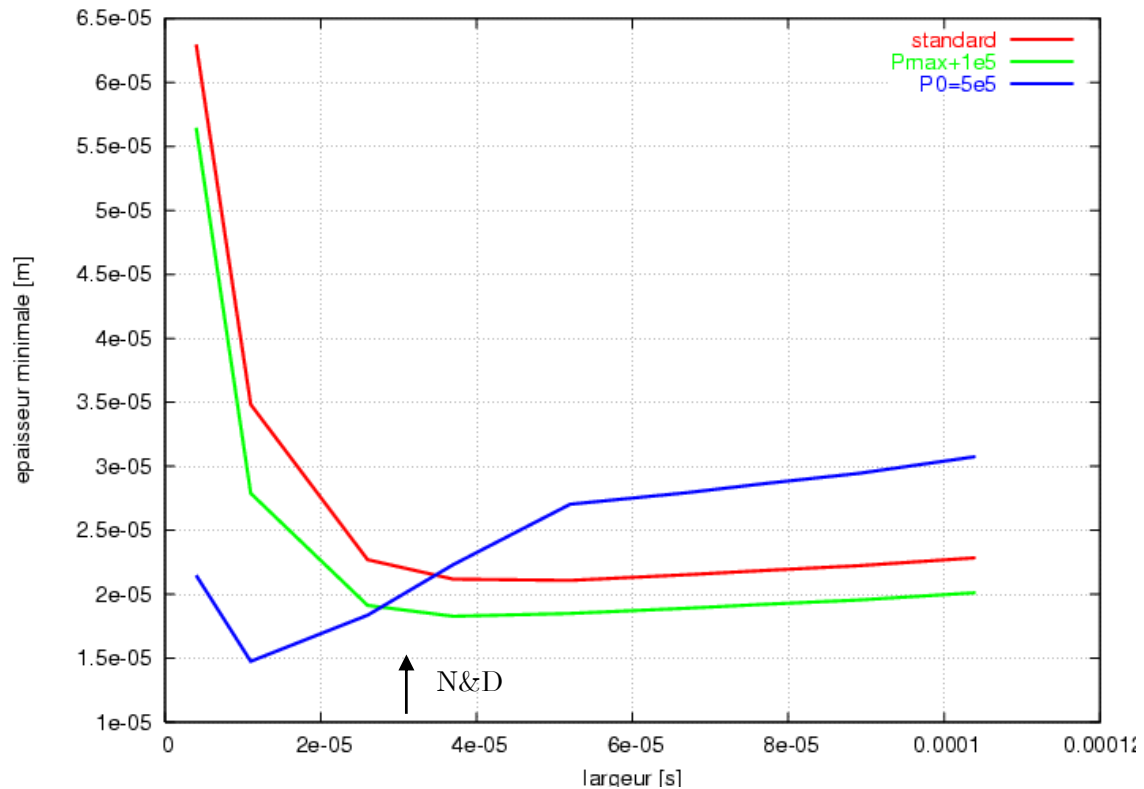
**figure 1-19 : Pression maximale et épaisseur minimale en fonction du temps de montée.**

Pour une même impulsion, une pression forte avec un plateau long aura plus de chance d'initier une explosion. Nous pouvons conclure que la forme idéale d'un déclencheur, pour une impulsion donnée, est une pression maximale maintenue le plus longtemps possible. La connaissance de l'impulsion d'un déclencheur ne suffit pas pour pouvoir conclure à une explosion. Il faut connaître plus précisément sa forme et sa pression maximale.

Le paramètre le plus important pour une impulsion donnée semble être la pression maximale qui donne une variation de 1 à 2 en épaisseur, les autres donnant un facteur 1,4.

#### *iv- Variation de la largeur et de l'impulsion*

Pour avoir un plus large aperçu des effets des paramètres du déclencheur, nous faisons varier sa largeur, c'est-à-dire sa durée totale ( $Plt+Mt+Dexpt$ ) en gardant les proportions entre les trois temps la composant. Dans ce cas, l'impulsion n'est bien sûr pas conservée.



**figure 1-20 : Épaisseur minimale obtenue pour différentes largeurs de déclencheur**

Sur la figure 1-20 est tracée l'épaisseur minimale du film, en fonction de la largeur du déclencheur. Les trois courbes sont :

- en rouge : cas standard avec variation de la largeur du déclencheur ;
- en vert : cas standard avec variation de la largeur du déclencheur et l'amplitude du déclencheur supérieure de 1 bar ;
- en bleu : cas standard avec variation de la largeur du déclencheur et une pression ambiante de 5 bars (la pression maximale du déclencheur passe donc de 8 à 12 bars).

Le résultat principal qui ressort de l'observation de ces courbes, est l'existence d'un minimum de l'épaisseur minimale du film lorsque nous faisons varier la largeur du déclencheur. Dans le cas standard, l'épaisseur minimale est obtenue lorsque la largeur vaut environ  $50 \mu\text{s}$ . Lorsque nous augmentons la pression maximale du déclencheur de 1 bar, cette valeur descend à  $37 \mu\text{s}$ . Enfin, lorsque nous augmentons la pression ambiante, ce minimum est fortement diminué, pour atteindre  $10 \mu\text{s}$  à 5 bars. Nous en déduisons qu'il y a une largeur du déclencheur optimale pour chaque pression ambiante et chaque pression de déclencheur. Ce résultat peut paraître étonnant si l'on considère que plus la largeur augmente, plus l'impulsion/l'énergie du déclencheur augmente, ce qui devrait donner une relation monotone. Mais, le film a une fréquence d'oscillation qui dépend de la pression ambiante (ou de l'épaisseur initiale, les deux étant liées) et des caractéristiques du déclencheur (principalement la pression maximale). L'épaisseur la plus faible sera alors obtenue lorsque la

largeur du déclencheur s'accordera avec la fréquence d'oscillation. Ce phénomène s'apparente à un phénomène de résonance.

## **II-e. Conclusion sur l'influence des paramètres**

De l'étude de sensibilité, il ressort que l'influence de la pression ambiante est globalement faible contrairement aux résultats expérimentaux. Nous constatons aussi un fort effet des températures sur l'épaisseur minimale du film mais peu sur l'accélération (donc sûrement peu sur les IRT).

Il découle de l'étude sur le déclencheur que celui-ci n'est pas facilement caractérisable. En effet, la forme exacte a une importance. Néanmoins, il ressort que la pression maximale a un effet prépondérant pour une impulsion donnée. À pression maximale constante, il existe une largeur optimale du déclencheur qui est fonction de la pression et de la pression maximale appliquée. À ce stade de l'analyse, il semble que la fragmentation thermique ne puisse être possible que dans une gamme précise de déclencheurs tant du point de vue de sa pression que de sa durée.

En connaissant précisément la pression maximale du déclencheur et globalement sa largeur, nous estimons que les incertitudes sont inférieures à un facteur 2 pour la pression maximale dans le film et son épaisseur minimale, ce qui est d'ailleurs la confirmation de ce qui a été observé dans l'étude de sensibilité (figure 1-16).

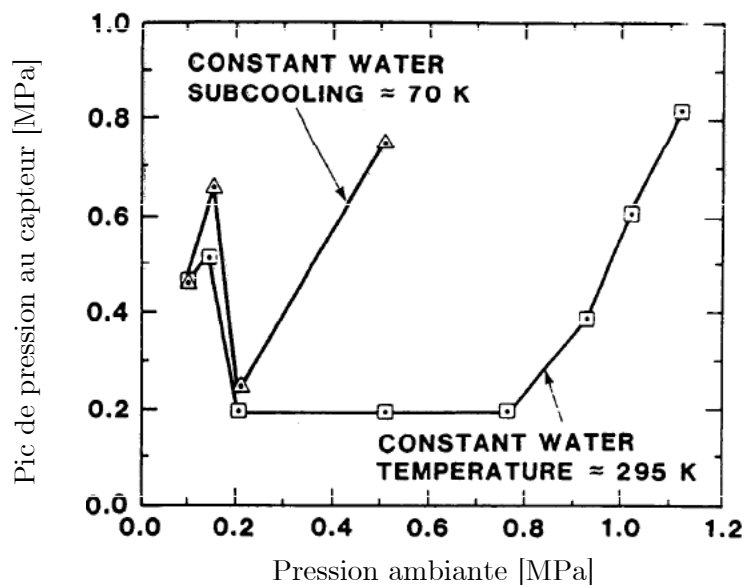
## **III. Comparaison avec l'expérience**

Les résultats obtenus avec le modèle sur l'épaisseur minimale du film sont comparés avec ceux relatif à l'explosion de l'étude de Nelson et Duda [70] en fonction de la pression ambiante et de la pression maximale de la perturbation (figure 1-21). Nous faisons l'hypothèse que l'épaisseur minimale reflète l'ordre de grandeur que doit avoir la déformation de l'interface pour générer un contact. *A priori*, nous pouvons nous attendre à ce que l'amplitude nécessaire au contact soit à peu près la même quelle que soit la pression ambiante. Ainsi, les lignes d'iso-épaisseur minimale sont assimilables à des seuils de contact et donc d'explosion.

### III-a. Discussion sur la pression de perturbation dans l'expérience

#### i- Temps caractéristiques

Le profil exact du déclencheur n'est pas donné pour chaque point expérimental. Néanmoins, l'obtention des différentes pressions des déclencheurs étant toujours réalisée par le même dispositif, en modifiant sa distance avec la goutte, nous considérons que le profil sera globalement le même pour une même température d'eau et une même pression ambiante (voir annexe II-c). Si ces paramètres varient, une modification du profil peut avoir lieu, mais celle-ci ne sera pas d'un ordre de grandeur. L'étude de sensibilité précédente permet de penser que leur rôle sera assez faible (figure 1-16).



**figure 1-21 : Seuils de déclenchement de N&D avec température d'eau constante, et sous refroidissement constant**

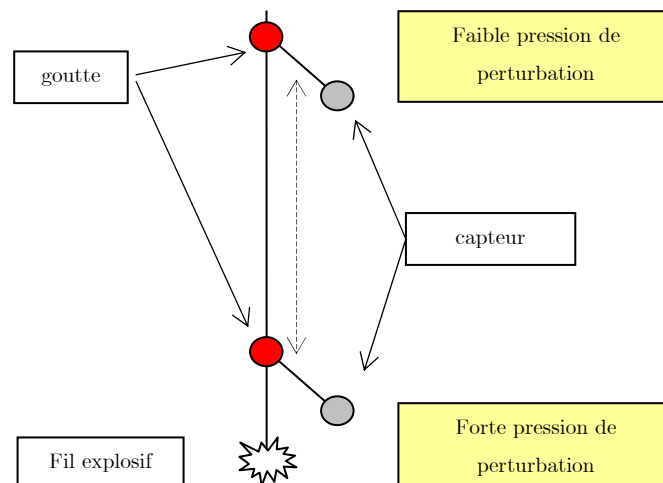
Bien que non reportées sur la figure 1-21, les mesures expérimentales comportent quelques incertitudes. Elles sont de l'ordre du bar dans la zone du palier (entre 2 et 8 bars de pression ambiante) par exemple. Il y a aussi, à basse pression (0,83 bar), une zone, entre 2 et 4 bars de surpression où l'interaction n'est obtenue qu'après un temps long (100 ms). Les auteurs considèrent alors cette zone comme ne conduisant pas à l'explosion et pourtant, au final, la goutte est fragmentée. Pour nous ceci représente une zone d'incertitude sur les résultats expérimentaux.

Pour comparer le modèle à ces résultats, les temps décrivant le déclencheur ( $Mt$ ,  $Plt$ ,  $Dexpt$ ) sont conservés, seule la pression maximale change.

## ii- *Pertinence de la pression au capteur*

Il est important de noter que les résultats de N&D sont exprimés en utilisant la pression maximale au capteur. Or, la pression au capteur dépend de sa position. Si elle change, nous pourrions alors avoir deux enregistrements de pression différents, sans pour autant que l'action sur la goutte diffère. Plutôt que de considérer la pression au capteur, il vaudrait mieux considérer la pression à la goutte pour tracer les courbes expérimentales. Nous estimons dans le cas standard, en considérant simplement le rapport de distance, que la pression à la goutte est de l'ordre de 5,5 bars pour 7 bars mesurés au capteur (N&D estime de la même façon cette pression [69]).

Les différentes pressions de perturbation sont obtenues en modifiant la distance goutte/fil explosif, tout en conservant la distance capteur/goutte (figure 1-22). La différence de pression maximale entre la goutte et le capteur sera d'autant plus importante que la pression de perturbation recherchée sera grande, car le capteur sera plus proche du fil explosif que de la goutte.



**figure 1-22 : Configuration expérimentale pour faire varier la pression de perturbation**

Si nous voulions corriger les seuils d'explosion de l'expérience de N&D en prenant en compte la pression à la goutte et non au capteur, il faudrait les diminuer tous, cela d'autant plus qu'ils sont élevés. Les faibles pressions de perturbations sont peu modifiées, puisque l'écart relatif entre distances au fil explosif est plus petit. Au final nous aurions une carte d'explosion de N&D plus aplatie qu'elle n'est tracée (figure 1-23).

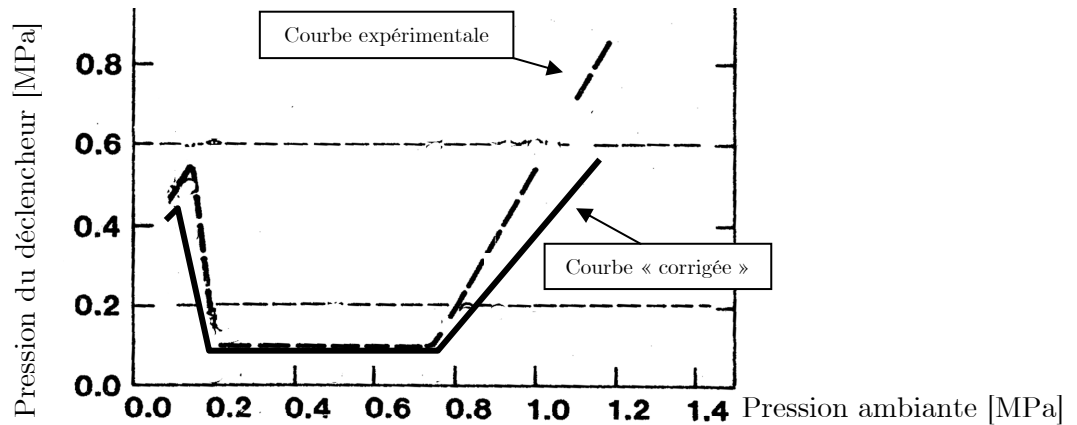


figure 1-23 : Modification envisageable de la courbe de N&D en prenant la pression du déclencheur à la goutte

Cependant, nous ne recherchons pas une précision extrême, mais à établir les tendances et à comprendre les résultats de N&D. Nous n'avons pas pris en compte cet écart dans la suite.

### iii- Pression du liquide dans le modèle

Pour modéliser le mouvement du film, nous utilisons une des équations de type « Rayleigh » (équations (14) à (12)). Celles-ci ont pour hypothèses une sphéricité du problème et en particulier de la pression. Or, il est clair que la propagation de la pression du déclencheur ne génère pas un champ sphérique autour de la goutte. Cette hypothèse de sphéricité est donc incorrecte tant que l'onde de pression n'est pas loin de la goutte, en revanche elle est correcte après. L'équation de Rayleigh est néanmoins utilisée sans que nous soyons capables d'en apprécier l'erreur.

La pression mesurée au capteur est alors utilisée dans l'équation sans lien direct avec la géométrie réelle du problème, elle n'est qu'indicative. Nous pouvons alors supposer la pression perturbante du modèle ( $P_I$ ) assez loin de la goutte pour qu'elle ne soit pas perturbée par les pressions consécutives aux mouvements du film (voir aussi annexe II-c). Nous pouvons ainsi satisfaire les hypothèses de validité des équations de « Rayleigh ». Il nous paraît plus juste d'utiliser la forme compressible<sup>3</sup>, le critère d'incompressibilité en écoulement non stationnaire

<sup>3</sup> M. Berthoud, directeur de thèse, est en désaccord avec la préférence accordée à l'utilisation de l'équation dite de Prosperetti (équation (12)) pour décrire le mouvement de la « bulle » vis-à-vis d'une modélisation incompressible (équation (14)) :

« L'équation de Prosperetti régit le comportement d'une bulle en milieu faiblement compressible en reliant la pression dans la bulle à la pression en un point  $I$  situé dans le champs lointain, à l'échelle de la bulle, c'est à dire non atteint par les ondes de pression émises par la bulle pendant le temps caractéristique d'étude du phénomène. Or, dans le problème présentement traité, on étudie l'évolution de cette bulle sur des temps de l'ordre de 300  $\mu$ s suite à l'application d'une pression  $P(t)$  connue à une distance de 5 cm de la bulle. C'est cette loi  $P(t)$ , mesurée par le capteur (figure 1-14) qui est utilisée pour décrire  $P$  et sa variation dans le temps au point  $I$  dans l'équation (14). Or, ce point  $I$  (le capteur) n'est situé dans le champ lointain que pendant environ 30  $\mu$ s. Dans l'équation de Prosperetti, on voit bien que le point  $I$  doit être situé à l'infini — à l'échelle de la bulle — puisque ses coordonnées n'interviennent pas explicitement dans l'équation. »



( $\tau.c \gg l$  [54]) n'étant pas satisfait (ordres de grandeur : du temps de compression du film  $\tau \approx 10^{-5}$  s, de l'étendu de variation de la vitesse  $l \approx 10.R_{bulle} \approx 10^{-2}$  m et de la vitesse du son  $c \approx 10^3$  m/s).

### III-b. Courbe à température d'eau constante

En premier lieu, nous nous intéressons aux cas dans lesquels la température de l'eau est constante pour comparer notre modèle aux résultats expérimentaux.

#### i- Premier cycle de compression

Sur la figure 1-24 sont représentées les lignes d'iso-épaisseur minimale atteinte par le film au moment de sa compression en fonction de la pression ambiante et de la pression du déclencheur. Chaque ligne représente alors les iso épaisseurs, qui varient ici par paliers de 5  $\mu\text{m}$ .

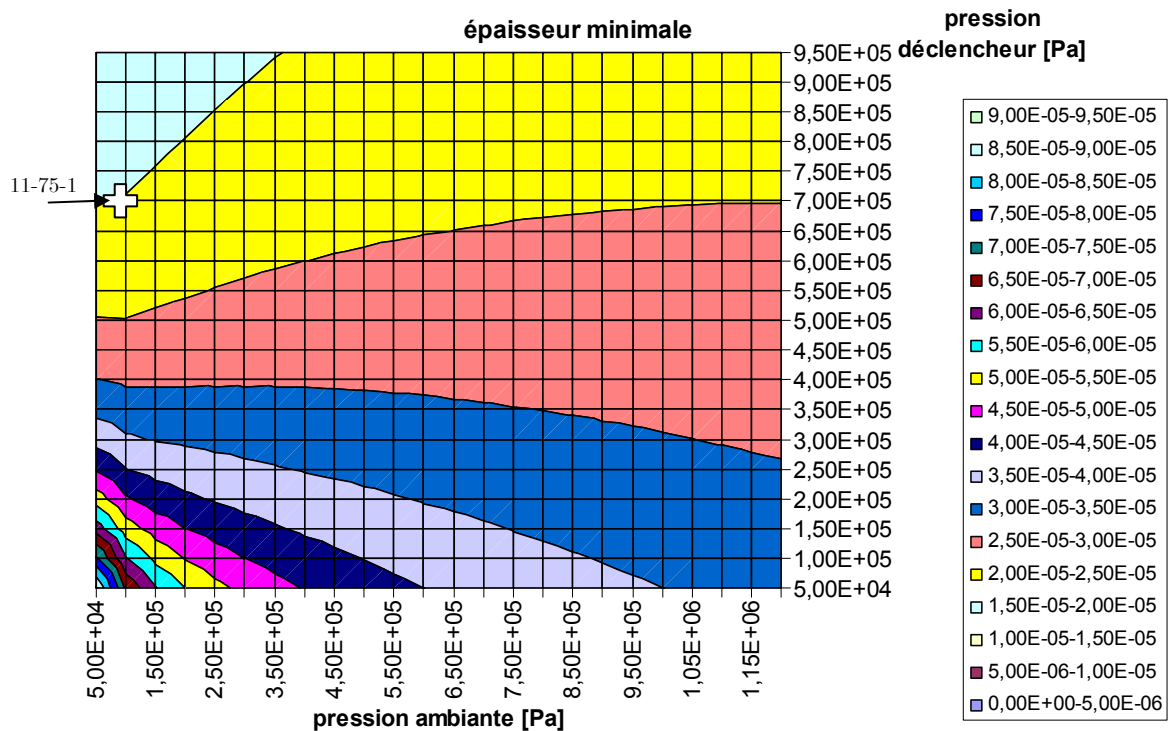


figure 1-24 : iso épaisseurs minimales ; abscisse pression ambiante [Pa], ordonnée pression du déclencheur [Pa] (les couleurs indiquent les épaisseurs minimales en mètre)

Il apparaît alors que le résultat du modèle est plutôt insatisfaisant comparativement à la courbe expérimentale ; notamment, la dépendance complexe à la pression initiale (diminution, palier, augmentation) n'est pas mise en évidence. Nous remarquons que, pour

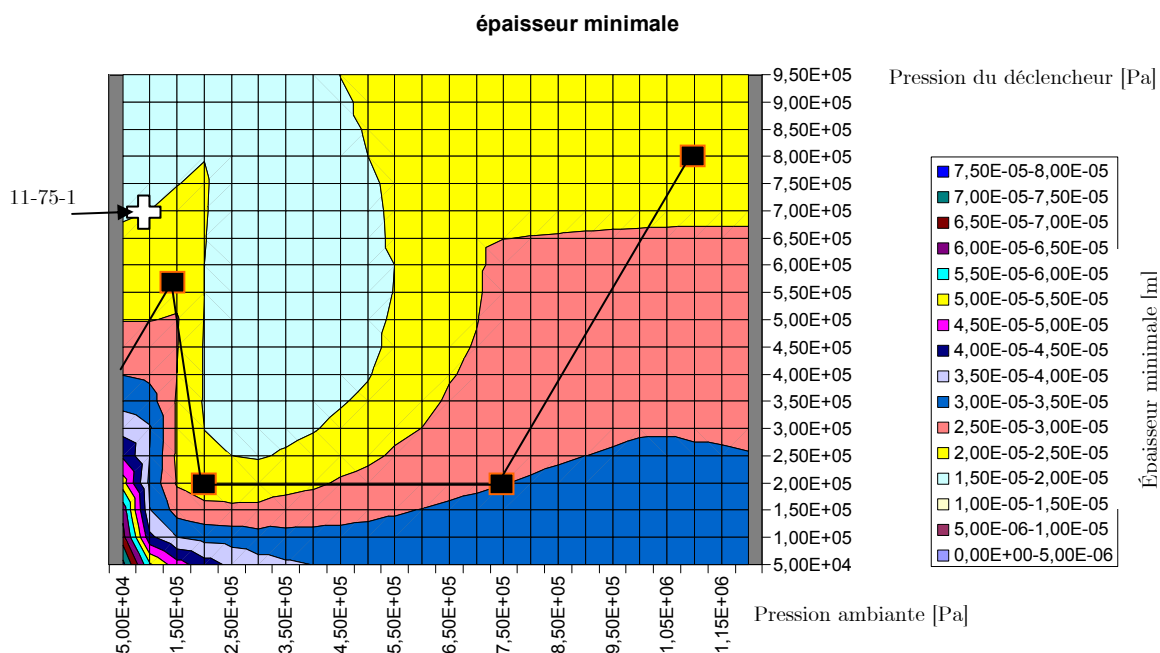
une pression du déclencheur donnée, l'épaisseur minimale diminue ou augmente de façon monotone lorsque la pression ambiante augmente ; il y a une valeur de cette surpression du déclencheur autour de 4 bars qui donne approximativement la même épaisseur minimale.

Pour les déclencheurs de basse surpression ( $< 4$  bars) l'épaisseur minimale diminue fortement avec la pression ambiante. Ceci peut être l'effet de l'épaisseur initiale qui varie de manière similaire (voir figure 1-1). La pression du déclencheur n'est pas suffisante pour compenser la diminution de l'épaisseur initiale du film avec l'augmentation de la pression ambiante. Pour les déclencheurs de haute pression, nous pouvons supposer que l'effet d'inertie devient dominant. En effet, pour un même déclencheur ( $> 4$  bars) la vitesse de l'interface est plus élevée lorsque la pression ambiante est plus élevée. L'énergie cinétique est alors plus importante et permet une compression plus forte. Il faut noter qu'à une pression ambiante donnée, l'augmentation de la pression du déclencheur entraîne toujours une épaisseur minimale de plus en plus petite.

L'étude de sensibilité du modèle a montré que l'accélération maximale du film est assez peu sensible à la pression ambiante. Donc nous pensons qu'il en sera de même sur les amplitudes des IRT (détaillées chapitre suivant) qui auront une valeur similaire lorsque la pression ambiante variera. Il en découle que les IRT seraient incapables de compenser les différences d'épaisseurs minimales obtenues le long de la courbe expérimentale et donc de retrouver les tendances de la courbe expérimentale. Ceci nous amène à nous interroger sur la modélisation et la comparaison de l'expérience avec l'épaisseur minimale obtenue au premier cycle de compression. Nous supposons alors qu'en ne s'arrêtant pas au premier cycle de compression du film de vapeur, l'épaisseur pourrait être plus faible.

### *ii- Deuxième cycle et plus*

En continuant le calcul jusqu'à deux cycles, le résultat de la figure 1-25 est obtenu :



**figure 1-25 : Épaisseur minimale atteinte au bout de deux cycles**

Sur la figure 1-25, la forme globale de la carte de Nelson et Duda est retrouvée. Si nous voulons rattacher ce résultat à l'expérience, il faut avoir une amplitude de déformation de l'interface qui soit comprise entre 25 et 30  $\mu\text{m}$ , indépendamment de la pression ambiante. Bien que cette courbe ait été tracée pour seulement deux cycles, celle avec plusieurs cycles est identique. Autrement dit, l'épaisseur minimale est obtenue au plus tard au deuxième cycle (du moins avec le profil de déclencheur utilisé et dans la gamme étudiée). L'influence du deuxième cycle n'intervient qu'au-delà d'une pression ambiante d'environ 1 bar et jusqu'à environ 7 bars. L'effet est plus visible sur la figure 1-26 où est représentée la différence entre le résultat avec un cycle et celui avec deux cycles, en bleu le minimum est atteint au premier cycle, sinon il est atteint au deuxième. La différence d'épaisseur par rapport au premier cycle est : en violet entre 1 et 10  $\mu\text{m}$ , en beige supérieur à 10  $\mu\text{m}$ . Nous constatons alors que la zone dépend de la pression ambiante et de la pression du déclencheur, ce qui renvoie à l'idée précédemment énoncée de fréquence d'oscillation dépendant de ces deux pressions. Nous notons que ce phénomène semble circonscrit à des conditions bien particulières, ce qui amoindrit son importance pour l'extrapolation. À basses pressions ambiantes ( $< 3$  bars), la transition entre l'obtention de l'épaisseur minimale du premier au deuxième cycle varie très fortement. Nous remarquons que cette zone très incertaine correspond à la zone d'incertitude expérimentale d'explosion retardée.

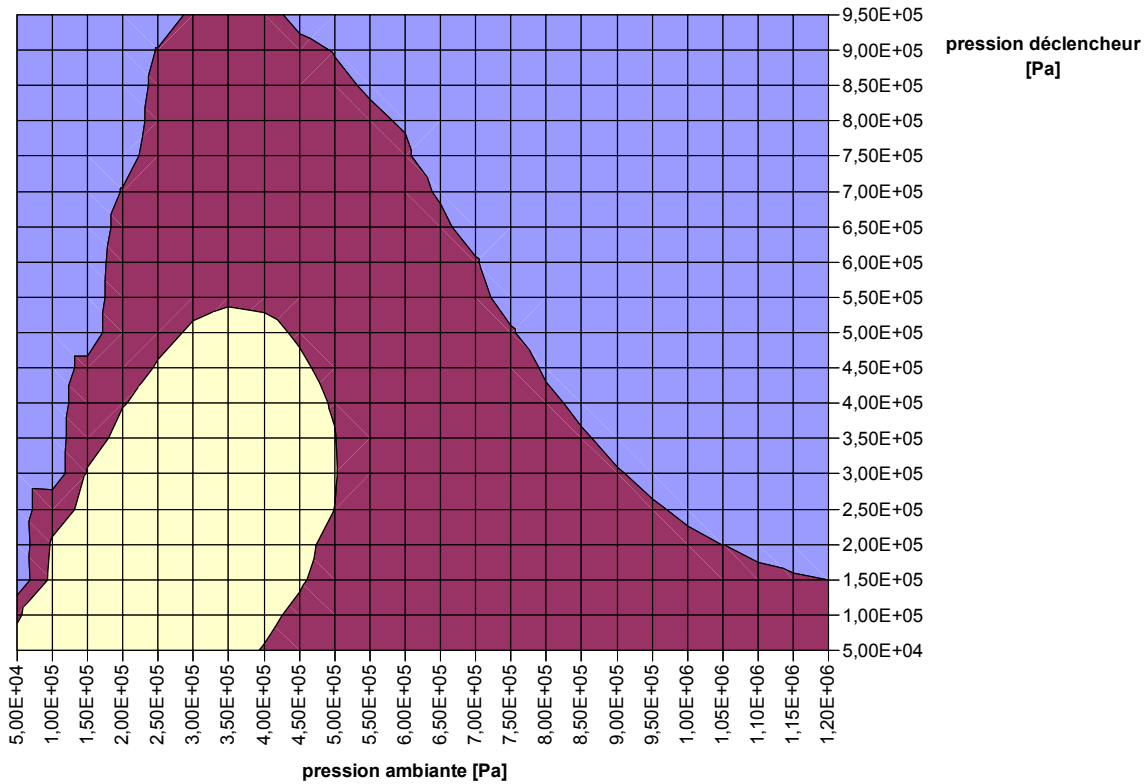


figure 1-26 : Différence des épaisseurs minimales entre un et deux cycles : en bleu le minimum est atteint au premier cycle, sinon, il est atteint au deuxième avec une différence : en violet entre 1 et 10  $\mu\text{m}$ , en beige supérieur à 10  $\mu\text{m}$

Les figures qui suivent illustrent le comportement du film de vapeur.

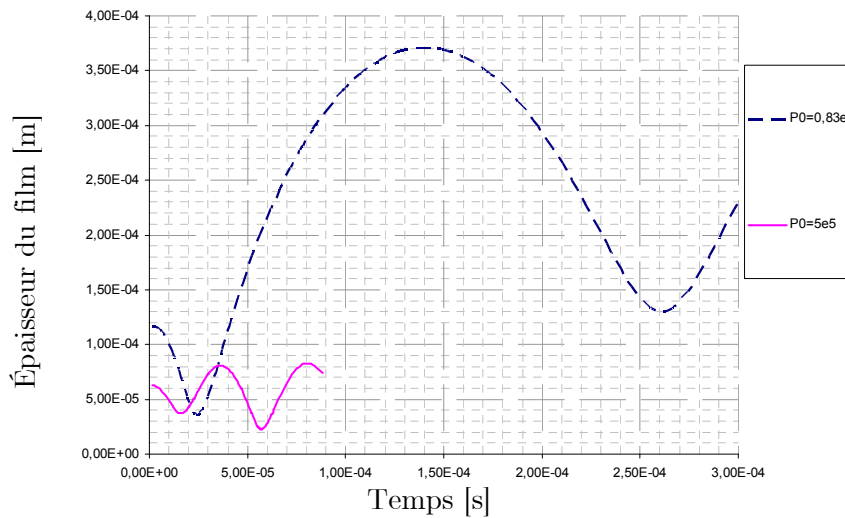
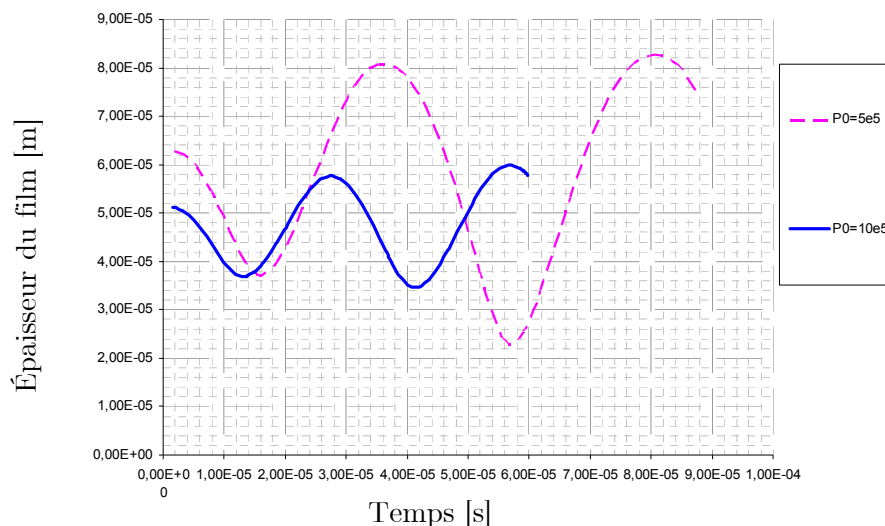


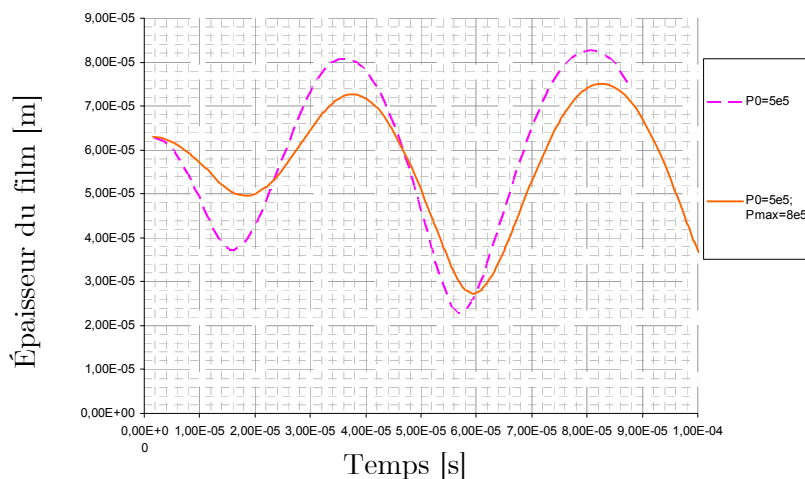
figure 1-27 : Comparaison des épaisseurs sur deux cycles à 0,83 bar et 5 bars avec une suppression du déclencheur de 7 bars



**figure 1-28 : Comparaison des épaisseurs sur deux cycles à 5 bars et 10 bars avec une surpression du déclencheur de 7 bars**

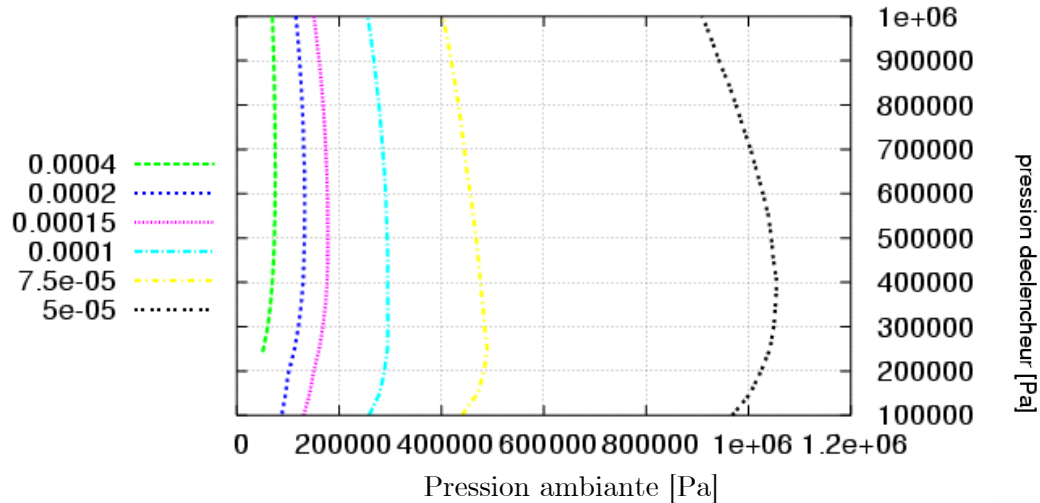
La variation de l'épaisseur du film entre 0,83 bar, 5 bars et 10 bars (figure 1-28 et figure 1-29) montre deux choses :

- que la fréquence d'oscillation du film est plus élevée lorsque la pression ambiante est plus élevée ;
- que l'épaisseur au deuxième cycle a une valeur par rapport à celle du premier cycle qui dépend de la pression ambiante.



**figure 1-29 : Comparaison des épaisseurs sur deux cycles à 5 bars pour une surpression de 7 bars (cas standard) et de 3 bars**

En comparant les épaisseurs du film à 5 bars pour deux valeurs de surpression (figure 1-29), il est mis en évidence qu'une surpression plus élevée augmente aussi la fréquence des oscillations. De plus, elle montre aussi que cette surpression a un effet sur la différence d'épaisseur minimale entre les deux cycles. Le premier minimum donne un écart de 11  $\mu\text{m}$  selon la surpression du déclencheur, cette différence se réduit à environ 4  $\mu\text{m}$  pour le second minimum.



**figure 1-30 : Carte de la durée de deux cycles du film en fonction de la pression ambiante**

Pour illustrer les différences d'oscillation du film en fonction de la pression, nous avons tracé le temps qui est mis pour réaliser deux cycles sur la figure 1-30. Nous voyons une forte variation en fonction de la pression ambiante et une variation beaucoup plus faible avec la pression du déclencheur.

### *iii- Justification d'un deuxième cycle*

La possibilité de premier contact au-delà du premier cycle n'a jamais été envisagée auparavant. Il est donc naturel que nous recherchions une justification expérimentale.

#### 1. Observations expérimentales

Notons que les variations du diamètre des bulles ne sont tracées que pour les expériences réalisées à pression ambiante atmosphérique, soit 0,83 bar (figure 1-31).

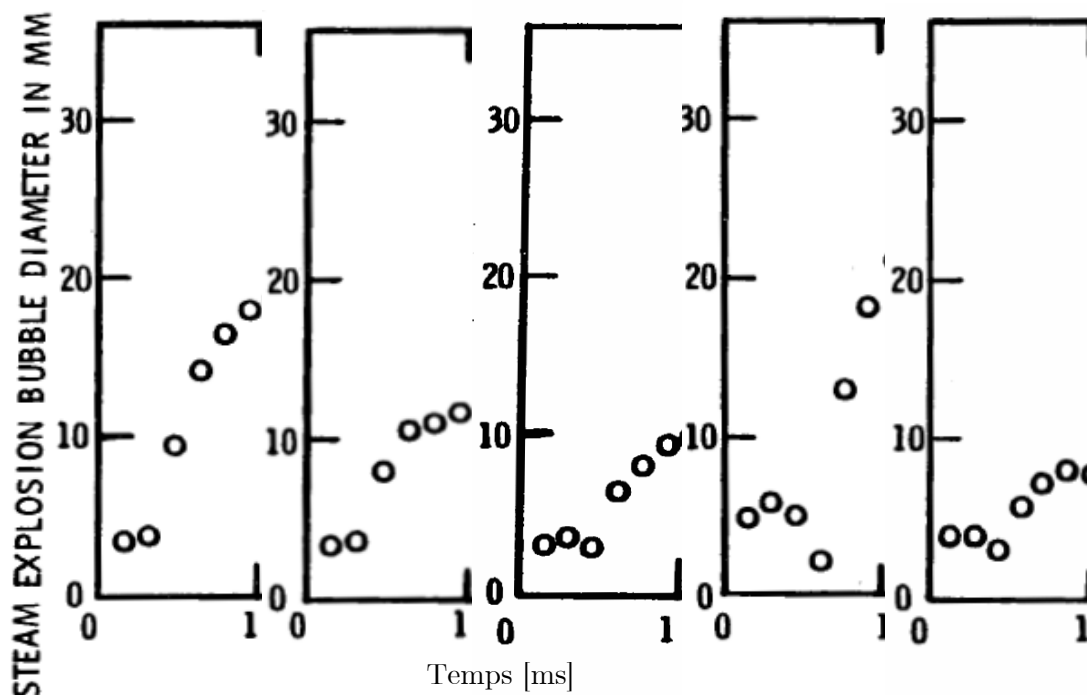


figure 1-31 : Diamètre de la bulle aux premiers instants pour les expériences similaires 11-74-1, 11-74-2, 11-75-1, 11-75-2 et 11-76-1

À l'instant du déclenchement, la goutte est à environ 70 mm du fil explosif. La perturbation — sonique — met alors environ 50  $\mu$ s pour parvenir à la goutte.

Sur la figure 1-31 comparant l'évolution du diamètre en fonction du temps pour plusieurs expériences, il ne semble pas y avoir de forte variation du diamètre durant les 400 premières microsecondes après déclenchement. Dans certaines expériences, il semble y avoir une oscillation durant ces 400  $\mu$ s.

N&D décrivent les photos de l'expérience 11-75-1 ainsi :

	Temps après déclenchement ( $\mu$ s)	Commentaire de N&D
Image 0	0	Pas de changement par rapport à avant perturbation
Image 1	150	Augmentation du diamètre, film brouillé
Image 2	300	Premier indice de fragmentation

Tableau 1 : commentaires de N&D sur les photos de l'expérience 11-75-1

La qualité des photos de l'expérience 11-75-1 à ma disposition étant médiocre, la figure I-10 de l'expérience 11-75-2 illustre le propos (expérience similaire, la seule différence est la pression du déclencheur qui est un peu plus élevée).

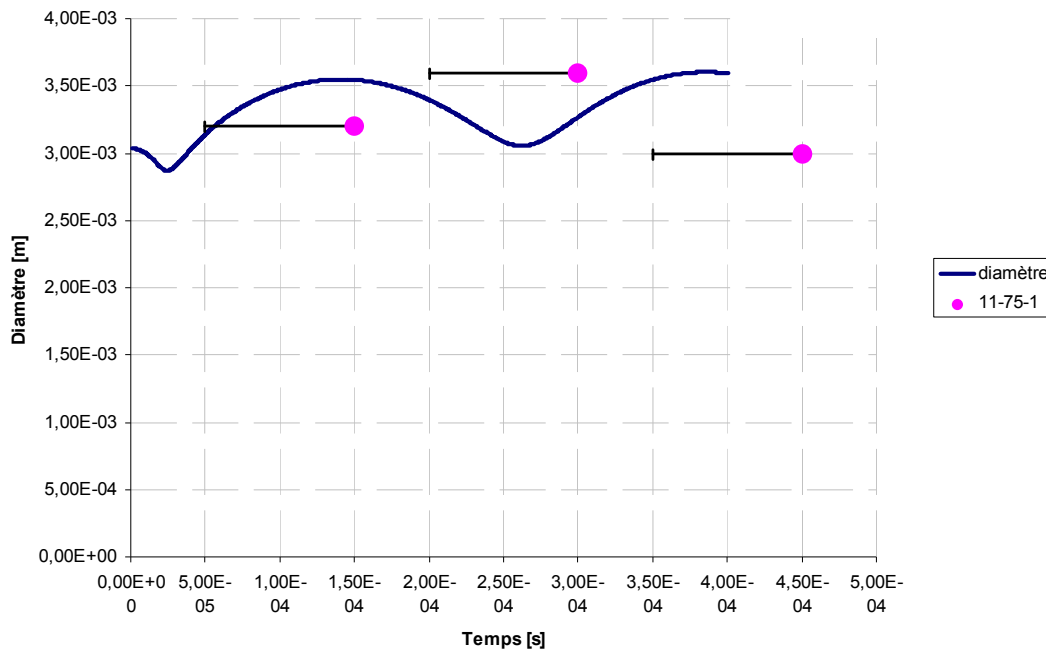
Les auteurs disent que la première compression du film a lieu autour de 300 ou 400  $\mu$ s.

L'image 0 est donnée pour être simultanée au déclenchement. L'image 1 a un diamètre plus grand que les deux autres images. Sur les photos, il ne semble pas y avoir de fragmentation jusqu'à 610  $\mu$ s.

## 2. Résultats du modèle

Les résultats présents ainsi que ceux de Leclerc [55] et Darbord [32] donnent un temps de 50  $\mu$ s entre le moment où la perturbation arrive sur la goutte et celui où l'épaisseur du film est minimale.

Les expériences de la figure 1-31 sont à pression atmosphérique, pression où le modèle donne une épaisseur minimale au premier cycle (voir figure 1-26). L'effet « deuxième cycle » intervient essentiellement entre 1,5 et 7 bars de pression ambiante.



**figure 1-32 : Diamètre de la goutte et du film obtenue par calcul, comparé aux trois premiers points de l'expérience 11-75-1**

## 3. Interprétation

Le domaine où l'effet « deuxième cycle » a lieu est disjoint de celui où les évolutions du diamètre sont tracées par N&D. Nous ne pouvons pas alors justifier complètement cet effet. Néanmoins, un certain effet semble visible. Le modèle donne un premier minimum du film de vapeur autour de 50  $\mu$ s après avoir perçu la perturbation, soit un temps de 100  $\mu$ s après le déclenchement en considérant le temps de propagation. Il est donc possible qu'une première compression ait lieu entre l'image 0 et l'image 1 espacées de 150  $\mu$ s (ce qui permettrait de surcroît d'expliquer l'augmentation du diamètre sur l'image 1). De plus ce temps est beaucoup plus court que les 300  $\mu$ s évaluées par les auteurs. Une compression autour de



300  $\mu\text{s}$  correspondrait plus à une seconde compression comme ceci est visible sur la figure 1-32. La faible variation du diamètre de la bulle fait penser qu'il n'y a pas de fragmentation lors de la première compression. La seule expérience qui présente une augmentation plus importante du diamètre durant les premières 400  $\mu\text{s}$  est 11-75-2, mais le déclencheur était presque 2 bars plus fort. En tout cas, si une fragmentation a lieu au premier cycle, elle est très faible et n'a donc qu'une faible influence sur la dynamique du film. De plus, si le déclencheur est plus faible que dans l'expérience décrite (11-75-1), ce phénomène de premier cycle sans contact devrait être plus net selon la figure 1-26. Sur la figure 1-32, comparant les trois premiers points de 11-75-1 avec le résultat du calcul, nous voyons une variation du diamètre équivalent dans les deux cas. Les barres d'incertitudes reportées correspondent à l'écart qu'il peut y avoir dû au décalage entre la photo et l'arrivée de la perturbation de pression à la goutte.

La comparaison des expériences au modèle de film amène comme conclusion que la fragmentation n'a lieu qu'au deuxième cycle, voire éventuellement au troisième, dans les expériences présentées.

La différence entre un ou plusieurs cycles, peut s'expliquer ainsi : la montée en pression du déclencheur appuie fortement sur le film, et plus il est fort plus l'épaisseur minimale sera petite. En revanche, s'il dure trop longtemps, il va gêner le rebond, le film croîtra moins, et de ce fait, il redescendra moins fort. Ceci est particulièrement visible à 5 bars où plus la pression est forte, plus l'épaisseur diminue, mais dès que la pression est assez forte pour que le film diminue rapidement, il y a alors une largeur trop grande et l'épaisseur redevient plus importante (passage du jaune au cyan puis au jaune à 5 bars en allant d'une surpression de 2,5 bars à 9 bars sur la figure 1-25). En fait, le film oscille avec une fréquence dépendant de sa compression maximale et de la pression ambiante. Plus la pression ambiante est élevée plus la fréquence est élevée (cf. §II-d.iv-). Ainsi, il faut que le déclencheur ait la bonne largeur pour correspondre le mieux possible à cette fréquence et avoir une plus grande amplitude.

### III-c. Carte à sous refroidissement constant

Dans un second temps, la même carte est tracée (figure 1-33) pour un sous refroidissement constant, dont la courbe expérimentale est représentée figure 1-21.

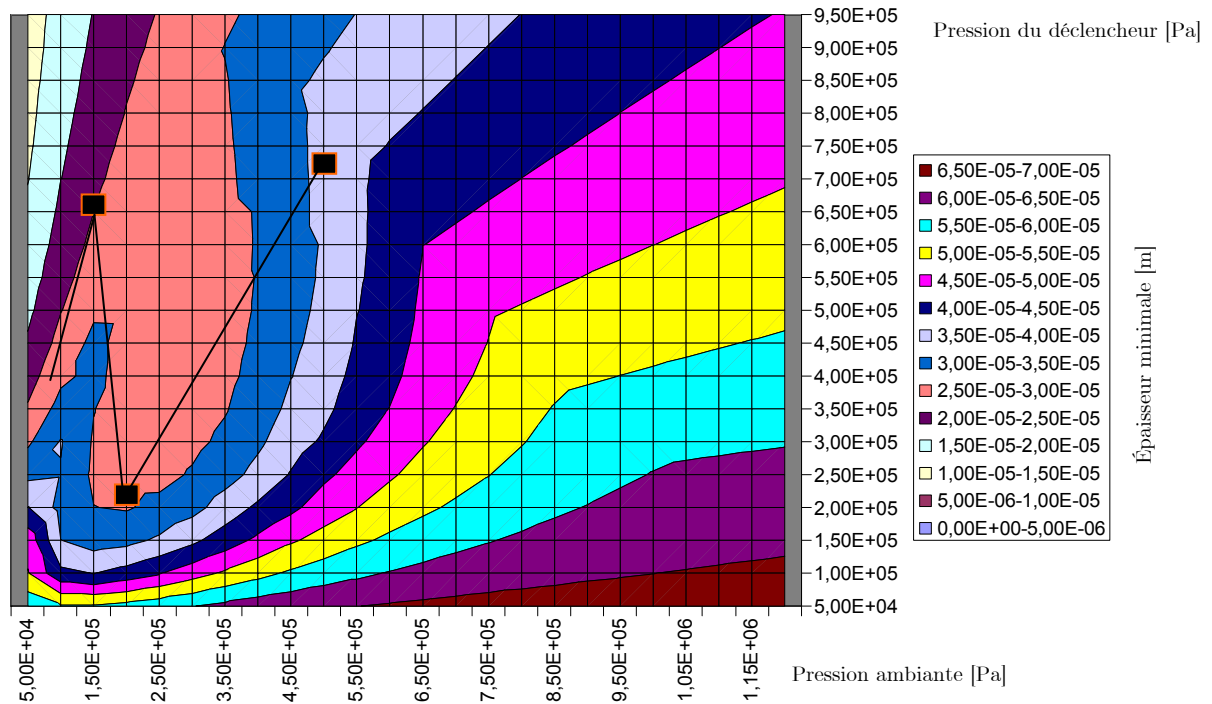


figure 1-33 : Courbes avec une température de sous refroidissement constante

La figure 1-33 est similaire à la figure 1-25, les légendes sont identiques. Seul le résultat au bout de deux cycles est représenté, car celui au bout d'un cycle, très similaire à la figure 1-24, est monotone et n'apporte rien de plus.

Ici, il faut une amplitude de déformation de l'interface d'environ  $35 \mu\text{m}$  pour correspondre au mieux aux expériences. Cette valeur est légèrement plus élevée que pour la courbe précédente à température constante mais reste dans le même ordre de grandeur.

#### **IV. Conclusion sur la modélisation du film**

Les variations du film de vapeur ont été modélisées dans cette partie, afin d'obtenir les ordres de grandeur des perturbations nécessaires à la réalisation d'un contact entre liquides. L'étude de ce modèle a mis en avant l'importance des effets de transfert de masse et d'échange thermique à l'interface eau liquide/vapeur. De plus il est apparu que la compressibilité de l'eau jouait un rôle non négligeable dans la dynamique de compression du film. À l'inverse, la compressibilité de la goutte n'a qu'un effet négligeable.

La variation du film est consécutive à une perturbation en pression. Le modèle est relativement sensible à cette perturbation. En effet, en changeant une caractéristique de cette perturbation (pression maximale, impulsion, temps de montée), l'effet sur le film de vapeur est significatif. L'étude de sensibilité montre néanmoins que cet effet n'est pas non plus le

principal. Une large variation de l'épaisseur de cette perturbation a mis en évidence un phénomène s'apparentant à une résonance. Nous avons alors, à une pression ambiante donnée et pour une pression maximale donnée, une largeur optimale qui conduira à la meilleure compression du film. La sensibilité du modèle induit un questionnement sur le rôle des IRT qui seraient peu variables suivant la pression ambiante.

La comparaison des résultats de ce modèle aux expériences de N&D, conduit à une déformation de l'interface de l'ordre d'une trentaine de micromètres d'amplitude soit au premier cycle soit au second cycle (suivant le cas le plus favorable), afin d'avoir contact. Le modèle montre des résultats plus proches de l'expérience lorsque nous calculons l'épaisseur du film jusqu'au second cycle de compression. Ce qui est justifié expérimentalement par les expériences de N&D.

Les résultats comparés à l'expérience peuvent sembler satisfaisants, mais la perturbation nécessaire est déterminée *a posteriori*, ce qui empêche toute extrapolation. Il faut alors logiquement s'intéresser aux mécanismes qui produisent ces instabilités, afin de les prévoir.



## Chapitre 2e Étude des instabilités d'interface

Le principal objectif de ce chapitre est de comprendre quels sont les mécanismes induisant des variations d'amplitudes susceptibles de conduire à des contacts spatialement périodiques. Dans le modèle de dynamique de film, un phénomène a été ignoré : il s'agit des instabilités de type Rayleigh Taylor (IRT) présentes à l'interface entre l'eau et la vapeur. Elles sont générées par la différence de gradients de pression de part et d'autre de l'interface qui est directement reliée à l'accélération de l'interface. Ces IRT augmentent les amplitudes des imperfections initiales et donc facilitent le contact. Pour prendre en compte ce phénomène, il faut le modéliser et le chaîner avec la dynamique de film. Compte tenu de ce que nous avons vu au chapitre précédent, l'amplitude que doivent atteindre les IRT est de l'ordre de l'épaisseur minimale du film, soit 20 à 30  $\mu\text{m}$ .

### Sommaire

I.	Instabilités des interfaces.....	98
I-a.	Modélisation des IRT.....	98
I-b.	Différentes expressions de l'instabilité.....	103
I-c.	Analyse du modèle.....	103
i-	Accélération constante.....	104
ii-	Accélération variable.....	106
iii-	Interprétation des résultats.....	116
II.	Utilisation du modèle d'IRT conjointement avec la dynamique de film.....	117
II-a.	Résultat du cas standard.....	117
i-	Description.....	117
ii-	Résultats.....	118
II-b.	Comparaison avec l'expérience.....	121
i-	Carte d'explosion au premier cycle.....	121
ii-	Cartes d'amplification.....	122
iii-	Cartes d'explosion au deuxième cycle.....	124
iv-	Sous refroidissement constant.....	126
II-c.	Discussion.....	128
i-	Linéarité.....	128
ii-	Introduction d'un temps de contact minimum.....	130
iii-	Épaisseur initiale du film.....	132

iv-	Couplage avec le film .....	133
v-	Prise en compte de la viscosité .....	134
III.	Conclusion sur le modèle d'IRT.....	136

## **I. Instabilités des interfaces**

Lorsque la pression dans le film de vapeur devient supérieure à celle dans le liquide, c'est le gaz qui exerce une poussée sur le liquide et l'accélération de l'interface change de signe. Le mouvement de l'interface liquide vapeur devient alors instable, les perturbations de l'interface sont amplifiées. Ce phénomène est appelé instabilité de Rayleigh Taylor (IRT).

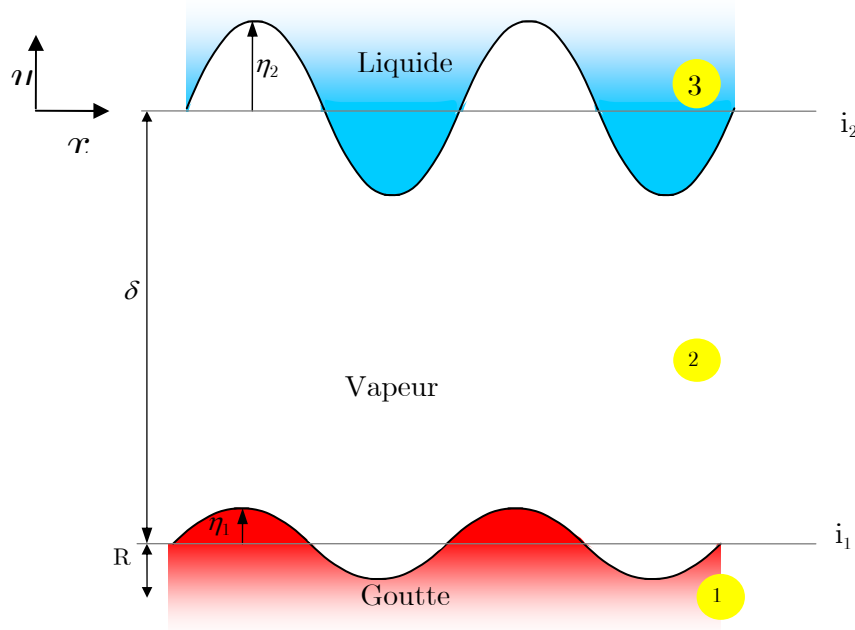
Les modèles classiques d'IRT sont développés en prenant une accélération constante. Dans cette partie, nous présentons un modèle d'IRT pour des accélérations variant temporellement.

### **I-a. Modélisation des IRT**

En supposant l'écoulement près de l'interface irrotationnel et incompressible, il est possible d'utiliser l'équation du potentiel et ainsi de connaître l'évolution des perturbations en exprimant le saut de pression à l'interface. L'hypothèse d'incompressibilité de la vapeur se justifie, car les vitesses lors de la compression sont faibles ( $\sim 10$  m/s).

L'amplitude initiale des perturbations est un paramètre important, sa valeur dans la littérature varie de 1 à 30  $\mu\text{m}$  selon les auteurs sans véritable justification. Pilch [75] présente quelques pistes pour obtenir ces valeurs. Cette valeur est très inférieure à l'épaisseur initiale du film ( $\sim 100$   $\mu\text{m}$ ). Cependant, si les IRT ont bien un rôle prépondérant, l'amplitude initiale devrait aussi être faible par rapport à l'épaisseur minimale du film. Nous serons obligés d'analyser l'influence de ce paramètre.

Il est raisonnable de penser que la taille des débris est reliée à la longueur d'onde des instabilités à un facteur près. Expérimentalement, la taille des débris et les visualisations nous indiquent que la longueur d'onde des instabilités est petite par rapport à la circonférence de la goutte (pour des gouttes de l'ordre au moins du millimètre). L'instabilité est donc calculée en géométrie plane. Cette hypothèse est bien vérifiée par la suite, la longueur d'onde la plus amplifiée étant bien plus petite que la circonférence. De plus, nous faisons une analyse bidimensionnelle. Dans ce type de problème, une approche tridimensionnelle nécessite une analyse mathématique bien plus complexe, mais qui n'apporte qu'une faible différence du point de vue des résultats [88].



**figure 2-1 : Schéma des interfaces autour du film et des grandeurs les décrivant**

La figure 2-1 schématise la modélisation. La goutte représente le demi-plan inférieur, l'interface, moyenne ou non perturbée, entre la goutte et la vapeur est  $i_1$ . La distance entre l'interface et l'interface moyenne est  $\eta_1$ . De façon similaire, l'interface moyenne entre l'eau et la vapeur est  $i_2$ , et la distance entre cette dernière et l'interface est  $\eta_1$ . La goutte est repérée par l'indice 1, la vapeur par l'indice 2, et l'eau par l'indice 3.

Le fait que le film de vapeur ait une épaisseur finie a une influence sur les instabilités. Mais cette influence est faible (Leclerc [55]), ce qui a été confirmé par les calculs réalisés avec le modèle à double interface du chapitre 3 (annexe IV-b). La vapeur est alors considérée comme un milieu semi infini sans erreur significative. Pour la même raison, l'interface goutte vapeur n'est pas perturbée dynamiquement tant qu'il n'y a pas contact (nous analyserons le couplage thermique dans le chapitre 3), donc nous ne nous intéresserons qu'à l'interface entre l'eau et la vapeur. Lorsque l'amplitude de l'instabilité est identique à l'épaisseur du film, il y a contact, ce qui correspond à notre critère d'explosion, le calcul est stoppé.

Pour calculer les instabilités de l'interface eau vapeur, nous nous plaçons dans le référentiel mobile lié à  $i_2$ , de sorte que  $y = 0$  sur l'interface non perturbée. Dans ce référentiel, lorsque l'interface n'est pas perturbée, la vitesse est nulle en tout point du plan, ce sont les instabilités qui induisent une vitesse. Ce référentiel mobile étant accéléré, il faut rajouter une force de volume ( $\vec{a} = -(\ddot{\delta} + \ddot{R})\vec{e}_y$ ) due au changement de référentiel dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement (Kull [53]) :

$$(34) \quad \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{a}$$

Selon les hypothèses faites au chapitre 1, la goutte est incompressible et donc  $\ddot{R} = 0$ , mais il ne l'est pas dans le cas général. Avec l'hypothèse d'écoulement irrotationnel, il est alors possible d'utiliser le potentiel de la vitesse  $\varphi$  tel que :

$$(35) \quad \vec{\nabla} \varphi = \vec{v}$$

Il est aussi possible d'écrire l'accélération, qui est spatialement constante, comme un gradient  $\vec{a} = \vec{\nabla}(-(\ddot{\delta} + \ddot{R})y)$ . L'équation (34) devient alors :

$$\rho \vec{\nabla} \partial_t \varphi + \frac{1}{2} \rho \vec{\nabla} \vec{v}^2 = -\vec{\nabla} (P + \rho(\ddot{\delta} + \ddot{R})y)$$

La densité étant homogène dans chaque fluide, il est possible de retirer les opérateurs gradient, pour obtenir l'équation du potentiel :

$$(36) \quad \rho \partial_t \varphi + \frac{1}{2} \rho \vec{v}^2 = -(P + \rho(\ddot{\delta} + \ddot{R})y)$$

L'incompressibilité permet d'écrire que le laplacien du potentiel de la vitesse est nul.

$$(37) \quad \Delta \varphi = 0$$

Cette équation (37) (classiquement nommée équation de Laplace) a comme solution générale dans le cas à deux dimensions cartésien :

$$\varphi = \sum_{k \in \mathbb{R}} A_k(t) e^{ky+ikx} + B_k(t) e^{-ky+ikx} + C_k(t) e^{kx+iky} + D_k(t) e^{-kx+iky}$$

La géométrie du problème – périodique en  $x$  monotone en  $y$  – implique que  $C$  et  $D$  sont nuls. La solution devient :

$$(38) \quad \varphi = \sum_{k \in \mathbb{R}} (A_k(t) e^{ky} + B_k(t) e^{-ky}) e^{ikx}$$

Le saut de pression à l'interface est seulement dû à la tension de surface, donc en soustrayant les équations de conservation de la quantité de mouvement (équation (36)) prisent à l'interface pour les deux fluides (en  $y = \eta$ ), nous obtenons :

$$(39) \quad \left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \varphi)^2 + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta \right) \right]_2^3 = \sigma \frac{-\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\left( 1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right)^{3/2}}$$

Nous affranchissant d'un indice inutile avec une seule interface, nous avons noté  $\eta$  la distance entre l'interface réelle et l'interface non perturbée. Elle dépend du temps et de  $x$ . Le terme de droite de l'équation correspond à la tension de surface ( $\sigma$ ) multipliée par la courbure de l'interface.



S'il n'y a pas de transfert de masse à l'interface, la composante selon  $y$  de la vitesse du fluide au contact de l'interface vaut la vitesse de l'interface :

$$(40) \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

À l'infini la vitesse est nulle, ces conditions limites nous donnent pour le potentiel :

$$(41) \quad \varphi_3 = \sum_k A_{k3} e^{-ky} e^{ikx}$$

$$(42) \quad \varphi_2 = \sum_k A_{2k} e^{ky} e^{ikx}$$

Toutes les équations étant posées, nous pouvons commencer la résolution de façon à avoir l'amplitude des instabilités en fonction du temps.

En premier lieu, nous utilisons la définition du potentiel des vitesses de part et d'autre de l'interface (équations (41) et (42)) dans l'équation de continuité de la vitesse à l'interface (équation (40)).

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_0 \Rightarrow \dot{\eta} = \sum_k A_{2k} k e^{k \times 0} e^{ikx} = \sum_k A_{2k} k e^{ikx}$$

$$\text{et } \dot{\eta} = \sum_k -A_{3k} k e^{ikx}$$

De ces équations, nous déduisons que la forme de l'instabilité peut s'écrire :

$$(43) \quad \eta = \sum_k \eta_{0k} F_k(t) e^{ikx} = \sum_k \eta_k$$

Où  $\eta_{0k}$  est l'amplitude des instabilités à l'instant initial pour le mode  $k$ , ce qui donne comme condition limite

$$F(0) = 1$$

Il est alors possible d'expliciter la relation qu'il y a entre l'amplitude des instabilités et le potentiel des vitesses :

$$\dot{\eta} = \sum_k \eta_{0k} \dot{F}_k e^{ikx} \Rightarrow \eta_{0k} \dot{F}_k = -A_{3k} k = A_{2k} k$$

et la dérivée seconde de l'amplitude des instabilités, qui sera utile plus loin :

$$(44) \quad \eta_{0k} \ddot{F}_k = -\dot{A}_{3k} k = \dot{A}_{2k} k$$

Nous introduisons la définition du potentiel (équations (41) et (42)) dans l'équation (39) du saut de pression à l'interface.

$$\left[ \rho \left( \sum_k \dot{A} e^{\pm k \eta_k} e^{ikx} + \underbrace{\frac{1}{2} (\bar{\nabla} \varphi)^2}_{\text{ordre 2}} + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \sum_k ik \eta_k \right) \right]_2^3 = \sigma \frac{-\sum_k -k^2 \eta_k}{\left( 1 + \left( \sum_k ik \eta_k \right)^2 \right)^{3/2}}$$

En considérant que la vitesse et l'amplitude de la déformation sont faibles, cette relation est ensuite linéarisée pour ne garder que les termes de plus petits degrés. Il vient alors :

$$\left[ \rho \left( \sum_k \dot{A} e^{\pm ikx} + \sum_k (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta_k \right) \right]_2^3 = \sum_k \sigma k^2 \eta_k$$

En introduisant la relation (44) entre amplitude et potentiel des vitesses :

$$\rho_3 \left( \sum_k -\frac{\eta_{0k} \ddot{F}_k}{k} e^{ikx} + \sum_k (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta_k \right) - \rho_2 \left( \sum_k \frac{\eta_{0k} \ddot{F}_k}{k} e^{ikx} + \sum_k (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta_k \right) = \sum_k \sigma k^2 \eta_k$$

Il est possible de réunir tous les termes sous le même signe de sommation :

$$\sum_{k \in \mathbb{R}} \rho_3 \left( -\frac{\eta_{0k} \ddot{F}_k}{k} e^{ikx} + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta_k \right) - \rho_2 \left( \frac{\eta_{0k} \ddot{F}_k}{k} e^{ikx} + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta_k \right) - \sigma k^2 \eta_k = 0$$

Pour que cette égalité soit vraie, il faut que chaque terme de la somme soit nul. Donc pour tout  $k$  :

$$(45) \quad \rho_3 \left( -\frac{\eta_{0k} \ddot{F}_k}{k} e^{ikx} + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta_{0k} F_k e^{ikx} \right) - \rho_2 \left( \frac{\eta_{0k} \ddot{F}_k}{k} e^{ikx} + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta_{k0} F_k e^{ikx} \right) = \sigma k^2 \eta_{k0} F_k e^{ikx}$$

En regroupant et en simplifiant, nous obtenons :

$$\rho_3 (\ddot{F}_k - k(\ddot{\delta} + \ddot{R}) F_k) + \rho_2 (\ddot{F}_k + k(\ddot{\delta} + \ddot{R}) F_k) = -\sigma k^3 F_k$$

Dans la suite, il sera implicite que  $F$  dépend de  $k$ , et pour plus de lisibilité ceci ne sera plus rappelé en indice. Nous écrivons alors :

$$(46) \quad (\rho_3 + \rho_2) \ddot{F} - (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{\delta} + \ddot{R}) k F = -\sigma k^3 F$$

ou encore, en regroupant les termes :

$$(47) \quad \boxed{\ddot{F} + \frac{(\sigma k^3 - (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{\delta} + \ddot{R}) k)}{(\rho_3 + \rho_2)} F = 0}$$

Cette équation différentielle (47) décrit l'évolution de l'amplitude des instabilités tant que celles-ci restent dans le domaine linéaire, c'est-à-dire mathématiquement  $\eta_k k \ll 1$ . Les problèmes liés à sa résolution sont développés dans la suite. Le critère de linéarité est ici très restrictif. En pratique, le modèle linéaire est valide pour des déformations beaucoup plus importantes [75], jusqu'à des valeurs telles que  $\eta_k k = 4,7$  soit  $\eta_k / \lambda = 0,75$ . Dans les calculs

qui vont suivre, nous dépassons rarement ce critère. Nous en discutons plus précisément dans la suite. Il n'est donc pas la peine de s'intéresser à une modélisation du non linéaire.

## I-b. Différentes expressions de l'instabilité

Deux expressions équivalentes de  $\eta$  peuvent être utilisées :

- $\eta = \eta_0 e^{f(t)} e^{ikx}$ , qui est classiquement utilisée notamment en accélération constante ;
- $\eta = \eta_0 F(t) e^{ikx}$ ,

conduisant aux équations différentielles (en négligeant la densité de la vapeur) :

- $\ddot{f} + \dot{f}^2 = kg - \sigma k^3 / \rho$  ;
- $\ddot{F} = F(kg - \sigma k^3 / \rho)$ .

Pour rappel,  $\eta$  est complexe, les fonctions  $F$  et  $f$  aussi. De plus ces équations différentielles ne sont pas plus compliquées, l'une que l'autre, à résoudre numériquement. La condition initiale pour l'amplitude des instabilités est  $f(0) = 0$  et  $F(0) = 1$ .

Dès que l'accélération est négative, il est possible qu'il y ait des oscillations de l'amplitude pour chaque longueur d'onde, il y a inversion de l'amplitude selon la partie réelle. Une autre conséquence de cette oscillation lorsque l'accélération est négative, est que l'oscillation est différente pour chaque longueur d'onde.

Lorsqu'une accélération typique de notre problème (figure 2-10) est utilisée, l'amplitude des instabilités en utilisant  $f$ , tend vers 0 et ne croit plus. La partie de l'accélération qui est stabilisante est telle que toute amplitude est réduite à 0. Dans ce cas, il faut fixer une amplitude minimale, c'est-à-dire  $f(t) \geq 0$ , pour obtenir une croissance des instabilités lors de la phase de déstabilisation.

Ce problème de limitation ne se pose pas en utilisant  $F$  comme forme. Elle permet de laisser les instabilités évoluer sans limitation et d'avoir des inversions d'amplitude, au cours de la compression du film de vapeur.

## I-c. Analyse du modèle

Pour analyser le modèle, nous considérons l'équation différentielle à une interface, découlant de l'équation (47) :

$$(48) \quad \ddot{F} = F \frac{kg(\rho_3 - \rho_2) - \sigma k^3}{(\rho_3 + \rho_2)} \equiv F\gamma$$

Dans cette équation,  $g$  est la généralisation à une accélération quelconque de  $\ddot{\delta} + \ddot{R}$ . Nous rappelons que pour la lisibilité, l'indice  $k$  du mode n'est plus noté.

Cette équation différentielle étant du second ordre, elle nécessite au moins deux conditions initiales pour être résolue. Nous discuterons du choix de ces conditions initiales un peu plus loin.

Dans les cas classiques en accélération constante, si  $\gamma$  est positif, la perturbation est instable, sinon elle est stable. Dans les cas en accélération variable l'effet global est similaire, mais il est attendu plus complexe. Si l'accélération a un module suffisamment élevé, son signe sera le même que celui de  $\gamma$ . C'est pourquoi, par abus de langage et pour faciliter la compréhension dans la suite nous parlerons du signe de l'accélération pour celui de  $\gamma$ .

Nous rappelons que l'instabilité de l'interface s'exprime :

$$\eta = \eta_0 F(t) e^{ikx}$$

Dans la suite, nous étudierons les variations du taux de croissance des instabilités ( $F$ ), ce qui permet de s'affranchir de l'amplitude initiale des instabilités  $\eta_0$ . L'instabilité est prise comme une fonction complexe, pour simplifier les calculs sur les termes oscillants. L'instabilité réelle est alors :  $\tilde{\eta}(x,t) = \text{Re}(\eta) = |\eta| \text{Re}(e^{i(kx+\varphi)})$ , et son amplitude est :  $\tilde{\eta}_{\max} = \max(\text{Re}(\eta)) = |\eta|$ . L'amplitude de l'instabilité réelle est la norme de la fonction complexe.

L'évolution de ces instabilités avec une accélération variable n'est pas un problème classique. C'est pourquoi après avoir rappelé les résultats classiques lorsque l'accélération est constante, nous nous intéresserons plus en détail à l'effet de cette variation d'accélération sur l'amplitude des instabilités.

### *i- Accélération constante*

Si  $\gamma$  est constante, la solution est analytiquement connue, elle s'exprime :

$$(49) \quad F = \left( A e^{\sqrt{\gamma}t} + B e^{-\sqrt{\gamma}t} \right)$$

Où  $A$  et  $B$  sont des constantes, éventuellement complexes, mais elles sont prises réelles dans cette partie.

#### 1. Accélération négative

Si  $\gamma$  est « stabilisante » (négative), la forme générale de la solution est :

$$(50) \quad F = \left( A e^{i\sqrt{-\gamma}t} + B e^{-i\sqrt{-\gamma}t} \right)$$

La partie en  $i\sqrt{-\gamma}$  correspond à la vitesse de propagation d'une onde vers les  $x$  négatifs,  $-i\sqrt{-\gamma}$  vers les  $x$  positifs.

Une solution particulière de ce problème nécessite deux conditions limites. Une résolution numérique considère obligatoirement une solution particulière, il convient alors de déterminer les conditions limites.

Ce qui nous intéresse dans ce problème, c'est l'amplitude des instabilités, soit  $|F|$ . Or les interférences entre les ondes « positives » et « négatives » entraînent des variations de cette amplitude.

Typiquement, supposons à l'instant initial, une perturbation sinusoïdale d'amplitude 1 et dont la vitesse est nulle. Nous nous trouvons alors dans le cas d'ondes stationnaires formant des nœuds et des ventres.

– Amplitude initiale unitaire :  $F(0) = 1 \Rightarrow A + B = 1$

– Vitesse de l'interface nulle :  $\dot{F} = 0 \Rightarrow A - B = 0$

Donc nous avons :  $A = B = 0,5$  d'où  $F = \cos(\sqrt{-\gamma}t)$  et l'amplitude  $|F| = |\cos(\sqrt{-\gamma}t)|$ .

L'amplitude varie bien dans le temps, mais reste bornée à sa valeur initiale.

Si l'instabilité se propage à la vitesse  $\dot{F}(0) = i\sqrt{-\gamma}$  suivant  $x$ , nous avons alors  $A = 1$  et  $B = 0$ , ce qui donne  $F = e^{i\sqrt{-\gamma}t}$  et l'amplitude des instabilités est bien constante au court du temps. C'est le cas courant des ondes de gravité (vagues).

Dans le cas d'une accélération constante négative, nous pouvons écrire l'amplitude comme étant :

$$|F| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(2\sqrt{-\gamma}t)}$$

L'amplitude oscille autour d'une valeur moyenne.

L'amplitude obtenue temporellement dépend beaucoup des conditions initiales choisies. Mais elle reste bornée par la condition initiale, le mouvement est donc globalement stable.

## 2. Accélération positive

Le cas où l'accélération est déstabilisante (positive) donne comme solution :

$$F = \left( A e^{\sqrt{\gamma}t} + B e^{-\sqrt{\gamma}t} \right)$$

Le terme en  $A$  tend très vite vers l'infini, le terme en  $B$  vers 0, il est donc négligeable. Les conditions initiales peuvent être prises de différentes manières. Si nous considérons que l'accélération s'applique sur une interface initialement perturbée, mais sans vitesse :

– Amplitude initiale unitaire :  $F(0) = 1 = A + B$  ;

– Vitesse de l'interface nulle :  $\dot{F} = 0 \Rightarrow A - B = 0$ .

Ce qui donne  $A = B = \frac{1}{2}$ . L'amplitude des instabilités pour un temps assez long est alors :

$$|F| = \frac{1}{2} e^{\sqrt{\gamma}t}$$

En revanche, si l'accélération s'applique à  $t = 0$  à une interface initialement ondulante, type onde progressive, les conditions initiales changent, il faut qu'il y ait une continuité de la vitesse à  $t = 0$ .

– Pour  $t < 0$ ,  $F = e^{i\omega t}$ ;  $\omega \in \mathbb{R}$

– Amplitude initiale unitaire :  $F(0) = 1 = A + B$  ;

– Vitesse de l'interface continue :  $\dot{F}(0^+) = \dot{F}(0^-) \Rightarrow \sqrt{\gamma}(A - B) = i\omega$ .

En résolvant le système

$$\begin{cases} A + B = 1 \\ A - B = \frac{i\omega}{\sqrt{\gamma}} \end{cases}$$

Nous obtenons  $A = \frac{\sqrt{\gamma} + i\omega}{2\sqrt{\gamma}}$  et  $B = \frac{\sqrt{\gamma} - i\omega}{2\sqrt{\gamma}}$ . Pour des temps assez grands, l'amplitude

des instabilités est alors :

$$|F| = |A| e^{\sqrt{\gamma}t} = \frac{\sqrt{\gamma + \omega^2}}{2\sqrt{\gamma}} e^{\sqrt{\gamma}t}$$

C'est-à-dire que le facteur pré-exponentiel varie avec les conditions initiales, de manière quasi proportionnelle à la vitesse de propagation initiale.

$$\frac{\sqrt{\gamma + \omega^2}}{2\sqrt{\gamma}} e^{\sqrt{\gamma}t} \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \frac{\omega}{2\sqrt{\gamma}} e^{\sqrt{\gamma}t}$$

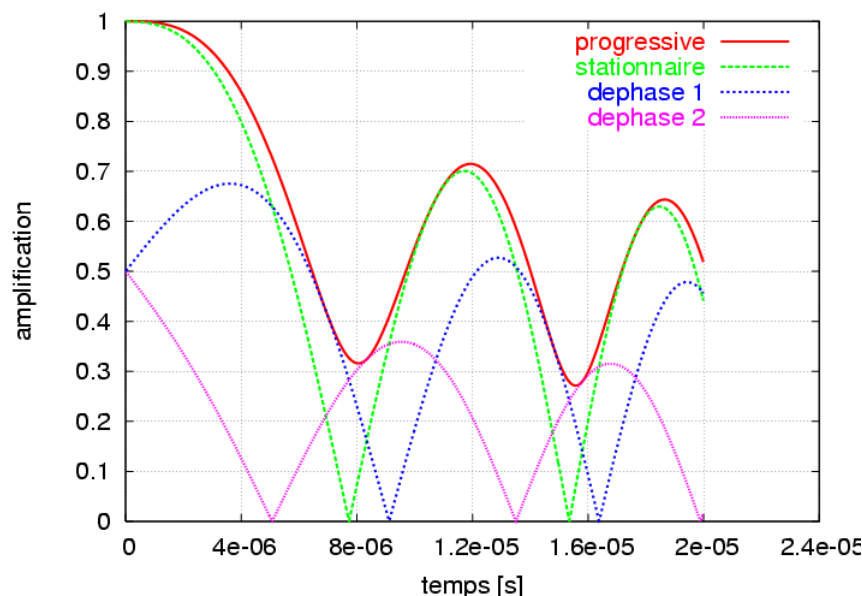
Dans notre cas, avant toute perturbation, il y a toujours la tension de surface qui intervient. La tension de surface a pour conséquence que l'interface ne peut être immobile (onde capillaire). Là encore, le choix des conditions initiales a une importance, et a un fort impact sur la croissance des instabilités.

### ii- Accélération variable

Dans le cas d'une accélération dépendante du temps, la solution analytique, si elle existe, n'est pas triviale. Dans l'analyse qui suit, nous préférons résoudre numériquement l'équation (48).

## 1. Accélération négative

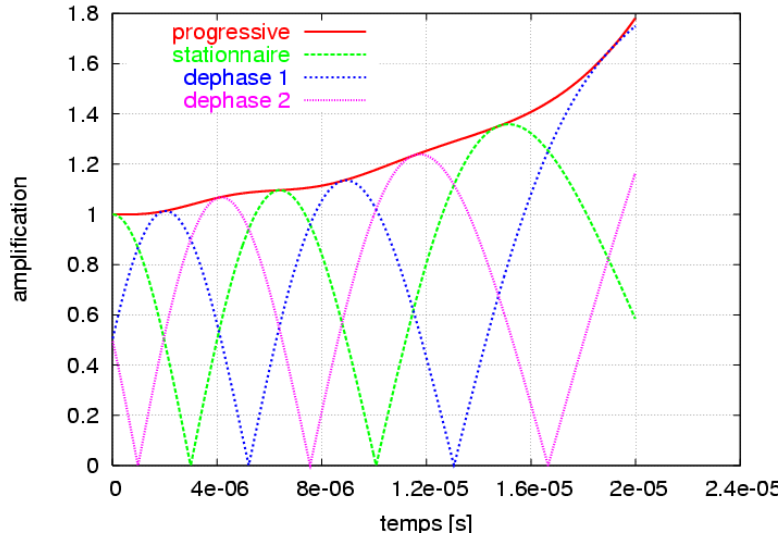
Dans la suite, les courbes tracées sont obtenues avec comme condition initiale une onde progressive (courbe rouge continue) et des ondes stationnaires pour plusieurs valeurs initiales de la phase. C'est-à-dire que pour l'accélération initiale constante, l'onde progressive prend comme solution  $A=1 ; B=0$  ; les ondes stationnaires à différentes phases prennent comme conditions initiales  $A = \frac{1}{2} e^{i\varphi}$ ,  $B = \frac{1}{2}$  pour  $\varphi$  valant  $0, 2\pi/3$  et  $4\pi/3$  (nommés « stationnaire », « dephase 1 » et « dephase 2 » sur les figures). Ces différentes phases représentent une action différée dans le temps sur une onde stationnaire : le maximum de l'onde sera à  $t = -\frac{\varphi}{2}$  au lieu d'être à  $t=0$ . Nous utilisons des valeurs de longueur d'onde ( $\lambda=100 \mu\text{m}$ ) et d'accélération ( $10^6$  à  $10^7 \text{ m/s}^2$ ) typiques de notre problème. Considérons dans un premier temps les profils d'accélération linéaire montants et descendants.



**figure 2-2 : Effet d'une accélération variant de 0 à  $-5 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$  pour différentes valeurs de phase initiale sur l'amplification  $|F|$**

Les différentes courbes du graphique de la figure 2-2 représentent l'évolution des instabilités pour une onde progressive et pour différentes valeurs de phase d'ondes stationnaires. Dans le cas d'une accélération constante, l'instabilité présentait un comportement oscillant sans réelle modification de l'amplitude. Une accélération négative augmentant linéairement avec le temps a pour conséquence une diminution globale de l'amplitude des instabilités. De plus, la fréquence d'oscillation augmente lorsque l'accélération augmente. L'onde progressive, suite à cette variation d'accélération, se met à osciller. Ces oscillations, comme dans le cas à accélération constante, sont l'effet d'interférences entre les ondes progressives opposées. Ces oscillations se surajoutent à l'effet de l'accélération variable

sur les amplitudes. Ce qui nous intéresse, ce sont les valeurs maximales de ces oscillations. Les valeurs minimales ne sont que le résultat des oscillations et ne représentent pas l'amplitude. En reliant tous les maxima, nous obtenons une courbe enveloppe représentant un peu mieux l'évolution de l'amplitude.

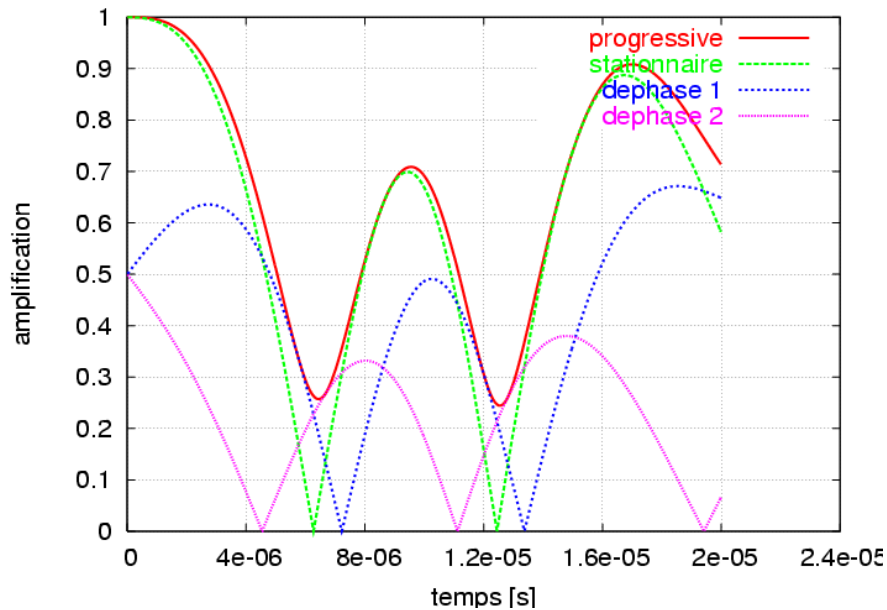


**figure 2-3 : Effet d'une accélération variant linéairement de  $-5.10^6$  à  $0$  m/s<sup>2</sup> pour différentes valeurs de phase initiale sur l'amplification  $|F|$**

Une accélération négative diminuant (en valeur absolue) linéairement en temps, a pour conséquence une augmentation globale limitée de l'amplitude des instabilités (figure 2-3). Dans le cas de l'onde progressive (courbe rouge), il ne se produit presque pas d'oscillation, contrairement au cas précédent où l'accélération augmentait. De plus, pour les cas oscillants, la fréquence diminue.

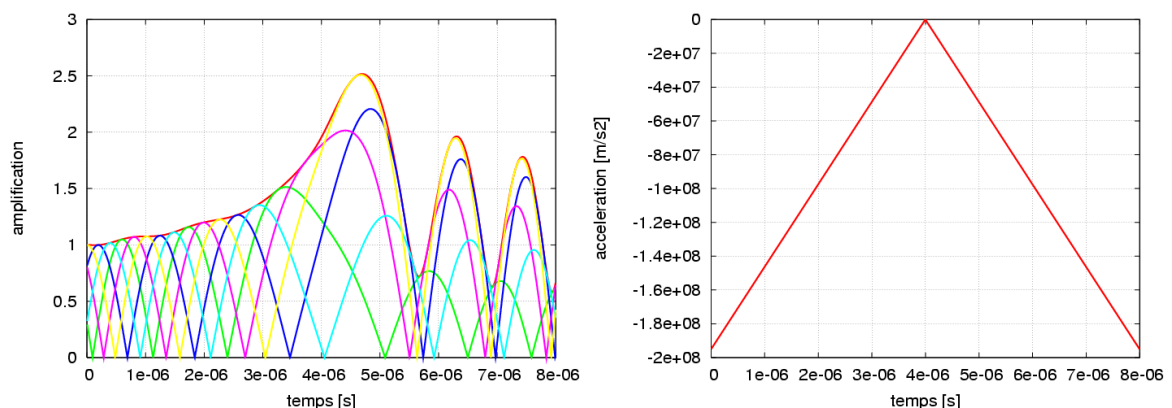
Il faut maintenant estimer l'effet global lorsque l'accélération effectue un pic, c'est-à-dire croît puis décroît continûment et linéairement. D'après les deux résultats précédents, nous devrions d'abord avoir un effet de diminution d'amplitude pendant la première phase puis d'augmentation de l'amplitude durant la seconde. Mais est-ce qu'au final l'amplitude sera plutôt augmentée ou diminuée ? Il est impossible de le savoir avec précision. En effet, pour une accélération typique de  $-5.10^6$  m/s<sup>2</sup> l'amplitude est un peu plus faible à la fin (figure 2-4). En revanche, pour d'autres cas d'accélération, l'amplitude est un peu plus élevée à la fin.





**figure 2-4 : Effet d'une accélération variant linéairement de 0 à  $-5.10^6$  puis de  $-5.10^6$  à 0  $m/s^2$  pour différentes valeurs de phase initiale**

Les résultats avec une accélération triangulaire (figure 2-4) montrent une diminution d'amplitude de la courbe enveloppe allant jusqu'à 0,7. Dans d'autre cas, il est possible d'avoir encore moins, mais cette diminution reste modérée.



**figure 2-5 : Effet d'une accélération variant dans le temps sur les instabilités pour différentes valeurs de phase initiale ; à droite variation temporelle de l'accélération**

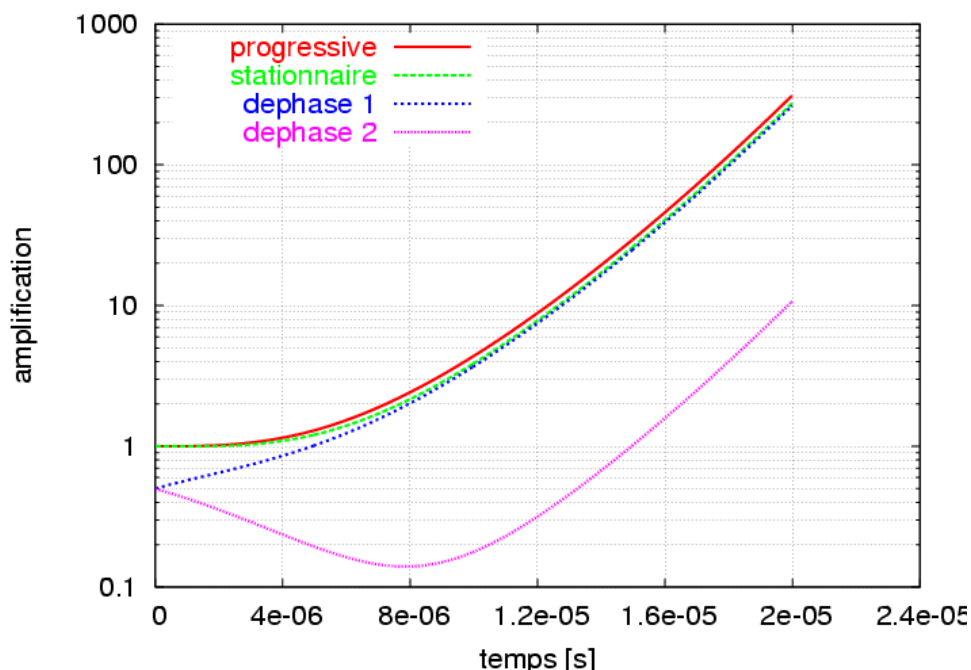
La figure 2-5, réalisée avec une accélération triangulaire allant d'une valeur élevée à 0, puis retournant à la valeur élevée, confirme là aussi ce qui a été observé par les accélérations linéaires, à la fois pour l'amplitude et la fréquence. Lorsque l'accélération augmente, la fréquence des oscillations augmente et l'amplitude diminue et l'onde progressive se met à osciller. Inversement, lorsque l'accélération diminue la fréquence des oscillations diminue et l'amplitude augmente. Là aussi l'effet sur l'amplification finale est incertain.

Globalement, nous constatons que :

- l'amplitude varie au cours du temps différemment suivant les conditions initiales, il y a même des inversions passant par un état d'amplitude nulle ;
- l'augmentation de l'amplitude est plutôt faible ;
- dans tous les cas, l'amplitude de l'onde initialement progressive demeure supérieure aux autres.

## 2. Accélération positive

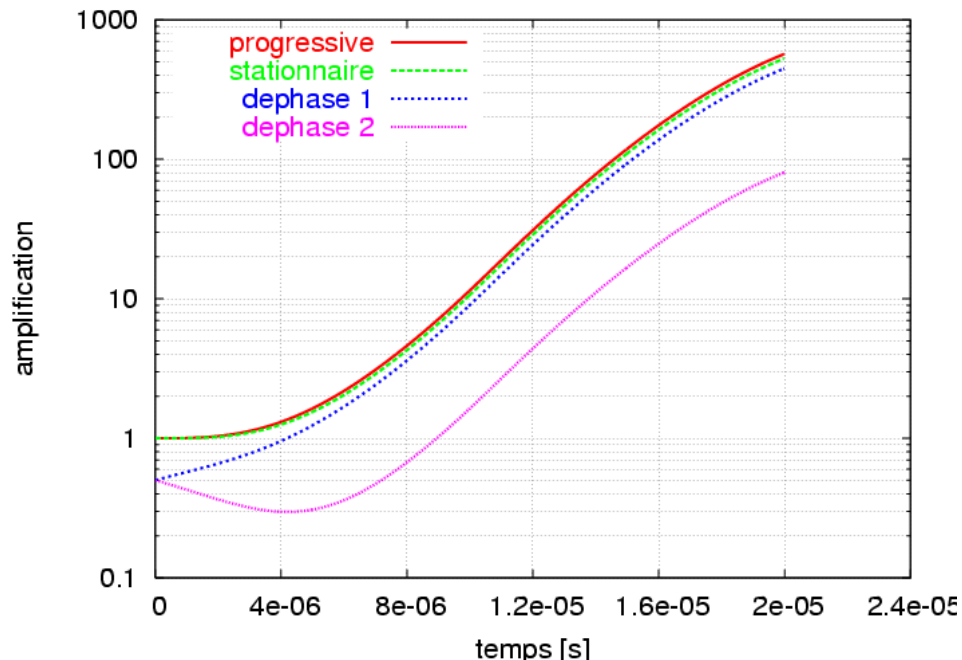
Le cas d'une accélération positive pose moins de problèmes d'interprétation, hormis aux moments où le terme de tension de surface est plus fort que celui d'accélération. Dans ce dernier cas l'instabilité est en phase stabilisatrice.



**figure 2-6 : Effet d'une accélération variant linéairement de 0 à  $5.10^6$  m/s<sup>2</sup> pour différentes valeurs de phase initiale**

En soumettant les instabilités à une accélération croissant linéairement (figure 2-6) pour diverses valeurs de phase initiale (phases identiques à la partie précédente), les instabilités présentent des amplifications dont l'allure est éloignée du comportement linéaire que nous aurions dans le cas classique (en accélération constante) en utilisant une échelle logarithmique. Comme dans l'étude avec accélération négative, nous notons un fort effet de l'état initial. En particulier, les courbes stationnaires avec la même amplitude initiale, mais des phases différentes (dephase 1 et dephase 2) ont un rapport d'amplitude de 20 à partir de 12  $\mu$ s. Ce décalage temporel a une importance dans notre cas car le film ne reste pas mince très longtemps. Une croissance retardée ne conduira alors pas à un contact.

Avec une accélération triangulaire, c'est-à-dire augmentant linéairement de 0 à son maximum, puis diminuant avec une pente opposée jusqu'à 0, il y a deux paramètres pour la caractériser : son maximum et son temps total. C'est ce type d'accélération, proche du cas qui nous intéresse, que nous étudions dans la suite.



**figure 2-7 : Effet d'une accélération variant linéairement de 0 à  $5 \cdot 10^6$  puis de  $5 \cdot 10^6$  à 0 m/s<sup>2</sup> pour différentes valeurs de phase initiale**

Avec une telle accélération triangulaire (figure 2-7), l'allure générale est un peu différente, la croissance est identique au début, mais s'infléchit ensuite, dès que l'accélération commence à diminuer — vers 10  $\mu$ s. Il y a toujours un fort écart suivant le déphasage initial.

Il faut noter une différence sûrement due à la superposition des amplitudes entre onde progressive (amplitude 1, courbe rouge) et ondes stationnaires (amplitudes 0,5 pour les deux ondes opposées, courbe verte). Pour une accélération type, le facteur est inférieur à 2.

L'amplitude de l'onde progressive est toujours supérieure aux autres. Ceci a aussi été observé en accélération négative. Dans la suite, nous ne considérerons alors que l'onde progressive comme condition initiale. Car, étant donné notre méconnaissance de l'état initial, il vaut mieux maximiser l'amplitude et ce cas est plus facile à interpréter.

Comme dans le cas classique, l'amplitude dépend de la longueur d'onde. Mais dans notre cas, le spectre d'amplification n'est plus fixe dans le temps. Nous nous intéressons à l'amplification obtenue en fonction de l'accélération (temps, intensité) et de la longueur d'onde. Par exemple, avec une accélération de  $2 \cdot 10^6$  m/s<sup>2</sup> sur 32  $\mu$ s (figure 2-8) l'amplitude maximale sera obtenue pour des longueurs d'ondes autour de 80 ~ 100  $\mu$ m. En comparant les longueurs d'ondes de 50 et 150  $\mu$ m, nous observons que de 0 à 10  $\mu$ s et de 15 à 27  $\mu$ s c'est

l'instabilité de 50  $\mu\text{m}$  qui est supérieure à celle de 150  $\mu\text{m}$ . Ceci met en évidence cette variation importante du spectre au cours du temps. L'instabilité de 50  $\mu\text{m}$  chute en fin d'accélération car l'effet de la tension de surface redevient plus important que l'accélération.

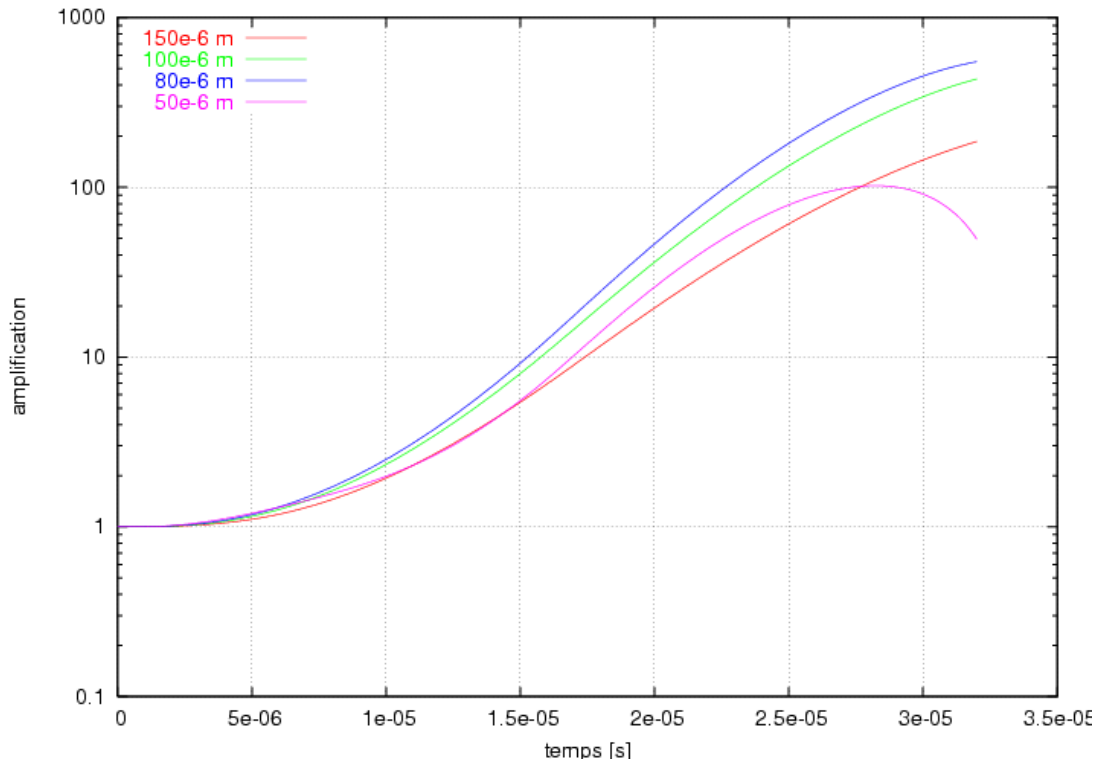


figure 2-8 : Amplification pour différentes longueurs d'onde sous une accélération triangulaire de  $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$  sur  $32 \mu\text{s}$

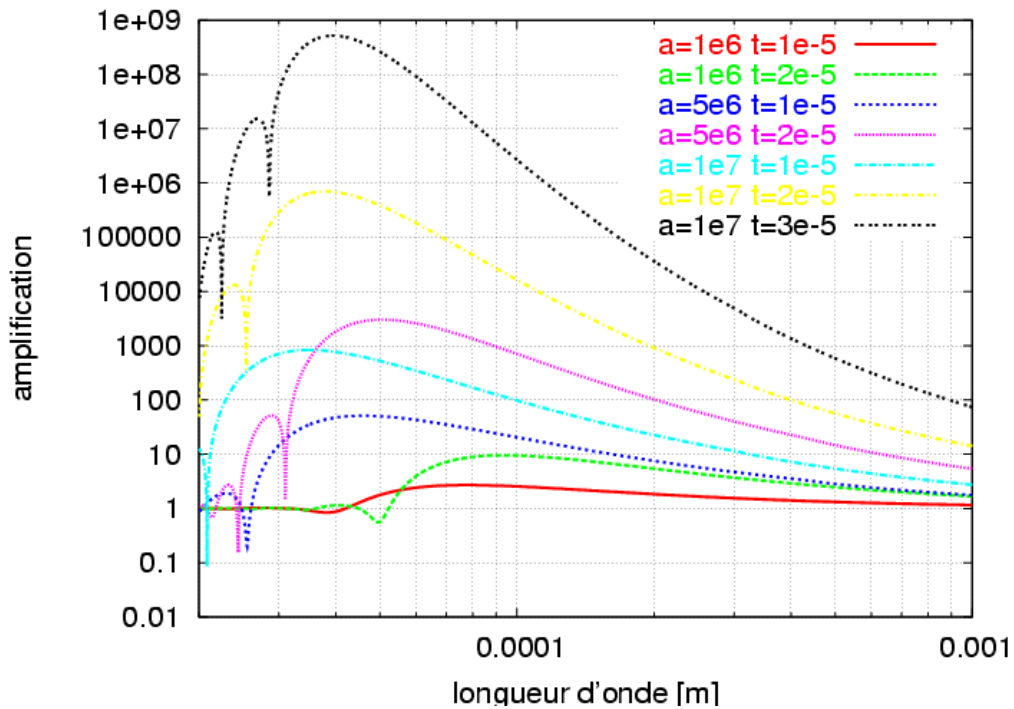
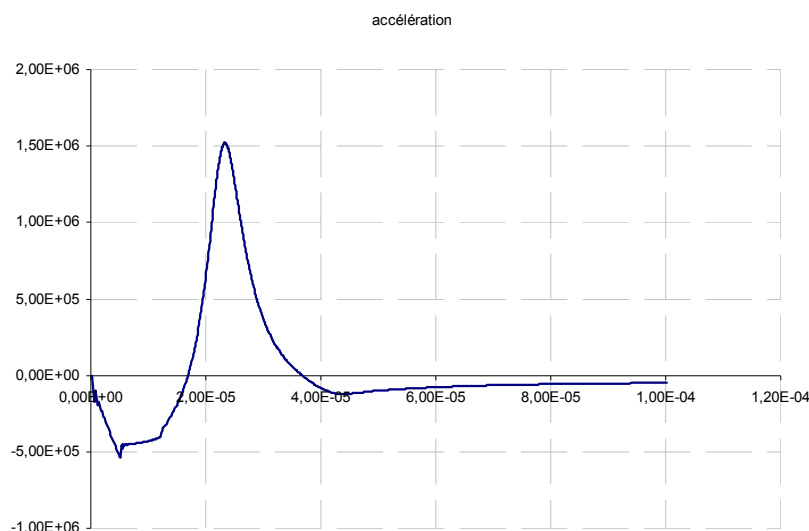


figure 2-9 : Spectre d'amplification final pour différentes amplitudes d'accélération triangulaires et différents temps d'application (légende : a : accélération en  $\text{m/s}^2$ , t : temps d'application en s)

Pour donner un plus large aperçu de ce spectre, nous le traçons en fin d'accélération pour diverses accélérations et temps d'application (figure 2-9). Nous notons alors que la longueur d'onde la plus amplifiée dépend à la fois de l'accélération maximale et du temps d'application. Elle varie cependant assez peu dans la gamme d'accélérations considérées. De plus, pour les faibles longueurs d'ondes, il y a de très fortes évolutions de l'amplitude dues à la force de rappel de la tension de surface. La relation entre l'amplification de la longueur d'onde la plus amplifiée et les caractéristiques (temps et amplitude) de l'accélération est complexe et nécessite donc un calcul complet. Nous constatons une extrême sensibilité du modèle en fonction de l'amplitude de l'accélération. Les accélérations de l'interface proche de  $10^6 \text{ m/s}^2$  (cas standard du chapitre précédent) font envisager des amplifications des instabilités relativement faibles.

### 3. Accélération changeant de signe

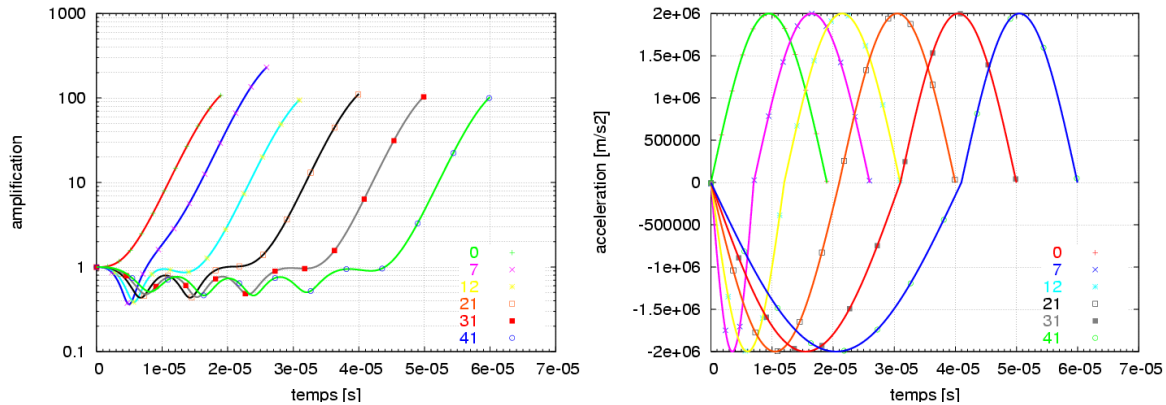
Le cas typique d'une accélération d'interface, est une accélération négative, puis positive, telle que tracée sur la figure 2-10. Le cas d'une accélération constante négative donne un comportement sans variation d'amplitude, lorsque l'accélération change alors de signe, la condition initiale est bien connue. Maintenant, en accélération variable cette amplitude peut être modifiée, et influencer sur la croissance en phase de déstabilisation, au moins à court terme. Dans notre problème, le temps où les interfaces sont très proches ne dure pas très longtemps (de l'ordre que quelques microsecondes), la phase transitoire de croissance est alors importante pour déterminer la possibilité d'avoir un contact.



**figure 2-10 : Accélération typique de l'interface**

En première approche, une fonction sinus représente la variation de l'accélération de l'interface pour la partie de 0 à environ  $35 \mu\text{s}$ . Pour montrer l'effet de la décélération sur les

amplitudes, nous traçons les instabilités pour un temps variable de décélération, mais constant d'accélération (figure 2-11).



**figure 2-11 : Effet de la décélération sur l'amplitude des instabilités (la légende indique la durée de la phase stabilisatrice en μs)**

Il est alors intéressant de noter qu'il y a un facteur trois entre la plus petite amplitude finale et la plus grande. Ainsi, l'histoire de l'instabilité avant que l'accélération devienne positive a un fort impact sur la valeur maximale des instabilités, pour une longueur d'onde donnée. La différence semble raisonnable (un facteur 3), étant donné les incertitudes sur l'instabilité initiale (entre 1 et 30 μm). Néanmoins, lorsque la croissance est élevée, elle commence aussi très vite de manière équivalente à la figure 2-6 avec les mêmes conséquences sur l'obtention d'un contact. La courbe faite avec un temps de décélération nul, qui équivaut à un maintien de l'amplitude durant cette phase, a une valeur maximale d'instabilité intermédiaire. Se passer du calcul de la phase de décélération peut donc avoir comme conséquence de sous estimer la valeur des instabilités. Mais, elle peut être aussi surestimée dans certain cas (par exemple cas 12 μs). Cette situation peut sembler inextricable, mais le problème est levé si nous considérons un grand nombre de longueurs d'ondes dans la gamme la plus amplifiée. En effet, si nous prenons une autre longueur d'onde, l'effet de la décélération se fera sentir autrement. Sur un grand nombre de longueurs d'onde, l'amplitude la plus grande obtenue en calculant la décélération est supérieure à celle obtenue sans phase de décélération, malgré un décalage possible de la longueur d'onde la plus amplifiée. De plus cette approche paraît plus réaliste. Sur la figure 2-12 est tracée l'amplification ( $|F|$ ) en fonction du temps pour diverses longueurs d'ondes, avec l'accélération notée 21 de la figure 2-11.

Malgré les incertitudes générées par la phase stabilisatrice, il y a des longueurs d'onde clairement sélectionnées. La zone bleue et verte montre que dans cette gamme de longueur d'onde l'amplification est plus élevée. Ceci est l'effet classique du spectre d'amplification. Au

temps indiqué par †, en parcourant les longueurs d'ondes, il y a une alternance vert rouge qui est l'effet de la phase stabilisatrice.

Sur la figure 2-13, où est tracée l'amplification finale en fonction de la longueur d'onde pour des temps de phase stabilisante allant de 0 à 31  $\mu\text{s}$ , nous voyons clairement que la phase de stabilisation a un effet d'augmentation sur l'amplification. Il y a aussi un effet de la longueur d'onde : il y a bien des longueurs d'ondes où l'amplification est plus grande lorsque la phase déstabilisatrice n'est pas prise en compte. Il y a aussi une variation de la longueur d'onde la plus amplifiée, ici entre  $8 \cdot 10^4$  et  $10^5 \text{ m}^{-1}$ .

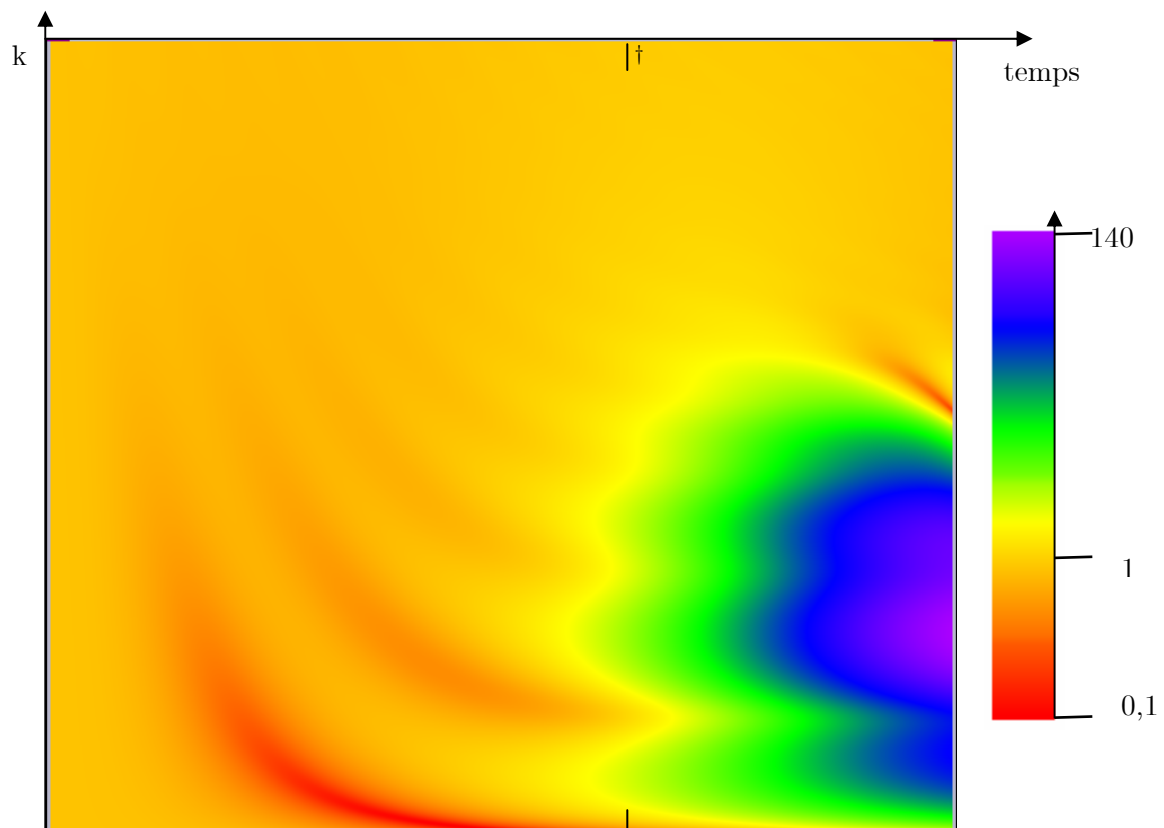
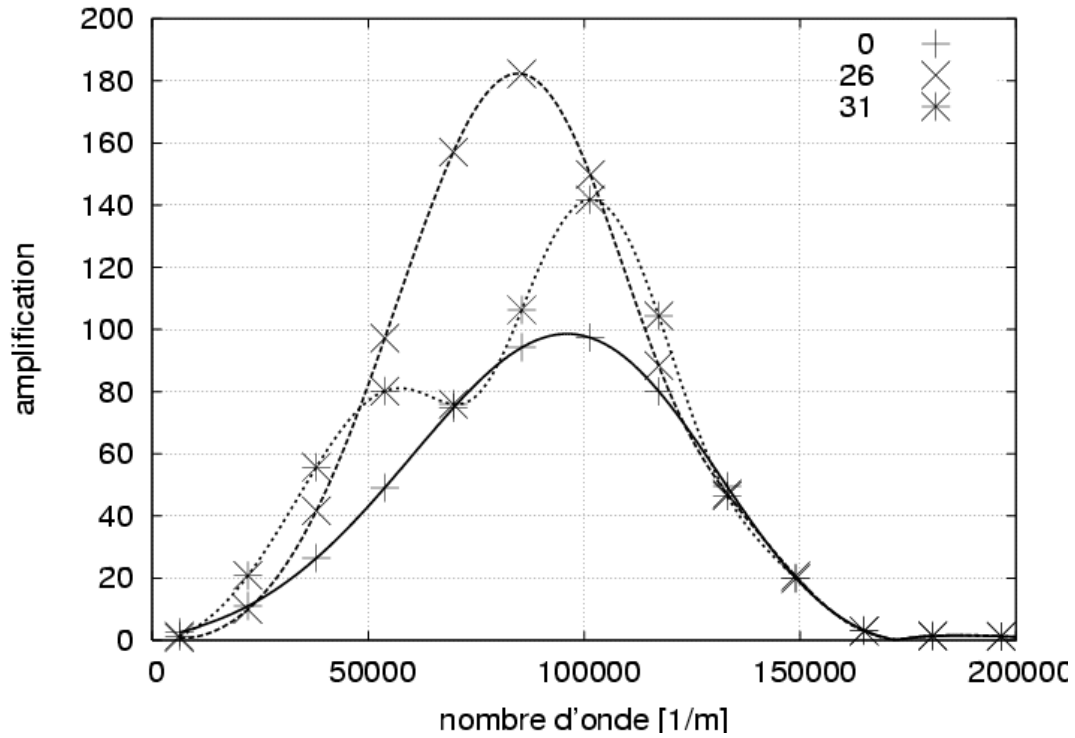


figure 2-12 : Spectre obtenu, avec en abscisse le temps (0 à 35  $\mu\text{s}$ ) en ordonnées le nombre d'onde (de 6300 ( $\lambda=1 \text{ mm}$ ) à  $3,14 \cdot 10^5$  ( $\lambda=20 \mu\text{m}$ )), la couleur correspond à l'amplification



**figure 2-13 : Amplification obtenue à la fin de l'accélération typique en fonction du nombre d'onde en limitant ou non les instabilités dans la phase de stabilisation. Le nombre de la légende correspond à la durée de la phase de stabilisation [μs]**

*iii- Interprétation des résultats*

Nous observons lors de ces tests académiques des différences de résultats selon l'état initial choisi. Il semble impossible de s'affranchir du choix de ces conditions initiales afin d'obtenir l'amplification optimale (voir annexe III-a).

Il y a donc un choix à faire. Ces instabilités initiales ayant une origine physique, il faut se demander quelle est leur véritable nature. Si ce sont des ondes de surface, sont-elles stationnaires, progressives ou entre les deux ? Si ce sont des ondes stationnaires quelle phase devons nous choisir au début du calcul et pourquoi y en aurait-il une de privilégiée ?

Pour éviter ce problème de phase qui est inconnue au début, nous considérons que jusqu'à la perturbation en pression, l'amplitude des instabilités est constante et l'accélération nulle (c'est-à-dire  $\gamma < 0$  à cause de la tension de surface). La condition devient alors :

$$|\eta| = 1, \forall t \leq 0$$

Une accélération nulle est constante, donc il y a une solution analytique :

$$\eta = Ae^{i\sqrt{\gamma}t} + Be^{-i\sqrt{\gamma}t}$$

Il faut alors que  $|\eta| = |Ae^{i\sqrt{\gamma}t} + Be^{-i\sqrt{\gamma}t}| = 1 \Rightarrow |A|e^{i\sqrt{\gamma}t - \varphi_A} + |B|e^{-i\sqrt{\gamma}t - \varphi_B} = 1$



$$\begin{aligned}
\left| |A|e^{i\sqrt{\gamma}t-\varphi_A} + |B|e^{-i\sqrt{\gamma}t-\varphi_B} \right| &= \sqrt{\left( |A|\cos\sqrt{\gamma}t-\varphi_A + |B|\cos\sqrt{\gamma}t-\varphi_B \right)^2 + \left( |A|\sin\sqrt{\gamma}t-\varphi_A - |B|\sin\sqrt{\gamma}t-\varphi_B \right)^2} \\
&= \sqrt{|A|^2 + |B|^2 + 2|A||B|\cos\sqrt{\gamma}t-\varphi_A \cos\sqrt{\gamma}t-\varphi_B - 2|A||B|\sin\sqrt{\gamma}t-\varphi_A \sin\sqrt{\gamma}t-\varphi_B} \\
&= \sqrt{|A|^2 + |B|^2 + 2|A||B|\cos 2\sqrt{\gamma}t + \varphi_A - \varphi_B}
\end{aligned}$$

Pour que la norme vaille l'unité pour tout temps négatif, il faut que soit  $A$  soit  $B$  soit nul et que le module de l'autre vaille 1. C'est-à-dire une onde progressive.

De plus, nous remarquons que les perturbations seraient en partie dues à la chute de la goutte et donc s'apparenteraient plutôt à des ondes progressives.

Ces différentes considérations nous amènent à prendre comme condition initiale une onde progressive et à nous contenter de la norme de  $F$  comme amplification de l'instabilité, mais à considérer plusieurs longueurs d'ondes.

## **II. Utilisation du modèle d'IRT conjointement avec la dynamique de film**

Dans toute cette partie, le modèle d'instabilité développé précédemment est utilisé conjointement avec la dynamique de film du chapitre précédent. Le chaînage est uniquement descendant : l'accélération de l'interface obtenue grâce à la dynamique du film est utilisée à chaque pas de temps pour calculer l'amplification. Il n'y a pas d'effet du modèle d'instabilité sur le modèle de dynamique de film (l'effet des instabilités sur la dynamique du film est discuté plus loin). À partir de l'amplification de l'instabilité initiale choisie et de l'épaisseur instantanée du film, il est alors possible de savoir si un contact se produit. Le calcul des IRT est effectué sur un très grand nombre de longueurs d'ondes, allant en ordre de grandeur de la circonférence de la goutte ( $\sim 9$  mm) au micromètre.

### **II-a. Résultat du cas standard**

#### *i- Description*

Le cas standard à partir duquel le calcul est fait, pour des raisons de comparaison avec les travaux précédents et avec l'expérience est celui de l'expérience 11-75-1 de Nelson et Duda [70], comme dans le chapitre précédent. La goutte a une température de 2200 K, une taille de

2,8 mm, la perturbation a une amplitude de 7 bars et le système est initialement à la pression ambiante.

Dans l'expérience de N&D, le temps de montée est de 5  $\mu$ s, le plateau de pression de 7  $\mu$ s, et le taux de décroissance exponentielle  $\tau$  de 14  $\mu$ s ( $P(t) = P_0 + (P_{\max} - P_0) \cdot e^{-(t-t_0)/\tau}$ ). Ce sont les temps de ce déclencheur qui sont utilisés dans la suite pour réaliser les cartes d'explosion.

Il n'y a pas de résultats expérimentaux concernant l'amplitude des instabilités initiales. Il n'y a pas non plus de données sur leur croissance. Les seules informations viennent des visualisations où il y a une certaine ondulation de l'interface avant le déclenchement et, d'après N&D, une opacification du film de vapeur après le déclenchement, phénomène interprété comme étant dû à la croissance des instabilités.

*ii- Résultats*

Dans le modèle d'instabilité, un paramètre très important est la valeur de l'amplitude initiale  $\eta_0$ . Étant donné que nous sommes dans le domaine linéaire, l'amplitude sera directement proportionnelle à cette valeur. Cette valeur est souvent considérée identique pour toutes les longueurs d'onde. Or, il est plus vraisemblable qu'il y ait un spectre plus ou moins complexe.

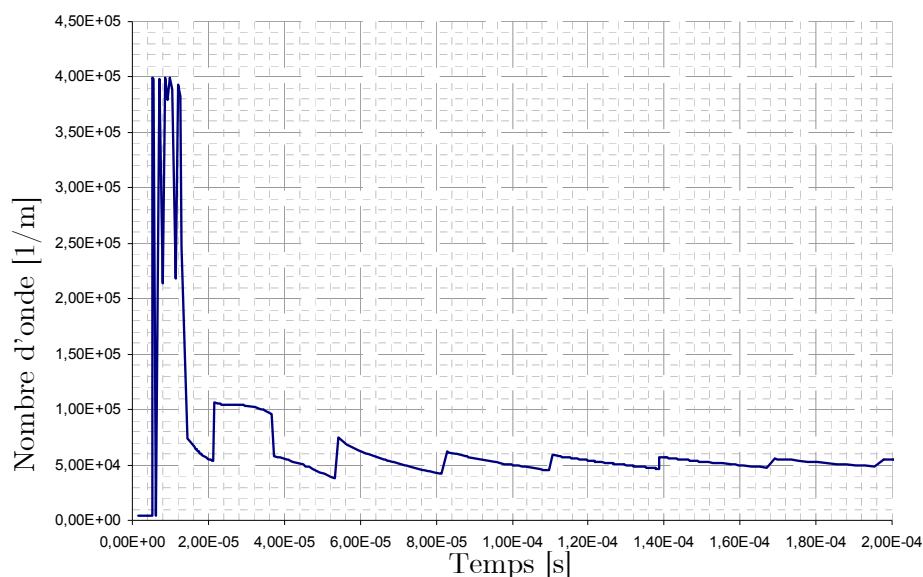
Néanmoins, n'ayant pas accès à ce spectre, nous prenons une amplitude d'instabilité initiale de  $\eta_0 = 2 \mu$ m pour toutes les longueurs d'ondes, nous calculons alors l'évolution des instabilités.

Les instabilités évoluent au cours du temps et nous obtenons une croissance conséquente (figure 2-14). Nous rappelons que l'accélération est positive entre 18 et 36  $\mu$ s environ (cf. figure 2-10).



**figure 2-14 : Croissance maximale des instabilités en  $\eta = \eta_0 |F|$**

Dès que l'accélération est négative, il y a des oscillations de l'amplitude pour chaque longueur d'onde (forme d'onde stationnaire). Les variations d'amplitude observées sur la courbe à partir de 40  $\mu\text{s}$  sont dues à ces oscillations. Nous constatons qu'il n'y a pas d'atténuation des instabilités, comme nous l'avons vu, les phases « stabilisatrices » modifient essentiellement les fréquences d'oscillation. Seule la viscosité peut infléchir l'amplitude de ces oscillations. Une autre propriété de l'oscillation, lorsque l'accélération est négative, est que la fréquence est différente pour chaque longueur d'onde. Donc, lorsque la longueur d'onde ayant l'amplitude maximale commence à diminuer, c'est une longueur d'onde proche qui aura une amplitude plus élevée et ainsi de suite. C'est ce phénomène qui donne les petites variations d'amplitude cyclique de la figure 2-14. La variation du nombre d'onde le plus amplifié en fonction du temps est tracée sur la figure 2-15. Les fortes variations avec un nombre d'onde important lors des premiers instants n'ont pas une grande signification. En effet, nous sommes dans la phase où l'accélération est négative et donc l'amplification est autour de 1. Dès que l'accélération devient positive, nous voyons clairement les nombres d'ondes autour de  $10^5$  et  $5 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$  se distinguer. Ces nombres d'onde correspondent à des longueurs d'onde autour de 100  $\mu\text{m}$  (entre 63 et 126  $\mu\text{m}$ ). L'apparente discontinuité des longueurs d'ondes les plus amplifiées est due aux oscillations pendant l'accélération « stabilisatrice » et au spectre d'amplification qui présente deux domaines d'amplification maximale disjoints comme illustré par les deux bosses de la courbe notée 31 de la figure 2-13.



**figure 2-15 : Nombre d'ondes le plus amplifié en fonction du temps**

Sur la figure 2-16 est tracée l'épaisseur du film et la distance entre le pic de réfrigérant et la surface de la goutte. Nous voyons que le contact a lieu vers 28  $\mu\text{s}$ , l'épaisseur du film et

donc l'amplitude du pic sont de 40  $\mu\text{m}$ . La distance devient négative car le calcul n'est pas stoppé, mais selon notre critère le début de l'explosion a lieu à 28  $\mu\text{s}$ .

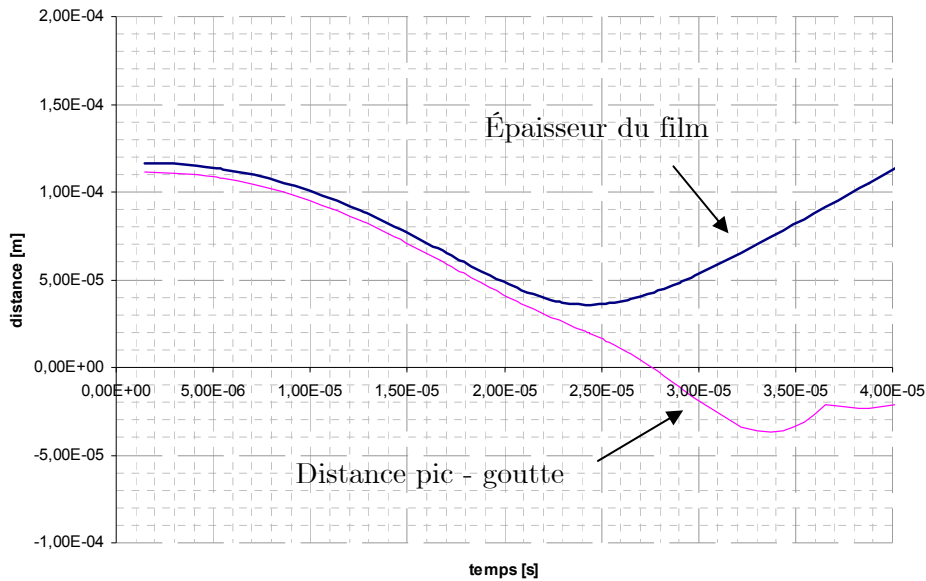


figure 2-16 : Épaisseur du film et distance entre le pic et la surface de la goutte (cas standard)

Sur la figure 2-17, nous traçons la même chose, mais pour une pression ambiante de 5 bars et une surpression du déclencheur de 4 bars. Le contact dans ce cas-là a lieu au second cycle vers 59  $\mu\text{s}$ . Lors du premier cycle, l'amplitude de l'instabilité est assez faible, de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$ , avant de croître jusqu'à environ 25  $\mu\text{m}$  à l'instant du contact. Le spectre d'amplification présente des valeurs similaires au cas standard, c'est-à-dire des longueurs d'onde entre 60 et 120  $\mu\text{m}$ .

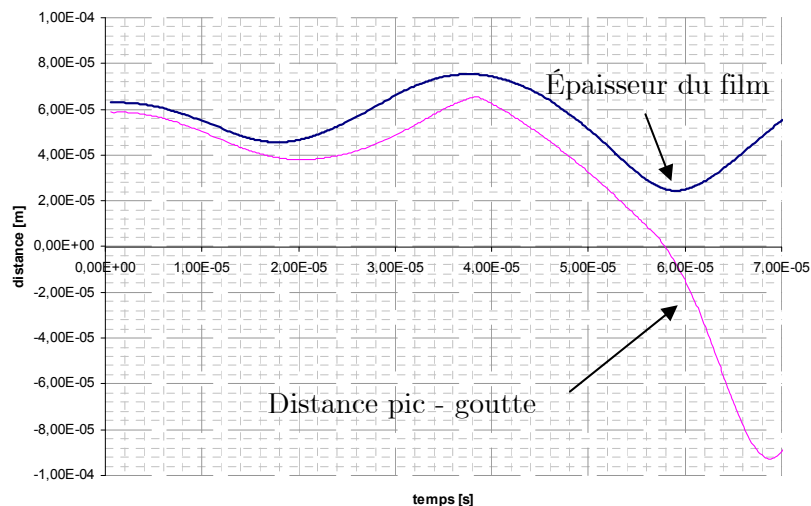


figure 2-17 : Épaisseur du film et distance entre le pic et la surface de la goutte pour 5 bars de pression ambiante et une surpression du déclencheur de 4 bars

## II-b. Comparaison avec l'expérience

À partir de ce modèle d'instabilité chaîné à la dynamique de film, nous cherchons ici à retrouver les résultats expérimentaux (ou du moins les variations) de la carte d'explosion de Nelson et Duda [70]. Nous rappelons que cette carte distingue les zones d'explosion des zones de non-explosion en fonction de la pression ambiante et de la pression maximale de la perturbation.

### *i- Carte d'explosion au premier cycle*

Jusqu'à présent, nous avons regardé l'évolution de l'épaisseur minimale du film en fonction de la pression ambiante et de la pression du déclencheur de manière à dégager des valeurs pouvant être des critères reliés à l'explosion. Maintenant nous allons chercher directement les domaines d'explosion. La réalisation d'un contact entre le liquide et la goutte est utilisée ici comme un critère d'explosion. Si ce critère n'est pas suffisant et que la durée du contact doit être prise en compte, nous présumons qu'une pression du déclencheur légèrement plus forte entraînerait un contact prolongé suffisant et qu'ainsi le résultat pour un contact instantané serait proche sur la carte d'explosion de celui ayant une petite durée. La courbe obtenue constitue donc une limite basse. Cet effet sera analysé en tant qu'incertitude.

Les points de la courbe délimitant les zones de la carte d'explosion sont obtenus en testant la réalisation d'un contact entre le pic des instabilités et la goutte (lorsque l'instabilité est de même grandeur que l'épaisseur du film) pour diverses pressions maximales de déclencheur. Ainsi, le point reporté sur la carte est le premier générant un contact. Le pas entre ces points étant de 0,5 bar, la véritable courbe se situe alors entre ces points et 0,5 bar en dessous. Lors de chaque calcul, une large gamme de longueur d'onde est calculée. Dès qu'au moins une longueur d'onde est amplifiée de manière suffisante pour générer un contact, le cas est considéré comme ayant explosé.

Dans le chapitre précédent, nous avons supposé qu'il était difficilement concevable que le mécanisme d'instabilité soit capable de compenser les fortes différences d'épaisseur minimale observées en fonction de la pression lors du premier cycle (figure 1-24). Il est maintenant possible de vérifier cette assertion en comparant les deux résultats. En effet, en traçant la carte d'explosion avec les IRT et en s'arrêtant au premier cycle de compression du film de vapeur (figure 2-18), la frontière reste monotone (quelle que soit la valeur de l'instabilité initiale).

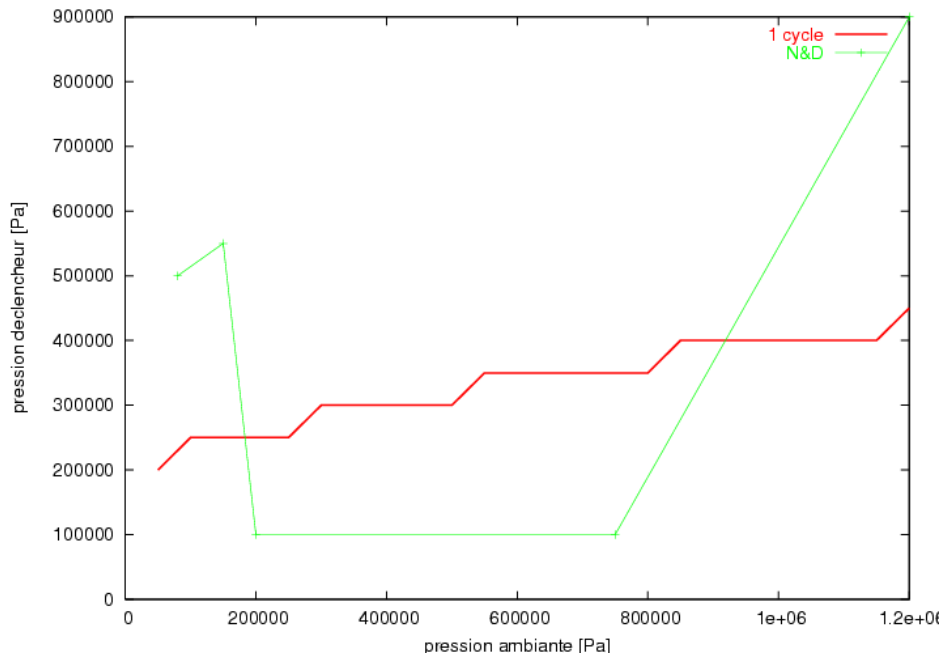
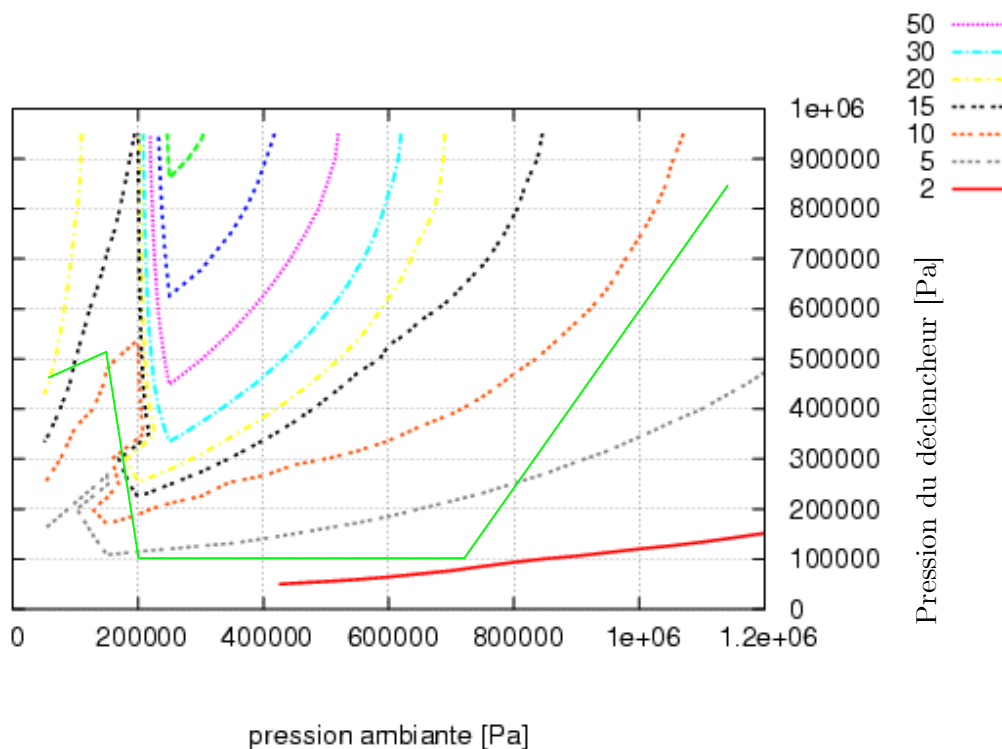


figure 2-18 : Carte d'explosion réalisée avec un seul cycle, instabilité initiale de 20 µm

À moins que les perturbations initiales ( $\eta_0$ ) varient fortement et non linéairement avec la pression ambiante, le modèle est incapable de retrouver, même en tendance, les variations de la carte de N&D. De même qu'au chapitre précédent, il est donc nécessaire de continuer le calcul jusqu'à un deuxième cycle de compression.

ii- *Cartes d'amplification*

De façon préliminaire, nous nous intéressons à l'amplification maximale des instabilités obtenue au court des deux cycles de compression du film de vapeur. Nous traçons les lignes d'amplification maximale identique dans l'espace pression ambiante, pression du déclencheur. Nous pouvons alors, de même qu'au chapitre précédent avec les épaisseurs minimales, comparer les allures de ces courbes avec la courbe expérimentale (figure 2-19).



**figure 2-19 : Courbes d'iso amplification (2 à 100 fois la valeur initiale) dans l'espace pression ambiante, pression du déclencheur**

Ces courbes ne permettent pas de définir clairement un critère sur l'amplification scindant le domaine en deux (explosion ou non) et permettant de retrouver les résultats expérimentaux. Néanmoins, la courbe d'une amplification de 10 se rapproche un peu de la courbe expérimentale.

Les écarts entre les courbes d'amplification 2 et d'amplification 10 sont importants, c'est-à-dire que lorsque la pression maximale du déclencheur augmente assez fortement l'amplification augmente lentement. Il n'y a pas d'effet important de la pression du déclencheur sur l'amplification. Des amplifications comprises entre 5 et 10 sont relativement faibles compte tenu du caractère exponentiel du phénomène. De plus sachant que l'incertitude sur l'amplitude initiale des instabilités telle qu'elle est estimée (entre 2 et 25  $\mu\text{m}$ ) varie d'un ordre de grandeur, il est impossible de dire que ce sont les instabilités d'interface qui gouvernent le phénomène. De telles valeurs d'amplifications laissent un rôle important à l'épaisseur minimale du film car elles sont d'une variation minime.

En divisant l'épaisseur minimale ( $\sim 30 \mu\text{m}$ , chapitre 1) du film par l'amplification maximale ( $\sim 10$ ), il est possible d'estimer pour quelle amplitude initiale minimale un contact a lieu. Nous obtenons alors une valeur autour de 5  $\mu\text{m}$  pour s'approcher des résultats expérimentaux.

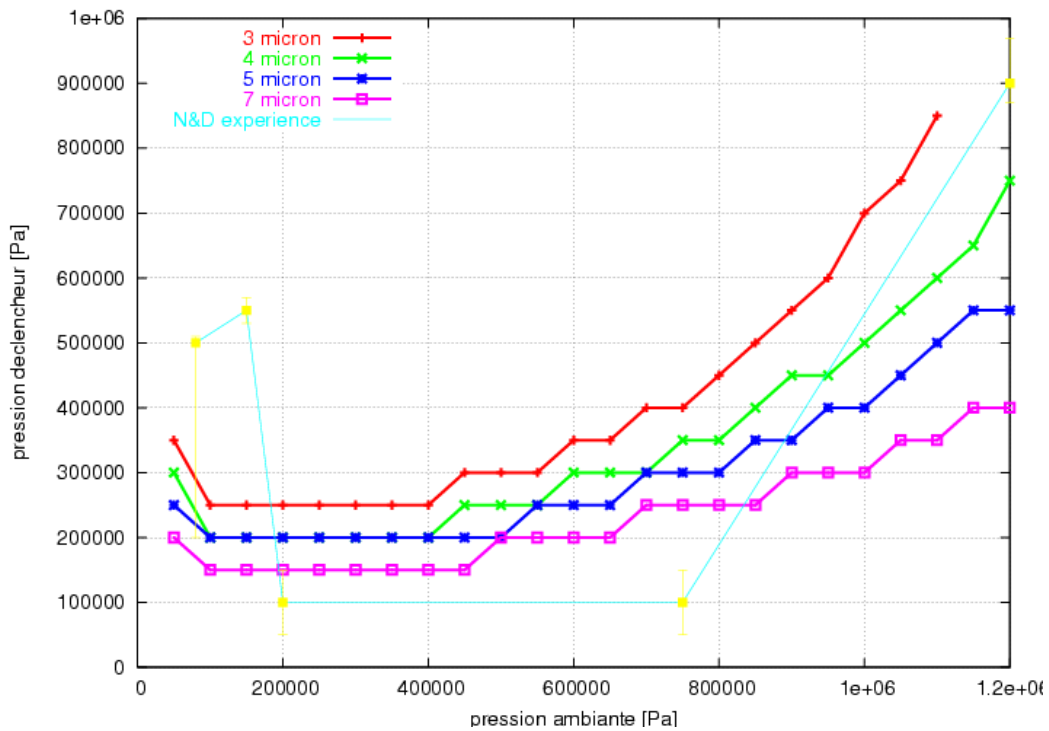
Avoir l'amplitude maximale et l'épaisseur minimale ne suffit pas. En effet, l'épaisseur minimale correspond, à peu près, au moment où l'accélération est maximale. Or, l'amplitude

augmente encore tant que l'accélération est positive. La réalisation d'un contact dépendra alors de la vitesse de croissance des instabilités par rapport à la vitesse d'expansion du film. Néanmoins, nous pensons que cette valeur nous permet d'avoir une idée de la meilleure amplitude initiale à utiliser dans la suite.

*iii- Cartes d'explosion au deuxième cycle*

Par rapport à la carte au premier cycle (figure 2-18), les résultats en allant au deuxième cycle (figure 2-20) permettent de mieux retrouver les tendances expérimentales avec néanmoins quelques réserves. Notamment à basse pression ambiante où le seuil est beaucoup plus faible et à pression moyenne où la fin du palier commence à une pression ambiante plus faible. Le palier est mal retrouvé, mais expérimentalement il est en effet possible de tracer depuis les points expérimentaux (figure I-12) une courbe ne comportant presque pas de palier.

Cependant comme indiqué plus haut, certains paramètres dont la valeur est mal connue ont une influence déterminante sur les résultats et feront l'objet d'une analyse.



**figure 2-20 : Carte d'explosion pour plusieurs valeurs d'instabilité initiale, sans limiter la valeur des instabilités**

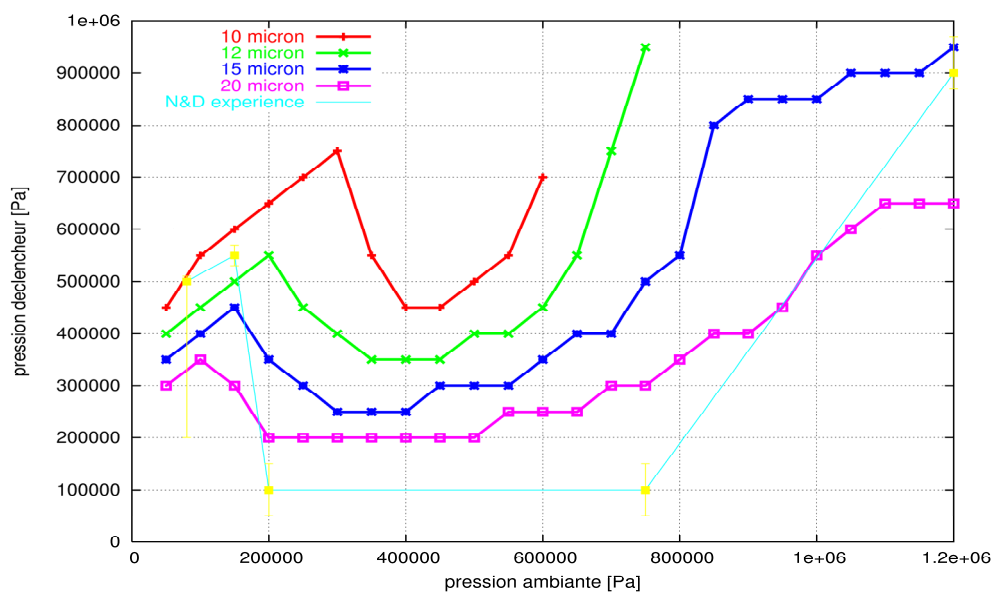
Le modèle présenté ici a un défaut : pendant les phases où l'accélération est négative, l'amplitude des instabilités est globalement conservée. Il suffit alors de multiplier le nombre de cycles pour obtenir à coup sûr une explosion par simple accumulation des amplifications, ce que contredit l'expérience.



Il faudrait donc un mécanisme stabilisant les instabilités durant ces phases. La viscosité, qui a été négligée est une candidate possible. Avant d'en analyser les effets, nous définissons alors deux cas limites dans le calcul des instabilités :

- **cas 1** (figure 2-20), les instabilités sont libres ; dans ce cas, lorsque l'accélération redevient négative, il n'y a pas de variation importante de l'amplitude, qui se trouve alors avoir une valeur élevée lors de la seconde compression ;
- **cas 2** (figure 2-21), les instabilités reviennent à leur valeur originale lorsque l'accélération redevient négative.

Dans tous les cas, les calculs sont limités à deux cycles, prenant en compte implicitement un amortissement des instabilités. Avec cette limitation, le premier cas est plus réaliste par rapport au deuxième cas, car il n'y a aucune raison que les instabilités reviennent à leur valeur initiale. En effet, le second cas peut refléter l'amortissement visqueux, mais il semble beaucoup trop fort puisqu'il nécessite de fortes amplitudes initiales proches de l'épaisseur minimale du film. De plus dans les expériences, la bulle devient de plus en plus trouble/floue au fur et à mesure des cycles (même sans fragmentation), laissant penser qu'il y a une certaine amplification des instabilités à chaque cycle.



**figure 2-21 : Carte d'explosion pour plusieurs valeurs d'instabilité initiale, en limitant la valeur des instabilités à leur valeur initiale**

Les tendances expérimentales sont le mieux retrouvées avec une valeur de l'instabilité initiale autour de 4  $\mu\text{m}$  et 17  $\mu\text{m}$  respectivement pour le premier et le second cas.

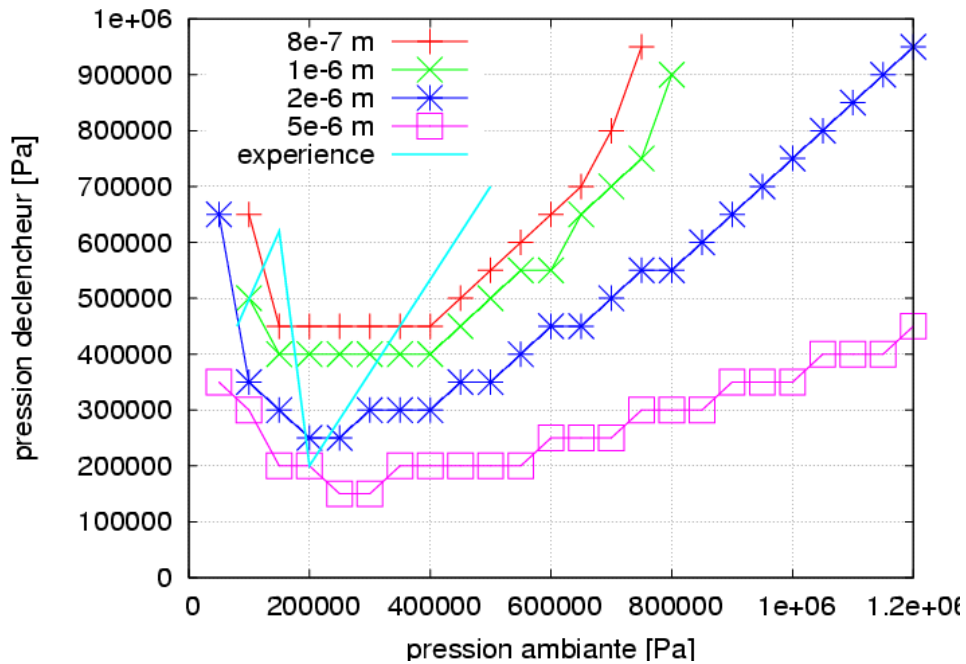
Nous remarquons que le second cas donne une instabilité initiale relativement proche de la valeur de l'épaisseur minimale obtenue dans le chapitre précédent qui décrivait le mieux la

carte expérimentale. C'est-à-dire que l'amplification réalisée sur un cycle est très faible (que ce soit le premier ou le second).

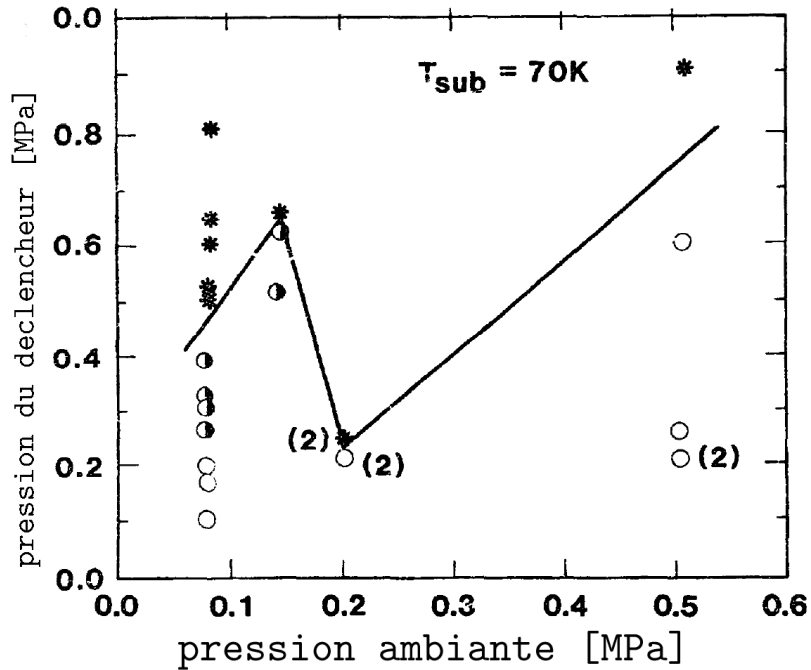
Sauf indication, le cas 1, paraissant plus juste, est utilisé dans la suite.

*iv- Sous refroidissement constant*

De même qu'au chapitre précédent, nous nous intéressons maintenant à la courbe expérimentale à sous refroidissement constant. Nous avons trouvé qu'une épaisseur minimale de 35 µm correspondait le mieux aux résultats expérimentaux. En ajoutant le modèle d'IRT, nous espérons retrouver la frontière expérimentale pour des valeurs d'instabilité initiale semblables au cas à température constante. La méthode pour obtenir les courbes est exactement la même que précédemment à température constante, la seule différence est la variation de la température de l'eau.



**figure 2-22 : Carte d'explosion pour plusieurs valeurs d'instabilité initiale**

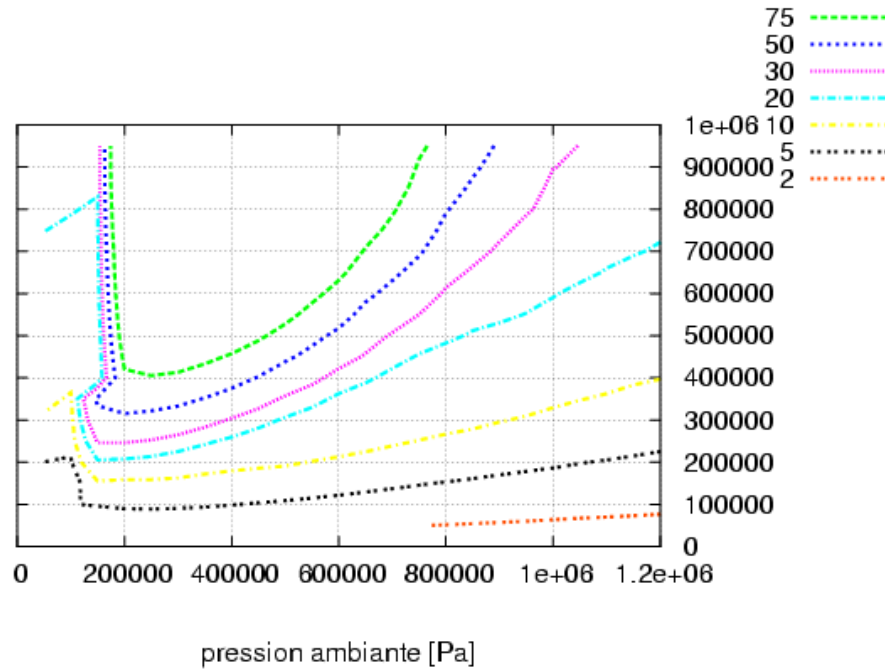


**figure 2-23 : Frontière expérimentale à sous refroidissement constant, avec les points expérimentaux**

Les résultats à sous refroidissement constant sont moins satisfaisants (figure 2-22 figure 2-23). En effet, la disparition du palier n'est absolument pas retrouvée, les courbes restent semblables à celles à température constante. Dans ce cas, l'épaisseur minimale du film est compensée par l'amplification. Comme le montre la courbe d'amplification, à sous refroidissement constant, les instabilités sont plus amplifiées qu'à température constante, par exemple les courbes 2, 5, 10 et 20 sont plus proches que sur la figure 2-19.

Dans le cas à température constante, l'amplification des instabilités menant au contact était de l'ordre de 10 sur l'ensemble de la courbe, ce qui montrait une influence quasi nulle des instabilités sur la forme de la courbe. Ici en revanche (figure 2-24), les amplifications menant au contact varient plus. Il s'ensuit que la courbe de contact ne suit plus celle d'iso-épaisseur minimale du premier chapitre (qui concordait bien avec l'expérience). Dans ce cas, les instabilités jouent un certain rôle sur la forme, ce qui est particulièrement visible sur la courbe à 5  $\mu\text{m}$  d'instabilité initiale. Néanmoins, même si la pente est bien différente, les variations restent identiques.

La faible modification des amplifications avec la température de l'eau confirme les résultats attendus suite à l'étude de sensibilité du chapitre 1 figure 1-16, où l'influence de la température liquide sur l'accélération — et donc des IRT — était quasiment nulle.



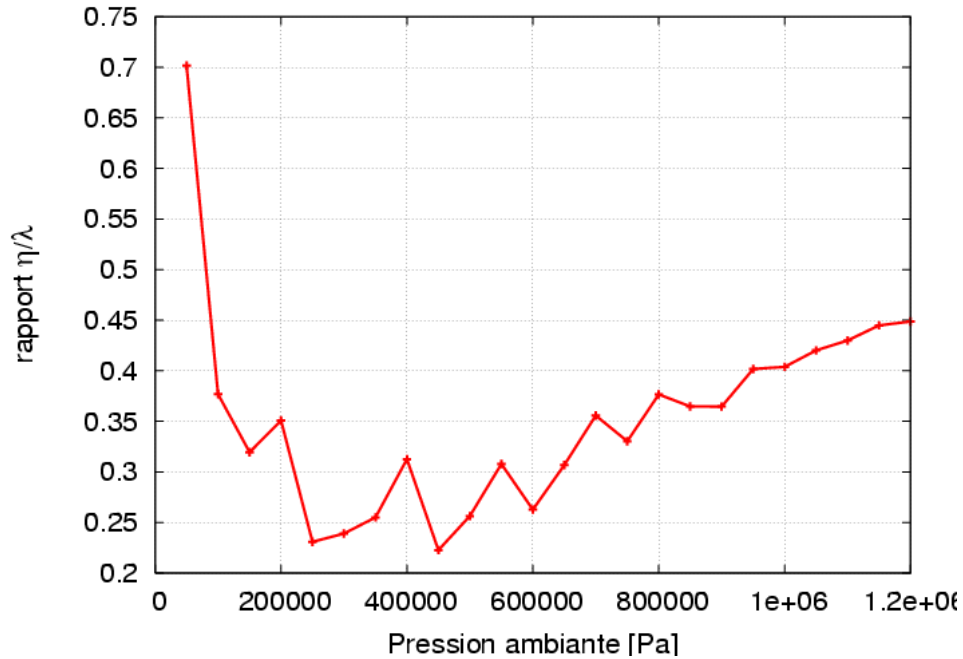
**figure 2-24 : Courbes d'iso amplification (2 à 75 fois la valeur initiale) dans l'espace pression ambiante, pression du déclencheur**

La courbe expérimentale (figure 2-23) comporte néanmoins certaines incertitudes, particulièrement à 5 bars de pression ambiante où le seuil pourrait être 1 bar plus bas, ce qui donnerait alors une courbe expérimentale parallèle aux courbes obtenues par le modèle à haute pression (rouge, vert et bleu). Il y a aussi une incertitude à 0,83 bar où il y a des interactions retardées.

## II-c. Discussion

### *i- Linéarité*

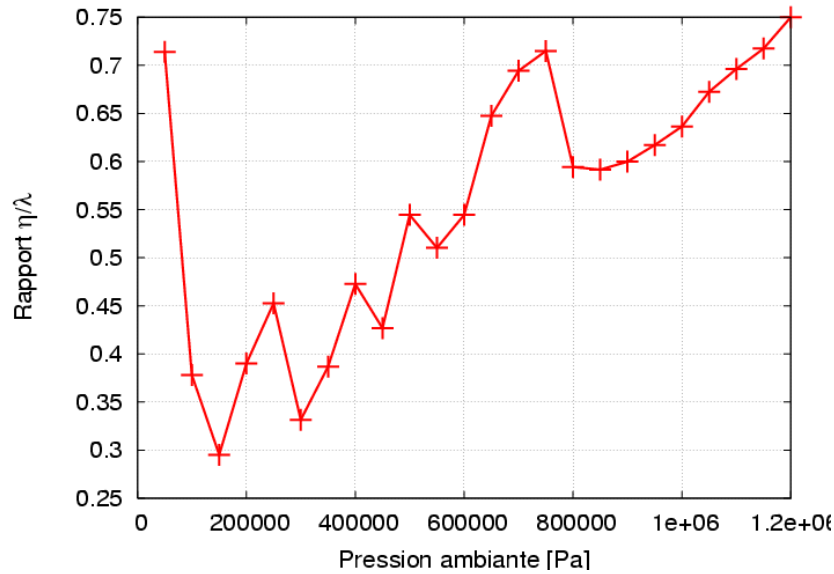
Nous pouvons nous interroger sur le fait que l'approximation linéaire reste correcte jusqu'à l'obtention d'un contact. Pour chaque point de la courbe d'explosion à 5  $\mu\text{m}$  (cas à température d'eau constante, figure 2-20), nous traçons le rapport entre l'amplitude de l'instabilité au moment du contact et la longueur d'onde de cette instabilité (figure 2-25).



**figure 2-25 : Rapport entre l'amplitude de l'instabilité maximale et sa longueur d'onde à l'instant du contact à température d'eau constante**

Nous nous apercevons en premier que l'amplitude des instabilités n'atteint jamais la longueur d'onde. Nous rappelons que l'approximation linéaire peut en général être utilisée pour des déformations assez importantes, particulièrement pour l'instabilité de Rayleigh Taylor. Lewis [57] considère qu'une valeur du rapport amplitude sur longueur d'onde de 0,4 est la limite de linéarité, Pilch [75] donne même une limite allant jusqu'à 0,75. Dans notre cas, à part à 0,5 bar de pression ambiante, ce rapport est inférieur à 0,45 ce qui est satisfaisant.

La même courbe pour le cas à sous refroidissement constant (figure 2-26) présente un critère qui est plus limite que pour le cas à température constante, mais reste dans la limite de 0,7.



**figure 2-26 : Rapport entre l'amplitude de l'instabilité maximale et sa longueur d'onde à l'instant du contact à sous refroidissement constant**

Un autre critère de passage en non linéaire évoqué dans les mêmes sources, est lorsque l'instabilité a une croissance plus rapide que l'accélération qui l'a engendrée, c'est-à-dire :

$$\ddot{\eta} > \ddot{\delta}$$

Ce critère a été inclus dans le modèle, mais il n'a jamais été atteint avant le contact.

Notre calcul en phase linéaire se justifie complètement.

Nous remarquons que globalement l'amplitude des instabilités est peu élevée, donc la formation de jet paraît difficile (type modèle de Kim [52]).

*ii- Introduction d'un temps de contact minimum*

Dans le calcul des cartes d'explosion, l'hypothèse était qu'un contact instantané entraîne la fragmentation. Nous pouvons nous interroger sur le devenir de la courbe d'explosion si l'hypothèse faite est qu'il faut une durée de contact finie pour fragmenter.

Pour cela, nous continuons le calcul même s'il y a contact. Le liquide pénètre alors virtuellement dans la goutte sans que cela ne modifie sa croissance (dans le modèle). Ainsi, dès qu'au moins une longueur d'onde est restée un temps déterminé dans le combustible, le cas est considéré comme explosif. Ce modèle est bien entendu approximatif, car le contact va modifier la croissance des instabilités et la goutte va se déformer. Cette possibilité de contact prolongé dépend des mécanismes de pressurisation au contact. Mais cela donne une idée de l'évolution de la croissance en augmentant la pression du déclencheur et du devenir de la courbe si un contact plus « soutenu » est nécessaire.

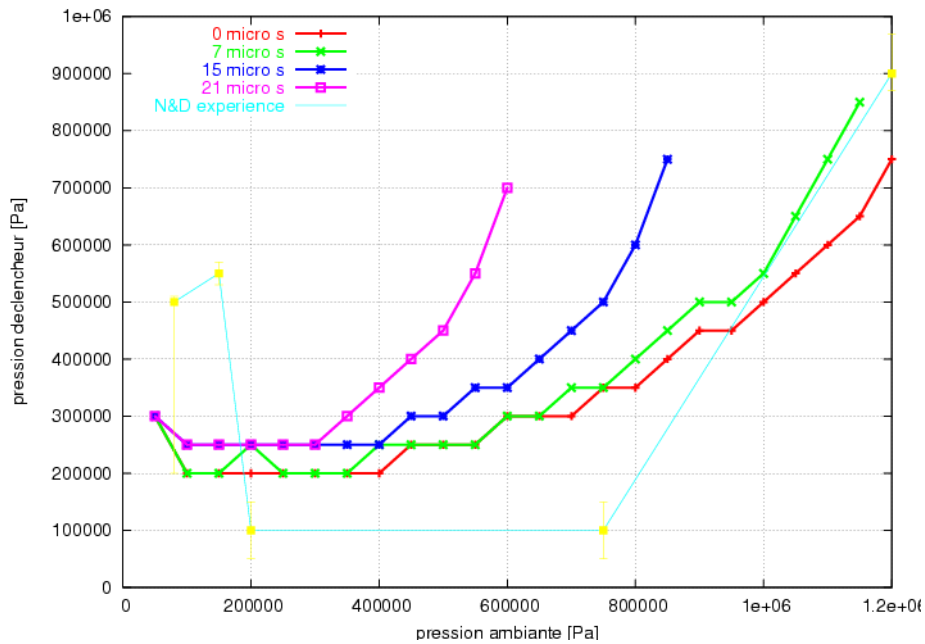


figure 2-27 : Carte d'explosion pour plusieurs temps de contact sans limite (cas 1)

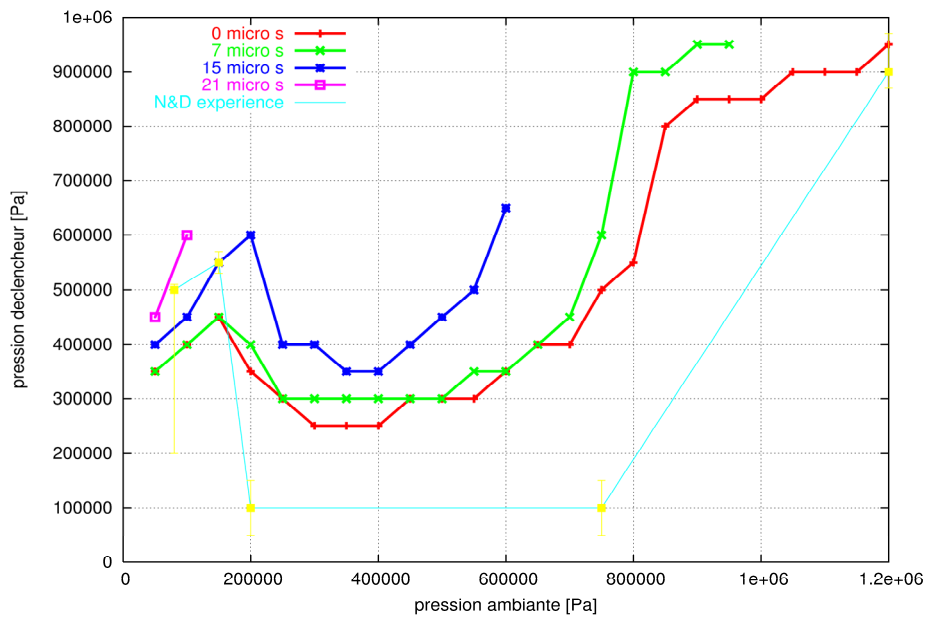


figure 2-28 : Carte d'explosion pour plusieurs temps de contact avec limite (cas 2)

Les résultats tracés sur la figure 2-27 pour le cas 1 (sans restriction sur l'amplitude des instabilités) et la figure 2-28 pour le cas 2 (suppression de la croissance des instabilités durant les phases d'accélération négative) montrent que pour un temps de contact minimum allant jusqu'à 7  $\mu$ s, l'écart est minime (dans les deux cas limites). L'effet se fait surtout sentir à haute pression ambiante. En effet, comme souligné précédemment, la période des oscillations du film est plus brève à haute pression, ce qui est moins favorable à un contact prolongé.

Un mécanisme de fragmentation nécessitant un temps de contact allant jusqu'à 7  $\mu$ s peut être considéré comme instantané d'après ce résultat. Ceci fera en partie l'objet du chapitre suivant.

iii- *Épaisseur initiale du film*

L'épaisseur initiale du film de vapeur est calculée grâce au modèle de Epstein et Hauser. Néanmoins, ce modèle comporte une certaine incertitude, d'environ un facteur 2. Il est donc intéressant d'étudier l'influence de cette incertitude sur les cartes d'explosions. Nous traçons donc ces courbes pour des valeurs extrêmes d'épaisseur initiale : 0,7 fois et 1,5 fois (ce qui au total fait bien une variation de 2).

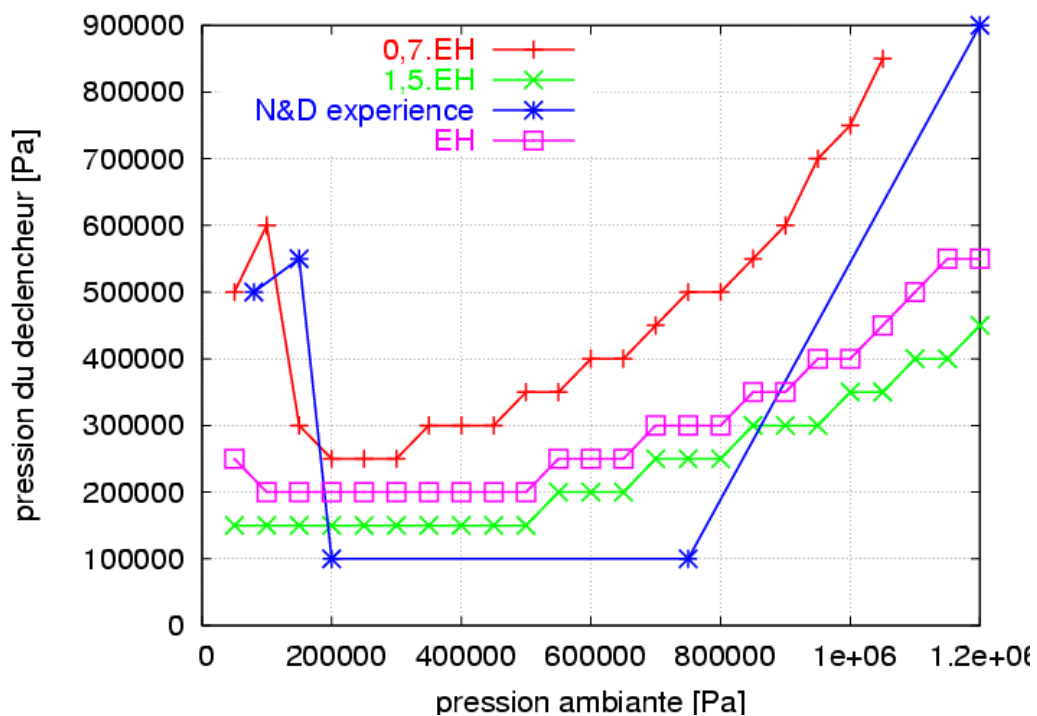
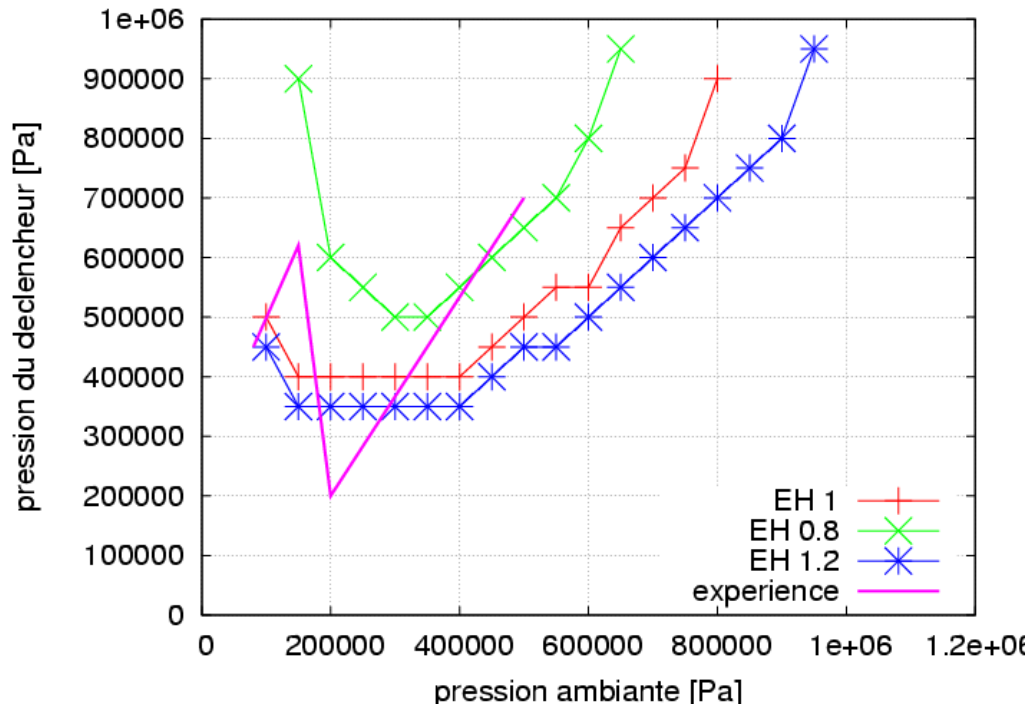


figure 2-29 : Carte d'explosion obtenue en multipliant l'épaisseur initiale par certains facteurs (0,7 1 et 1,5) (cas 1)

L'effet sur les seuils d'explosion est relativement important, à peu près similaire à celui de la valeur de l'instabilité initiale (figure 2-20). Il n'y a pas d'effet majeur sur la forme globale de la courbe hormis à faible pression ambiante. Il y a moins de différence entre 1 et 1,5 qu'entre 1 et 0,7, pourtant le rapport est le même. Ce paramètre étant incertain, nous conservons la moyenne de 1 dans la suite.

Nous regardons aussi l'effet de ce paramètre pour la carte d'explosion à sous refroidissement constant (figure 2-30). Le résultat est similaire.





**figure 2-30 : Carte d'explosion obtenue en multipliant l'épaisseur initiale par certains facteurs (0,8 1 et 1,2)**

#### iv- Couplage avec le film

Nous avons écarté l'effet des instabilités sur la dynamique du film, sans donner plus de détail. Nous nous justifions ici de ce choix. Les instabilités augmentent la surface d'échange entre l'eau et la vapeur. Le rapport de la surface perturbée  $S_p$  sur celle non perturbée  $S_0$  peut alors s'exprimer ainsi (Battail [5]) lorsque l'amplitude de l'instabilité est inférieure à la longueur d'onde ( $\eta < \lambda$ ) :

$$\frac{S_p}{S_0} = 1 + 4,53 \left( \frac{\eta}{\lambda} \right)^{1,34} - 0,778 (e^{\frac{\eta}{\lambda}} - 1)$$

Le calcul de cette surface pose le problème du choix de la longueur d'onde. En effet pour chaque longueur d'onde l'historique de masse de vapeur et donc de pression et d'épaisseur de film sera différent.

Pour estimer cet effet, nous effectuons un calcul sur la longueur d'onde la plus amplifiée du cas standard au contact ( $k = 1.10^5$  1/m). Nous considérons de plus que l'augmentation du transfert thermique est directement proportionnelle à ce rapport de surface, il n'est pas évident que cela soit directement proportionnel.

L'effet sur la pression, l'accélération, la masse de vapeur est relativement faible (figure 2-31). L'effet sur le maximum de l'instabilité (figure 2-32) est plus grand ( $\sim 10\%$ ), mais est peu important car la différence se fait sentir en fin d'accélération lorsque la croissance décline.

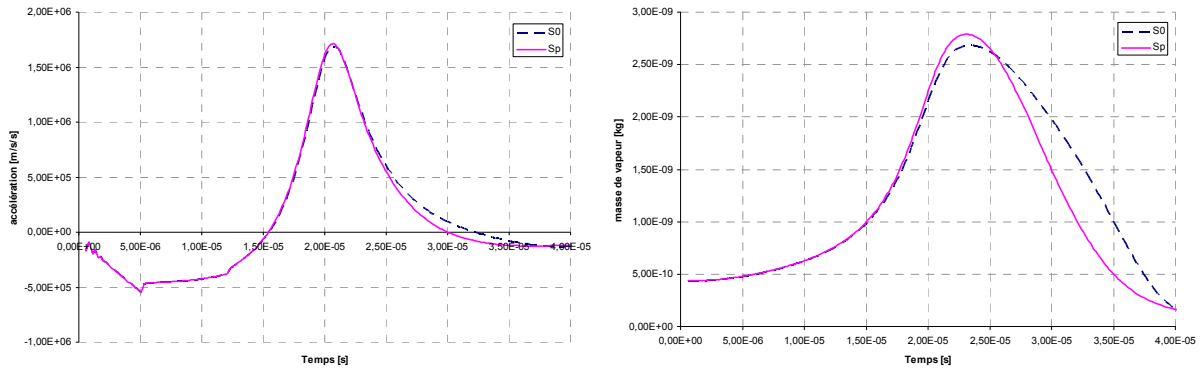


figure 2-31 : Accélération et masse de vapeur du film en prenant en compte (Sp) ou non (S0) l'augmentation de la surface d'échange

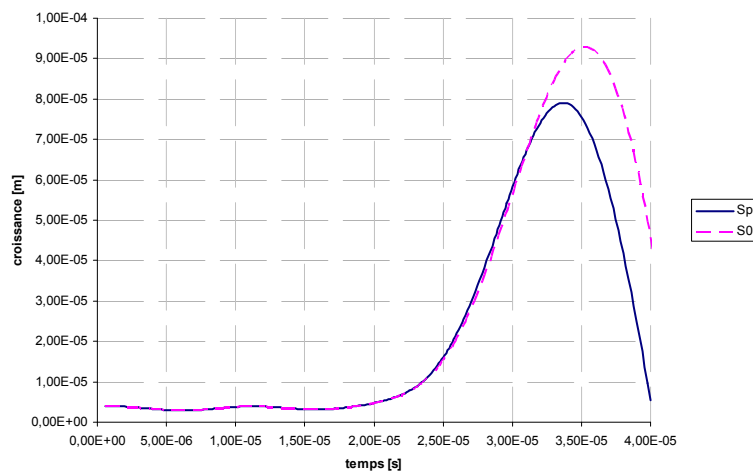


figure 2-32 : Croissance de l'instabilité en prenant en compte (Sp) ou non (S0) l'augmentation de la surface d'échange

L'effet étant peu important et conduisant à des problèmes de sélection d'une longueur d'onde unique pour son calcul, il n'a pas été inclus dans la modélisation.

#### v- *Prise en compte de la viscosité*

Avec le modèle du cas 1 présenté ici, il suffit d'attendre suffisamment longtemps pour que les instabilités augmentent et entrent en contact avec la goutte. Ce qui est expérimentalement faux. Une des causes possibles est que la viscosité n'est pas prise en compte.

Introduire la viscosité dans le modèle d'instabilité décrit ici est loin d'être facile dans le cas d'une accélération variable. Néanmoins, il peut être intéressant de regarder cet effet pour une accélération constante. Là non plus la résolution n'est pas évidente, mais il est possible de tirer un ordre de grandeur lorsque la viscosité est faible. Dans ces conditions, la littérature (Kull [53] et Landau [54]) nous donne comme solution la solution classique sans viscosité à laquelle vient s'ajouter un terme d'atténuation. Ainsi, nous passons de la solution classique :

$$\eta = \eta_0 e^{\sqrt{\gamma} t} e^{ikx}$$

À la solution en faiblement visqueux :

$$(51) \quad \eta = \eta_0 e^{(\sqrt{\gamma} + \kappa)t} e^{ikx}$$

Le terme d'atténuation s'exprime :

$$(52) \quad \kappa = -2\nu k^2$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique de l'eau liquide. Ce terme (à un facteur constant près) est le même que dans les autres problèmes d'instabilités hydrodynamiques (instabilités de Kelvin Helmholtz par exemple, Kull [53]) et il ne dépend pas de l'accélération.

Pour les IRT en accélération constante, la viscosité est considérée faible lorsque le critère suivant est satisfait :

$$(53) \quad \sqrt[3]{\frac{\nu^2}{g}} k \lesssim 0,1$$

Ce terme visqueux joue un rôle important du point de vue de l'amplitude essentiellement lorsque l'accélération est négative. Dans ce cas-là, le terme classique est imaginaire ( $\sqrt{\gamma} \in i\mathbb{R}$ ) et la norme de l'instabilité ne dépend plus que du terme d'atténuation.

Pour l'eau  $\nu = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , une accélération typique de l'interface — dans une phase stabilisatrice — est de l'ordre de  $10^5 \text{ m/s}^2$  et avec une longueur d'onde de  $100 \text{ }\mu\text{m}$ , le critère de viscosité faible vaut :  $\sqrt[3]{\frac{\nu^2}{g}} k \approx 0,1$  et est donc respecté, ce qui donne une atténuation de  $\kappa = -6300$ . La relation  $|\eta| = \eta_0 e^{\kappa t}$  implique que le temps caractéristique d'atténuation est l'inverse de  $\kappa$  soit  $158 \text{ }\mu\text{s}$ . C'est-à-dire un peu plus d'un cycle du film.

Cette viscosité peut aussi expliquer la plus grande difficulté à exploser à basse pression ambiante, le cycle du film étant plus lent, les instabilités seront plus atténuées.

Le terme d'atténuation dû à la viscosité (52) ne dépend pas de l'accélération, seul le critère (53) la fait intervenir. En extrapolant cette atténuation au cas des IRT avec accélération variable, nous l'introduisons dans le modèle de façon à appréhender l'effet de la viscosité sur les cartes d'explosions. Ainsi, nous remplaçons la définition de l'amplitude (43) par :

$$(54) \quad \eta_k = \eta_0 F e^{\kappa t} e^{ikx}$$

Le résultat sur la carte d'explosion (figure 2-33), est relativement conforme aux attentes :

- plus grande difficulté à exploser à basse pression, due à la longueur des cycles ;
- effet négligeable voire nul à pression plus élevée.

Il n'y a pas d'effet notable au-dessus de 1 bar de pression ambiante, car nous arrêtons les calculs au deuxième cycle. Ceci ne préjuge en rien de l'effet d'atténuation à plus long terme.

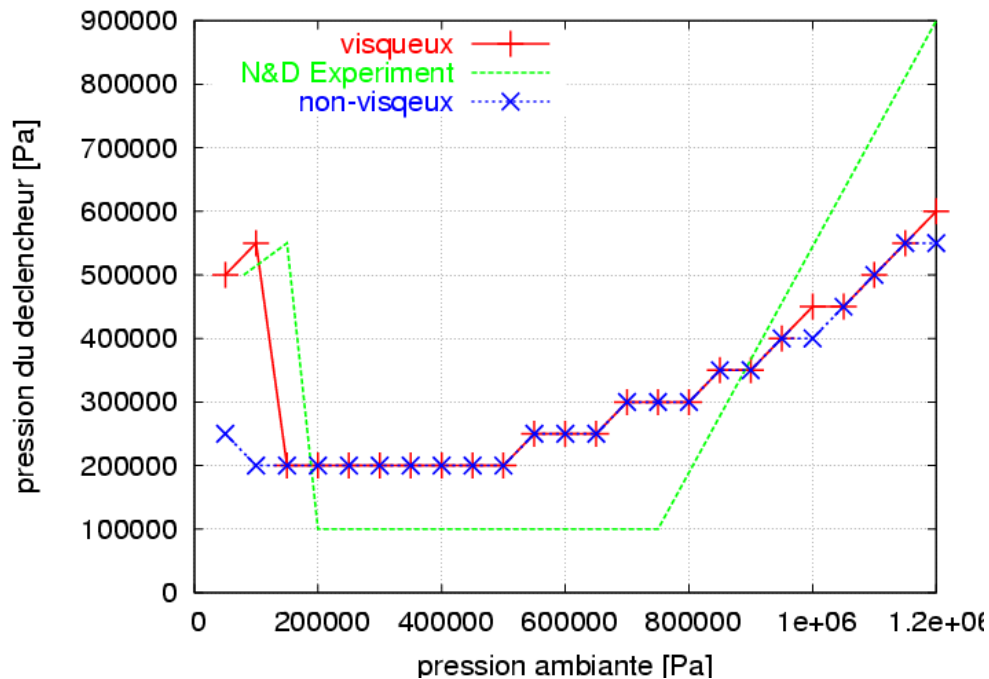


figure 2-33 : Comparaison des résultats avec et sans viscosité sur la carte d'explosion

L'expression du terme d'atténuation n'a pas pu être démontrée rigoureusement dans notre cas d'accélération variable. Dans la suite nous ne l'utiliserons plus. Néanmoins, il faut conserver en mémoire dans la suite que la difficulté à retrouver la courbe expérimentale à basse pression est probablement due à la viscosité qui n'est pas prise en compte.

### **III. Conclusion sur le modèle d'IRT**

En utilisant un modèle d'instabilité de Rayleigh Taylor en accélération variable, nous avons mis en évidence que la phase d'accélération négative a un effet non négligeable sur l'amplitude des instabilités. Nous avons aussi noté que l'amplitude de ces instabilités dépend fortement de leur valeur initiale  $\eta_0$ . Nous concluons aussi qu'il est nécessaire de prendre en compte une large gamme de longueur d'onde, le spectre étant assez complexe.

Les cartes d'explosion obtenues avec le modèle d'IRT, bien que différentes des résultats expérimentaux permettent d'avoir les tendances expérimentales, malgré une forte marge d'erreur sur le niveau du seuil d'explosion. Ce modèle reste néanmoins soumis à l'hypothèse que le contact bref suffit. Il apparaît de plus que ces instabilités ont un rôle relativement faible par rapport à l'épaisseur minimale atteinte par le film. C'est un mécanisme permettant de mener au contact, mais l'amplification des instabilités ne subit pas des variations assez

importantes pour expliquer les variations expérimentales. Néanmoins, comme nous l'avons vu dans le cas sous refroidi, l'amplification peut jouer un certain rôle.

De plus, il reste un paramètre prépondérant qui est l'instabilité initiale qui ressort comme important. Nous l'avons considéré indépendante de la pression ambiante et de la température de l'eau ce qui est peu probable.

Dans le dernier chapitre, nous déterminerons quel est le jeu de paramètres optimum permettant de retrouver la carte d'explosion, avant toute extrapolation à des conditions initiales différentes.



# Chapitre 3e Fragmentation de la goutte par pressurisation aux contacts

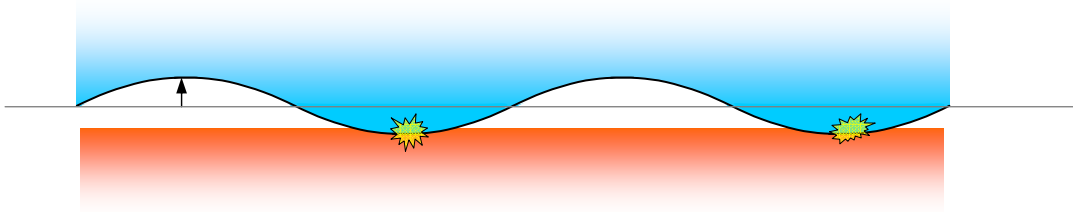
L'objectif de ce chapitre est de justifier qu'un contact court puisse être à l'origine de la fragmentation. Pour cela, il sera d'abord déterminé la pression minimale nécessaire à appliquer sur la goutte pour avoir fragmentation, en fonction du temps d'application. Puis nous examinerons quelques mécanismes mis en jeu lors du contact, afin d'estimer s'ils sont capables de générer une telle pression.

## Sommaire

I.	Rappel du phénomène physique.....	140
II.	Détermination de la pression de contact nécessaire à la fragmentation.....	140
II-a.	Modélisation.....	140
II-b.	Application pour divers profils de pression .....	143
i-	Cas statique .....	143
ii-	Régime forcé sinusoïdal.....	144
iii-	Créneau.....	145
iv-	Pression quelconque .....	150
III.	Mécanismes pouvant générer une pression menant à la fragmentation .....	151
III-a.	Choc thermique liquide – liquide .....	151
i-	Généralités .....	151
ii-	Modèle analytique de Cooper.....	152
iii-	Calcul numérique .....	155
iv-	Discussion .....	161
III-b.	Pressurisation par évaporation.....	162
i-	Effet de l'évaporation sur les instabilités .....	162
ii-	Détermination du flux.....	166
IV.	Conclusion sur la fragmentation de la goutte .....	171

## **I. Rappel du phénomène physique**

Lors de la compression du film, les instabilités de la surface provoquent des « contacts » locaux à la surface de la goutte. Ces contacts sont alors le lieu de transferts thermiques très intenses. En effet, la goutte est très chaude et le liquide est proche de la température de saturation. Ce transfert intense va entraîner une vaporisation d'une certaine quantité d'eau liquide. Le temps que cette vapeur créée localement se détende, elle soumet la goutte à des contraintes hétérogènes. La goutte va alors se déformer jusqu'à former des pics qui se fragmenteront.



Il n'est cependant pas évident que de véritables contacts se produisent : nous pouvons également supposer que les liquides se rapprochent de telle manière que les transferts thermiques deviennent très intenses et suffisent à déformer la goutte par le flux d'évaporation. Ce mécanisme sera analysé par un modèle couplant les deux interfaces.

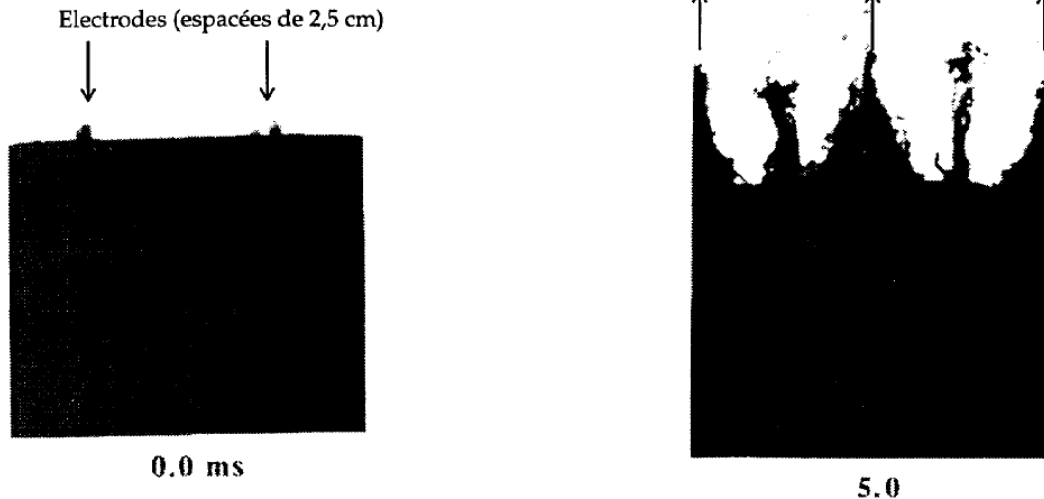
## **II. Détermination de la pression de contact nécessaire à la fragmentation**

Sans s'intéresser pour l'instant au mécanisme qui la génère, nous pouvons déterminer la pression qu'il est nécessaire d'appliquer périodiquement à la surface de la goutte afin de la déformer suffisamment pour aboutir à sa fragmentation.

### **II-a. Modélisation**

Cette idée de déformation périodique trouve une certaine justification expérimentale dans l'expérience de Ciccarelli [25]. Cette expérience très simple était faite de deux liquides stratifiés, avec deux électrodes explosives à leur interface (figure 3-1). Le liquide dense se creuse alors là où étaient les électrodes et un pic se forme entre les deux électrodes.





**figure 3-1 : Expérience de Ciccarelli, deux électrodes entre deux liquides explosent**

La goutte est représentée par un demi-plan dans un espace à deux dimensions (dessin ci-dessus). La pression appliquée à sa surface est périodique. Nous pouvons utiliser le modèle des instabilités de Rayleigh Taylor comme dans le chapitre précédent. Celui-ci s'en trouve modifié comme suit :

- le saut de pression à l'interface n'est plus seulement dû à la tension de surface mais aussi à la pressurisation locale ;
- l'interface moyenne est fixe, il n'y a donc plus de terme d'accélération.

Le saut de pression à l'interface s'écrit alors en approximation linéaire :

$$(55) \quad \left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \right]_v^c = -\sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - P_t(x, t)$$

où  $P_t$  est la surpression exercée par le contact sur la goutte. La déformation de la goutte dépend de l'écart relatif de pression entre la zone pressurisée et celle qui n'est en contact qu'avec la vapeur. Une première approximation est de prendre une pression sinusoïdale spatialement — il est toujours possible de faire une décomposition spectrale. La surpression peut alors être notée :

$$(56) \quad P_t = \frac{1}{2} P_{ct} e^{ikx}$$

Où  $P_{ct}$  est la surpression au contact dépendante du temps.

La longueur d'onde qui sera amplifiée, à la surface de la goutte, par une telle pression, sera identique à celle de la pression appliquée.

Comme dans le chapitre précédent, nous posons :

$$(57) \quad \begin{aligned} \eta &= \eta_{0k} F_k(t) e^{ikx} \\ &= \eta_k e^{ikx} \end{aligned}$$

L'équation de l'amplitude s'écrit alors :

$$(58) \quad (\rho_2 + \rho_1)\ddot{F}_k = -\sigma k^3 F_k - \frac{kP_{ct}}{2\eta_{k0}}$$

Il est intéressant de poser  $\gamma = \frac{\sigma k^3}{\rho_2 + \rho_1}$  et  $S(t) = -\frac{kP_{ct}}{2\eta_{k0}(\rho_2 + \rho_1)}$  pour simplifier l'écriture de (58) :

$$(59) \quad \ddot{F}_k + \gamma F_k = S$$

Comme le terme d'accélération  $\gamma$  ne dépend plus du temps, la relation (59) est alors une équation différentielle du second degré à coefficients constants avec second membre non constant. Cette équation est similaire à celle de l'oscillateur harmonique en régime forcé ( $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}A(t)$  où  $x$  est l'élongation du ressort,  $k$  sa raideur,  $m$  la masse et  $A(t)$  le déplacement du support). Étant donné les caractéristiques de cette équation différentielle, elle peut être résolue analytiquement. La solution générale est la somme de la solution de l'équation homogène (sans second membre), et d'une solution particulière avec second membre.

La solution homogène de l'équation est :

$$(60) \quad F_H = Ae^{i\sqrt{\gamma}t} + Be^{-i\sqrt{\gamma}t}$$

Ce qui nous donne, pour l'amplitude des instabilités en prenant en compte les conditions initiales :

$$(61) \quad \eta_{kH} = \eta_0 e^{i\sqrt{\frac{\sigma k^3}{\rho_2 + \rho_1}}t}$$

La variation d'amplitude au cours du temps est une solution oscillante. C'est en fait la solution classique des ondes de surface libre. Cette solution homogène ne nous intéresse pas et la solution particulière suffit.

Il existe une méthode pour trouver la solution particulière de cette équation (59) pour toute fonction  $S$ , c'est la méthode de « variation des constantes », celle-ci nous donne :

$$(62) \quad F_p = -\int \frac{Se^{-i\sqrt{\gamma}t}}{-2i\sqrt{\gamma}} dt e^{i\sqrt{\gamma}t} + \int \frac{Se^{i\sqrt{\gamma}t}}{-2i\sqrt{\gamma}} dt e^{-i\sqrt{\gamma}t}$$

Nous remarquons que la solution dépend de la longueur d'onde par l'intermédiaire de  $\gamma$ .

L'amplitude des instabilités est alors :

$$(63) \quad \eta_k = \eta_{0k} F_p$$

À partir de cette solution générale, nous pouvons déduire pour plusieurs cas simples de variation temporelle de la pression de contact, une solution unique. Ceci permettra d'illustrer

quelques caractéristiques de notre problème et d'obtenir des ordres de grandeurs des pressions nécessaires.

Ce modèle donne la déformation de la goutte soumise à une pression avec la limitation de l'approximation linéaire : il ne décrit en aucun cas la fragmentation. Il convient alors d'estimer à partir de quelle déformation la fragmentation se produit. Le critère de fragmentation utilisé dans la suite, est une déformation d'au moins la longueur d'onde de l'instabilité. En toute rigueur, l'approximation linéaire n'est plus valide. Cependant, cette approximation peut en général être utilisée pour des déformations assez importantes, particulièrement pour l'instabilité de Rayleigh Taylor (voir Chapitre 2e I-a). Le but de cette modélisation étant la recherche d'un ordre de grandeur pour la pression et non l'amplitude précise de l'instabilité, cette approximation est jugée largement suffisante. Le critère de fragmentation s'écrit alors simplement :

$$(64) \quad \boxed{|\eta| > \frac{2\pi}{k}}$$

## II-b. Application pour divers profils de pression

Dans la suite, la déformation subie par la goutte est calculée en utilisant différents profils temporels de pression plus ou moins caractéristique de notre problème.

### *i- Cas statique*

Si la surpression de contact  $P_{ct}$  est constante dans le temps, nous obtenons une solution où l'amplitude est constante de façon à ce que la pression générée par la courbure de l'instabilité compense la pression de contact.

$$(65) \quad \eta_k = \frac{P_{ct}}{2\sigma_1 k^2}$$

Le critère (64) s'exprime alors :

$$(66) \quad P_{ct} > 4\pi k \sigma_1 = 8\pi^2 \lambda^{-1} \sigma_1$$

L'ordre de grandeur de cette pression, avec une longueur d'onde de la centaine de microns et une tension de surface de 0,5, est de :

$$P_{ct} = 8.9.9.(10^{-4})^{-1}.0,5 \approx 4.10^5 \text{ Pa}$$

Une surpression de 4 bars mènera à une déformation pouvant fragmenter la goutte. Cette surpression nécessaire est faible en comparaison des quelques dizaines de bars qui règnent dans le film au moment du contact. Il est alors concevable que la déstabilisation de la goutte

de combustible soit aisée. Il faut aussi noter que l'amplitude ne dépend pas, dans ce cas bien particulier, de la densité de la goutte, mais seulement de sa tension de surface.

*ii- Régime forcé sinusoïdal*

Lors de la fragmentation thermique, la pression n'est pas appliquée de façon constante. D'un point de vue théorique, il est intéressant de regarder la solution dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal.

En prenant :

$$(67) \quad P_{ct}(t) = P_M \cos \omega t$$

La littérature nous dit que la solution particulière est de la forme  $A \cos \omega t + B \sin \omega t$ .

En introduisant cette dernière dans l'équation (59) et en identifiant les termes, il vient la solution particulière :

$$(68) \quad F_p = \frac{-S}{\gamma - \omega^2} = \frac{\frac{kP_M}{\rho_2 + \rho_1} \cos \omega t}{\frac{\sigma k^3}{\rho_2 + \rho_1} - \omega^2} \frac{1}{2\eta_0}$$

donc pour l'amplitude des instabilités :

$$(69) \quad \eta = \frac{kP_M \cos \omega t}{\sigma k^3 - \omega^2(\rho_2 + \rho_1)} \frac{1}{2}$$

Pour qu'il y ait fragmentation, il faut de même que précédemment :

$$|\eta| > \frac{2\pi}{k}$$

Soit pour l'amplitude de la pression

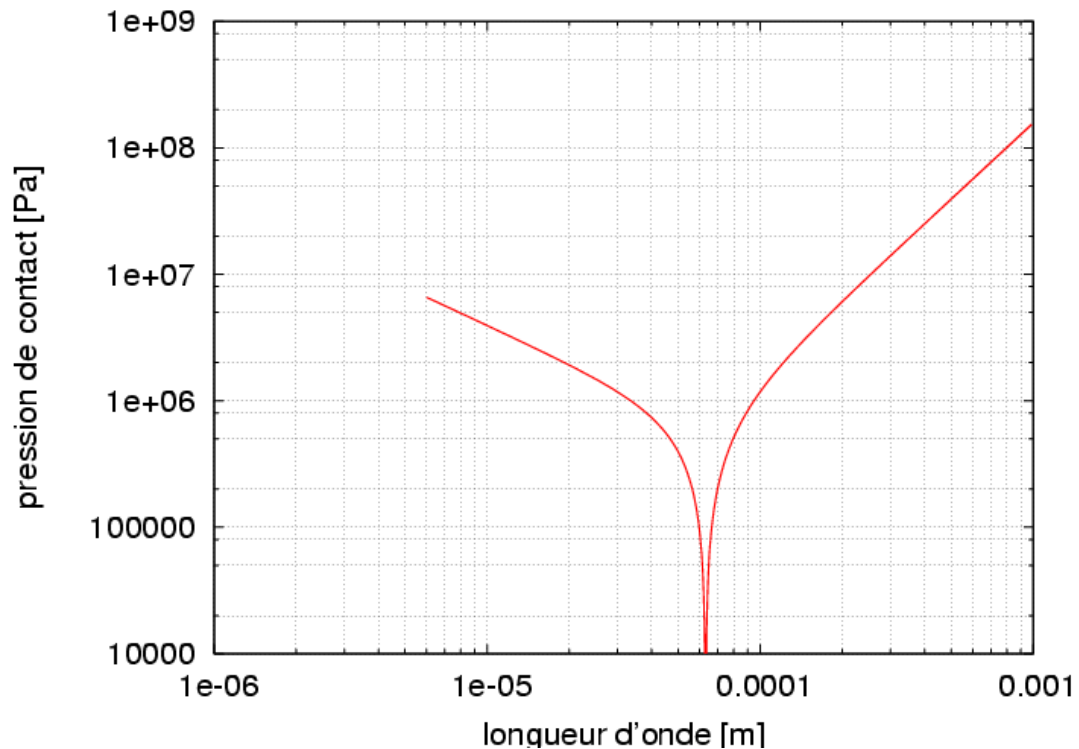
$$(70) \quad P_M > \frac{4\pi}{k^2} (\rho_2 + \rho_1) |\gamma - \omega^2|$$

Lorsque la pulsation liée à la pression est petite (variation lente de la pression dans le temps), nous retrouvons le résultat du cas statique. La pression dépend comme dans le cas statique de la longueur d'onde, mais aussi de la pulsation de cette pression. Cette pression est minimale lorsque  $\omega^2 = \gamma$ , c'est-à-dire lorsque la pulsation de la pression  $\omega$  tend vers la pulsation propre du régime oscillant  $\gamma^{1/2}$  présent dans la solution homogène. C'est le phénomène de résonance qui se produit aussi dans avec un oscillateur harmonique en régime forcé.

En prenant une pulsation de l'ordre de grandeur de la durée de l'accélération positive,

c'est-à-dire 20  $\mu$ s, alors la pulsation du régime forcé vaut  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-6}} \approx 3,14 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ .

Les oscillations forcées donnent une pression très faible pour une petite gamme de longueur d'ondes (voir figure 3-2). C'est la forme typique d'une résonance, il faudrait alors prendre en compte l'amortissement par viscosité pour ne pas diverger.



**figure 3-2 : Pression minimale pour fragmenter, en fonction de la longueur d'onde pour une pulsation de  $\pi \cdot 10^5$**

Bien entendu, nous ne connaissons pas la forme exacte de la pression dans le temps. Mais ce calcul met en avant un effet de l'inertie, qu'il faut prendre en compte. La longueur d'onde la plus amplifiée par cette pulsation se situe autour de 100  $\mu\text{m}$ .

### iii- Créneau

Les deux cas précédents ont l'intérêt de donner un ordre de grandeur, mais la pression y est permanente. Le cas plus réaliste et ayant une solution analytique simple, est celui où la surface est soumise à une pression donnée pendant un certain temps fini. Le terme de pression est alors de la forme :

$$(71) \quad S(t) = \begin{cases} 0 & t < t_1 \\ S_a & t_1 < t < t_2 \\ 0 & t > t_2 \end{cases}$$

Lorsque  $t > t_2$ , la solution particulière d'un tel profil temporel est alors :

$$\begin{aligned}
 F_p &= -\int_{t1}^{t2} \frac{S_a e^{-i\sqrt{\gamma}t}}{-2i\sqrt{\gamma}} dt e^{i\sqrt{\gamma}t} + \int_{t1}^{t2} \frac{S_a e^{i\sqrt{\gamma}t}}{-2i\sqrt{\gamma}} dt e^{-i\sqrt{\gamma}t} \\
 &= -\frac{S_a}{-2\gamma} \left( e^{-i\sqrt{\gamma}t2} - e^{-i\sqrt{\gamma}t1} \right) e^{i\sqrt{\gamma}t} - \frac{S_a}{-2\gamma} \left( e^{i\sqrt{\gamma}t2} - e^{i\sqrt{\gamma}t1} \right) e^{-i\sqrt{\gamma}t} \\
 &= \frac{S_a}{\gamma} \left( \cos\sqrt{\gamma}(t-t2) - \cos\sqrt{\gamma}(t-t1) \right)
 \end{aligned}$$

De la même manière, les cas où  $t < t1$  et  $t1 < t < t2$  sont calculés.

L'amplitude de la déformation en fonction du temps est alors :

$$(72) \quad \eta = \begin{cases} 0 & t < t1 \\ \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} (1 - \cos\sqrt{\gamma}(t-t1)) & t1 < t < t2 \\ \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} (\cos\sqrt{\gamma}(t-t2) - \cos\sqrt{\gamma}(t-t1)) & t > t2 \end{cases}$$

Pour simplifier la compréhension, il est possible d'utiliser un temps et une durée de contact adimensionnels :

$$(73) \quad T = \sqrt{\gamma}(t-t1) ; \quad \Delta T = \sqrt{\gamma}\Delta t = \sqrt{\gamma}(t2-t1)$$

Ce qui donne :

$$(74) \quad \eta = \begin{cases} 0 & T < 0 \\ \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} (1 - \cos T) & 0 < T < \Delta T \\ \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} (\cos(T - \Delta T) - \cos T) & T > \Delta T \end{cases}$$

La valeur maximale est obtenue en maximisant les cosinus, c'est-à-dire qu'au mieux nous aurons  $\eta_M = \eta_0 \frac{2S_a}{\gamma}$  comme déformation maximale. Il y a deux cas limites à ce problème, une impulsion courte ( $\Delta T < \pi$ ) ou une impulsion longue ( $\Delta T > \pi$ ). C'est-à-dire que si l'impulsion est courte, la valeur  $\eta_M$  ne sera pas atteinte dans la deuxième solution ((72)-2), mais éventuellement dans la troisième. Si l'impulsion est longue, nous pourrions alors avoir  $T = \pi$  et  $T < \Delta T$ , la valeur  $\eta_M$  sera alors systématiquement atteinte en utilisant la deuxième solution.

1. Impulsion longue

Dans le cas où  $t_2$  est grand, c'est-à-dire que l'impulsion est longue ( $\Delta T \rightarrow \infty$ ), nous restons dans le deuxième cas de la solution (72). Dans ce cas, l'amplitude maximale est atteinte pour  $T = \pi$  :

$$(75) \quad \eta_{\max} = \eta_M = \eta_0 \frac{2S_a}{\gamma} = \frac{P_a}{\sigma k^2}$$

Nous retrouvons assez logiquement les cas précédents où il y a équilibre entre la pression appliquée et celle générée par la tension de surface (cas statique et régime forcé avec une pulsation très faible), cela à un facteur deux près, dû à l'aspect cinétique. En effet, ici lorsque la pression est appliquée, l'interface est initialement plane. La pression déforme alors la surface jusqu'à ce que la courbure compense la surpression. Or dans ce cas, l'interface a acquis une certaine vitesse et va donc continuer à croître. Une pression de l'ordre de 2 bars conduira à la fragmentation

## 2. Impulsion courte

Si  $t_2$  est proche de  $t_1$ , c'est-à-dire  $\Delta T$  petit ( $\Delta T < \pi$ ), pour atteindre la valeur maximale, il faut utiliser le dernier cas de la solution (72) ( $T > \Delta T$ ). Dans ce cas, la pression de contact est relâchée avant que la déformation de la goutte n'ait atteint son amplitude maximale, elle continue de croître grâce à l'inertie.

$$\eta = \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} (\cos \sqrt{\gamma}(t - t_2) - \cos \sqrt{\gamma}(t - t_1)) = \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} (\cos(T - \Delta T) - \cos T)$$

Avec les temps respectant l'inégalité suivante :

$$(76) \quad 0 < \sqrt{\gamma}(t_2 - t_1) = \Delta T < \pi$$

Le maximum de l'amplitude est obtenu pour un  $\Delta T$  donné quand la dérivée par rapport à  $T$  s'annule.

$$(77) \quad \frac{\partial \eta}{\partial T} = 0 \Rightarrow \sin(T - \Delta T) - \sin T = 0$$

Il faut chercher une solution telle que  $\Delta T \neq 0$ , il est possible de prendre par exemple :

$$(78) \quad T = \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta T}{2} ; \quad \text{soit} \quad \sqrt{\gamma}(t - t_1) = \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{\gamma} \Delta t}{2}$$

Cette solution vérifie bien  $T > \Delta T$ . Alors, l'amplitude maximale s'exprime :

$$\begin{aligned}\eta_{\max} &= \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} \left( \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\Delta T}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\Delta T}{2}\right) \right) \\ &= \eta_0 \frac{S_a}{\gamma} \left( 2 \sin\left(\frac{\Delta T}{2}\right) \right) \\ &= \frac{-P_a}{\sigma k^2} \sin\left(\frac{\sqrt{\gamma} \Delta t}{2}\right)\end{aligned}$$

La pression minimale pour atteindre le critère de fragmentation :

$$(79) \quad \boxed{\eta_{\max} > \frac{2\pi}{k} \Rightarrow P_a > \frac{2\pi\sigma k}{\sin \frac{1}{2}\sqrt{\gamma}\Delta t}}$$

Il est maintenant possible d'estimer la pression nécessaire pour une longueur d'onde typique de :  $\lambda = 10^{-4} m$  ( $k \approx 6,3 \cdot 10^4$ ). Alors le terme d'accélération vaut :

$$\sqrt{\gamma} = \sqrt{\frac{\sigma k^3}{\rho_2 + \rho_1}} = \sqrt{\frac{0,5 \times 250 \cdot 10^{12}}{5 \cdot 10^3}} = 5 \cdot 10^{4,5}$$

La durée de contact qui fait la transition entre impulsion courte et impulsion longue est :

$$\Delta t_{\max} = \frac{\pi}{\sqrt{\gamma}} = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Ainsi, pour un temps inférieur à vingt microsecondes, la pression nécessaire pour avoir fragmentation est supérieure à celle en régime forcé.

Pour des temps courts par rapport à cette valeur, la pression à appliquer peut s'estimer

$$\text{par : } P_a > \frac{2\pi\sigma k}{\sin \frac{1}{2}\sqrt{\gamma}\Delta t} \approx \frac{2\pi\sigma k}{\frac{1}{2}\sqrt{\gamma}\Delta t} \approx \frac{2\pi\sqrt{\sigma(\rho_2 + \rho_3)}}{\frac{1}{2}\sqrt{k}\Delta t} \text{ c'est-à-dire que la pression minimale est}$$

inversement proportionnelle à son temps d'application.

Si nous prenons par exemple un temps de pressurisation de cinq microsecondes :

$$P_a > \frac{2\pi\sigma k}{\sin \frac{1}{2}\sqrt{\gamma}\Delta t} = \frac{2\pi \times 0,5 \times 6,3 \cdot 10^4}{\sin 0,39} \approx 5 \cdot 10^5$$

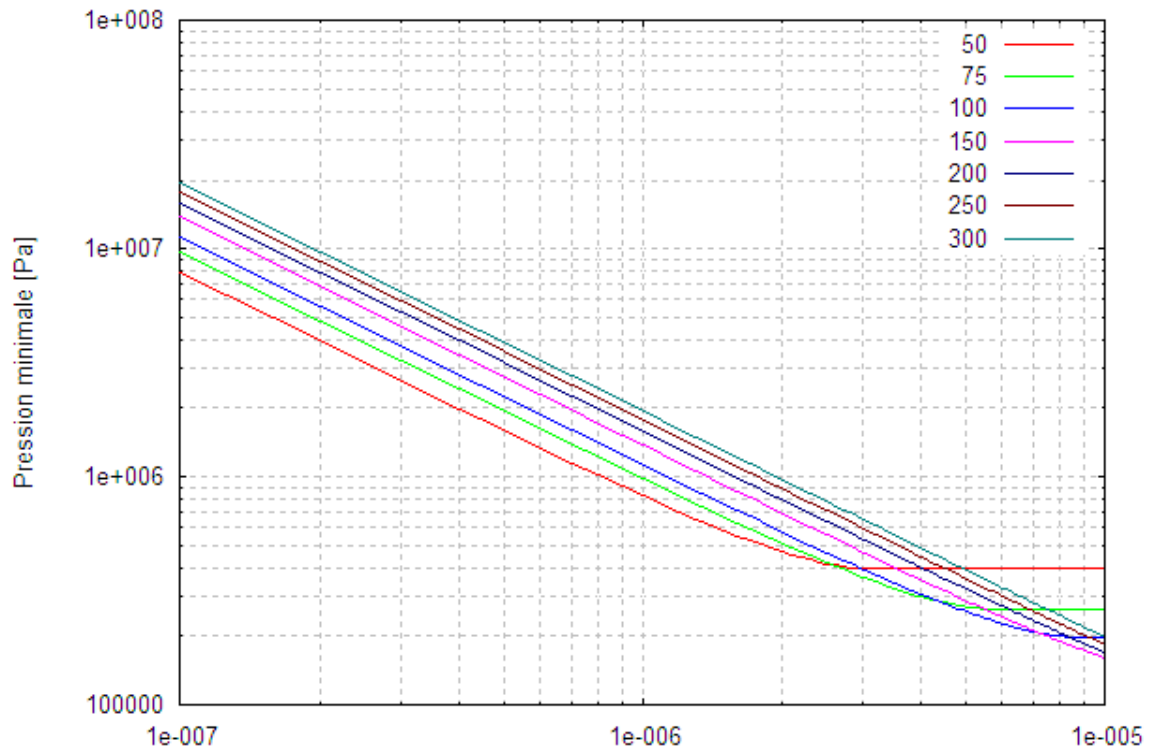
Il faut une pressurisation de 5 bars pendant 5  $\mu s$  ou une pression de 25 bars pendant une microseconde ou encore 0,5 GPa pendant 5 ns. C'est-à-dire que pour des temps courts, la déformation dépend de l'impulsion :

$$P_a \Delta t = I > 2 \text{ Pa.s}$$

Il y a une pression seuil d'environ 2 bars en dessous de laquelle même si le temps est infini, il n'y aura pas de fragmentation à cette longueur d'onde (résultat de l'impulsion longue). Sur la figure 3-3 sont tracés quelques exemples de pression minimale en fonction du temps pour



différentes longueurs d'ondes. Il apparaît que la longueur d'onde qui demande le moins de pression dépend du temps d'application.



**figure 3-3 : Pression minimale en fonction du temps de contact pour plusieurs longueurs d'onde (de 50 à 300  $\mu\text{m}$ )**

Une résolution numérique nous donne que pour un  $dt$  donné, la longueur d'onde qui nécessitera la pression la plus faible sera telle que :

$$(80) \quad 1/2 \sqrt{\gamma} \Delta t = 0,9674$$

À partir de ce résultat, la longueur d'onde qui nécessitera le moins de pression est tracée en fonction du temps de contact figure 3-4 :

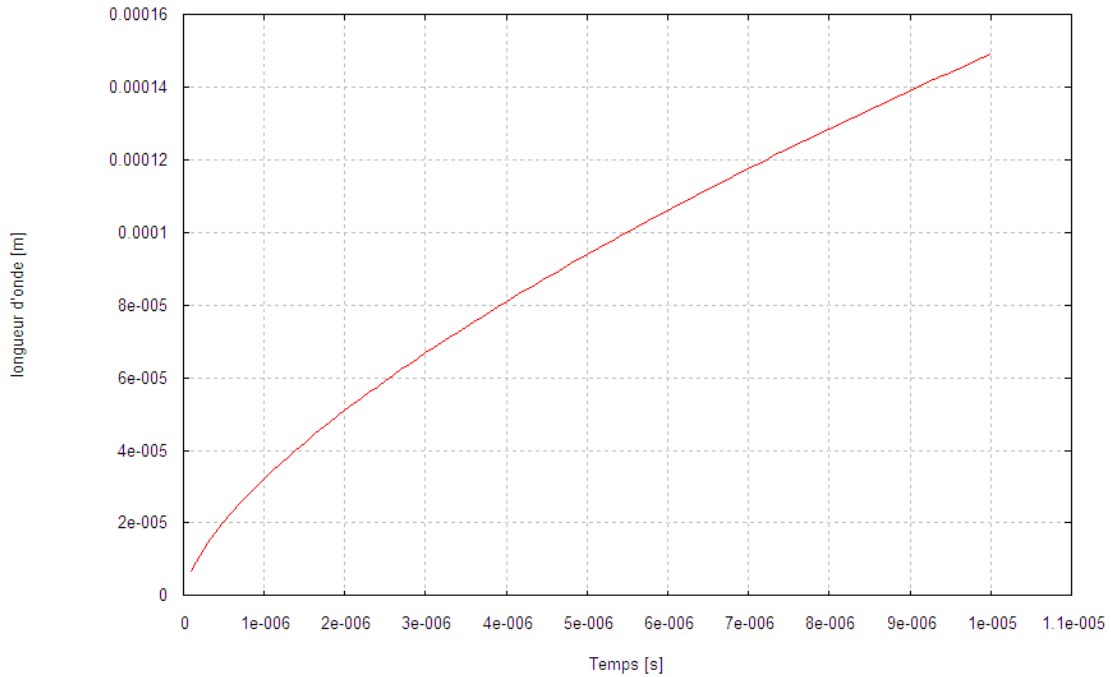


figure 3-4 : Longueur d’onde la plus amplifiée en fonction de la durée du contact

Les longueurs d’ondes les plus amplifiées correspondent en ordre de grandeur aux longueurs d’ondes de contact obtenues par la dynamique de film et le modèle d’IRT. Par exemple, un temps d’application de 5,5  $\mu\text{s}$  correspondant à une longueur d’onde la plus amplifiée de 100  $\mu\text{m}$ , nous retombons sur les résultats précédents où les longueurs d’ondes typiques sont de 100  $\mu\text{m}$ , et un temps de 5  $\mu\text{s}$  peut être considéré comme bref suivant le résultat du chapitre 2.

Lorsque le temps d’application tend vers zéro et la pression vers l’infini, il est possible de considérer la pression comme un Dirac.

iv- *Pression quelconque*

Il n’y a pas de raison pour que la pression soit constante durant tout le temps que dure le contact. Le cas plus général où la surface est soumise à une pression à partir du temps 0 et dure un temps  $t_1$ , amène comme solution :

$$F_p = -\int_0^{\min(t,t_1)} \frac{S e^{-i\sqrt{\gamma}t}}{-2i\sqrt{\gamma}} dt \cdot e^{i\sqrt{\gamma}t} + \int_0^{\min(t,t_1)} \frac{S e^{i\sqrt{\gamma}t}}{-2i\sqrt{\gamma}} dt \cdot e^{-i\sqrt{\gamma}t}$$

Pour résoudre lorsque  $S$  est quelconque, il faut le faire numériquement entre 0 et  $t_1$  :

$$F_p = -e^{i\gamma t} \sum_{n=0}^N \frac{S \left( \frac{n \cdot \min(t,t_1)}{N} \right) e^{-i\sqrt{\gamma} \frac{n \cdot \min(t,t_1)}{N}}}{-2i\sqrt{\gamma}} \frac{\min(t,t_1)}{N} + e^{-i\gamma t} \sum_{n=0}^N \frac{S \left( \frac{n \cdot \min(t,t_1)}{N} \right) e^{i\sqrt{\gamma} \frac{n \cdot \min(t,t_1)}{N}}}{-2i\sqrt{\gamma}} \frac{\min(t,t_1)}{N}$$

Bien entendu, il est plus intéressant de se placer à un temps plus grand que  $t_1$ , pour avoir la croissance maximale donc :

$$(81) \quad F_p = -e^{i\sqrt{\gamma}t} \sum_{n=0}^N \frac{S\left(\frac{nt_1}{N}\right) e^{-i\sqrt{\gamma}\frac{nt_1}{N}}}{-2i\sqrt{\gamma}} \frac{t_1}{N} + e^{-i\sqrt{\gamma}t} \sum_{n=0}^N \frac{S\left(\frac{nt_1}{N}\right) e^{i\sqrt{\gamma}\frac{nt_1}{N}}}{-2i\sqrt{\gamma}} \frac{t_1}{N}$$

Et  $\eta = \eta_0 F_p$

Cette expression sera utilisée dans la suite pour calculer la déformation de la goutte en fonction des pressions obtenues par les modèles de pressurisation envisagés.

### **III. Mécanismes pouvant générer une pression menant à la fragmentation**

Après avoir obtenu les ordres de grandeurs de la pression minimale à appliquer sur la goutte, il faut déterminer si des mécanismes envisageables durant le contact peuvent mener à cette surpression.

#### **III-a. Choc thermique liquide – liquide**

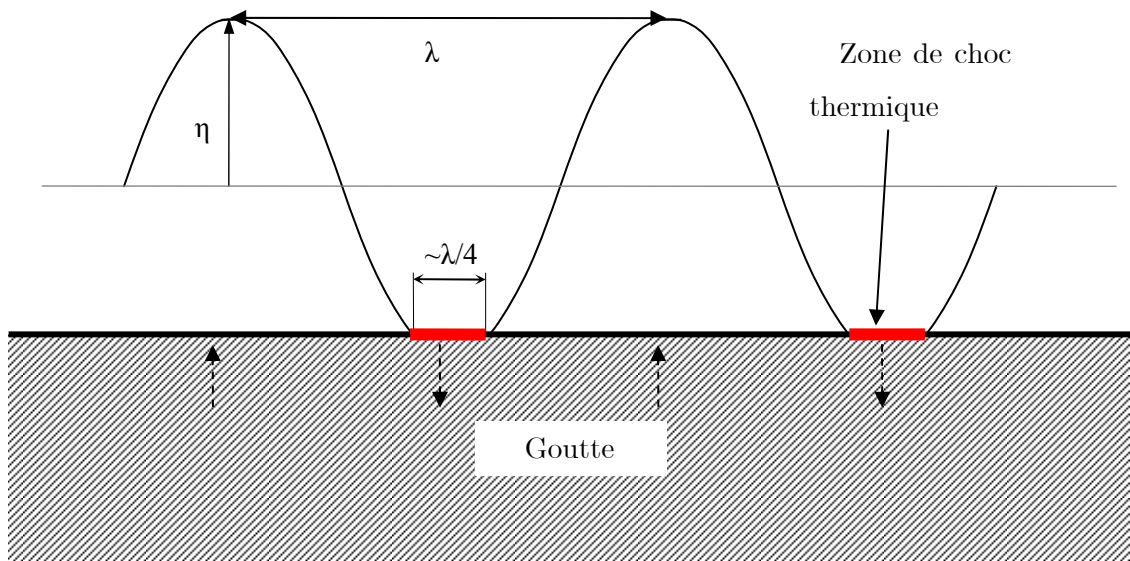
##### *i- Généralités*

Le modèle de fragmentation implique que lorsque les pics de liquide croissent assez vite, ils entrent en contact avec la goutte. Il en résulte alors un choc thermique entre ces deux corps. Le modèle de choc thermique part d'un état initial où les deux corps semi infinis ont leur propre température et sont mis en contact au temps  $t = 0$ . Cette montée très brutale de la température pour le liquide froid (ici l'eau) a pour conséquence une augmentation de la pression. En effet, la température augmente plus rapidement que le liquide ne se détend : la pression augmente. Une modélisation fine et réaliste de ce problème semble hors de portée analytiquement et numériquement.

Les modèles de choc thermique utilisé pour aborder ce problème sont effectués en géométrie unidimensionnelle. Ce calcul monodimensionnel est une modélisation « grossière » du cas réel. En effet, la zone de contact est limitée dans l'espace, la pression générée par le choc thermique n'est donc pas contrainte strictement à une dimension. Le fluide ne se détend pas alors seulement perpendiculairement à la surface de la goutte, il peut aussi se détendre sur les côtés. Néanmoins, dans les premiers instants ( $\sim 2 \cdot 10^{-8}$  s), ce calcul est juste au centre

du jet, le phénomène peut être considéré monodimensionnel tant qu'une onde de détente provenant du bord du jet n'a pas encore atteint le centre. Une fois le centre perturbé par cette onde de détente, le calcul effectué n'est plus exact. Mais la pression n'est pas pour autant totalement relâchée et les transferts thermiques continuent. Le calcul monodimensionnel donne alors une idée de la pression qui est une limite haute. De plus la surface de contact évolue dans le temps.

Suivant la géométrie du contact considérée, la pression sera maintenue plus ou moins longtemps. Leclerc [55] considère que la surface du pic de liquide froid qui s'approche de la surface chaude « s'aplatit » et conduit à un contact entre surfaces. La surface de mise en contact est généralement prise de l'ordre du quart de la longueur d'onde (elle varie de zéro à une demi-longueur d'onde). Selon cette géométrie, le calcul unidimensionnel reste valable au centre du jet tant qu'une onde de détente n'y est pas revenue. Notre modélisation ne nécessite pas de spécifications de ce type, puisque nous ne recherchons que des ordres de grandeurs. Nous cherchons à montrer que les contacts sont capables d'entraîner la fragmentation de la goutte.



**figure 3-5 : Schéma de la zone de contact**

Dans la suite, la pression est calculée sans prendre en compte cet aspect multidimensionnel.

*ii- Modèle analytique de Cooper*

Le modèle analytique de Cooper [27] donne l'évolution de la pression à l'interface, dans le cas d'un choc thermique monodimensionnel entre deux fluides semi-infinis, en fonction de l'état des corps avant le contact. Les équations d'états sont très simplifiées, les coefficients calorimétriques et la vitesse du son sont constants.

Lorsque le temps est très supérieur aux temps caractéristiques de propagations de la température dans les liquides ( $t \gg \tau_i$ ), la pression s'exprime :

$$(82) \quad P_i(t) = P_0 + \frac{\beta_1}{\gamma_1} \Delta T \frac{c_2 \rho_2}{c_2 \rho_2 + c_1 \rho_1} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{\tau_1}{t} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\lambda \beta_2}{\gamma_2} \Delta T \frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2 + c_1 \rho_1} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{\tau_2}{t} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Où } \lambda = \sqrt{k_1 \rho_1 C p_1 / k_2 \rho_2 C p_2}, \quad \Delta T = \frac{(T_2 - T_1) k_2 \sqrt{\alpha_1}}{k_2 \sqrt{\alpha_1} + k_1 \sqrt{\alpha_2}}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}, \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}, \quad \tau_i = \frac{\alpha_i}{c_i^2},$$

$\alpha_i = \frac{k_i}{\rho_i C p_i}$ ,  $c_i$  est la vitesse du son. Les indices « 1 » et « 2 » désignent indifféremment le

fluide chaud ou le fluide froid ( $\tau_i \approx 10^{-12}$  s).

En utilisant ce modèle analytique, nous nous apercevons qu'un paramètre a une importance de premier ordre, c'est le coefficient d'expansion thermique de l'eau  $\beta$ . Celui-ci varie d'environ un facteur dix entre la température de l'eau froide et la température à saturation ( $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  à 290 K et 1 bar contre  $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  à 500 K et 30 bars).

Il semble que précédemment (Leclerc [55], Cooper [27]) les calculs aient été effectués avec de l'eau froide et à pression ambiante. Or, le contact entre liquide se réalise lorsque le film est comprimé et le profil de température dans l'eau a pour conséquence que celle-ci est proche de la saturation avant contact. Alors, nous prenons une température d'eau à la saturation sous la pression à l'instant du contact comme condition initiale. Dans le cas standard, nous avons vu que le contact a lieu (avec le modèle) à 27  $\mu$ s, à cet instant, la pression du film est d'environ 15 bars.

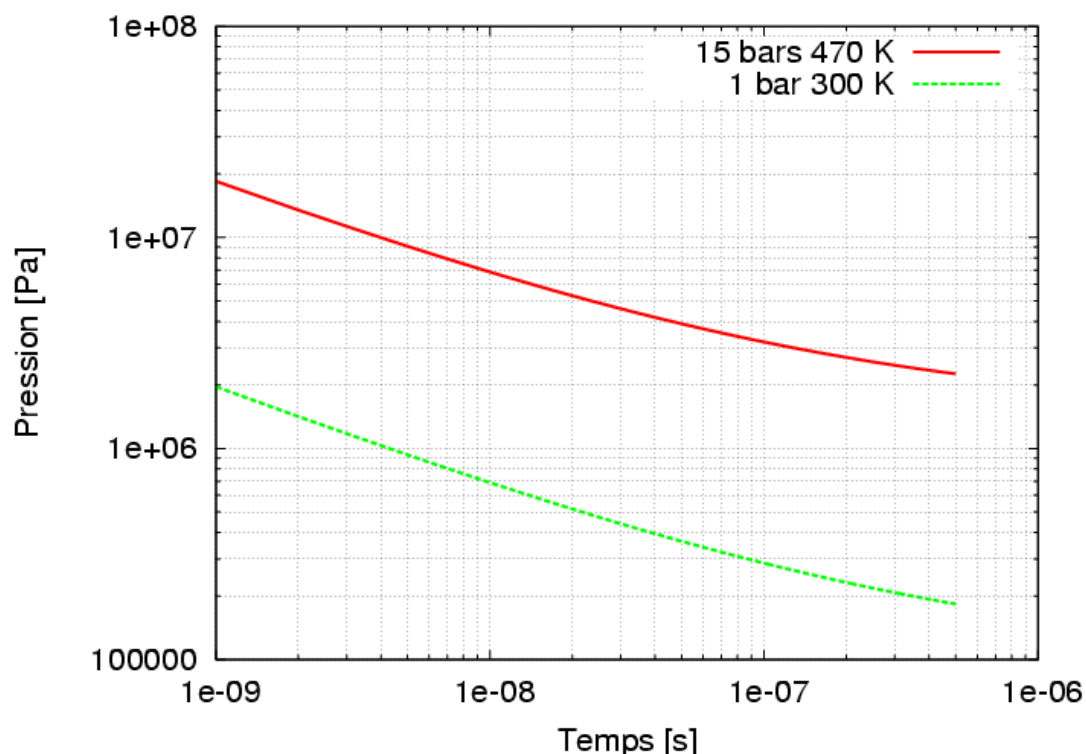
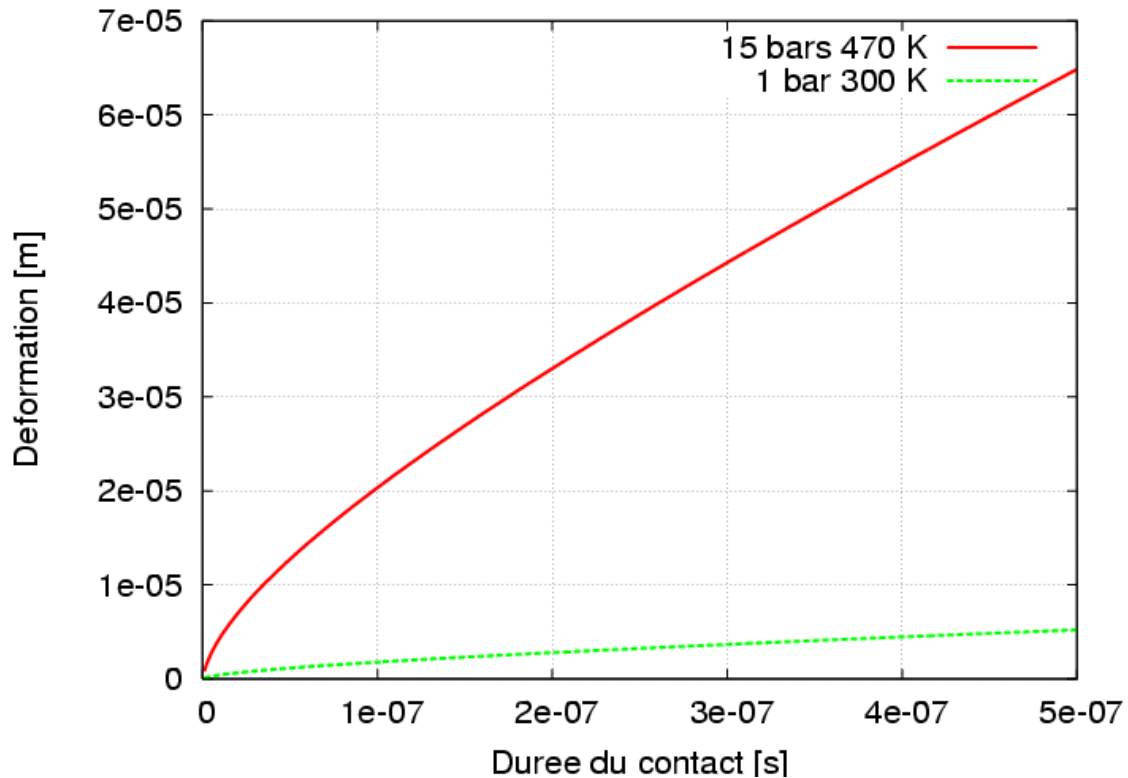


figure 3-6 : Pression obtenue avec le modèle de Cooper pour deux conditions initiales

En fonction du choix des conditions initiales (figure 3-6), nous observons qu'il y a un facteur dix sur la pression. Il faut noter que la courbe à 1 bar 470 K (en rouge) retrouve exactement les résultats publiés de Cooper/Leclerc avec le couple FeOx/eau. Avec les conditions initiales de température et de pression valant celle du film au moment du contact, la pression est bien plus grande qu'avec les conditions initiales prises à l'infini.



**figure 3-7 : Déformation obtenue pour une longueur d'onde de 100  $\mu\text{m}$  pour deux conditions ambiantes en fonction du temps de contact**

En utilisant les pressions obtenues par ce modèle (82) dans l'équation (81) pour les deux conditions initiales, nous pouvons estimer la déformation de la goutte (figure 3-7). Nous remarquons qu'en considérant une température d'eau froide à 1 bar, la déformation étant faible il est impossible d'atteindre le critère de fragmentation. Par contre bien que le critère ne soit pas satisfait pour des conditions initiales de 1,5 MPa et 470 K ( $T_{\text{sat}}$ ), la déformation est conséquente à partir d'un temps de contact d'environ 0,5  $\mu\text{s}$ .

En changeant les conditions initiales du calcul, le choc thermique passe d'un phénomène quasi insignifiant à un phénomène capable de fragmenter la goutte. Lors d'un tel choc, l'eau passe d'une température modérée à une température très élevée proche de celle de la goutte sur une petite épaisseur. Le coefficient d'expansion thermique variera fortement, la pression résultante sera attendue encore plus élevée. Il est aussi évident que si le temps de contact se prolongeait, la déformation serait plus grande.

### *iii- Calcul numérique*

Les résultats analytiques dépendent fortement des propriétés physiques des matériaux, il semble alors très abusif de considérer que ces grandeurs sont constantes ou varient linéairement, sur un écart de température de plus de 1000 K (entre avant et après contact) et sur un écart de pression d'un facteur au moins 100 (d'après le modèle de Cooper). Pour

prendre en compte les variations de ces propriétés physiques, il faut utiliser une méthode numérique.

Les travaux précédents réalisés par Perret [74] et Cooper [27], montrent qu'après un temps d'environ  $10^{-12}$ s, la température de l'interface a atteint sa valeur classique et ne varie plus. Cette température est calculée grâce à l'équation suivante :

$$(83) \quad T_{\text{interface}} = \frac{\beta_l T_l + \beta_c T_c}{\beta_l + \beta_c} \quad \text{avec } \beta_i = \sqrt{\rho_i \cdot C p_i \cdot k_i}$$

Cette équation implique que pour une température de goutte au-dessus de 750K la température d'interface est au-dessus de la température critique, la transition de l'eau liquide à la vapeur se fera sans nucléation à l'interface. Le calcul de cette température repose sur l'égalité des flux à l'interface. Néanmoins, lorsque la chaleur se propage, les grandeurs qui interviennent évoluent. Cette température d'interface varie donc. L'eau passant d'un état liquide dense à un état peu dense de type gazeux, sa conductivité chute. La goutte a une conductivité élevée par rapport à l'eau et sa densité varie peu, nous pouvons donc nous attendre à ce que la température d'interface augmente au court du temps. Nous utilisons donc un modèle calculant la température dans la goutte, en imposant comme condition que les flux à l'interface sont identiques de part et d'autre. Mais, les résultats montrent qu'elle est relativement constante durant le temps considéré.

Pour évaluer l'évolution du liquide au court du temps, nous réalisons un calcul de choc thermique monodimensionnel. Suite au choc, le liquide chaud va se refroidir, ce qui provoque une contraction. Ce phénomène va diminuer la pression à l'interface, néanmoins, sa contraction est bien moindre que la dilatation du liquide froid qui lui tend à se vaporiser, il est donc ignoré dans la suite. Les équations suivantes sont résolues par la méthode des caractéristiques pour les deux premières (voir annexe IV-a) et explicitement pour la dernière. Elles sont fermées par l'équation d'état de l'eau d'après les tables NBS/NRC [43] :

$$(84) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho v = 0$$

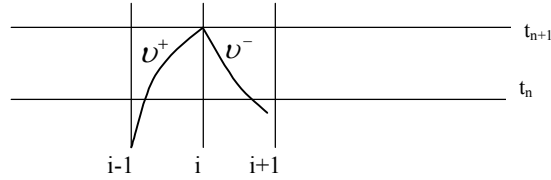
$$(85) \quad \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$(86) \quad \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} k \frac{\partial T}{\partial x} - \rho c_v v \frac{\partial T}{\partial x} - T \frac{\partial P}{\partial T} \bigg|_{\rho} \frac{\partial v}{\partial x}$$

La méthode des caractéristiques a pour principe de dire que lors du calcul du pas de temps suivant, chaque point ne dépend que d'un domaine spatial restreint du pas de temps courant. Ce domaine est délimité par les courbes caractéristiques, qui correspondent à la vitesse du son dans un sens et dans l'autre et qui arrivent au point à calculer (figure 3-8). La

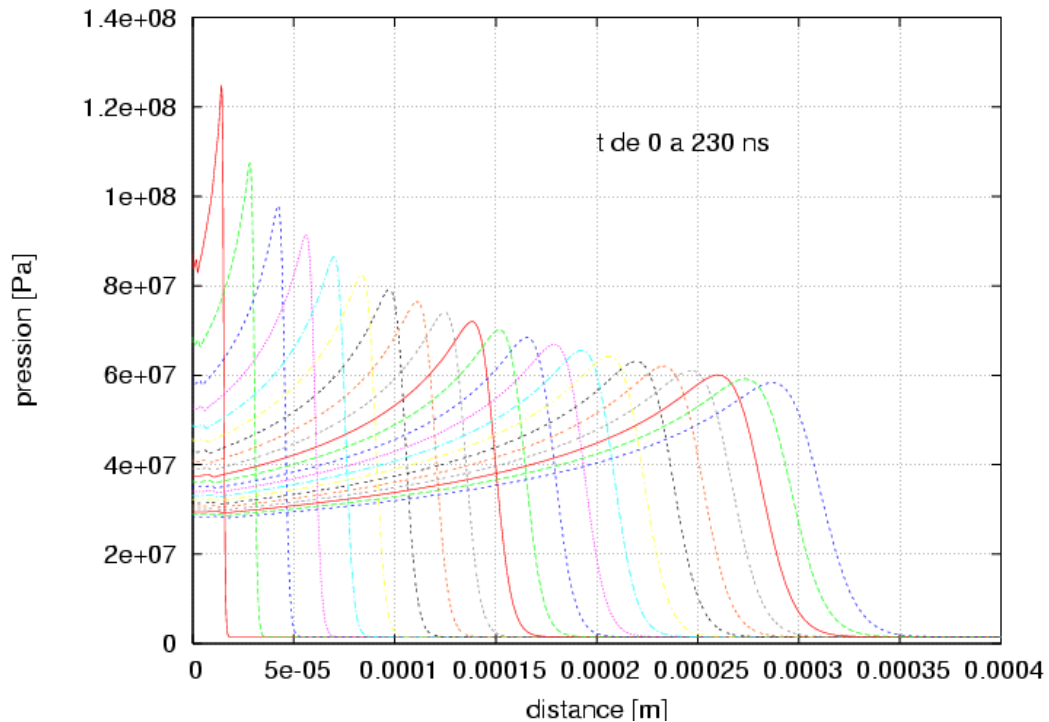


température d'interface est mise à sa valeur limite à l'instant initial (équation (83)). En effet, son temps d'établissement est de l'ordre de  $10^{-12}$  s (Perret [74]), ce qui est très faible par rapport aux valeurs de temps de contact nécessaires pour déformer la goutte qui sont au minimum de l'ordre de  $10^{-8}$  s d'après les résultats du modèle analytique (figure 3-7).



**figure 3-8 : Schéma de la méthode des caractéristiques, représentant le maillage spatio-temporel et les courbes caractéristiques ( $v_{\pm}$ )**

Nous pouvons alors calculer la propagation de la pression ainsi que la densité et la température dans l'eau.



**figure 3-9 : Choc thermique dans l'eau, propagation de la pression**

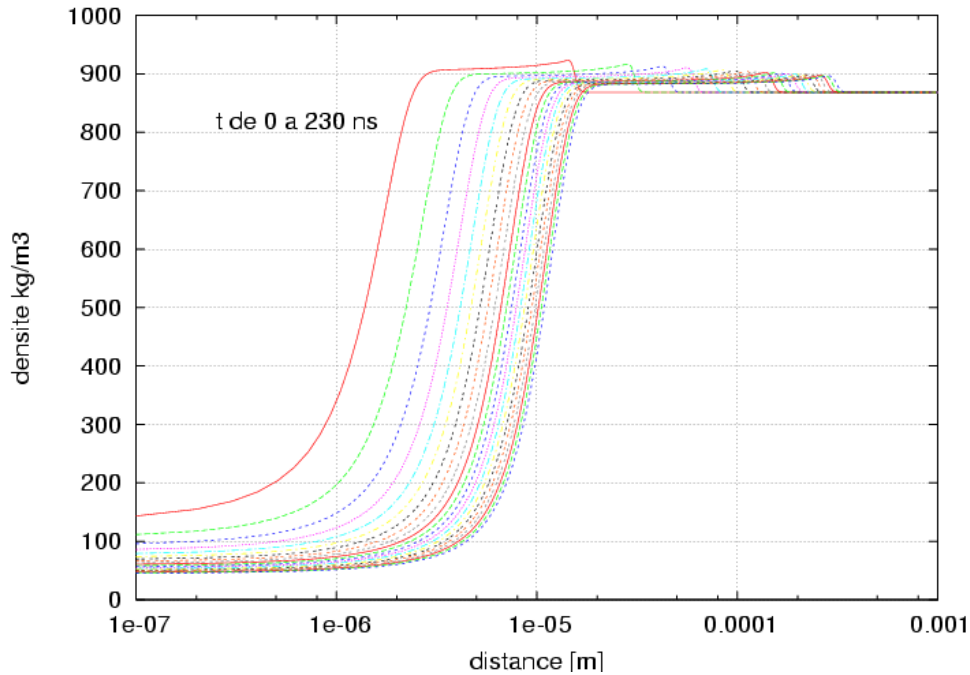
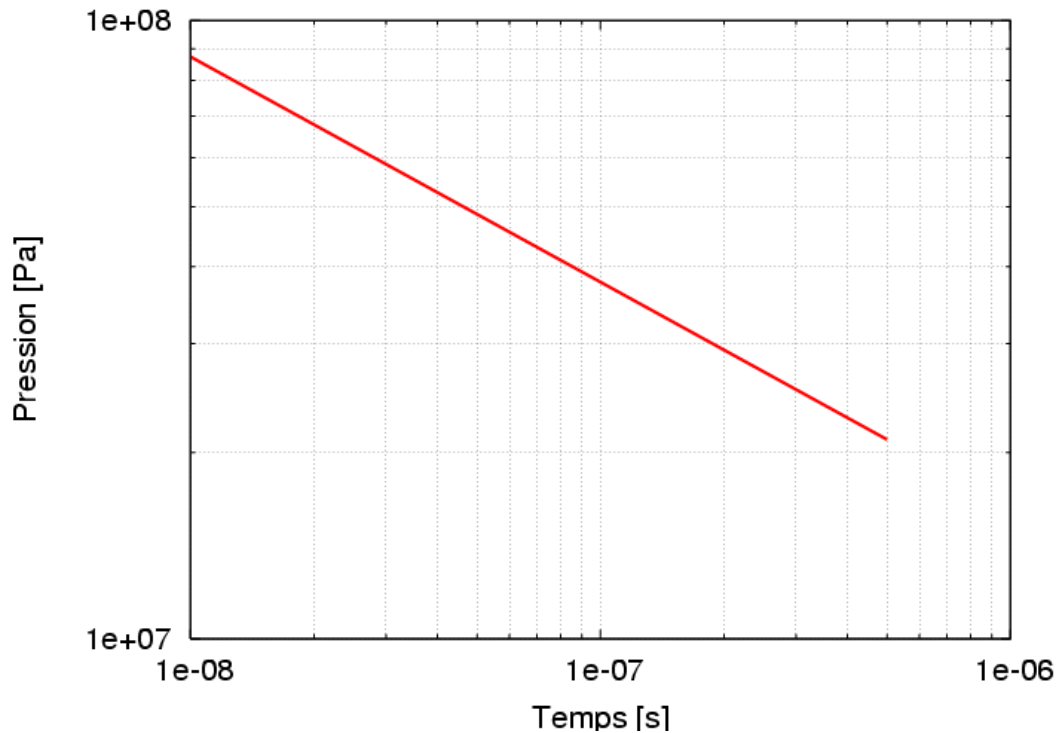


figure 3-10 : Choc thermique dans l'eau, propagation de la densité

La figure 3-9, représentant la propagation de la pression dans le liquide, met en évidence qu'une partie de l'eau au contact du combustible est supercritique ( $P > 22$  MPa). Une couche supercritique sépare alors le liquide du combustible. À l'intérieur de cette couche se développe un film d'eau supercritique à basse densité (figure 3-10). Une fois la pression relâchée, ce film laissera place à un film de vapeur. Donc ce dernier n'est pas créé par nucléation.

L'historique de la pression à l'interface est tracé sur la figure 3-11. Lors du contact, la pression dans la vapeur est de l'ordre de plusieurs dizaines de bars, et le liquide a une couche limite thermique qui part de la saturation au niveau de la vapeur, et qui diminue progressivement jusqu'à la température froide. Pour ces raisons, le profil est calculé avec :

- une pression initiale de 15 bars ;
- une eau à saturation (470K) ;
- une température d'interface de 2000K.



**figure 3-11 : Surpression à l'interface en fonction du temps avec initialement 15 bars**

Nous avons 90 MPa au maximum, ce qui est énorme, mais n'est pas si élevé qu'il y paraît si nous comparons aux 150 MPa obtenus par Perret avec une température de goutte beaucoup plus faible. De plus, en utilisant les tables de l'eau, avant contact nous avons une eau à 1,5 MPa et à 470 K ce qui correspond à une densité de  $868 \text{ kg/m}^3$ . En considérant qu'une fraction de l'eau passe à 2000 K très rapidement, donc quasiment sans variation de densité, les tables donnent une pression de 1,8 GPa. Cette pression ne peut cependant être atteinte que sur un pic infiniment mince.

À partir de la surpression — différence entre la pression à l'interface et la pression dans le film (qui varie peu durant les  $0,5 \mu\text{s}$ ) — il est alors possible d'obtenir la déformation de la goutte par intégration (équation (81)). Pour une longueur d'onde typique de  $100 \mu\text{m}$  le critère de fragmentation est alors atteint pour une durée de contact d'au moins 4 ns (figure 3-12). Notons qu'au-delà des  $100 \mu\text{m}$  de déformation, nous ne sommes absolument plus dans le domaine linéaire et la déformation calculée ne donne que la tendance.

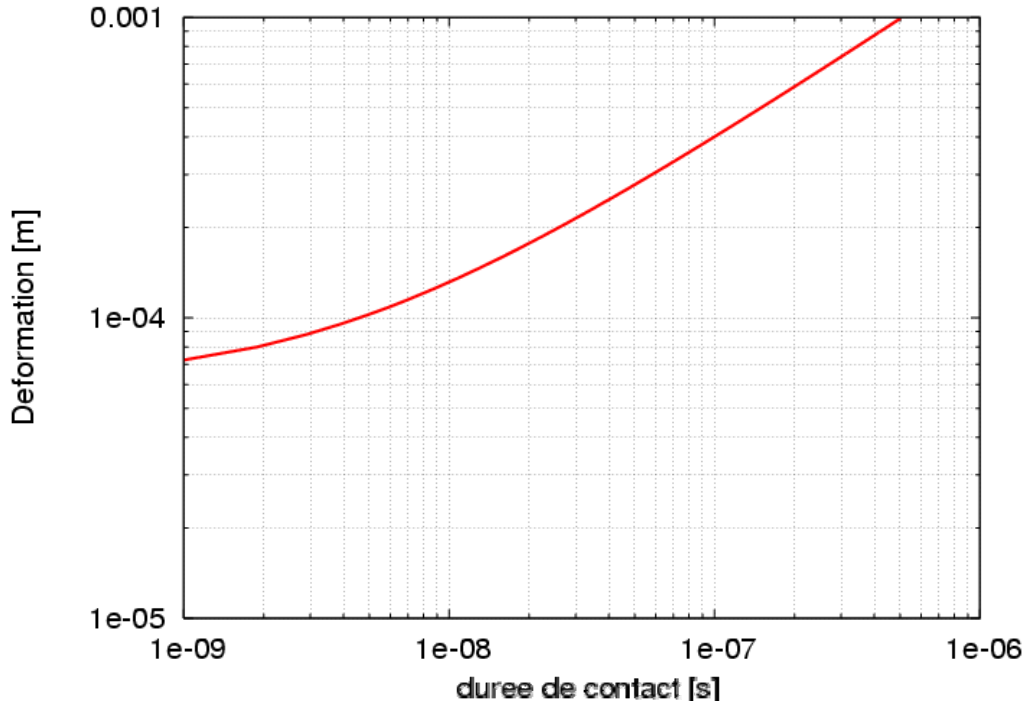


figure 3-12 : Déformation de la goutte soumise à la pression générée par le choc thermique, pour une longueur d'onde de 100  $\mu\text{m}$

Sur la figure 3-13, nous traçons le temps qu'il faut pour atteindre la déformation maximale en fonction du temps de contact. Ce temps est d'environ 10  $\mu\text{s}$ . Il est très long comparé au temps de contact.

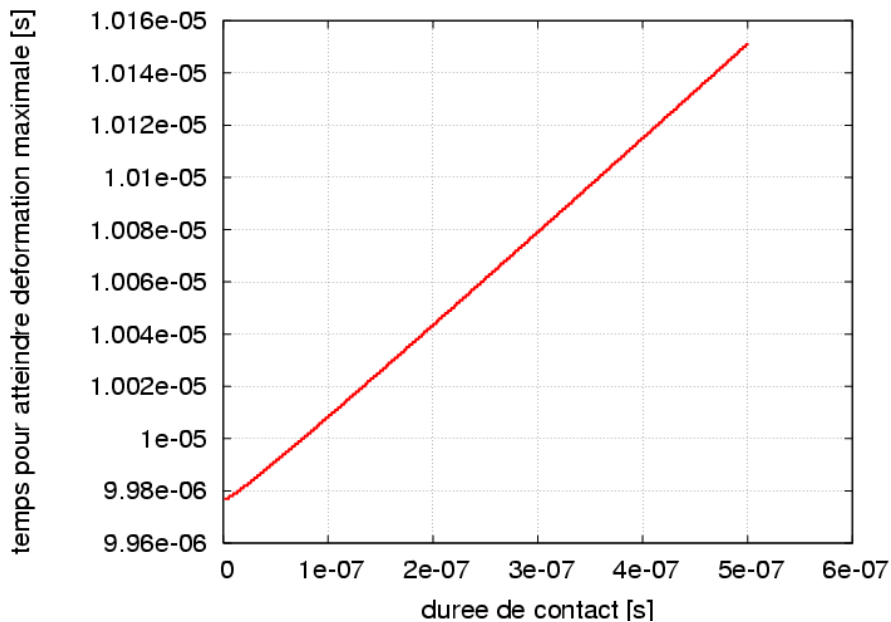
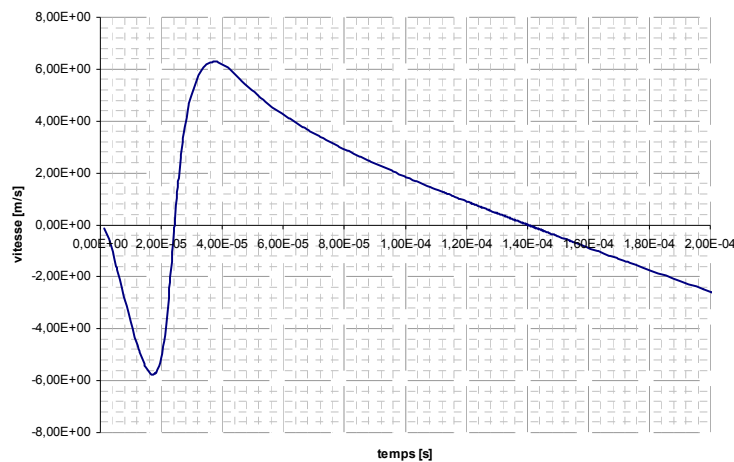


figure 3-13 : Temps nécessaire pour atteindre la déformation maximale en fonction de la durée du contact.

Ceci implique que l'interface est déjà loin de celle de la goutte lorsque la déformation est maximale (le film a une épaisseur de 100  $\mu\text{m}$  dans le cas standard), ce qui peut correspondre

au moment où la fragmentation se termine. Nous supposons donc que l'apport de vapeur consécutif à la fragmentation se produit durant la phase de croissance de la bulle. Il en découle que le principal effet de la fragmentation sur la dynamique de film est d'accroître la quantité de vapeur dans le film lors de sa détente et par conséquent d'augmenter son épaisseur maximale.

Une croissance de 100  $\mu\text{m}$  prenant environ 10  $\mu\text{s}$ , cela nous fait une vitesse moyenne du pic de 10 m/s. L'ordre de grandeur de la vitesse de l'interface étant de 5 m/s (figure 3-14), la vitesse du pic est juste assez grande pour permettre aux fragments de parvenir dans l'eau. Quoi-qu'il en soit, il n'est pas impossible que la mise en contact des fragments avec l'eau ait lieu à la compression suivante.



**figure 3-14 : Vitesse de l'interface eau/vapeur du cas standard**

#### *iv- Discussion*

Avec le modèle de Cooper la pression consécutive au choc thermique est beaucoup plus faible qu'avec le calcul complet par la méthode des caractéristiques et le critère de fragmentation est difficilement atteint. La différence entre la solution analytique et numérique peut s'expliquer par le fait que la solution analytique prend une équation d'état simplifiée ne prenant pas en compte les changements d'état. Les écarts de températures font que les constantes thermodynamiques varient fortement et que le comportement de l'eau supercritique est très différent de celui de l'eau sous critique. Physiquement, le liquide froid passe dans un état supercritique à haute température. Sa densité à pression ambiante étant faible, la pression au contact est maintenue longtemps.

D'après ces calculs, une fragmentation de la goutte suite à un contact et à une pressurisation par choc thermique semble envisageable. Néanmoins, les conditions de réalisation d'un tel contact ne sont pas évidentes.

### III-b. Pressurisation par évaporation

Étant donné les faibles valeurs de pression nécessaire à la fragmentation, il est possible d'envisager un mécanisme sans réel contact. En effet, à cause des fortes différences de température entre la goutte et l'eau, des temps caractéristiques très courts, il semble incertain que de réels contacts puissent avoir lieu. Nous envisageons alors que les fluides restent séparés par une mince couche de vapeur sous pression. Nous parlerons alors de pseudo-contacts. Ces pseudo-contacts ont pour conséquence une forte évaporation locale et donc une pressurisation locale, menant à la fragmentation. Il faut noter que l'effet est double, cette évaporation augmente les instabilités goutte/vapeur, mais diminue la croissance des instabilités eau/vapeur.

Nous pouvons évaluer cette pression en ajoutant un transfert de masse spatialement hétérogène dans les équations d'IRT que nous avons développé.

#### *i- Effet de l'évaporation sur les instabilités*

L'effet de cette évaporation sur les équations d'instabilités porte essentiellement sur la continuité de la vitesse à l'interface (flux massique). Pour illustrer le propos, le calcul est effectué en considérant l'interface eau vapeur seule. Nous reprenons les hypothèses et les notations de la modélisation des IRT du chapitre 2, voir figure 2-1 pour les notations. Nous reprenons le calcul à partir de l'équation (36).

Nous avons pris l'interface plane, il n'y a pas de contribution de la tension de surface dans l'équation de base. Nous avons choisi de nous placer dans le repère lié à l'interface eau/vapeur, qui est donc fixe. Avec évaporation, l'écoulement de base du fluide a maintenant une vitesse non nulle. Notons  $J_0$  le flux massique d'évaporation non perturbé par unité de surface. Pour avoir l'interface fixe dans le repère, il faut que la vitesse de la phase  $i$  à l'interface s'annule avec le flux massique d'évaporation  $J_0$  :

$$V_i + \frac{J_0}{\rho_i} = 0 \text{ et donc } V_i = \frac{-J_0}{\rho_i}$$

Nous avons arbitrairement choisi que le flux massique est positif lorsque de l'eau se transforme en vapeur. En l'absence de perturbation, le saut de pression à l'interface est nul.

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi_{i0}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi_{i0}}{\partial y} \right)^2 + (\ddot{\delta} + \ddot{R})y \right) \right]_2^3 = 0$$

Par hypothèse, la vitesse est uniforme dans les deux fluides, ce qui permet d'exprimer directement le potentiel des vitesses :

$$(87) \quad V_i = \frac{\partial \varphi_{i0}}{\partial y} = -\frac{J_0}{\rho_i} \Rightarrow \varphi_{i0} = -\frac{J_0}{\rho_i} y + c(t) \text{ et } \varphi_{i0}(y=0) = c$$

Où  $c$  est une fonction quelconque du temps découlant de l'intégration.

La dérivée temporelle du potentiel est alors :  $\dot{\varphi}_{i0} = -\frac{\dot{J}_0}{\rho_i} y + \dot{c}(t)$ , soit  $\dot{\varphi}_{i0}(y=0) = \dot{c}(t)$ , ce

qui donne le saut de pression de l'écoulement de base (en  $y = 0$ ) :

$$(88) \quad \left[ \rho \left( \frac{\partial}{\partial t} c + \frac{1}{2} \left( \frac{-J_0}{\rho_i} \right)^2 \right) \right]_2^3 = 0$$

### 1. Perturbation

Nous perturbons maintenant l'interface eau/vapeur. De même que pour l'écoulement de base, la vitesse de l'interface perturbée vaut la vitesse du fluide corrigée par le flux massique perturbé. Notons  $J'$  la perturbation du flux et  $\varphi_i$  la perturbation du potentiel :

$$(89) \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = V_i + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} + \frac{J' + J_0}{\rho_i} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} + \frac{J'}{\rho_i} \text{ avec } J' + J_0 = J = \frac{[k\nabla T]_p^B}{L_v}$$

Le flux massique est toujours proportionnel au saut de flux thermique à l'interface, seulement, ces flux thermiques seront modifiés par la perturbation.

Pour le potentiel des vitesses, nous avons toujours la même forme donnée par l'équation de Laplace :

$$(90) \quad \begin{aligned} \varphi_3 &= A_3 e^{-ky} e^{ikx} \\ \varphi_2 &= A_2 e^{ky} e^{ikx} \end{aligned}$$

Nous introduisons la vitesse perturbée dans le saut de pression à l'interface, pris maintenant en  $y = \eta$  :

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi_{i0} + \varphi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi_{i0} + \varphi_i}{\partial y} \right)^2 + (\ddot{\delta} + \ddot{R})\eta \right) \right]_2^3 = -\sigma \partial_{xx} \eta$$

La dérivée temporelle du potentiel de base donne alors :  $\dot{\varphi}_{i0} = -\frac{\dot{J}_0}{\rho_i} \eta + \dot{c}(t)$ . L'expression

de la vitesse de base n'est en revanche pas modifiée :  $\frac{\partial \varphi_0}{\partial y}(y=\eta) = -\frac{J_0}{\rho_i}$ .

$$\left[ \rho \left( -\frac{\dot{J}_0}{\rho_i} \eta + \dot{c} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{-J_0}{\rho_i} \right)^2 + V_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + (\ddot{\delta} + \ddot{R})\eta \right) \right]_2^3 = -\sigma \partial_{xx} \eta$$

En utilisant l'équation de base (88) et en ne conservant que les termes de degré 1, un terme dû au flux massique apparaît dans le saut de pression à l'interface :

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + V_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta \right) \right]_2^3 = -\sigma \left( \sum_k -k^2 \eta_k \right)$$

En utilisant (89) et (90) en  $y = \eta$ , nous obtenons :

$$\left[ \rho \left( \sum_k \dot{A} e^{\pm k \eta_k} e^{ikx} - \frac{J_0}{\rho_i} \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{J'}{\rho_i} \right) + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta \right) \right]_2^3 = -\sigma \left( \sum_k -k^2 \eta_k \right)$$

Les instabilités sont supposées faibles, nous avons alors  $e^{\pm k \eta} \approx 1$ . En dérivant (89), nous avons :  $\dot{\eta} = (-1)^i k \dot{A}_i e^{ikx} + \frac{J'}{\rho_i}$  alors pour chaque nombre d'onde :

$$\left[ \rho \left( (-1)^i \left( \frac{\dot{\eta}}{k} - \frac{J'}{k \rho_i} \right) - \frac{J_0}{\rho_i} \left( \dot{\eta} - \frac{J'}{\rho_i} \right) + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta \right) \right]_2^3 = k^2 \sigma \eta_k$$

Il ne reste plus qu'à développer cette équation, afin d'avoir une forme plus claire. En exprimant le saut avec les indices :

$$\rho_3 \left( - \left( \frac{\dot{\eta}}{k} - \frac{J'}{k \rho_3} \right) - \frac{J_0}{\rho_3} \left( \dot{\eta} - \frac{J'}{\rho_3} \right) + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta \right) - \rho_2 \left( \left( \frac{\dot{\eta}}{k} - \frac{J'}{k \rho_3} \right) - \frac{J_0}{\rho_3} \left( \dot{\eta} - \frac{J'}{\rho_3} \right) + (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta \right) = k^2 \sigma \eta_k$$

Puis, en développant et regroupant :

$$\begin{aligned} & -(\rho_3 + \rho_2) \frac{\dot{\eta}}{k} + 2 \frac{J'}{k} + \frac{J_0 J'}{\rho_3} - \frac{J_0 J'}{\rho_2} + (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta = k^2 \sigma \eta \\ & (\rho_3 + \rho_2) \frac{\dot{\eta}}{k} + (\rho_3 - \rho_2) (-(\ddot{\delta} + \ddot{R}) \eta) = -J_0 J' \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_3} \right) - k^2 \sigma \eta + 2 \frac{J'}{k} \end{aligned}$$

En exprimant l'instabilité en fonction de son amplitude  $F$ , nous avons alors :

$$(91) \quad \boxed{(\rho_3 + \rho_2) \frac{\ddot{F}}{k} + (\rho_3 - \rho_2) (-(\ddot{\delta} + \ddot{R}) F) + k^2 \sigma F = -\frac{J_0 J'}{\eta_0} \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_3} \right) e^{-ikx} + 2 \frac{J'}{k \eta_0} e^{-ikx}}$$

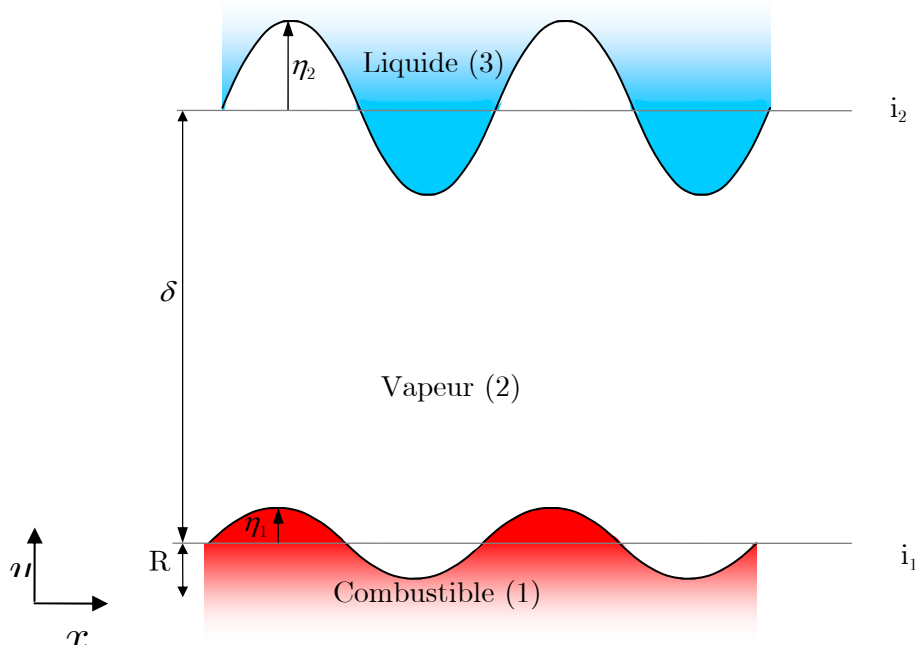
Le flux massique d'évaporation apparition comme un terme inhomogène dans l'équation différentielle et joue le même rôle qu'une pression hétérogène sur l'interface. Par analogie avec l'équation (58), nous pouvons identifier une différence de pression due à l'évaporation :

$$(92) \quad P_{ct} = 2 \left[ J_0 J' \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_3} \right) - 2 \frac{J'}{k} \right]$$



Néanmoins, son effet est difficile à connaître du fait de sa complexité mathématique et notamment du fait de sa dépendance en  $x$ .

## 2. Couplage des deux interfaces



**figure 3-15 : Schéma du modèle de couplage à deux interfaces**

Il est possible d'utiliser la même méthode avec un modèle d'instabilité à deux interfaces (cf. annexe IV-b). Dans ce cas (figure 3-15), l'interface vapeur/goutte est prise en compte avec ses instabilités et est couplée avec l'interface eau/vapeur.

Le couplage des interfaces s'effectue par le fait que la vitesse de la vapeur se retrouve avoir deux conditions limites finies et que seules les longueurs d'ondes identiques pour chaque interface interagissent entre elles. Nous écrivons alors le potentiel des vitesses dans la vapeur :

$$(93) \quad \varphi_2(y, t) = A_2(t)e^{k(y-\delta(t))} + B_2(t)e^{-ky}$$

Cette équation implique que la perturbation de vitesse due à l'interface « 1 » devient négligeable à l'interface « 2 » et *vice-versa*. De manière similaire au modèle à une interface, le potentiel est introduit dans l'expression du saut de pression pour les deux interfaces.

Nous obtenons alors pour l'interface entre la goutte et la vapeur (cf. annexe IV-b) :

$$(94) \quad \left( -\rho_1 - \rho_2 \frac{Co}{Si} \right) \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + 4\rho_2 \frac{\delta}{Si^2} \dot{\eta}_1 + \rho_2 \frac{2}{kSi} \ddot{\eta}_2 - \rho_2 \frac{2}{k} \left( \frac{k\delta Co}{Si^2} \right) \dot{\eta}_2 - \frac{2}{kSi} j' + 2 \left( \frac{\delta Co}{Si^2} \right) j' = \sigma_1 k^2 \eta_1 - (\rho_2 - \rho_1) \ddot{R} \eta_1$$

Où  $Co = e^{k\delta} + e^{-k\delta}$  et  $Si = e^{k\delta} - e^{-k\delta}$ ,  $\eta_1$  l'instabilité à l'interface 1,  $\eta_2$  l'instabilité à l'interface 2. Pour l'interface entre l'eau et la vapeur, nous avons :

$$(95) \quad \left( \rho_3 + \rho_2 \frac{Co}{Si} \right) \frac{\ddot{\eta}_2}{k} - 2\rho_2 \frac{\ddot{\eta}_1}{Si k} + \rho_2 2 \frac{Co}{Si^2} \dot{\delta} \dot{\eta}_1 - 4\rho_2 \dot{\eta}_2 \frac{\dot{\delta}}{Si^2} - 2e^{-k\delta} \frac{J'}{kSi} + 4 \frac{J'}{Si^2} \dot{\delta} - J_0 J' \left( \frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_2} \right) = -\sigma_2 k^2 \eta_2 + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 (\rho_3 - \rho_2)$$

L'intérêt du modèle à deux interfaces est ici plus grand que dans le chapitre 2 (où il ne fût même pas explicité). En effet, le flux d'évaporation couple fortement les deux interfaces. Hormis les termes d'évaporation, les termes qui couplent les deux interfaces contiennent la densité de la vapeur ( $\rho_2$ ) qui est très faible. Il est d'ailleurs intéressant de faire ressortir ce couplage en prenant  $\rho_3 \gg \rho_2$  et  $\rho_1 \gg \rho_2$ , donnant des équations plus simples :

$$\rho_3 \frac{\ddot{\eta}_2}{k} + (\sigma_2 k^2 - \rho_3 (\ddot{R} + \ddot{\delta})) \eta_2 = 2e^{-k\delta} \frac{J'}{kSi} - 4 \frac{J'}{Si^2} \dot{\delta} - J_0 J' \left( \frac{1}{\rho_2} \right)$$

$$\rho_1 \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + (\sigma_1 k^2 + \rho_1 \ddot{R}) \eta_1 = \frac{2}{kSi} J' - 2 \left( \frac{\dot{\delta} Co}{Si^2} \right) J'$$

Le couplage apparaît ici aussi comme une pression supplémentaire à l'interface goutte/vapeur, dont l'intensité dépend du flux massique. Par analogie, nous aurions donc à l'interface goutte vapeur :

$$(96) \quad P_{ct} = 4 \left( -\frac{J'}{kSi} + \frac{\dot{\delta} Co}{Si^2} J' \right)$$

### ii- Détermination du flux

Pour calculer la déformation induite par cette évaporation, il faut déterminer quel est le flux perturbé  $J'$ . En toute rigueur, les flux de chaleur à l'interface dépendent des gradients locaux, qui dépendent non linéairement de la déformation. Néanmoins, nous considérons que le flux thermique dans le liquide ( $Q_l$ ) est indépendant de la perturbation. Cette approximation sur le flux dans le liquide se justifie car très rapidement son rôle devient négligeable par rapport au flux dans la vapeur. Dans la vapeur, nous faisons l'approximation que le flux est inversement proportionnel à l'épaisseur locale du film ( $\delta - \eta = \delta - \eta_0 Fe^{ikx}$ ). Nous exprimons alors le flux massique total :

$$(97) \quad J(t, x) = \frac{1}{L_v} \left[ Q_l - \frac{k_v (T_c - T_s)}{\delta - \eta_0 Fe^{ikx}} \right]$$

Cette expression du flux est intéressante lorsque l'amplitude des instabilités est du même ordre de grandeur que l'épaisseur du film. En effet, le flux devient localement infini lorsque l'amplitude tend vers l'épaisseur du film. Du fait de cette proportionnalité inverse, le pic

d'eau génèrera une pressurisation plus forte sur la goutte que son opposition de phase ne la diminuera. Ce phénomène peut être à l'origine de la croissance des pics de combustible. Mais une faible déformation du combustible suffira à compenser l'augmentation très importante de la pression lorsque l'écart entre l'eau et la goutte tend vers zéro.

La variation du flux est bien  $k$  périodique, mais sa forme n'est pas du tout de type sinus ! De plus, le flux contient la variation temporelle de l'instabilité. Il est donc difficile de résoudre l'équation différentielle.

Afin d'envisager une approximation, il est intéressant d'estimer les ordres de grandeurs mis en jeu par ce flux. Le calcul du terme de perturbation du flux donne :

$$\begin{aligned}
 J'(t,x) &= \frac{1}{L_v} \left[ Q_l - \frac{k_v(T_c - T_s)}{\delta - \eta_0 F e^{ikx}} \right] - \underbrace{\frac{1}{L_v} \left[ Q_l - \frac{k_v(T_c - T_s)}{\delta} \right]}_{J_0} \\
 (98) \quad &= \frac{k_v(T_c - T_s)}{L_v \delta} \left[ 1 - \frac{1}{1 - \frac{\eta_0 F}{\delta} e^{ikx}} \right]
 \end{aligned}$$

La dérivée du flux perturbé est alors :

$$\begin{aligned}
 j'(t,x) &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{k_v(T_c - T_s)}{L_v} \left[ \frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta - \eta_0 F e^{ikx}} \right] \\
 (99) \quad &= -\frac{k_v(T_c - T_s)}{L_v} \left[ \frac{\dot{\delta}}{\delta^2} - \frac{\dot{\delta} - \eta_0 \dot{F} e^{ikx}}{(\delta - \eta_0 F e^{ikx})^2} \right] = -\frac{k_v(T_c - T_s)}{L_v} \frac{\dot{\delta}}{\delta^2} \left[ 1 - \frac{1 - \frac{\eta_0 \dot{F}}{\delta} e^{ikx}}{\left(1 - \frac{\eta_0 F}{\delta} e^{ikx}\right)^2} \right]
 \end{aligned}$$

La figure 3-16 illustre la forme typique du flux perturbé. Sa variation spatiale est éloignée d'une variation en sinus, en particulier car elle est très décentrée avec une valeur moyenne non nulle.

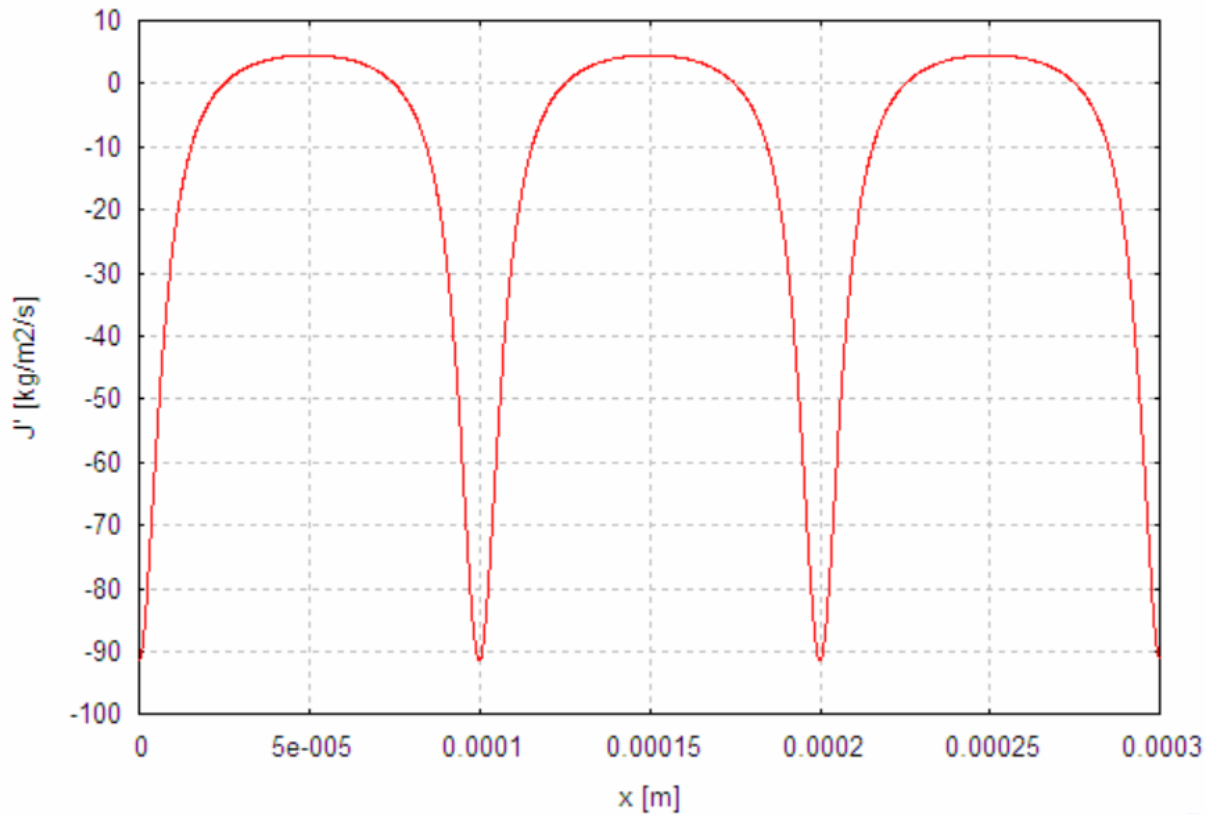


figure 3-16 : Représentation de la perturbation du flux spatialement

Néanmoins, comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, ce qui compte pour la déformation de la goutte c'est la différence de pression entre les zones délimitées par l'instabilité, c'est-à-dire la différence entre la pression au pseudo-contact et la pression à son opposition de phase. Dans les équations faisant intervenir cette perturbation du flux, le terme où elle apparaît s'apparente à une perturbation en pression. Ainsi, ce qu'il faut conserver pour le calcul d'instabilité, c'est la différence entre le flux maximum et le flux minimum. Nous recentrons alors ce flux, et dans une première approximation lui donnons une forme de cosinus. Ainsi, nous notons :

$$(100) \quad J' \cong J'_0 + (J'_{\max} - J'_{\min})/2 \cdot e^{ikx}$$

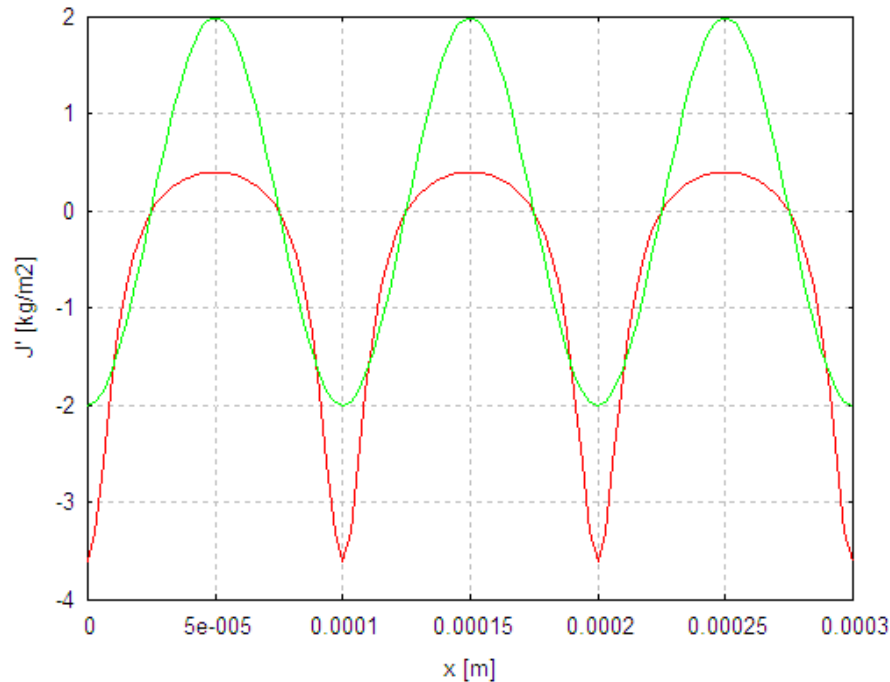
Avec :

$$(101) \quad J'_{\max} = \frac{k_v(T_c - T_s)}{L_v \delta} \left[ 1 - \frac{1}{1 - \frac{\eta_0 F}{\delta}} \right] \quad \text{et} \quad J'_{\min} = \frac{k_v(T_c - T_s)}{L_v \delta} \left[ 1 - \frac{1}{1 + \frac{\eta_0 F}{\delta}} \right]$$

$J'_0$  est un terme bien connu, c'est le flux supplémentaire dû à l'augmentation de la surface d'échange par les instabilités. Il disparaît dans la suite, car seule la partie oscillante intervient dans l'équation différentielle :

$$(102) \quad (J'_{\max} - J'_{\min})/2 \cdot e^{ikx} = \frac{k_v(T_c - T_s)}{2L_v\delta} \left( \frac{1}{1 + \frac{\eta_0 F}{\delta}} - \frac{1}{1 - \frac{\eta_0 F}{\delta}} \right) e^{ikx} = \frac{k_v(T_c - T_s)}{L_v\delta} \left( \frac{-\frac{\eta_0 F}{\delta}}{1 - \left(\frac{\eta_0 F}{\delta}\right)^2} \right) e^{ikx}$$

Pour utiliser cette relation avec le modèle à deux interfaces et prendre en compte l'évolution de l'interface vapeur/combustible, il suffit de remplacer  $\eta_0 F$  par  $\eta_{02} F_2 - \eta_{01} F_1$ .



**figure 3-17 : Représentation du flux perturbé (en rouge) et de l'approximation faite (vert)**

En calculant ainsi les flux massiques dans le modèle d'instabilité à deux interfaces (équations (94) et (95)), la déformation de la goutte dans le cas standard est tracée sur la figure 3-18. Le pseudo-contact a lieu vers 29  $\mu\text{s}$  et conduit à la déformation de la goutte. Dès que l'eau est loin de la surface de la goutte, il n'y a plus de pression exercée à sa surface, et l'instabilité entre dans une phase d'oscillation typique d'une onde stationnaire (imposée par la périodicité du problème).

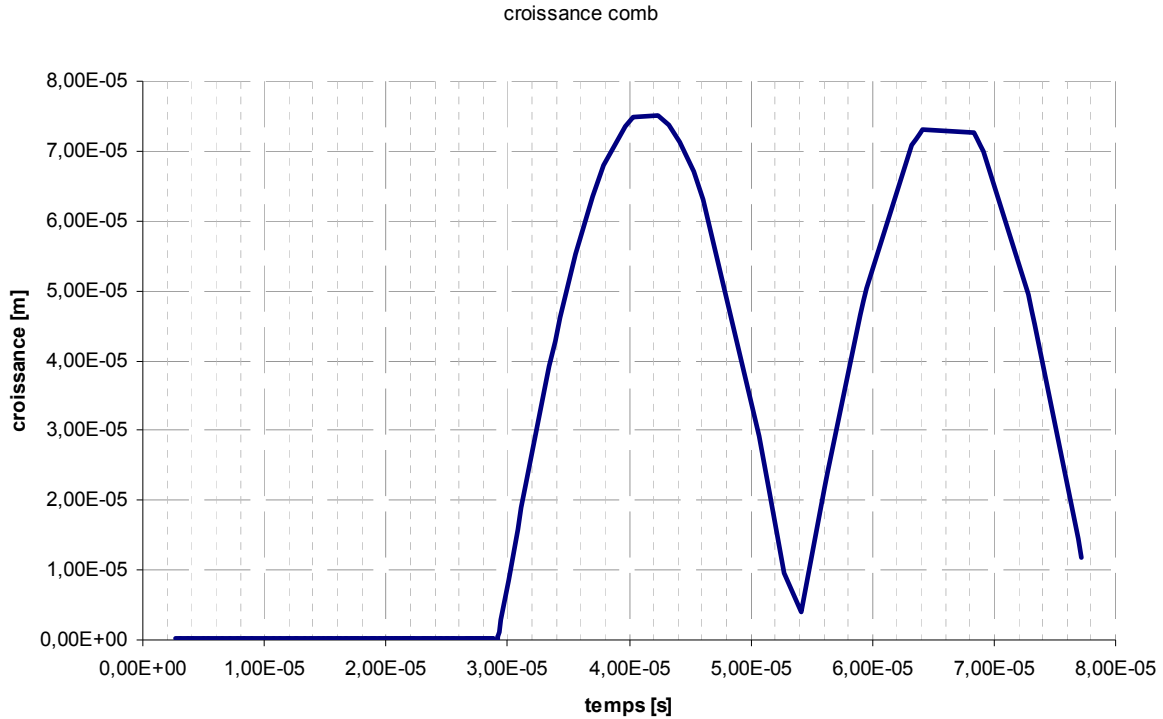
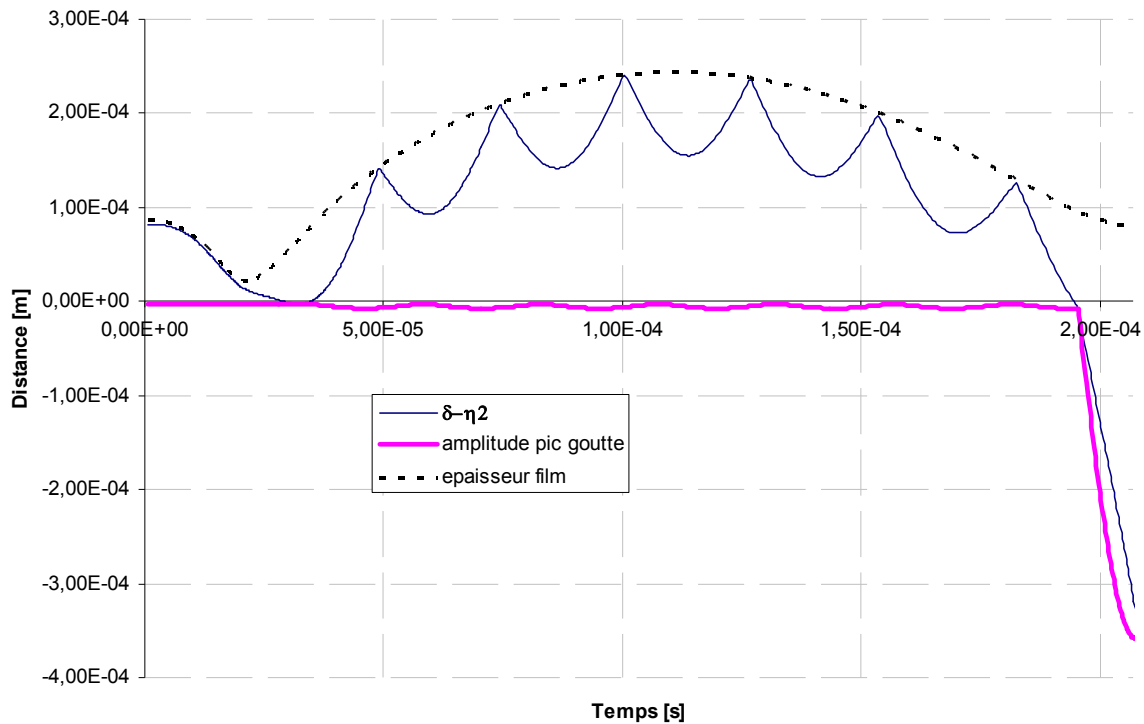


figure 3-18 : Déformation du combustible avec ce modèle de déformation pour une longueur d'onde de 100  $\mu\text{m}$

La croissance obtenue est insuffisante suivant le critère de fragmentation choisi, mais la déformation est quand même conséquente, comparée au résultat du couplage simple, qui donne des déformations infinitésimales comme le montre Leclerc [55]. Une telle déformation est supérieure à l'épaisseur de film lors de la compression suivante. Donc, il y aura une forte interaction entre les liquides qui mènera facilement à la fragmentation.

Si, comme précédemment, nous considérons que la fragmentation peut avoir lieu au cycle suivant, la déformation est alors largement suffisante pour qu'il y ait fragmentation (figure 3-19). Lors du premier cycle, nous voyons un pseudo-contact vers 30  $\mu\text{s}$  qui déforme un peu la goutte d'environ 10  $\mu\text{m}$ . Nous avons ici une déformation moindre que dans le cas précédent, car les conditions initiales ont été changées pour des raisons numériques. Puis lors du deuxième cycle, un autre pseudo-contact a lieu vers 180  $\mu\text{s}$ . Celui-ci conduit alors à une forte déformation de la goutte, de l'ordre de 350  $\mu\text{m}$ . La plus grande déformation lors du deuxième pseudo-contact peut être expliquée par une plus grande vitesse du pic de réfrigérant qui conduira alors à une épaisseur plus fine et donc à une pressurisation plus élevée.



**figure 3-19 Évolution temporelle de l'épaisseur du film (épaisseur film) de l'amplitude de l'instabilité de la goutte (amplitude pic goutte) et de la distance entre le pic de réfrigérant et la surface non perturbée de la goutte ( $\delta-\eta^2$ )**

Ainsi, nous montrons qu'il est possible de fragmenter sans qu'il y ait contact entre les liquides. Néanmoins, il faut quand même que les liquides soient très proches l'un de l'autre. Par exemple, dans les exemples ci-dessus, il y a un effet pour une distance entre les liquides inférieure à  $0,1 \mu\text{m}$ .

C'est-à-dire un écart extrêmement faible, le critère du contact reste valable. Néanmoins, il faut faire attention à ne pas avoir une épaisseur trop fine afin que la loi des transferts thermiques en milieu continu reste valable, c'est-à-dire une épaisseur supérieure au libre parcours moyen qui est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  pour la vapeur.

#### **IV. Conclusion sur la fragmentation de la goutte**

Nous n'avons pas cherché à proposer une modélisation fine du problème, mais de vérifier que les contacts sont capables d'enclencher la fragmentation de la goutte.

À partir d'un modèle d'instabilité appliqué à la goutte, nous avons estimé la déformation induite par une pression hétérogène à sa surface. Ceci afin d'en déduire l'ordre de grandeur de la pressurisation menant à une fragmentation de la goutte. Cette étude a montré que la

pressurisation nécessaire est relativement faible pour un temps d'application court par rapport au temps d'évolution du film.

Ensuite, nous avons vu deux exemples de mécanismes très différents permettant de fragmenter la goutte. Ceux-ci se déroulent avec des temps très courts devant l'évolution du film moyen et des IRT. Dans les deux cas nous avons vu que les contacts (ou pseudo-contacts) étaient de nature à déstabiliser fortement la goutte. L'hypothèse du critère de contact se justifie tout à fait.

Le mécanisme de contact imposant un choc thermique conduit à une déformation conséquente en un temps très court. Une modélisation plus précise semble hors de portée à cause de l'aspect géométrique des contacts. Il est cependant possible d'avoir un mécanisme de pseudo-contact où en s'approchant suffisamment ( $\sim 0,1 \mu\text{m}$ ), les deux liquides produisent une forte vaporisation locale.



## Chapitre 4e Extrapolations et applications

Objectif : Dans ce chapitre, nous allons tester les effets de fortes variations des paramètres initiaux afin de mieux comprendre le modèle et de faire quelques extrapolations vers un cas plus proche des caractéristiques du « cas réacteur ». En parallèle, nous introduirons l'effet du taux de vide pour se rapprocher du « cas réacteur ».

### Sommaire

I.	Extrapolation à des conditions initiales différentes.....	174
I-a.	Épaisseur du déclencheur.....	174
I-b.	Rayon de la goutte.....	176
I-c.	Température du liquide .....	178
I-d.	Température de la goutte .....	181
I-e.	Pressions ambiantes .....	186
II.	Prise en compte du taux de vide .....	188
II-a.	Groupe de bulles .....	188
i-	Effet sur la dynamique de bulle .....	189
ii-	Effet sur la carte des épaisseurs minimales .....	191
iii-	Effet sur la carte d'explosion .....	194
II-b.	Bulles omniprésentes.....	198
II-c.	Conclusions sur l'effet du taux de vide .....	199
III.	Conclusion des extrapolations.....	199

Nous nous intéresserons dans ce chapitre à deux sortes de résultats :

- les cartes d'iso-épaisseurs minimales : comme au chapitre 1, nous traçons l'épaisseur minimale qui est atteinte lors de deux cycles de compression du film, ceci en fonction de la pression du déclencheur et d'une condition initiale (pression ambiante, température de l'eau...) ;
- les cartes d'explosion : comme au chapitre 2, nous traçons le seuil de surpression du déclencheur à partir duquel un contact a lieu entre le pic de réfrigérant et la goutte, en fonction d'une condition initiale.

## **I. Extrapolation à des conditions initiales différentes**

Sauf précisions contraires, les conditions utilisées sont celles du cas standard décrit dans les chapitres précédents, tout aussi bien pour les conditions initiales de température, pression, etc., que pour les caractéristiques du déclencheur en ce qui concerne les cartes.

Nous choisissons pour les comparaisons qui suivent de prendre le modèle d'instabilité sans viscosité, une épaisseur initiale calculée par E&H sans facteur « correctif », et en allant jusqu'au deuxième cycle de compression du film de vapeur (figure 1-15 et figure 1-25). Les instabilités seront calculées en laissant l'évolution complètement libre (cas 1). Nous prenons une instabilité initiale de 4  $\mu\text{m}$  (figure 2-20). Dans la suite, nous comparerons pour différentes cartes l'épaisseur minimale obtenue ainsi que la carte d'explosion obtenue avec les IRT.

### **I-a. Épaisseur du déclencheur**

La forme de la pression perturbant la goutte est un paramètre. Expérimentalement, il existe plusieurs types de déclencheurs générant chacun une forme différente. La forme utilisée ici est d'une durée faible comparée aux autres (Berman [8]). Il est alors intéressant de s'intéresser au changement sur la carte d'explosion lorsque ce déclencheur a une durée différente.

Nous faisons varier fortement l'épaisseur du déclencheur en modifiant la durée de son plateau. Nous la faisons varier dans une gamme allant de 1  $\mu\text{s}$  à 100  $\mu\text{s}$  (figure 4-1). Les résultats à première vue sont déroutants si nous considérons que plus le déclencheur est long plus son énergie est grande et plus nous devrions avoir un déclenchement aisé. Dans la

plupart des cas, le seuil le plus bas est obtenu pour une durée de 7  $\mu\text{s}$  (durée du cas standard).

Si nous comparons la courbe obtenue à 1  $\mu\text{s}$ , avec celle obtenue à 7  $\mu\text{s}$  :

- à basse pression ambiante, 1  $\mu\text{s}$  est trop court, et ne contient donc pas assez d'énergie ;
- à haute pression ambiante ( $> 10$  bars), 1  $\mu\text{s}$  est plus favorable que 7  $\mu\text{s}$  à la fréquence d'oscillation courte du film, donc l'explosion est obtenue plus facilement.

Les courbes avec 50  $\mu\text{s}$  et 100  $\mu\text{s}$  sont similaires : Les plateaux sont trop longs comparés à la fréquence d'oscillation du film, sauf à basse pression ambiante, où avec 100  $\mu\text{s}$  il est possible d'initier plus facilement l'explosion, car la période d'oscillation est beaucoup plus longue.

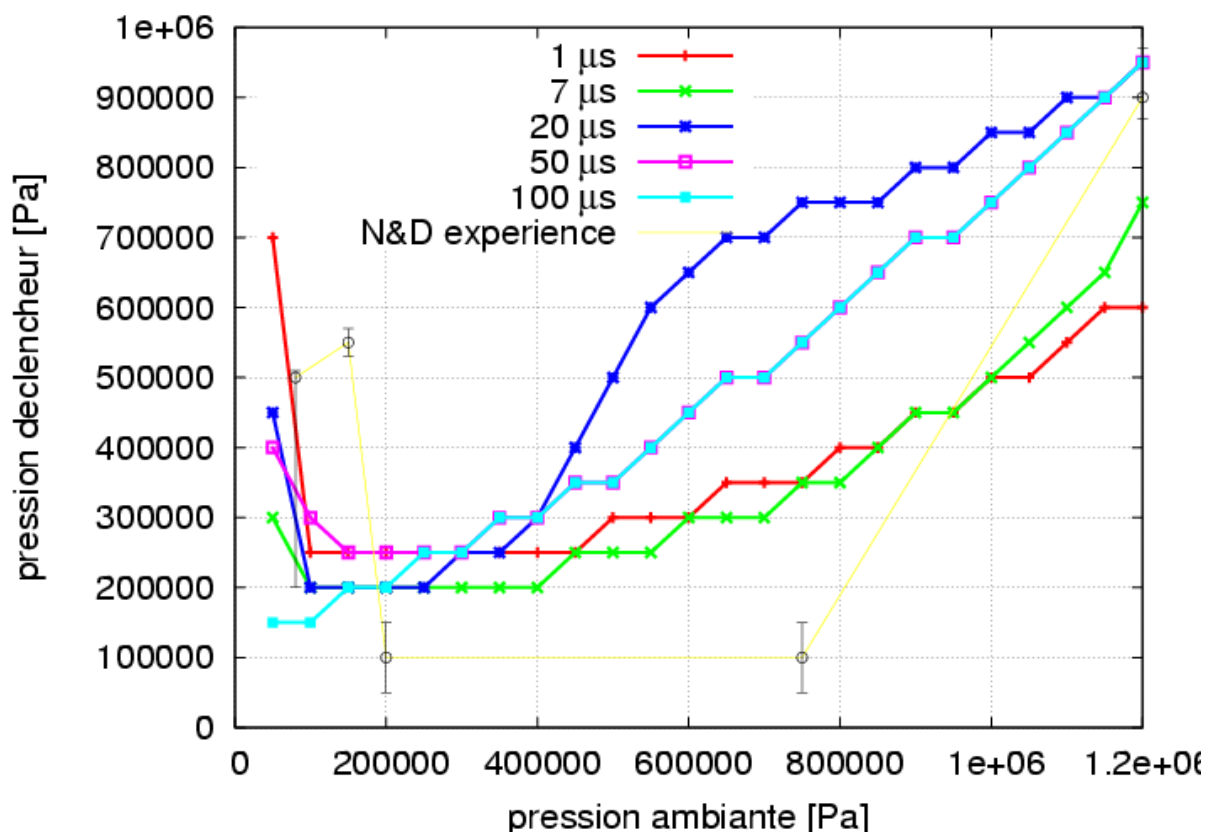
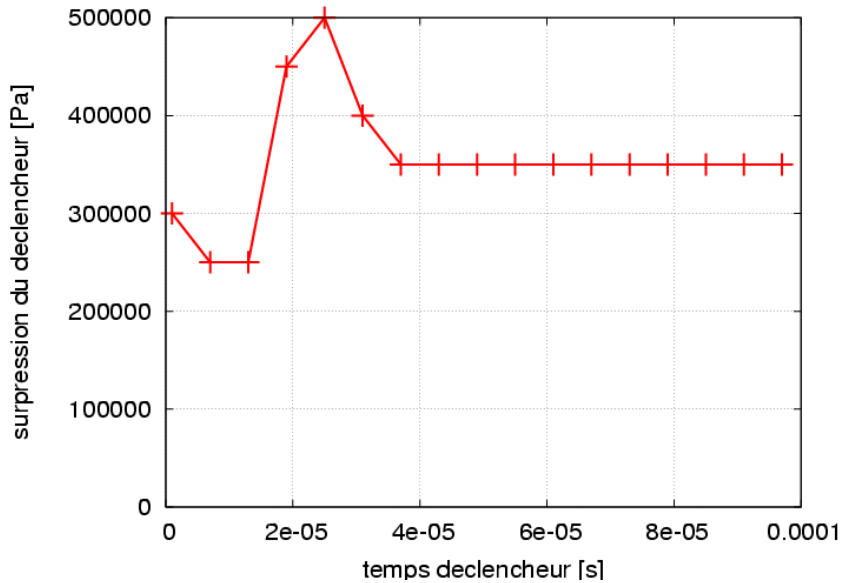


figure 4-1 : Carte d'explosion avec des déclencheurs plus ou moins longs

Dans tous les cas, nous observons :

- une augmentation du seuil avec la pression ambiante ;
- un seuil similaire à pression ambiante moyenne ;
- un seuil plus élevé à basse pression ambiante, à part pour le cas de 100  $\mu\text{s}$ .

Nous en déduisons que le déclencheur a un effet sur les seuils d'explosions, mais la forme globale est conservée. Il apparaît alors comme un paramètre moins important que ce à quoi nous nous étions attendus, du moins pour la forme générale.



**figure 4-2 : Seuil d'explosion à 5 bars en fonction de la durée du plateau du déclencheur**

Pour illustrer ce comportement, nous avons tracé le seuil d'explosion en fonction de la durée du déclencheur pour une pression ambiante de 5 bars (figure 4-2). Nous voyons qu'une durée du plateau de 20  $\mu$ s est plutôt défavorable à l'explosion. Ce pic est visible sur la figure ci-dessus, mais n'est pas observé sur celle du chapitre 1. Ceci est dû au second cycle. En effet, si la pression du déclencheur est relâchée alors que le film est dans sa phase de deuxième compression, ceci tend à stabiliser l'oscillation du film et donc favorisera moins le contact. Toujours sur la figure ci-dessus, la variation de la durée du déclencheur entraîne une différence d'un facteur deux sur la pression de déclenchement. D'après la figure 1-28 le temps de deux cycles du film à 5 bars est inférieur à 100  $\mu$ s, donc il est normal que la fin de la courbe soit constante, le plateau étant plus long que la durée totale des deux cycles.

## I-b. Rayon de la goutte

Le rayon de la goutte dans les expériences de N&D est toujours de l'ordre de 1,5 mm. C'est aussi l'ordre de grandeur des gouttes lors d'explosion de vapeur mettant en jeu plusieurs kilogrammes de combustible. Néanmoins, ce rayon peut varier significativement et il est intéressant de voir son influence sur la carte d'explosion.

Nous faisons varier le rayon de la goutte d'un facteur 2 en plus et en moins par rapport au cas standard. D'après le modèle d'E&H, plus la goutte est petite, plus le film est mince (figure 4-3).

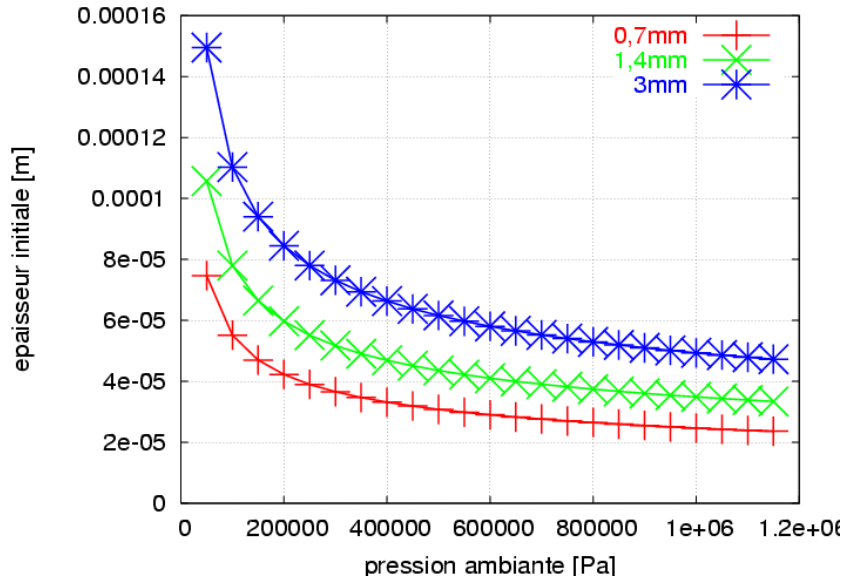


figure 4-3 : Épaisseur initiale du film de vapeur pour différents rayons de gouttes

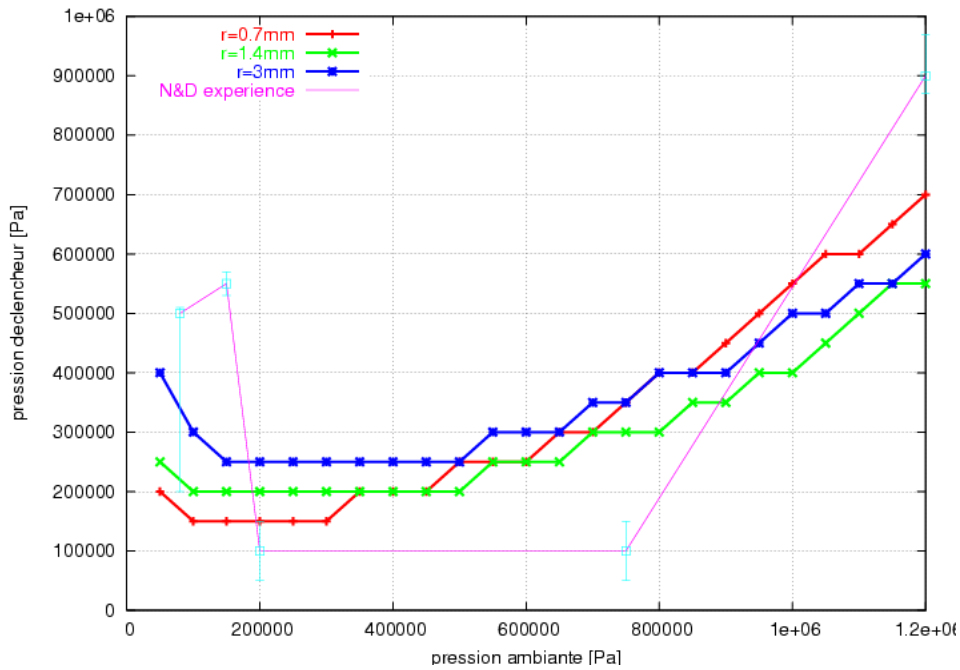


figure 4-4 : Carte d'explosion pour différentes tailles de goutte

En comparant la carte d'explosion et les épaisseurs initiales fonctions de la pression ambiante, il semblerait que lorsque le film a une épaisseur initiale proche de 40  $\mu\text{m}$ , l'explosion a lieu plus facilement (avec le déclencheur utilisé). Il semble y avoir une épaisseur optimale. Néanmoins, même pour cette courbe optimale il reste une évolution du seuil d'explosion en fonction de la pression ambiante, il ne faut pas en conclure que l'épaisseur initiale peut expliquer à elle seule la courbe expérimentale de N&D.

Il n'y a pas d'effet flagrant du rayon de la goutte. Les grosses gouttes sont un peu plus stables à basse pression et inversement un peu moins stable à haute pression ambiante.

### I-c. Température du liquide

Nous avons vu que la température de l'eau avait un impact sur la courbe d'explosion au chapitre 1 et 2. Nous pouvons entrer un peu plus dans les détails, les expériences de N&D nous fournissant des cartes d'explosions fonction de la température de l'eau pour plusieurs pressions ambiantes.

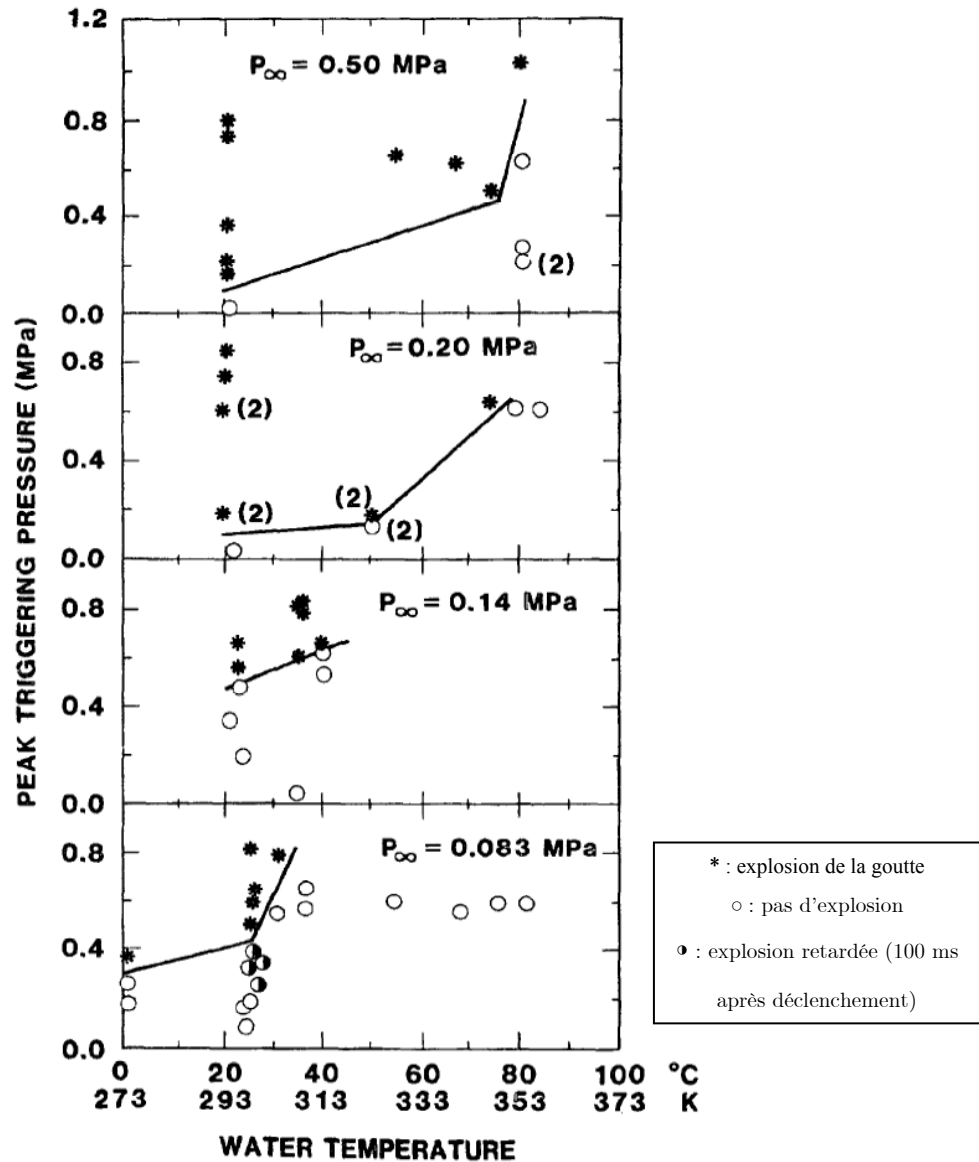


figure 4-5 : Cartes d'explosion expérimentales en fonction de la température de l'eau, pour plusieurs pressions ambiantes

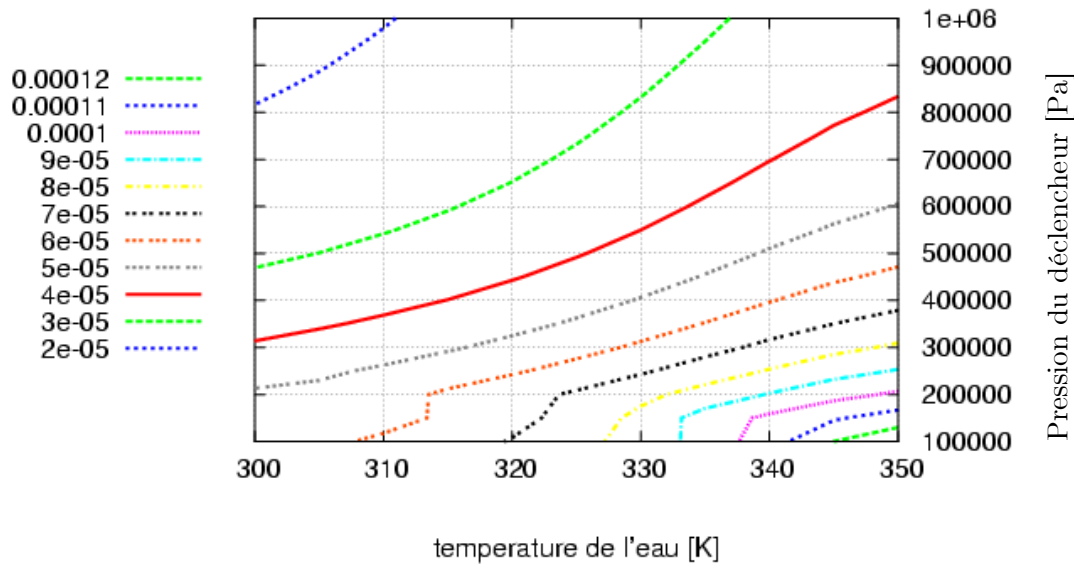


figure 4-6 : Iso-épaisseurs minimales à 1 bar

Sur la figure 4-6, sont tracées les iso-épaisseur minimales pour une pression ambiante de 1 bar en fonction de la température de l'eau. Les iso-épaisseurs croissent toutes de manière monotone. Il n'a pas été possible d'explorer comme expérimentalement la gamme de températures inférieures à 300 K, car de telles températures posaient des problèmes numériques.

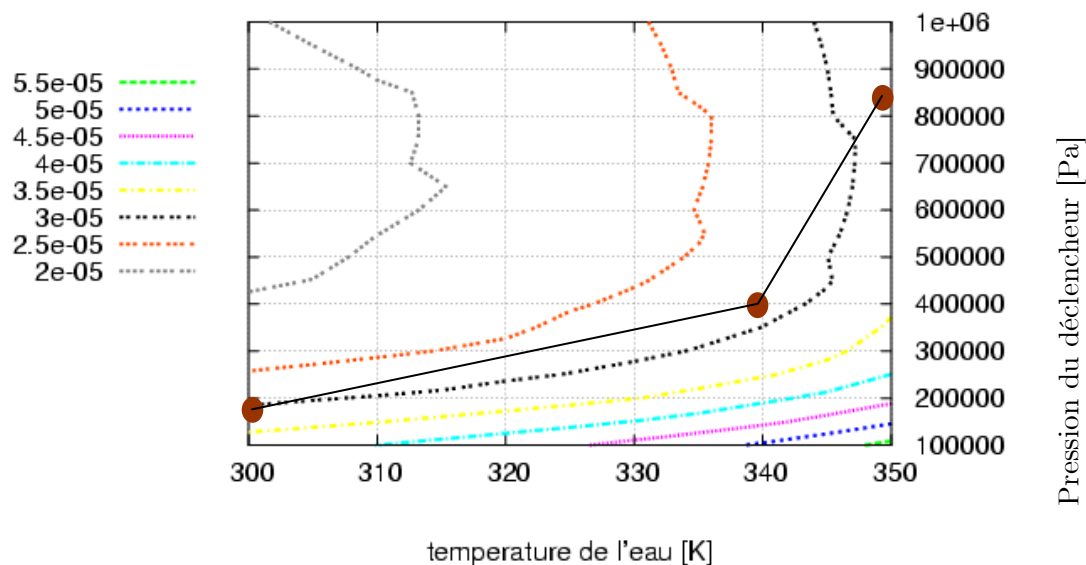


figure 4-7 : Iso-épaisseurs minimales à 5 bars et frontière expérimentale (●)

Les iso-épaisseurs à 5 bars de pression ambiante (figure 4-7) montrent quant à elles des variations non monotones. En dessous de 3 bars de surpression du déclencheur, le comportement est similaire au cas à 1 bar, mais au dessus, les iso-épaisseurs sont quasiment verticales. Étonnamment, dans cette zone de pression et de température, nous sommes dans la zone où le minimum est atteint au deuxième cycle, il semble que le deuxième cycle soit peu

dépendant de la surpression du déclencheur. Toujours au-dessus de ces 3 bars, nous notons une relativement faible dépendance des résultats à la température de l'eau, l'épaisseur minimale allant d'environ 20  $\mu\text{m}$  à 300 K, à environ 30  $\mu\text{m}$  à 350 K. À pression atmosphérique, la même gamme de température donne, par exemple, une variation de 30  $\mu\text{m}$  à 60  $\mu\text{m}$  à 4 bars de surpression c'est-à-dire trois fois plus.

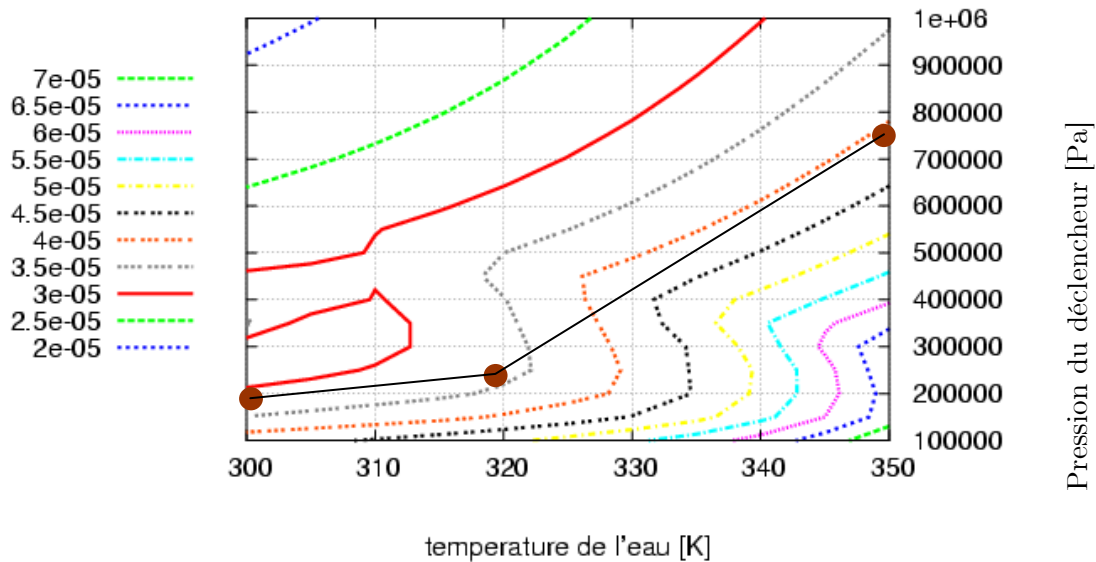


figure 4-8 : iso-épaisseurs minimales à 2 bars et frontière expérimentale (●)

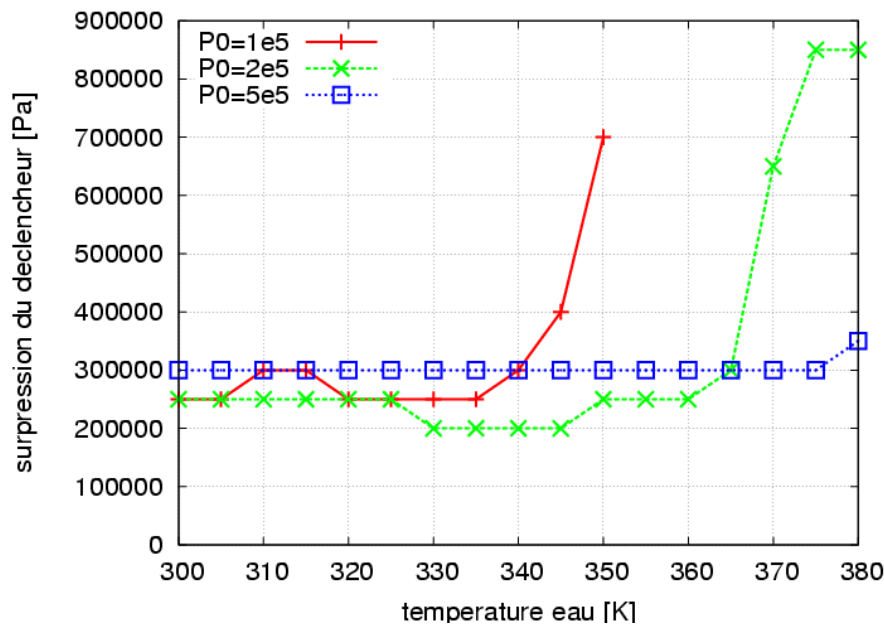
La carte obtenue à 2 bars de pression ambiante (figure 4-8) représente un cas intermédiaire aux deux autres. Il y a des zones de variation assez « plate » et d'autres de variation « verticale ». Dans ce cas, pour des surpressions supérieures à 4-5 bars, nous sortons de la zone où le deuxième cycle donne une épaisseur minimale plus petite.

Les cartes d'iso-épaisseurs minimales obtenues ont des variations qui s'approchent des variations expérimentales. À 5 bars de pression ambiante (figure 4-7), une iso-épaisseur de 25 à 30  $\mu\text{m}$  correspond relativement bien à la variation expérimentale. De plus cette valeur d'iso-épaisseur est cohérente avec les observations précédentes. À 1 bar (figure 4-6), notre domaine de température ne recouvre pas le domaine expérimental. Néanmoins, une iso-épaisseur de 20 à 30  $\mu\text{m}$  ne donnerait pas d'explosion, ce que la tendance expérimentale montre (entre 300 et 350 K la frontière de déclenchement est au moins supérieure à 7 bars). Ces grandeurs d'iso-épaisseurs sont semblables à celles du chapitre 1, ce qui est cohérent. À 2 bars, la meilleure valeur d'épaisseur minimale serait plutôt de l'ordre de 30 à 40  $\mu\text{m}$ , c'est-à-dire un peu plus que ce qui a été observé avant, mais reste cependant assez proche.

À part à 1 bar de pression ambiante, nous voyons un décrochement de l'iso-épaisseur minimale, ce qui se traduit par une grande sensibilité à la valeur de la température.



Fort de ce résultat plutôt satisfaisant, nous traçons une carte d'explosion en utilisant le modèle complet (avec IRT).



**figure 4-9 : Carte d'explosion pour deux pressions ambiantes différentes**

La carte d'explosion (figure 4-9) a une évolution décalée par rapport aux cartes d'épaisseurs minimales et expérimentales. Les courbes expérimentales présentent un seuil de déclenchement de l'explosion assez bas et constant lorsque la température de l'eau est « froide ». Puis à partir d'une certaine température d'eau, il y a une rupture de la courbe, le seuil de déclenchement devenant alors plus élevé. À 1 bar, ce décrochement se produit aux alentours de 300 K dans l'expérience, avec le modèle, nous avons plutôt 340 K. De même, nous avons à 2 bars 365 K pour 330 à 340 K expérimentalement et à 5 bars 380 K pour 350 K. Avec le modèle cette température de changement de comportement est observée, mais décalée d'environ 30 K vers les hautes températures par rapport à l'expérience.

Comme pour la courbe à sous refroidissement constant, il est possible que l'amplitude des instabilités initiales soit mal choisie : trop élevée, pas assez élevée ou même fonction de la température.

Il existe une température d'eau seuil fonction de la pression. Le modèle obtient un sous-refroidissement seuil de 30 à 40 K, alors que dans les expériences, celui-ci est de 60 à 70 K.

## I-d. Température de la goutte

Dans les expériences de N&D les gouttes ont une température autour de  $2000 \text{ K} \pm 300$ . Or, la fragmentation thermique, telle que le modèle la décrit, peut se produire pour des

températures plus basses, jusqu'à environ 600 K c'est-à-dire la limite du régime d'ébullition en film. Elle est aussi possible pour des températures plus élevées, jusqu'à plus de 3000 K, en considérant une goutte de *corium* fondu par exemple.

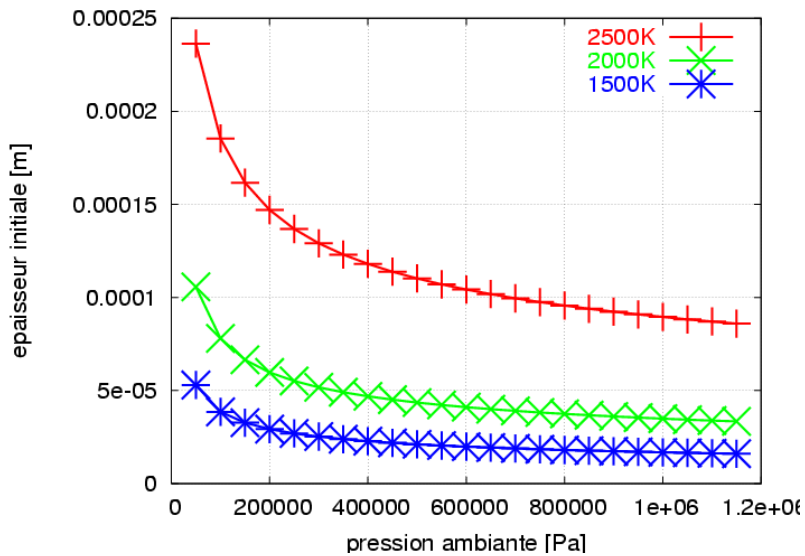


figure 4-10 : Épaisseur initiale en fonction de la pression ambiante pour différentes températures de goutte

L'épaisseur initiale du film dépend fortement de la température de la goutte lorsque celle-ci varie franchement (figure 4-10). Nous pouvons alors nous attendre à de forts effets sur l'épaisseur minimale atteinte, même si comme nous l'avons déjà vu l'épaisseur minimale ne dépend pas simplement de l'épaisseur initiale du film. En particulier par l'effet « deuxième cycle ».

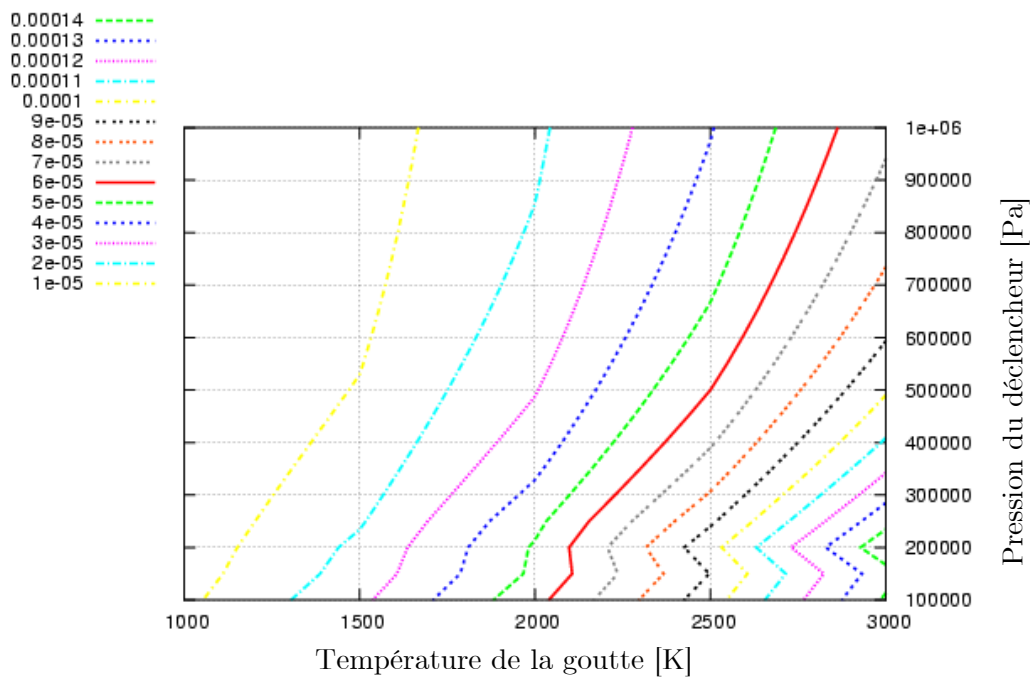
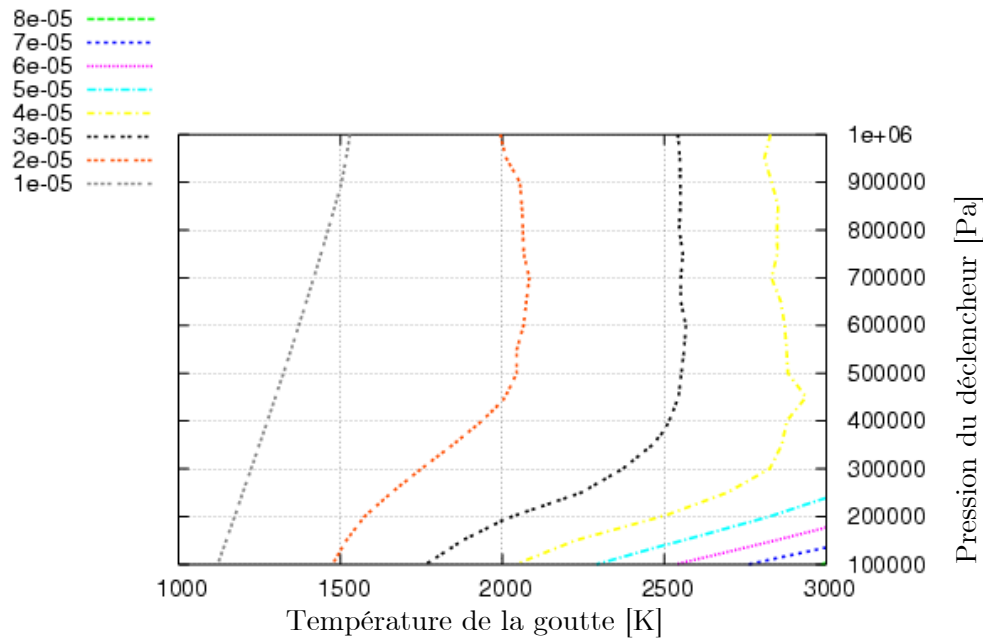


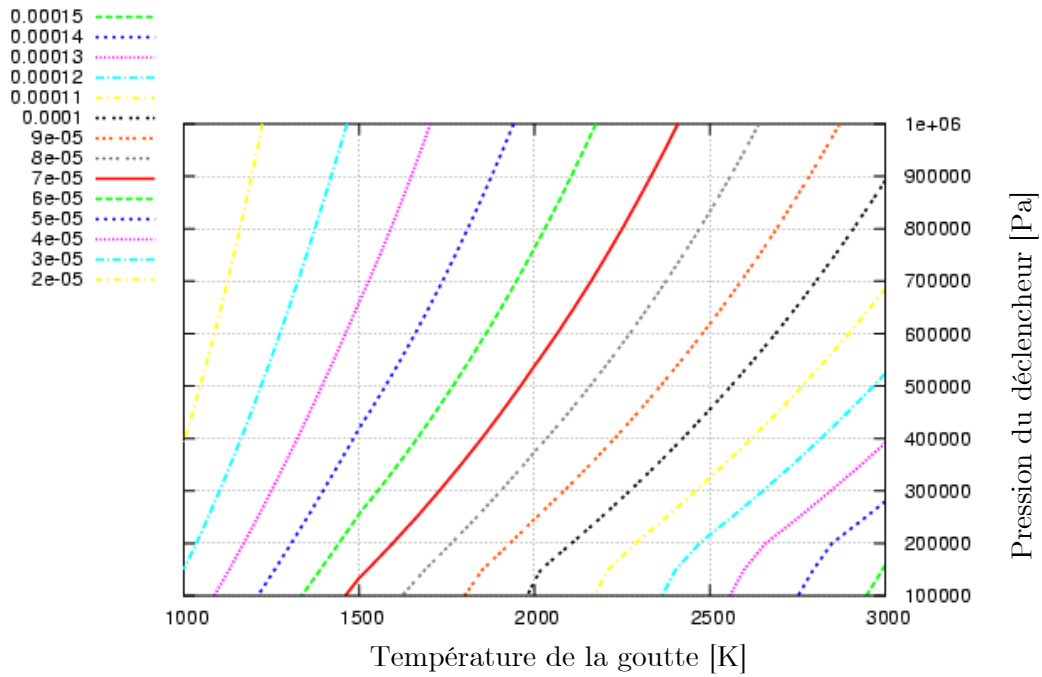
figure 4-11 : Iso-épaisseurs minimales pour une pression ambiante de 1 bar en fonction de la température de la goutte

Nous obtenons à 1 bar (figure 4-11) des variations des iso-épaisseurs très élevées en fonction de la température de la goutte. Si nous prenons l'iso-épaisseur minimale de 30  $\mu\text{m}$ , l'explosion ne nécessiterait pas de déclencheur pour des températures de goutte inférieures à 1500 K puis le seuil croîtrait rapidement pour arriver à une explosion difficilement déclenchable (pression du déclencheur supérieure à 10 bars) aux alentours de 2300 K. Le critère de 30  $\mu\text{m}$  ne peut pas être utilisé dans tous les cas.



**figure 4-12 : Iso-épaisseurs minimales pour une pression ambiante de 5 bars en fonction de la température de la goutte**

Dans le cas à 5 bars (figure 4-12), les courbes sont encore plus verticales que dans le cas à 1 bar. En revanche, les épaisseurs minimales atteintes varient peu avec la température de la goutte : de 10 à 40  $\mu\text{m}$  environ contre de 10 à 110  $\mu\text{m}$  environ à 1 bar.



**figure 4-13 : Iso-épaisseurs minimales pour une pression ambiante de 5 bars et une température de l'eau proche de la saturation (400 K) en fonction de la température de la goutte**

Il est aussi intéressant de présenter un cas sous pression ambiante assez élevée et avec une température de l'eau proche de la saturation. Ce cas (figure 4-13) est assez similaire au cas à 1 bar du point de vue de l'aspect général. En revanche, les épaisseurs minimales atteintes sont plus grandes.

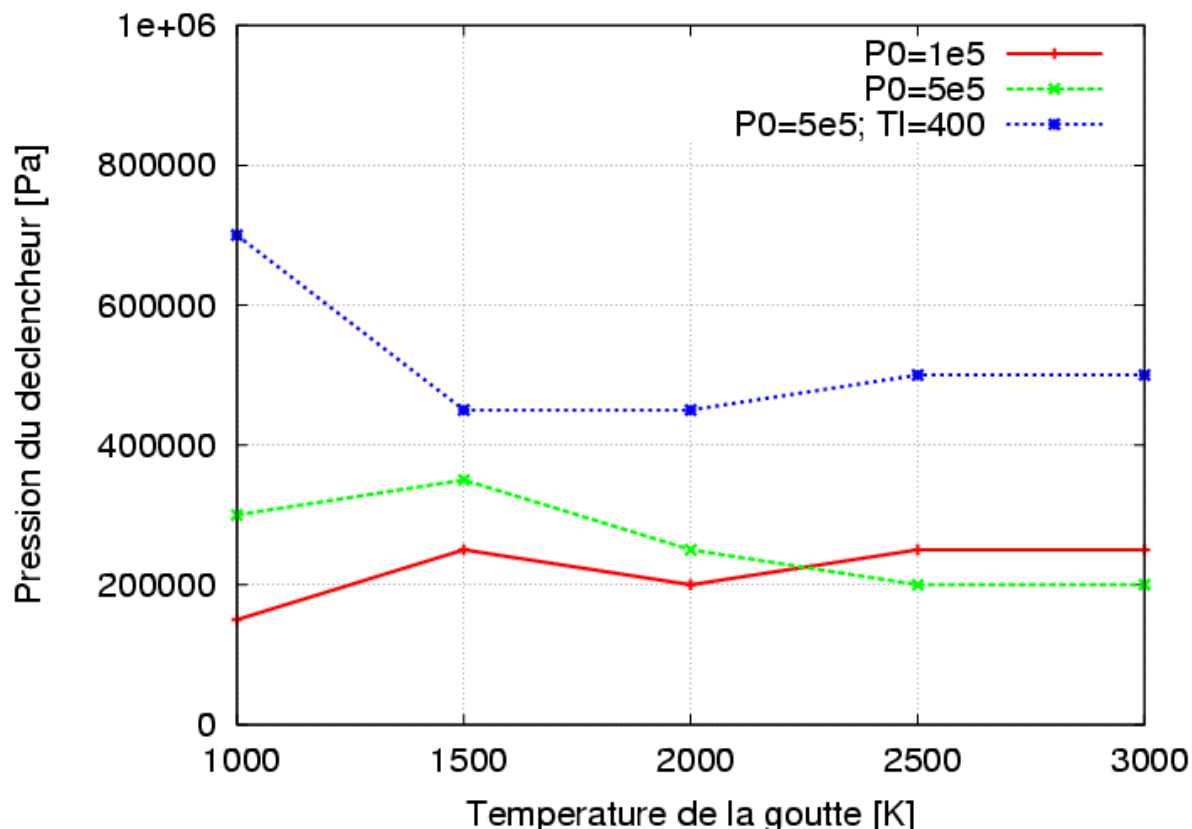


figure 4-14 : Carte d'explosion pour différentes températures de goutte

Les courbes d'iso-épaisseurs minimales en fonction de la température de la goutte laissent envisager de très fortes variations du seuil d'explosion en fonction de la température de la goutte, confirmant les résultats de l'étude de sensibilité à ce sujet (figure 1-16).

En revanche, la carte d'explosion (figure 4-14) montre quant à elle des seuils d'explosion relativement peu dépendants de la température de la goutte. D'après les cartes obtenues, les IRT compensent les fortes variations de l'épaisseur minimale du film, elles-mêmes dues à la forte dépendance de l'épaisseur initiale du film à la température de la goutte.

Il n'y a pas de données expérimentales sur les seuils d'explosions en fonction de la température de la goutte pour N&D. La seule information disponible est le pic de pression généré par l'explosion en fonction de la température de la goutte, ce qui ne répond pas à notre problème. Néanmoins pour obtenir ces résultats, un déclencheur de surpression d'environ 0,7 MPa est utilisé. Une telle surpression déclenche à chaque fois l'explosion si la température est supérieure de 100 K à la température de fusion (1870 K pour le matériau utilisé). Les essais proches du point de fusion ne sont pas à prendre en compte car des phénomènes de solidification de la surface, qui ne sont pas pris en compte dans le modèle, peuvent se produire. Donc un déclencheur de 7 bars initie l'explosion pour une température de goutte allant de 1870 à 2770 K. La courbe des seuils d'explosion se situe alors sous cette limite. De plus, dans les expériences avec d'autres matériaux (comme par exemple les

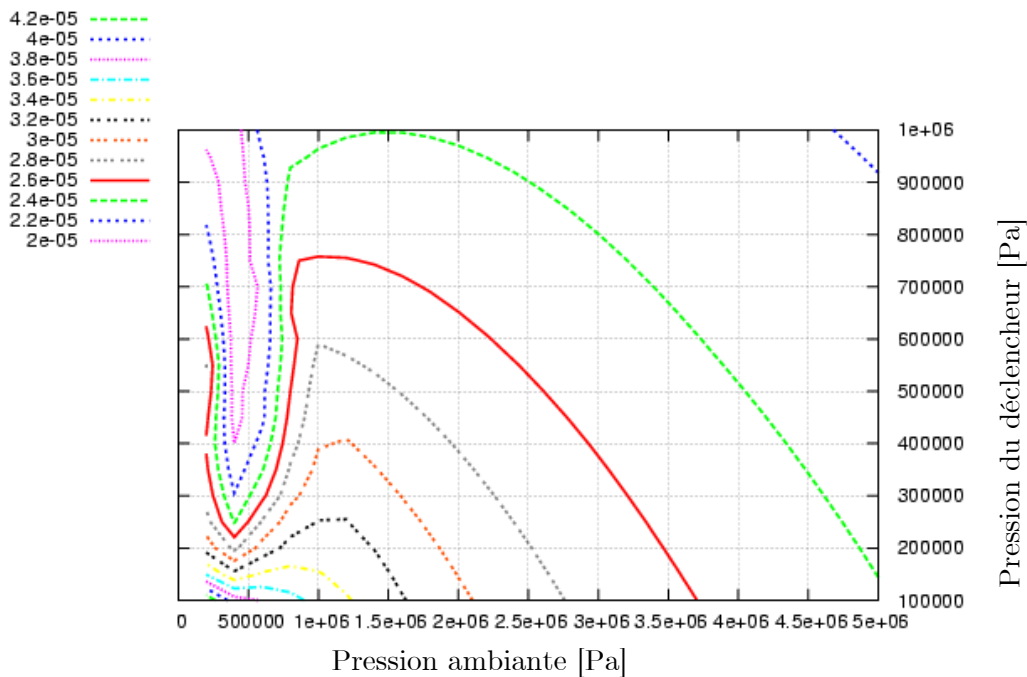
expériences de Bürger en gallium liquide [14]) qui ont des températures inférieures, tout en restant en ébullition en film, il n'y a pas d'indice montrant une dépendance avec la température de la goutte (sauf proche du point de fusion).

Notre modèle ne fait pas, lui non plus, apparaître de dépendance forte avec la température de la goutte.

### I-e. Pressions ambiantes

Nous faisons maintenant une extrapolation du modèle pour des pressions ambiantes beaucoup plus élevées. Ceci est en partie motivé par le fait que les cas accidentels envisagés dans les réacteurs nucléaires peuvent se produire à des pressions élevées (jusqu'à une centaine de bars). D'autre part, une telle extrapolation peut aussi nous aider à comprendre le phénomène qui modifie le seuil d'explosion en fonction de la pression ambiante.

Nous étendons le calcul des épaisseurs minimales obtenues au premier chapitre à des pressions ambiantes plus élevées, jusqu'à 50 bars (figure 4-15).

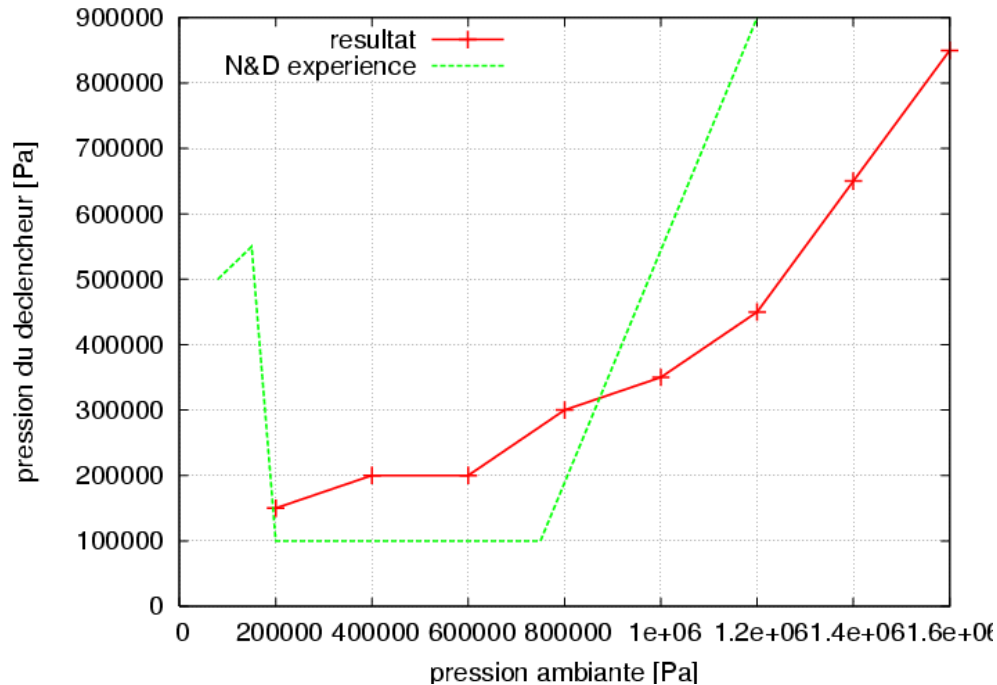


**figure 4-15 : Iso-épaisseurs minimales dans le cas standard à température d'eau constante, pour des pressions ambiantes plus élevées**

Si, comme dans le chapitre 1, nous utilisons le critère d'iso-épaisseur minimale de 30 µm, nous nous apercevons que l'explosion devrait être de plus en plus facile à mesure que la pression ambiante augmente au-delà d'environ 13 bars de pression ambiante, allant même jusqu'à devenir « spontanée ». Nous remarquons, aussi, qu'au-dessus de 15 bars, la variation des iso-épaisseurs minimales est relativement lente comparée aux 15 premiers bars.

Cependant, nous nous sommes intéressés à une iso-épaisseur minimale sur les cartes, alors que l'épaisseur initiale peut varier fortement et ainsi être inférieure à notre critère. Comme pour l'influence de la température de la goutte, nous voyons que ce critère n'est pas adapté.

Nous traçons aussi la carte d'explosion obtenue avec le modèle d'IRT (figure 4-16).



**figure 4-16 : Carte d'explosion pour de plus hautes pressions ambiantes**

Il faut noter qu'ici, la carte d'explosion (figure 4-16) est réalisée avec une instabilité initiale de 6  $\mu\text{m}$  au lieu des 4  $\mu\text{m}$  standard, car le cas standard ne présentait aucune explosion au-delà de 12 bars. La carte d'explosion illustre la forte dépendance à la pression ambiante. Avec les conditions initiales choisies, le modèle ne permet pas d'exploser au-delà de 16 bars de pression ambiante, à moins de monter très haut dans les pressions de déclenchement, ce qui sortirait du domaine de validité de notre modèle. En effet, à ces niveaux de pressions perturbantes, la fragmentation hydrodynamique devrait être prise en compte.

Avec la pression ambiante augmentant, les amplitudes des IRT deviennent de plus en plus faibles, car leur temps de croissance diminue d'autant (les cycles étant de plus en plus rapides). Donc malgré la diminution de l'épaisseur minimale, la croissance des instabilités diminue encore plus vite rendant impossible le contact.

Aucune expérience de fragmentation thermique mono goutte n'a eu lieu à d'aussi hautes pressions ambiantes, mais nous pensons que le déclenchement est difficile d'après les expériences HPTR.

Le modèle suggère qu'une fragmentation thermique ne peut avoir lieu au-delà d'une pression ambiante seuil, estimée ici autour de 16 bars.

## II. Prise en compte du taux de vide

Les gouttes de combustible, dans le cas d'une explosion de vapeur de grande échelle, ne sont pas entourées d'un liquide infini. En effet, les gouttes ont des voisines elles-mêmes entourées de vapeur et il peut aussi y avoir des bulles de vapeur dans le liquide. Toute cette vapeur modifie fortement la compressibilité du mélange et va donc influencer sur la cinétique de l'explosion et aussi sur la pression minimale qui initiera une explosion.

### II-a. Groupe de bulles

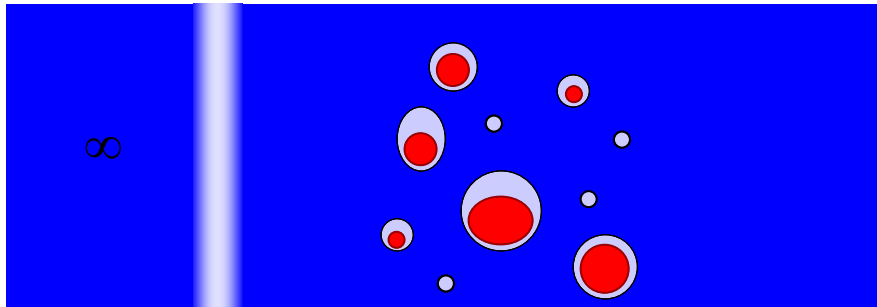


figure 4-17 : Schéma du milieu

Nous considérons que les gouttes et les bulles sont restreintes à une partie de l'eau (figure 4-17). C'est une configuration envisageable expérimentalement au début du *prémélange* lorsque le jet pénètre tout juste dans l'eau ou si le volume d'eau est beaucoup plus important que le volume de combustible ce dernier se dispersant peu. Nigmatulin [72] exprime alors dans ce cas l'équation de la dynamique de cette façon :

$$(103) \quad (1 - \phi_1)(R + \delta)v + \frac{3}{2}(1 - \phi_2)v^2 = \frac{P_v - P_l - \frac{2\sigma}{R + \delta}}{\rho_l} + \frac{R + \delta}{\rho_l C} \frac{\partial}{\partial t} (P_v - P_l)$$

avec  $C$  la vitesse du son dans le liquide,  $\phi_1 = 1,1.\alpha^{1/3}$  et  $\phi_2 = 1,5.\alpha^{1/3}$ , le taux de vide instantané  $\alpha$  est exprimé en fonction du taux de vide initial.  $P_l$  est la pression dans le liquide loin du groupe de bulles tel qu'une onde sonore partant des bulles ne l'a pas atteint.

Le taux de vide est défini comme étant le rapport du volume de gaz sur le volume total. Si nous considérons le volume de liquide constant car il est beaucoup moins compressible que le gaz :

$$V_l = V_{l0} = \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} V_{g0}$$

alors le taux de vide instantané peut s'écrire en fonction du taux de vide initial :



$$(104) \quad \alpha = \frac{V_g}{\frac{1-\alpha_0}{\alpha_0}V_{g0} + V_g} = \frac{\alpha_0 V_g}{(1-\alpha_0)V_{g0} + \alpha_0 V_g}$$

L'expression du volume de gaz, en faisant l'hypothèse qu'il n'y a que des gouttes similaires et des bulles de rayon identique dans le mélange, s'exprime :

$$(105) \quad V_g = \frac{4}{3}\pi \left[ ng \left( (R + \delta)^3 - R^3 \right) + nb.R_b^3 \right] \cong \frac{4}{3}\pi \left[ ng.3R^2\delta + nb.R_b^3 \right]$$

$ng$  est le nombre de gouttes par unité de volume,  $nb$  le nombre de bulles par unité de volume. Le taux de vide instantané s'écrit alors :

$$(106) \quad \alpha = \frac{\alpha_0 \left[ 3R^2\delta + np.R_b^3 \right]}{(1-\alpha_0) \left[ 3R^2\delta_0 + np.R_{b0}^3 \right] + \alpha_0 \left[ 3R^2\delta + np.R_b^3 \right]}$$

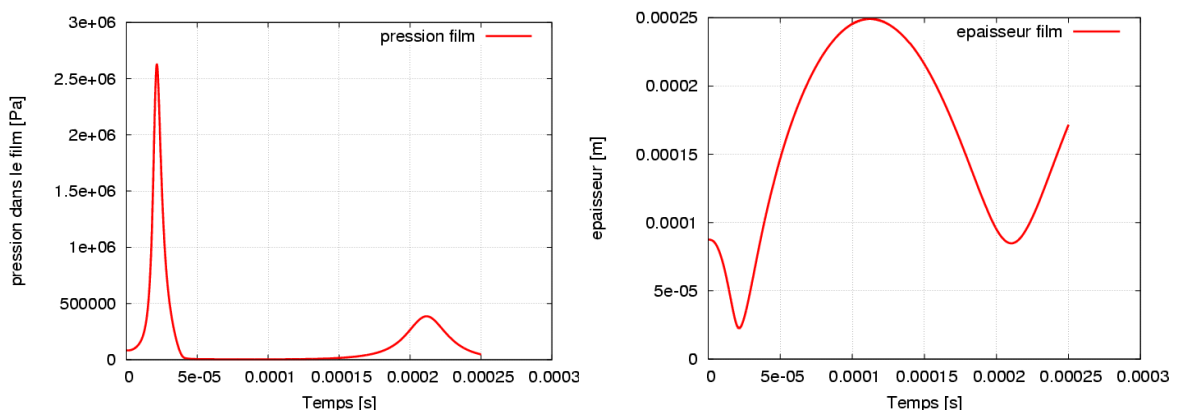
avec  $np = \frac{nb}{ng}$  le rapport entre nombre de bulles et nombre de gouttes. Ce rapport prend

une valeur comprise entre zéro (milieu ne contenant que des bulles) et l'infini (milieu ne contenant que des gouttes).

Le rayon des bulles est calculé à chaque instant par l'équation de Rayleigh (103).

*ii- Effet sur la dynamique de bulle*

À partir du cas standard, nous testons l'effet du taux de vide sur la variation de l'épaisseur de film ainsi que sur la pression générée dans le film.



**figure 4-18 : Pression et épaisseur d'une goutte seule**

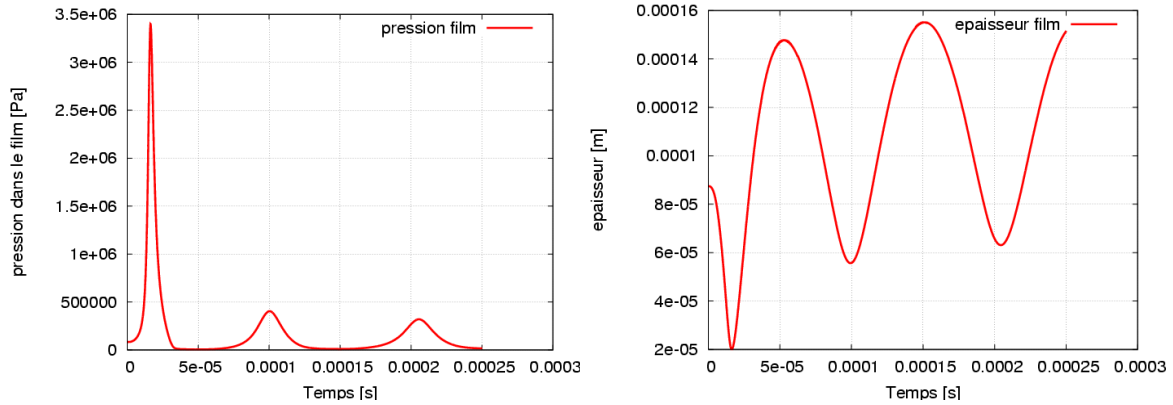


figure 4-19 : Pression et épaisseur pour un taux de vide de 5 % et  $np=0$

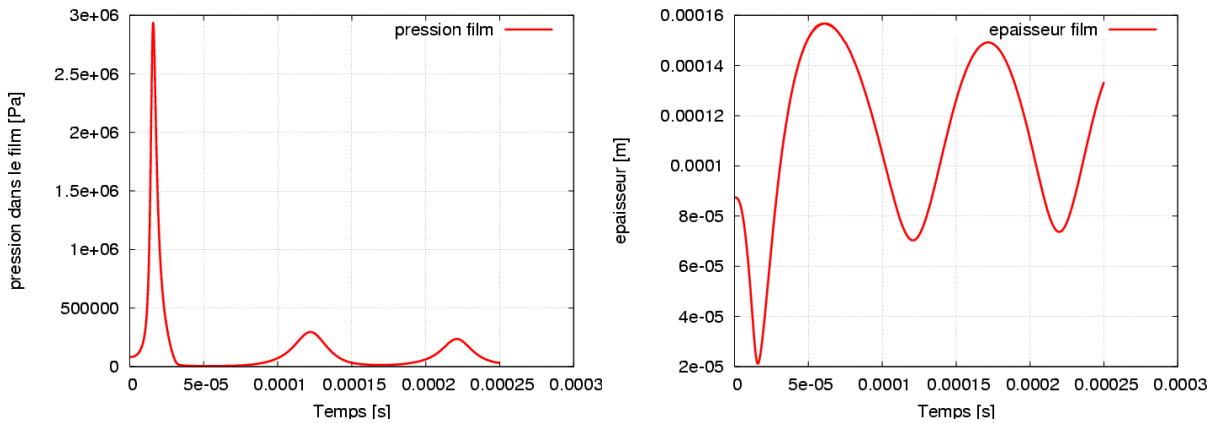


figure 4-20 : Pression et épaisseur pour un taux de vide de 5 % et  $np=1000$

Nous observons alors que lorsque le taux de vide est non nul :

- la période d'oscillation du film est plus courte ;
- l'expansion du film lors de la détente est plus petite ;
- l'épaisseur minimale atteinte par le film est un peu plus faible ;
- la pression maximale dans le film est plus forte.

Nous pouvons expliquer ces résultats en remarquant que la première phase de la compression est la mise en mouvement du liquide. Le liquide étant plus léger globalement, il accélère plus fort et se retrouve alors au point d'équilibre des pressions avec une vitesse plus élevée qu'un mélange sans taux de vide. Si nous faisons l'analogie avec un oscillateur

harmonique (pulsation  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ) ce phénomène se comprend, une masse plus faible entraînant une pulsation plus élevée. Cette vitesse plus grande entraîne alors une pressurisation plus grande, l'énergie cinétique évoluant proportionnellement avec la masse, mais surtout avec le carré de la vitesse.

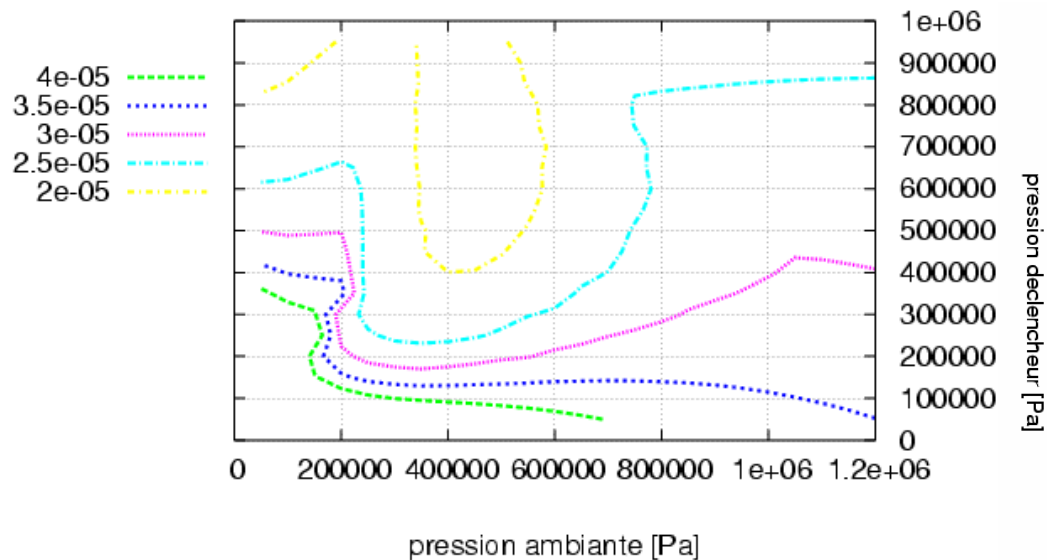
La différence entre milieu de bulles (figure 4-19) et milieu de gouttes (figure 4-20) se voit surtout au niveau de la pression maximale, la pression dans le cas du milieu de bulles est

supérieure au cas sans vide mais inférieure au cas avec gouttes. La période du cycle est légèrement plus petite dans le cas avec bulles. L'épaisseur minimale est similaire.

Un taux de vide non nul semble favorable à un contact liquide/liquide mais pas à sa durée.

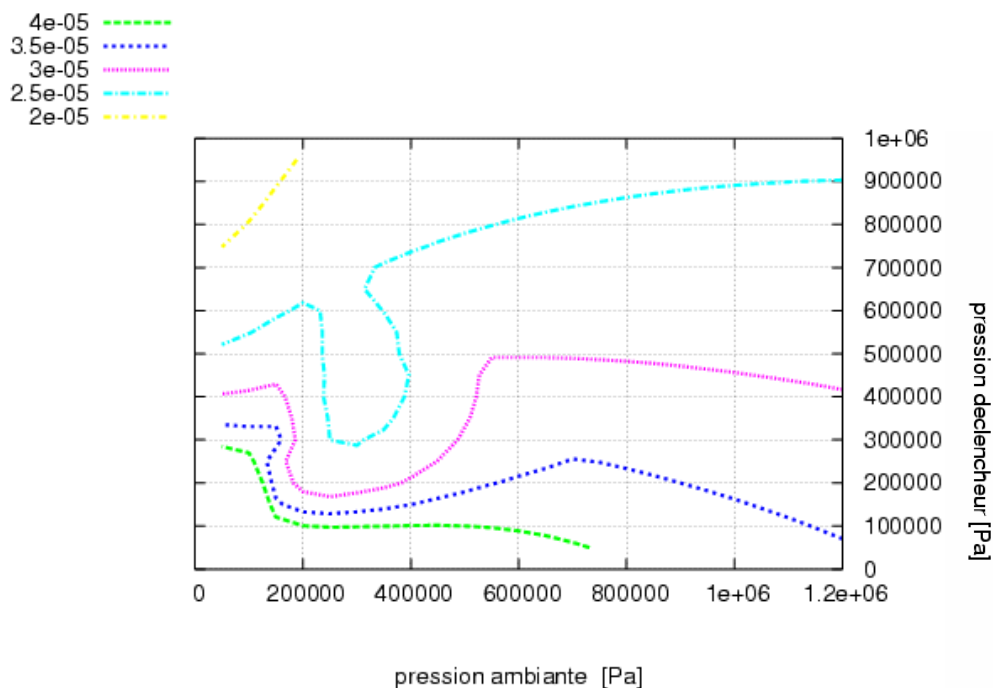
*iii- Effet sur la carte des épaisseurs minimales*

Nous nous intéressons à la modification de la carte des épaisseurs minimales lorsque le taux de vide est modifié. Pour rappel, nous traçons le cas standard sur la figure 4-21.



**figure 4-21 : Carte d'iso-épaisseurs minimales sans vide**

Sur les figures suivantes (figure 4-22, figure 4-23 et figure 4-24), les iso-épaisseurs minimales sont tracées pour un taux de vide de 5 % et trois valeurs de  $np$ .



**figure 4-22 : Carte d'iso-épaisseurs minimales pour un taux de vide 5 %  $np=1000$**

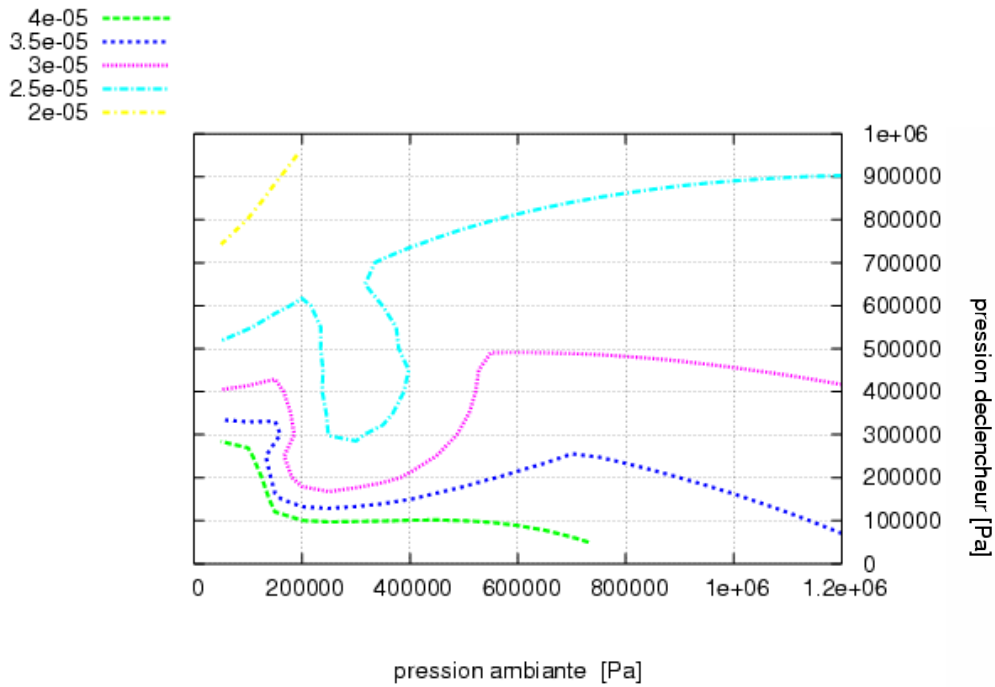


figure 4-23 : Carte d'iso-épaisseurs minimales pour un taux de vide 5 %  $n_p=1$

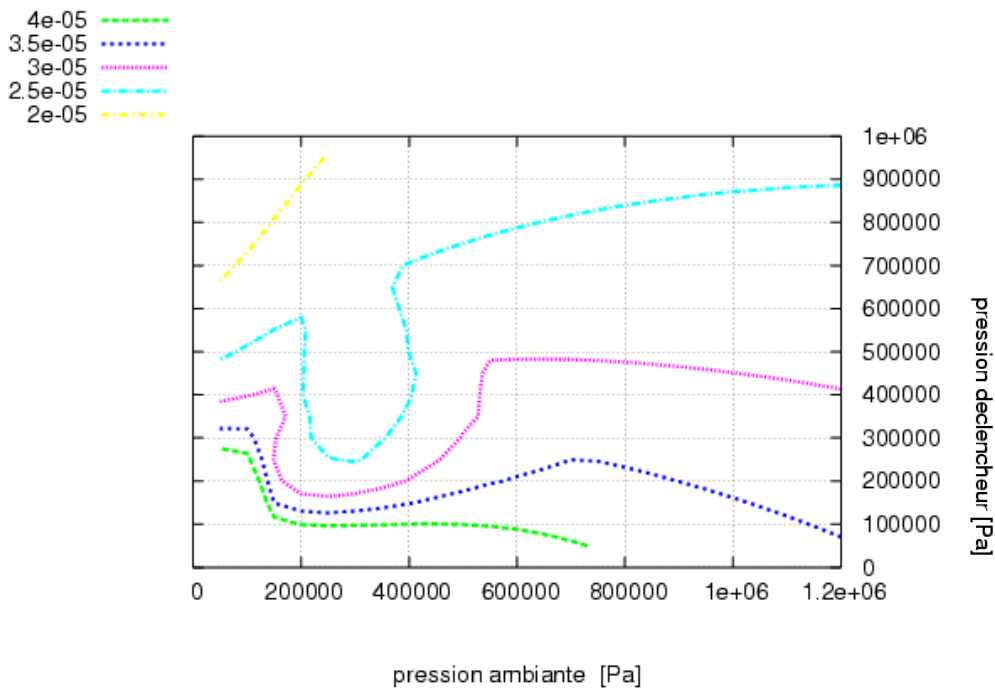


figure 4-24 : Carte d'iso-épaisseurs minimales pour un taux de vide 5 % et  $n_p=0$

Nous constatons que pour un taux de vide de 5 % la zone où le deuxième cycle a une influence est plus petite, elle se situe à peu près entre 2 et 5 bars. Une conséquence est un épaissement relatif de l'épaisseur minimale : le film est moins comprimé lors du deuxième cycle. Pour atteindre la même épaisseur minimale avec du vide il faut une pression du déclencheur plus élevée.

Sur les figures suivantes (figure 4-25, figure 4-26 et figure 4-27), nous utilisons un taux de vide de 10 %, afin de confirmer l'évolution observée à 5 %.

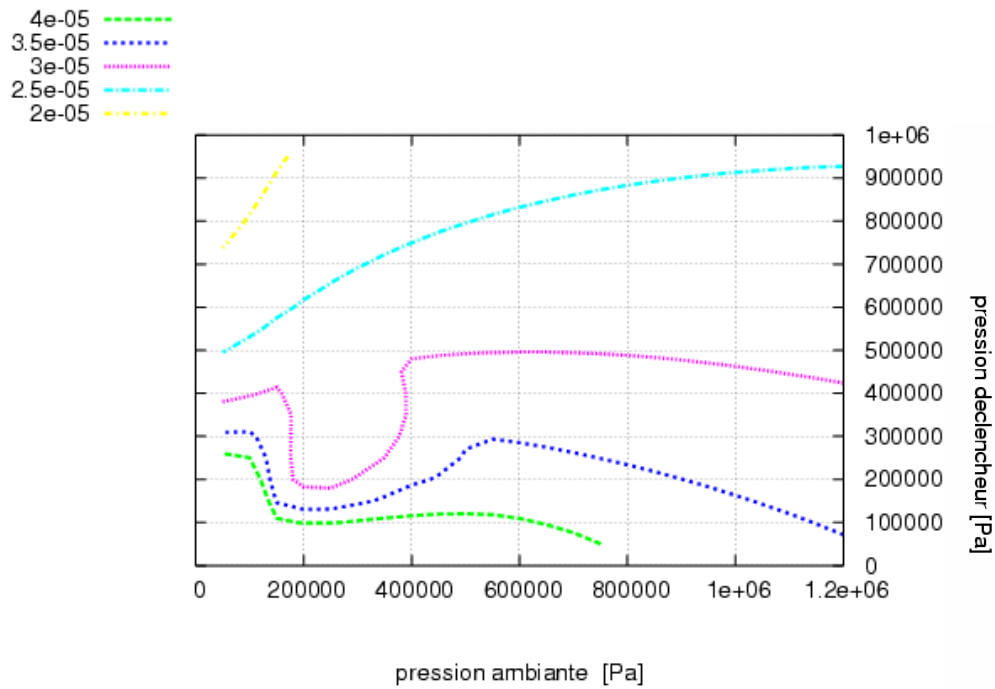


figure 4-25 : Carte d'iso-épaisseurs minimales pour un taux de vide 10 %  $np=1000$

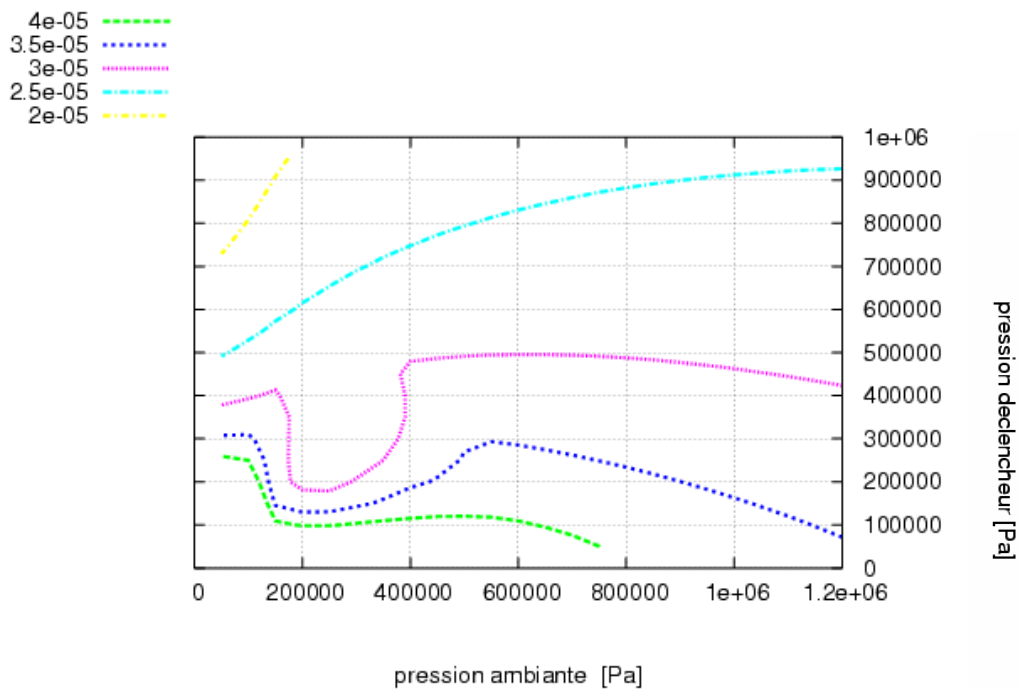


figure 4-26 : Carte d'iso-épaisseurs minimales pour un taux de vide 10 %  $np=1$

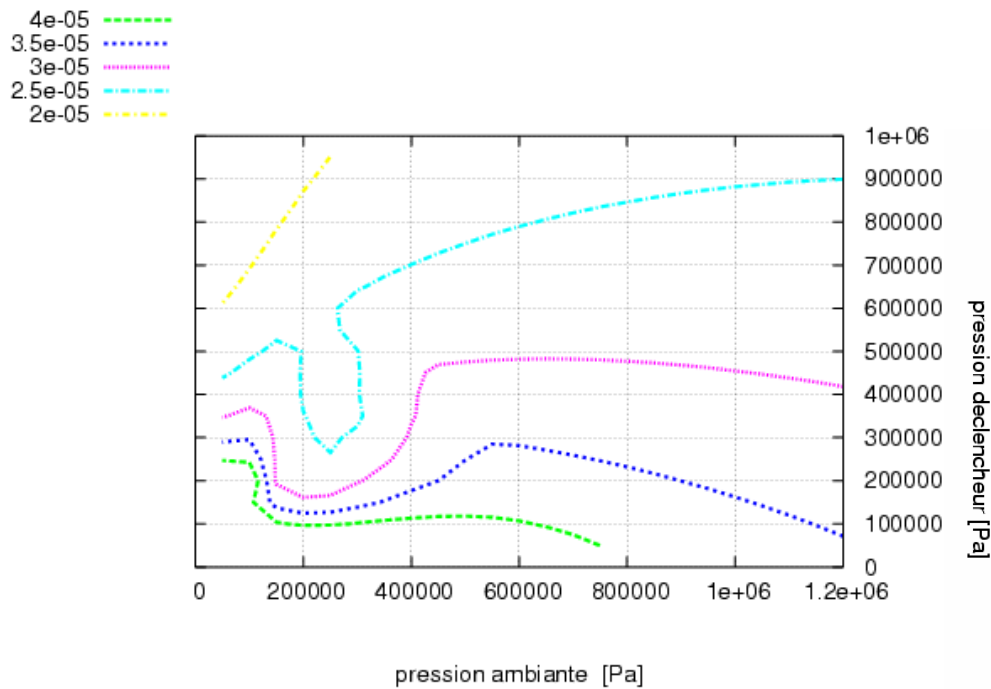


figure 4-27 : Carte d'iso-épaisseurs minimales pour un taux de vide 10 %  $np=0$

Pour un taux de vide de 10 % la tendance est confirmée. La zone où l'influence du deuxième cycle rentre en compte est encore diminuée. Il y a un épaissement global dans cette zone. Nous pouvons donc nous attendre à des seuils d'explosion supérieurs dans tous les cas, mais seulement légèrement inférieurs à basse pression ambiante, et à des seuils nettement plus élevés pour des pressions ambiantes à partir d'environ 5 bars.

Il y a très peu de différences entre les résultats pour  $np = 1$  et pour  $np = 1000$ . Mais entre  $np = 0$  et  $np = 1$ , il y a une différence. Un nombre de gouttes plus élevé ( $np > 1$ ) semble avoir le même effet qu'un taux de vide plus élevé sur la carte des épaisseurs minimales. Ceci peut s'expliquer par une plus grande compressibilité des bulles par rapport au film entourant les gouttes, les transferts de masse venant s'opposer à l'écrasement du film comme nous l'avons vu au chapitre 1.

*iv- Effet sur la carte d'explosion*

Il nous reste à obtenir l'effet global que le taux de vide a sur les seuils d'explosion en comparant les cartes d'explosion (avec modèle IRT) pour plusieurs taux de vide.

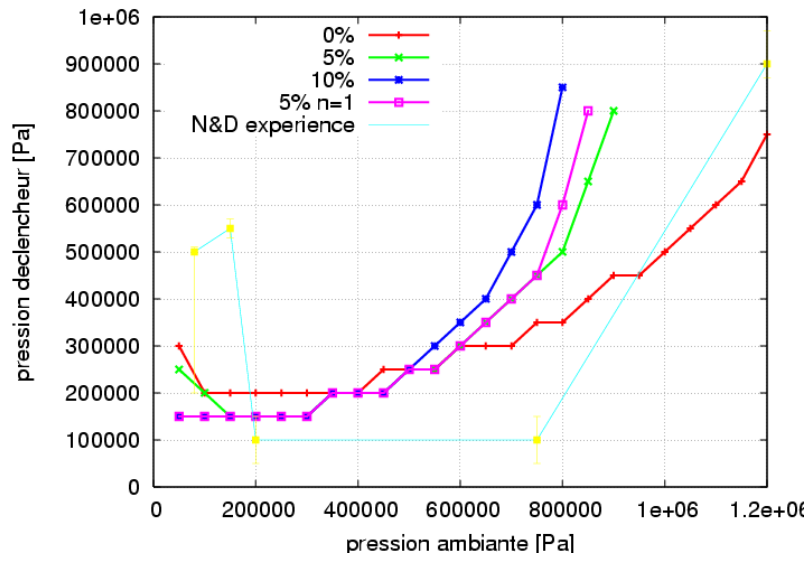


figure 4-28 : Domaines d'explosion selon la pression ambiante et le déclencheur pour des taux de vide de 0 %, 5 % et 10 % pour  $np=0$

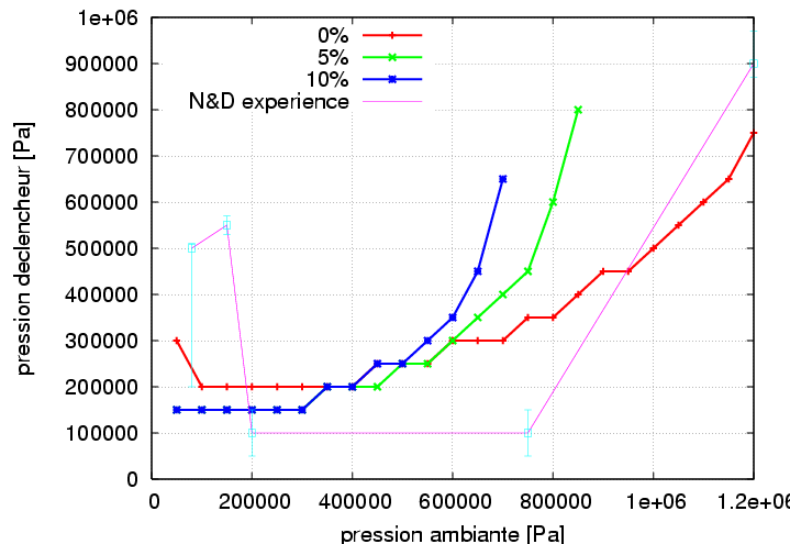
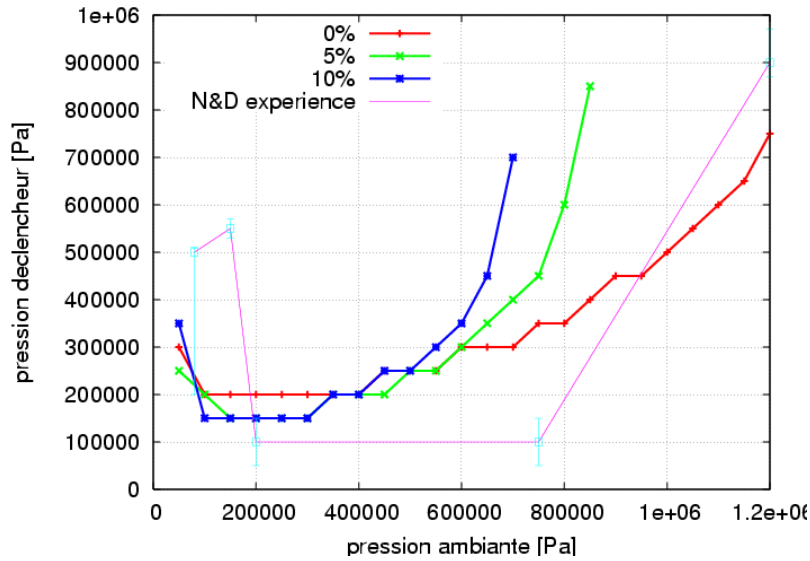


figure 4-29 : Domaines d'explosion selon la pression ambiante et le déclencheur pour des taux de vide de 0 %, 5 % et 10 % pour  $np=1$



**figure 4-30 : Domaines d'explosion selon la pression ambiante et le déclencheur pour des taux de vide de 0 %, 5 % et 10 % pour  $np=1000$**

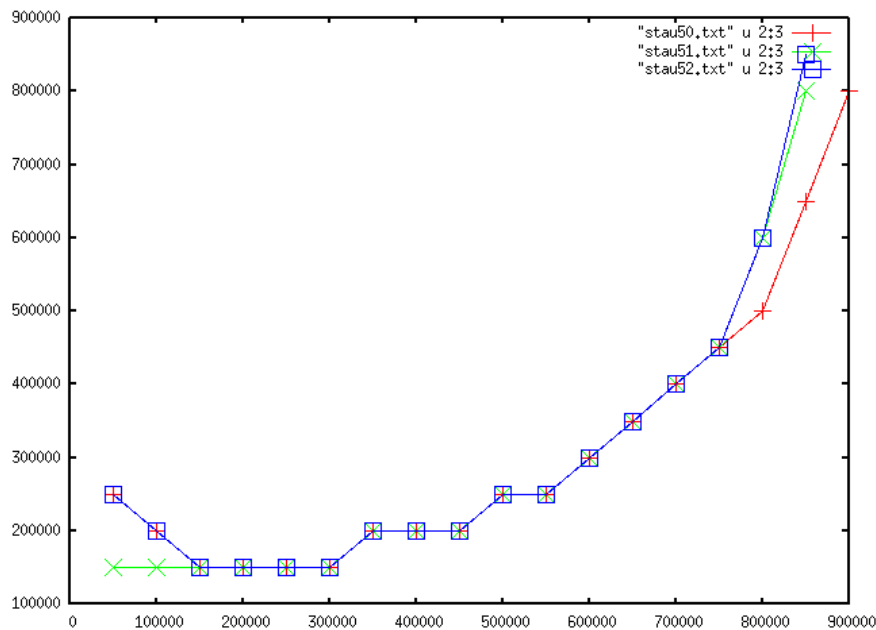
Le taux de vide a plusieurs effets :

- à basse pression ambiante, il facilite l'explosion et diminue le seuil d'explosion dans la zone palière de la courbe ;
- à haute pression ambiante le déclenchement est plus difficile et la pression ambiante à partir de laquelle le seuil monte linéairement est plus proche des basses pressions.

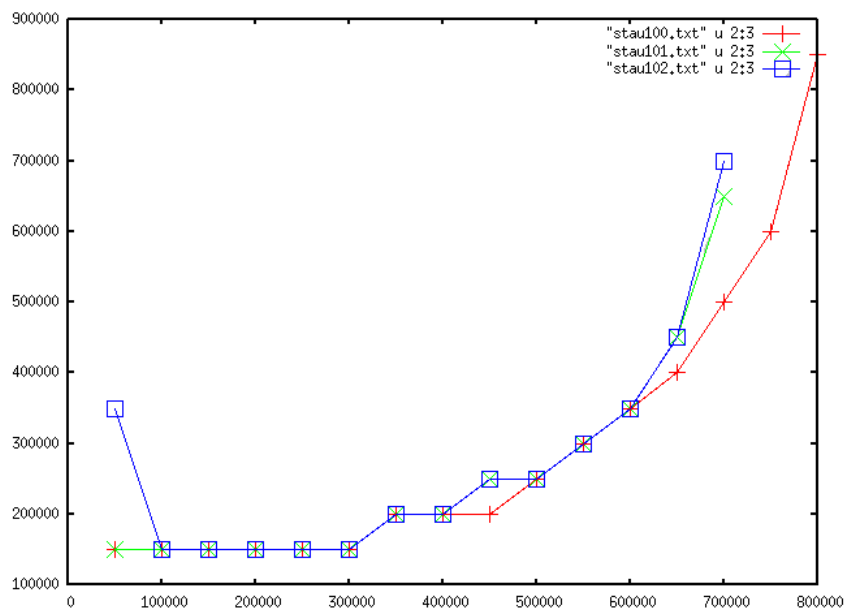
Globalement, le résultat obtenu par la variation des iso-épaisseurs minimales est conservé. Mais comme pour l'extrapolation à haute pression ambiante, nous ne retrouvons pas la zone quasi constante après l'influence du deuxième cycle. La pression ambiante, à partir de laquelle il est impossible d'exploser, est diminuée. Ainsi, par exemple pour  $np = 1000$ , avec un taux de vide nul, nous pouvions exploser à 12 bars de pression ambiante. Avec un taux de vide de 5 % une surpression de déclencheur de 10 bars ne suffit pas pour initier l'explosion à 9 bars de pression ambiante. Ce seuil tombe à 7,5 bars de pression ambiante pour un taux de vide de 10 %. L'effet du taux de vide à basse pression ambiante est plus dur à interpréter, certains résultats étant contradictoires, mais *grosso modo* nous pouvons dire qu'un taux de vide non nul favorise l'explosion.

Nous avons vu qu'il y avait un effet du rapport nombre de gouttes sur nombre de bulles sur la carte des épaisseurs minimales. Ici, sur la carte d'explosion, à très basse pression ambiante (0,5 bar) il y a un fort effet de  $np$ , qui augmente le seuil d'explosion. En revanche, son effet est nul à pression ambiante intermédiaire.





**figure 4-31 : Influence de goutte ou bulle pour un taux de vide de 5 % avec  $np=\{0;1;1000\}$**



**figure 4-32 : Influence de goutte ou bulle pour un taux de vide de 10 % avec  $np=\{0;1;1000\}$**

La figure 4-31 et la figure 4-32, pour plus de clarté, comparent sur le même graphique l'effet des différents  $np$ . Les différences sont assez minimales à 5 % un peu plus importantes à 10 %, mais dans l'ensemble l'effet est peu important. Il semble néanmoins que l'explosion soit facilitée lorsqu'il y a principalement des gouttes ( $np = 0$ ). La différence peut s'expliquer par le fait que la compression est différente en bulle ou en goutte. Les bulles donnent, comme nous l'avons vu, une plus grande compressibilité.

## II-b. Bulles omniprésentes

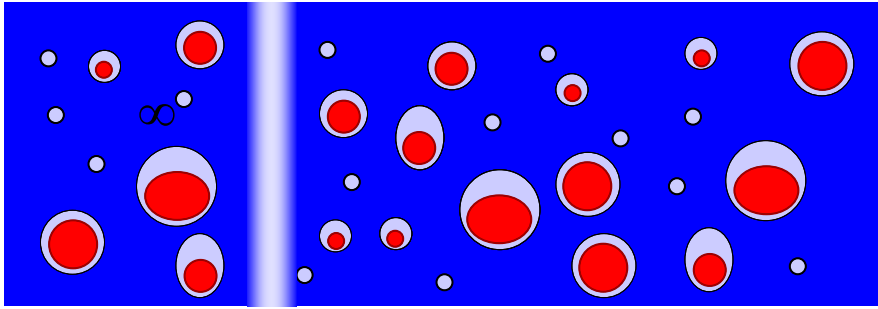


figure 4-33 : Schéma du milieu

Au lieu d'avoir comme précédemment un groupe de bulles isolé dans de l'eau, nous considérons que tout le milieu a un certain taux de vide. C'est ce qui se produit si il y a beaucoup de combustible et qu'il occupe un domaine important. L'équation d'évolution du film (Prosperetti [79]) s'écrit alors :

$$(107) \quad (1 - M) \left( R + \delta \right) \dot{v} + \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} M \right) v^2 = (1 + M) \frac{P_g - P_l - \frac{2\sigma}{R + \delta}}{\rho} + \frac{R + \delta}{\rho C} \frac{\partial}{\partial t} (P_g - P_l)$$

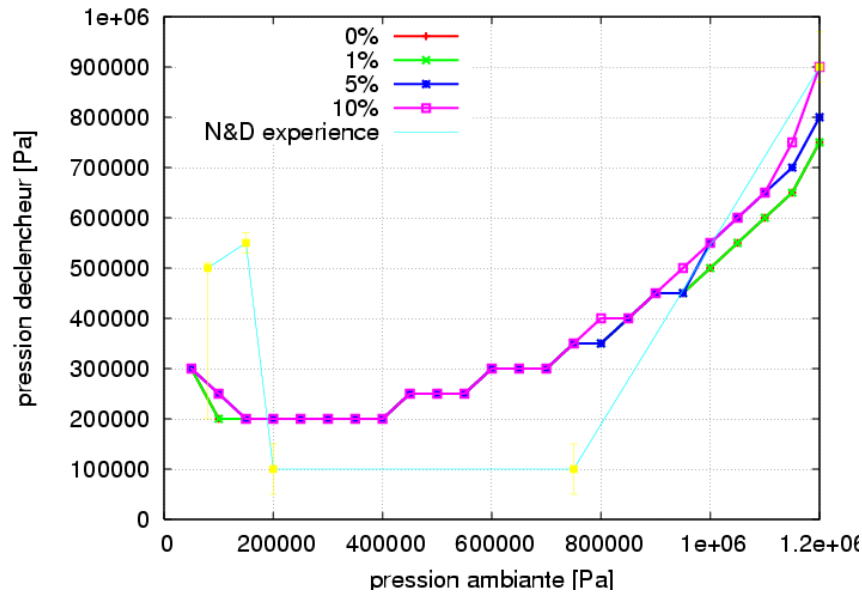
où  $M = \frac{v}{C}$  est le nombre de Mach de l'interface liquide/vapeur par rapport à la vitesse du son initial. Il doit être petit.  $\rho$  est la densité moyenne à l'infinie. Cette équation est valable dans un milieu compressible.

Le taux de vide intervient dans cette équation dans le calcul de la vitesse du son. Si le taux de vide est petit (< 10 %) la vitesse du son s'exprime s'il n'y a pas de changement de phase [34] :

$$(108) \quad 1/C^2 = \alpha_l \rho_l \left( \frac{\alpha_l}{\rho_l c_l^2} + \frac{\alpha_v}{\rho_v c_v^2} \right)$$

La goutte de *corium* peut être comptée avec l'eau liquide dans une même phase liquide pour la vitesse, car sa vitesse du son est proche. C'est l'équation d'un milieu fortement compressible. Du fait de la faible vitesse du son, il faut alors vérifier qu'à tout instant la vitesse d'interface est plus petite que la vitesse du son (équation en fortement compressible).

Il faut noter aussi que la perturbation étant un choc, elle se déplace un peu plus vite que le son, et plus le milieu est compressible plus elle se déplace avec un grand nombre de Mach. De ce fait, l'hypothèse de pression identique en tout point de la goutte reste valable.



**figure 4-34 : Cartes d'explosion selon la pression ambiante et du déclencheur pour des taux de vide de 0 %, 5 % et 10 %**

L'effet sur la carte d'explosion ici est très faible. Le taux de vide jouerait dans ce cas un rôle nul. Il est possible que la vitesse du son ne chute pas suffisamment pour que la différence d'équation devienne importante. Dans le cas de 10 % de vide, la vitesse du son atteindrait environ 30 m/s. L'ordre de vitesse de l'interface est de 10 m/s. Le nombre de Mach est donc de l'ordre de 1/3, ce qui devrait devenir significatif.

## II-c. Conclusions sur l'effet du taux de vide

Le taux de vide a sur l'explosion un effet mitigé, son principal effet est une fréquence d'oscillation du film de vapeur plus élevée. Ceci a pour conséquence de déplacer la zone où l'épaisseur du déclencheur est le plus en accord avec l'oscillation propre du film vers les basses pressions. Nous avons donc une explosion facilitée à basse pression ambiante, mais inhibée vers les hautes pressions ambiantes. Nous pouvons aussi noter que malgré l'approche relativement simplifiée dans la modélisation, il y a un effet selon le milieu. Ainsi, le milieu ayant un taux de vide homogène, celui ayant des gouttes localisées ou celui ayant des bulles localisées, se comporteront différemment alors que leur taux de vide initial est identique.

## **III. Conclusion des extrapolations**

Dans un premier temps, nous avons utilisé le modèle pour mieux apprécier l'influence de la température de l'eau. Nous trouvons, comme expérimentalement, une température seuil au-

delà de laquelle l'explosion est beaucoup plus difficile à initier. Néanmoins, le modèle obtient un seuil décalé d'environ 40 K par rapport à l'expérience. Nous avons ensuite utilisé le modèle pour analyser l'effet de la température de la goutte. Il n'est pas obtenu de dépendance forte, ce qui ne contredit pas l'expérience. Nous remarquons cependant qu'au-delà d'environ 2500 K les effets de rayonnement, non pris en compte dans le modèle, d'Epstein et Hauser, peuvent avoir une influence non négligeable. Enfin, nous avons effectué une extrapolation jusqu'à une pression ambiante de 50 bars. Nous avons alors une pression ambiante seuil au-dessus de laquelle une perturbation faible ne peut initier une explosion. Le seuil est légèrement au-delà des 10 bars.

Dans un second temps, nous avons modifié l'équation de compression du film de vapeur de façon à prendre en compte un léger taux de vide dans le liquide. L'effet de ce taux de vide est principalement de modifier la fréquence d'oscillation du film de vapeur. Il modifie donc le lien entre la pression ambiante et la largeur du déclencheur et par ce biais, la carte d'explosion.

Pour une ébullition généralisée (taux de vide homogène), nous ne constatons pas d'influence importante du taux de vide.



## Conclusion

La problématique générale de la thèse était de mieux comprendre l'initiation d'une explosion de vapeur par le mécanisme de fragmentation thermique ainsi que de l'escalade, afin d'aboutir à une prédiction du phénomène en fonction des conditions initiales.

Pour cela, nous nous sommes intéressés à l'explosion d'une goutte seule. En effet, il est expérimentalement montré qu'une goutte liquide suffisamment chaude pour être entourée d'un film de vapeur stable explose lorsqu'elle est soumise à une petite perturbation de pression (quelques bars pendant quelques dizaines de microsecondes). Elle se fragmente alors en quelques millisecondes de manière cyclique et isotrope.

Pour mieux répondre à la problématique, l'idée principale — et originale par rapport aux travaux précédents cherchant à retrouver les caractéristiques de l'explosion d'une goutte — est de chercher les conditions menant à une explosion. Ceci est guidé par le fait que, malgré plusieurs modèles radicalement différents, les auteurs des travaux précédents obtiennent des résultats très proches de l'expérience sur la variation de la quantité de vapeur entourant la goutte durant l'explosion. Leurs résultats sont obtenus par la mise en œuvre de nombreux modèles complexes successifs et d'un important paramétrage. Aucun de ces travaux ne permet finalement de trancher sur le mécanisme exact. Néanmoins ces modèles s'accordent sur une certaine partie de la modélisation : contraction du film de vapeur suite à la perturbation, ce qui entraîne une croissance des « instabilités » qui vont alors entrer en contact avec la goutte et provoquer sa déformation.

Le mécanisme de déformation de la goutte semble la partie la plus incertaine et la plus complexe à modéliser. Cependant, d'après les observations expérimentales, le phénomène de fragmentation paraît avoir un comportement très binaire. Cela permet de définir des seuils de pression de perturbation à partir desquels une explosion a lieu en fonction des conditions initiales. Une fois l'explosion déclenchée, son comportement ne semble pas être fonction de la perturbation. Ainsi, le processus d'escalade dépendra moins des caractéristiques de l'explosion d'une goutte que de la possibilité d'initier l'explosion à la goutte suivante. Donc, il apparaît superflu, dans un premier temps, de chercher à caractériser les différentes phases de l'explosion d'une goutte.

L'évènement menant à la fragmentation nous semble être la réalisation d'un contact entre les deux liquides. Nous proposons une justification de cette hypothèse dans le troisième chapitre, mais, dans un premier temps, une modélisation très précise est inutile. Nous

décidons alors de nous focaliser sur les premières phases de l'explosion de la goutte pour expliquer les variations des seuils de pression de perturbation en fonction des conditions initiales. En nous basant sur le critère simple d'un contact entre la goutte et l'eau, nous pouvons établir des cartes d'explosions et les comparer aux cartes expérimentales réalisées par Nelson & Duda.

Nous avons dans un premier temps modélisé l'évolution du film de vapeur soumis à une perturbation de pression et nous avons observé son épaisseur minimale en fonction de la pression ambiante, de la température de l'eau et de la pression maximale de perturbation. Cette épaisseur minimale est supposée refléter l'amplitude que les diverses déformations des interfaces doivent avoir pour parvenir à un contact entre liquide. Il est apparu que certaines valeurs d'épaisseur minimales présentaient des évolutions similaires aux seuils expérimentaux de déclenchement. Néanmoins, cette similitude n'est possible que si nous considérons que les contacts n'ont pas nécessairement lieu à la première compression du film (ainsi que suggéré par l'ensemble des travaux précédents) mais au cours des cycles suivants de compression/détente du film. Cet élément nouveau est discuté et semble en accord avec les observations expérimentales. Il semblerait bien que cette épaisseur minimale atteinte durant la compression explique en grande partie les variations expérimentales. Néanmoins, l'explication n'est pas complète et il est impossible de proposer des extrapolations ne sachant pas *a priori* quelle épaisseur minimale correspondra au seuil d'explosion.

Nous proposons donc ensuite une modélisation des croissances des instabilités de Rayleigh-Taylor auxquelles l'interface est sujette. Nous observons alors des amplifications relativement faibles et restant bornées par le domaine linéaire. Les amplifications obtenues sont assez similaires sur l'ensemble de la carte et ne subissent pas les discontinuités flagrantes observées expérimentalement en fonction de la pression ambiante. L'obtention de contacts donnant un résultat proche de l'expérience est ainsi obtenue pour des valeurs d'amplitudes initiales des instabilités assez précises. Les instabilités de Rayleigh Taylor sont un mécanisme produisant les déformations de l'interface nécessaires au contact, mais ne semblent pas responsables des variations des zones expérimentales d'explosion.

Ce résultat est soumis à l'hypothèse forte qu'un simple contact entre liquide suffit. Nous avons alors cherché à justifier cette hypothèse. Nous nous sommes intéressés, dans un premier temps, aux conditions nécessaires à appliquer sur la goutte afin qu'elle se déstabilise et fragmente. Il est alors apparu que la force à exercer sur la goutte est relativement faible et que le temps durant lequel cette force doit être appliquée est petit devant le temps d'évolution du film et des instabilités. Nous analysons ensuite deux mécanismes distincts de déstabilisation de la surface de la goutte. Le premier fait l'hypothèse d'un contact parfait

## 157B Conclusion

entre les fluides. Il découle de ce contact un choc thermique puissant qui est analysé dans le cas d'une géométrie simplifiée, à l'aide d'un modèle basé sur la méthode des caractéristiques. L'eau mise en contact avec une surface très chaude passe dans un état supercritique lui permettant de générer un film de vapeur sans passer par une phase de nucléation. Ce processus permet largement de générer, en un temps très court, les surpressions nécessaires. Cependant, les conditions et temps caractéristiques mis en œuvre sont tels que l'existence même de tels contacts semble sujette à discussions. Nous avons alors examiné la possibilité qu'un « pseudo-contact », c'est-à-dire un rapprochement extrême des liquides sans qu'il n'y ait pour autant un contact, génère une pression suffisante. Ce pseudo-contact est de nature à générer de fortes pressions à cause de la vaporisation intense qui se produit là où la distance est la plus faible. Nous estimons cet effet via une modélisation plus complexe couplant les deux interfaces. Le modèle fait apparaître que ce mécanisme est lui aussi suffisant pour déstabiliser la goutte et déclencher l'explosion, soit au même instant, soit au cycle suivant de compression du film. Il en découle alors que quelle que soit la nature du contact, réel ou pseudo-contact, celui-ci suffit à provoquer la fragmentation, confirmant ainsi notre hypothèse.

Le modèle réalisé est enfin utilisé pour effectuer des extrapolations et estimer les variations de seuils d'explosion pour la température de la goutte, des pressions ambiantes plus élevées et l'influence du taux de vide. Dans ces cas, les variations des iso-épaisseurs minimales ne sont pas pertinentes pour décrire les domaines d'explosion. Le modèle complet avec instabilités de Rayleigh Taylor est nécessaire. En dehors des incertitudes liées aux modèles (donc que nous pouvons circonscrire), le seul paramètre physique incertain est l'amplitude des instabilités initiales. Les résultats sont donc à apprécier en tendance. Nous trouvons en particulier que la température de la goutte a une faible influence de même que le taux de vide quand il est généralisé à l'ensemble du domaine. Nous trouvons aussi qu'il existe un seuil pour la pression ambiante, situé autour de 15 bars, au-delà duquel la fragmentation thermique seule ne peut se produire. Pour ces hautes pressions ambiantes, la pression de perturbation nécessaire au déclenchement est telle que les effets hydrodynamiques sont à prendre en compte.

Le modèle présenté permet de retrouver les principales tendances des cartes d'explosion expérimentales en ajustant finement la valeur de l'instabilité initiale, seul paramètre physique inconnu. Ceci permet de justifier l'approche choisie ainsi que les principales hypothèses. Cependant, les extrapolations ne peuvent être appréciées qu'en tendance et certains aspects semblent améliorables. En particulier, nous pensons qu'une amélioration des transferts de masse résoudrait certains écarts avec l'expérience, en particulier ceux en fonction de la température de l'eau. De plus, certaines approximations du modèle sont assez fortes et sont très difficiles à résoudre. L'hypothèse de symétrie sphérique, en premier lieu, pose un



problème dans la mesure où ni la perturbation ni le film, dans les expériences, ne présentent réellement cette symétrie. Le problème de l'instabilité initiale est aussi à lui seul un problème délicat à résoudre. Nous pensons aussi qu'un effort doit être fait pour avoir une meilleure confiance dans les mécanismes de déstabilisation de la goutte.

De façon plus générale, ce phénomène de fragmentation thermique semble confiné à un domaine bien particulier de déclencheurs et de conditions initiales. Un modèle prenant en compte non seulement les aspects de fragmentation thermique mais aussi de fragmentation hydrodynamique permettrait de décrire sur un domaine plus vaste les mécanismes ayant lieu durant l'explosion de vapeur.

Un tel modèle pourrait prendre appui sur les expériences DROPS de Bürger et al [14] et celle de Ciccarelli et Frost [26], qui explorent le domaine de transition entre fragmentation thermique et hydrodynamique. Les auteurs observent dans ces expériences que la fragmentation hydrodynamique apporte des fragments supplémentaires à la fragmentation thermique, il faudrait donc prendre en compte les deux aspects. Ce modèle pourrait être validé en retrouvant l'allongement puis la suppression des cycles d'oscillation du film à mesure que la pression du déclencheur augmente.

Enfin, le problème de la propagation de goutte à goutte ne peut être abordé sans disposer d'une modélisation plus complète permettant d'estimer les pressions générées lors des phases d'effondrement du film/bulle après fragmentation. Cela passe a priori par une modélisation simplifiée de la phase de déstabilisation de la goutte. Celle-ci doit reposer sur une bonne compréhension des mécanismes et il semble important de continuer le travail réalisé sur ce point au cours de la thèse.

# Annexes

## I. Annexes introduction

### I-a. Modèles théoriques de l'explosion

#### *i- Hicks & Menzies*

Modèle thermodynamique de l'explosion. L'explosion est modélisée par deux phases. Première phase il se produit un mélange total isochore et adiabatique du combustible et du réfrigérant avec équilibre thermique. L'échange de température se produisant de manière isochore, le travail échangé avec l'extérieur est nul, et comme il n'y a pas d'échange de chaleur, la variation d'énergie du mélange est donc nulle. La température finale dépend des équations d'états, et des températures initiales.

$$\Delta U_{\text{mélange}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{combustible}} + \Delta U_{\text{réfrigérant}} = 0$$

Puis, deuxième phase, le réfrigérant se détend de façon adiabatique réversible contre une pression ambiante fixe. La transformation étant adiabatique, le seul échange d'énergie se fait par le travail de la détente. Le travail fourni par la détente étant égal au travail reçu par le milieu extérieur, il suffit donc de calculer la variation de volume du mélange.

$$W = P_{\text{ambiante}} \cdot \Delta V_{\text{mélange}}$$

Le rendement est ensuite calculé comme le rapport de ce travail sur l'énergie thermique disponible dans le combustible entre sa température initiale et la température du réfrigérant.

$$\text{Rendement : } \eta = \frac{W}{U_{\text{comb}}(T_{\text{initial.comb}}) - U_{\text{comb}}(T_{\text{initial.réfr}})}$$

L'état intermédiaire place le réfrigérant dans un état supercritique à très haute pression, ce qui est peu réaliste. Le rendement maximal est de l'ordre de 50 %. Ce modèle représente une limite haute pour une explosion de vapeur.

#### *ii- Hall*

Hall reprend le modèle thermodynamique de H&M, mais la détente se fait dans une enceinte fermée. Dans l'enceinte il y a l'eau avec le combustible, et au-dessus un gaz de couverture. Le travail de la réaction sera le travail reçu par la compression, supposée

réversible, du gaz de couverture. À l'état final, les pressions du gaz de couverture et du mélange sont identiques.

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{gaz.couverture}} dV = P_{g.couv} V^\gamma \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V^\gamma}$$

De plus le combustible reste en équilibre thermique avec le réfrigérant. Le rendement est calculé de la même façon que dans le modèle de Hicks&Menzies.

Par hypothèse, toutes les irréversibilités sont contenues dans le mélange, ce qui constitue une limite inférieure, avec des rendements de l'ordre de 7 %.

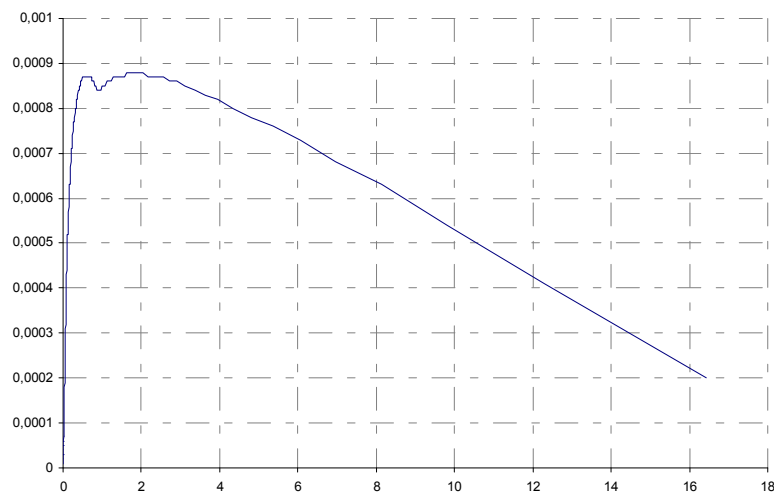


figure A-1 : type de rendement que l'on peut obtenir en fonction du rapport de masse

### iii- Board & Hall

Modèle de détonation monodimensionnelle qui s'appuie sur la détonique classique (explosif chimique).

Les différentes étapes du modèle sont : passage d'une onde choc dans le mélange grossier combustible réfrigérant qui porte le mélange à une forte pression. Les gouttes de combustible se fragmentent et le tout arrive à l'équilibre thermique. Puis, dans une seconde phase, le mélange se détend.

On a les équations de conservation (Hugoniot) à travers un choc :

$$\begin{cases} \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \\ (\rho_1 v_1^2 + P_1) = (\rho_2 v_2^2 + P_2) \\ \frac{1}{2} v_1^2 + h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + h_2 \end{cases}$$

Ces équations s'appliquent entre l'état initial et l'état d'équilibre où la fragmentation et les transferts thermiques sont terminés. En utilisant les relations thermodynamiques ( $h = u + P/\rho$ ), on obtient :

$$(109) \quad u_2 - u_1 = \frac{1}{2}(P_1 + P_2) \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)$$

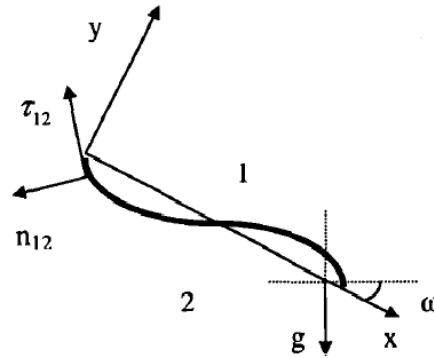
$$(110) \quad \text{et} \quad \frac{P_2 - P_1}{1/\rho_1 - 1/\rho_2} = \rho_1^2 v_1^2$$

Si on considère que l'on connaît l'état initial, la fonction d'état des composants, on a deux inconnues  $\rho_2$  et  $P_2$ . Les relations d'Hugoniot ne sont valables que pour des états où la matière est en équilibre, c'est-à-dire où l'on peut définir une fonction énergie  $u(P_2, \rho_2)$ .

L'énergie du mélange après le choc  $u_2$  est donc tel que l'équilibre thermique soit atteint.

Le seul état de détonation stable est celui tel que la droite de l'équation (110) soit tangente à la courbe donnée par l'équation (109).

### I-b. Les instabilités de Rayleigh Taylor et de Kelvin Helmholtz



On considère l'écoulement incompressible et irrotationnel. Ces hypothèses nous donnent la forme des perturbations du potentiel des vitesses :

$$\Phi = A(t)e^{ikx} e^{\pm ky} \quad \text{conditions aux limites : } \Phi_1 = A(t)e^{ikx} e^{-ky} \quad \text{et} \quad \Phi_2 = A(t)e^{ikx} e^{+ky}$$

En géométrie cartésienne 2D, l'équation du potentiel à la surface de la goutte nous donne :

$$\rho \left( \ddot{\Phi} + 1/2 (\vec{\nabla} \Phi)^2 + \phi \right) + P = \tilde{c}(t)$$

avec l'accélération subie par la goutte :  $\vec{g} = \vec{\nabla} \phi$

et l'équation de continuité des vitesses à l'interface :

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial}{\partial y} \Phi$$

La forme de l'interface est exprimée par :  $\eta = \eta_0 e^{n.t} e^{ikx}$

$$\text{Soit en 1 : } \Phi_1 = \frac{n + i.u_{1x}.k}{-k} \eta \quad \text{et en 2 : } \Phi_2 = \frac{n + i.u_{2x}.k}{k} \eta$$

À l'interface, le saut de pression est dû à la tension de surface  $\sigma$  :

$$[P]_{\parallel}^2 = -\sigma \frac{\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2\right)^{3/2}}$$

Ce qui permet d'en déduire en linéarisant en vitesse le saut de pression à l'interface :

$$[\rho(\dot{\Phi} + V_{0x} \frac{\partial}{\partial x} \Phi + \phi)]_{\parallel}^2 = \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

Avec  $\vec{g} = -g\vec{e}_y \Rightarrow \phi = -gy$

$$[\rho(\frac{d}{dt} \Phi + ikV_{0x} \Phi - g\eta)]_{\parallel}^2 = -\sigma k^2 \eta$$

$$\left[ \rho \left( \frac{n^2 + iu_x kn}{\pm k} \eta + ikV_{0x} \frac{n + iu_x k}{\pm k} \eta - g\eta \right) \right]_{\parallel}^2 = -\sigma k^2 \eta$$

D'où l'équation pour le taux de croissance  $n$  :

$$[\rho(\pm n^2 \pm 2ikV_{0x} n \pm k^2 V_{0x}^2 - gk)]_{\parallel}^2 = -\sigma k^3$$

$$(\rho_2 + \rho_1)n^2 + 2ik(\rho_2 V_{0x2} + \rho_1 V_{0x1})n - k^2(\rho_2 V_{0x2}^2 + \rho_1 V_{0x1}^2) - (\rho_2 - \rho_1)gk + \sigma k^3 = 0$$

Solution en considérant la vitesse nulle dans le milieu 2 :

$$n = \frac{-ik\rho_1 V_{0x1} \pm \sqrt{-k^2 \rho_1^2 V_{0x1}^2 / 4 + (\rho_2 + \rho_1)(k^2 \rho_1 V_{0x1}^2 + (\rho_2 - \rho_1)gk - \sigma k^3)}}{\rho_2 + \rho_1}$$

Ce qui se simplifie en prenant  $\rho_2 \gg \rho_1 \Rightarrow \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_2} \ll 1$

$$n = \frac{-ik\rho_1 V_{0x1} \pm \sqrt{-k^2 \rho_1^2 V_{0x1}^2 / 4 + \rho_2(k^2 \rho_1 V_{0x1}^2 + \rho_2 gk - \sigma k^3)}}{\rho_2}$$

$$\begin{aligned} n &= -ik\varepsilon V_{0x1} \pm \sqrt{-k^2 \varepsilon^2 V_{0x1}^2 / 4 + (k^2 \varepsilon V_{0x1}^2 + gk - \sigma k^3 / \rho_2)} \\ &= -ik\varepsilon V_{0x1} \pm \sqrt{\sigma k^3 / \rho_2} \sqrt{-k^{-1} \frac{\varepsilon \rho_1 V_{0x1}^2}{\sigma 4} + k^{-1} \frac{\rho_1 V_{0x1}^2}{\sigma} + \frac{\rho_2 g}{\sigma} \frac{1}{k^2} - 1} \\ &= -ik\varepsilon V_{0x1} \pm \sqrt{\sigma k^3 / \rho_2} \sqrt{\frac{\rho_1}{\sigma} k^{-1} V_{0x1}^2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{4}\right) + \frac{\rho_2 g}{\sigma} \frac{1}{k^2} - 1} \end{aligned}$$

En introduisant les nombres de Bond et de Weber, nous obtenons :

$$\begin{aligned} n &= -ik\varepsilon V_{0x1} \pm \sqrt{\sigma k^3 / \rho_2} \sqrt{k^{-1} \frac{We}{D} \left(1 - \frac{\varepsilon}{4}\right) + \frac{Bo}{D^2} \frac{1}{k^2} - 1} \\ &= -ik\varepsilon V_{0x1} \pm \sqrt{\sigma k^3 / \rho_2} \sqrt{\frac{We}{Dk} + \frac{Bo}{k^2 D^2} - 1} \end{aligned}$$

La perturbation sera instable seulement si  $n$  a une partie réelle, soit si le terme sous la racine est positif. Pour respecter le critère de croissance des instabilités, il faut  $k < \frac{We}{D}$  et/ou

$$k < \frac{\sqrt{Bo}}{D}$$

Si nous prenons en compte le fait que ces instabilités prennent place à la surface d'une goutte, nous remarquons que  $Dk = 2\pi \frac{D}{\lambda} = 2\pi.m$  où  $m$  est le mode.

Si nous considérons  $We$  (relié aux IKH) et  $Bo$  (relié aux IRT) indépendamment :

$We > Dk \Rightarrow We > 2\pi.m$  ce qui fait sachant que le mode 1 ne correspond pas à une déformation  $We > 4\pi \approx 12,56$

$Bo > (Dk)^2 \Rightarrow Bo > 4\pi^2 m^2$  ce qui fait en considérant le mode 1 :  $Bo > 39,5$  ; et le mode 2 :  $Bo > 158$

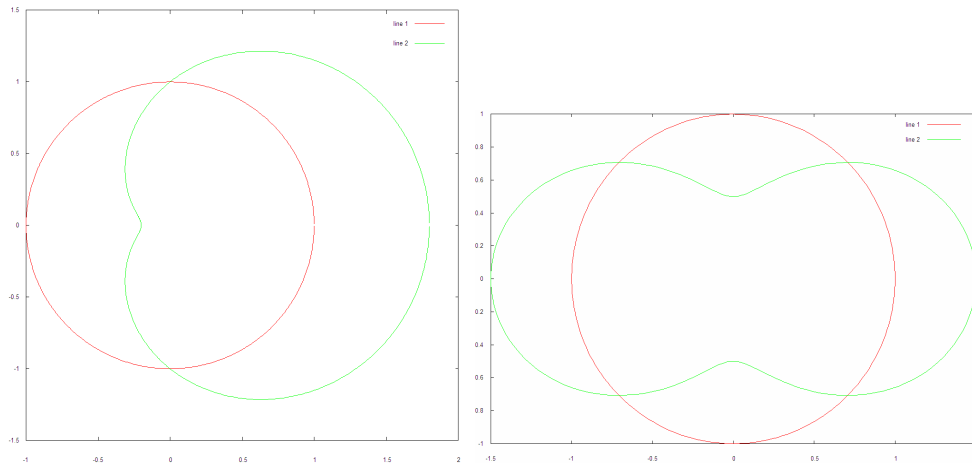


figure A-2 : à gauche, mode 1, à droite mode 2 de perturbation (en vert) 2D

On retrouve en ordre de grandeur les valeurs expérimentales des  $We$  et  $Bo$  critiques, mais cela pour des modes différents.

En ce qui concerne la croissance maximale des instabilités, mieux vaut utiliser la formule suivante :

$$n = -ik\varepsilon V_{0x1} \pm \sqrt{\sigma/\rho_2} \sqrt{-k^3 + \frac{We}{D}k^2 + \frac{Bo}{D^2}k}$$

On a donc le maximum pour  $n$  lorsque la dérivée en  $k$  s'annule :  $-3k^2 + 2\frac{We}{D}k + \frac{Bo}{D^2} = 0$

$$k_{\max} = \frac{-2We/D \pm \sqrt{4\left(\frac{We}{D}\right)^2 + 12\frac{Bo}{D^2}}}{-6} = \frac{1}{6D} \left( 2We \pm 2\sqrt{We^2 + 3Bo} \right)$$

Sachant que  $k > 0$  nous avons :  $k_{\max} = \frac{We}{3D} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \frac{Bo}{We^2}} \right)$

En mode :  $m_{\max} = \frac{1}{6\pi} We \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \frac{Bo}{We^2}} \right)$  ( $Bo = 0 \Rightarrow m_{\max} = \frac{We}{3\pi}$ ;  $We = 0 \Rightarrow m_{\max} = \frac{\sqrt{3Bo}}{6\pi}$ )

Les instabilités évoluant en  $e^{nt}$  nous pouvons définir le temps caractéristique d'évolution comme étant :  $\tau = \frac{1}{\text{Re}(n_{\max})}$ . Nous avons donc le temps adimensionnel  $\theta$  en  $k = k_{\max}$  :

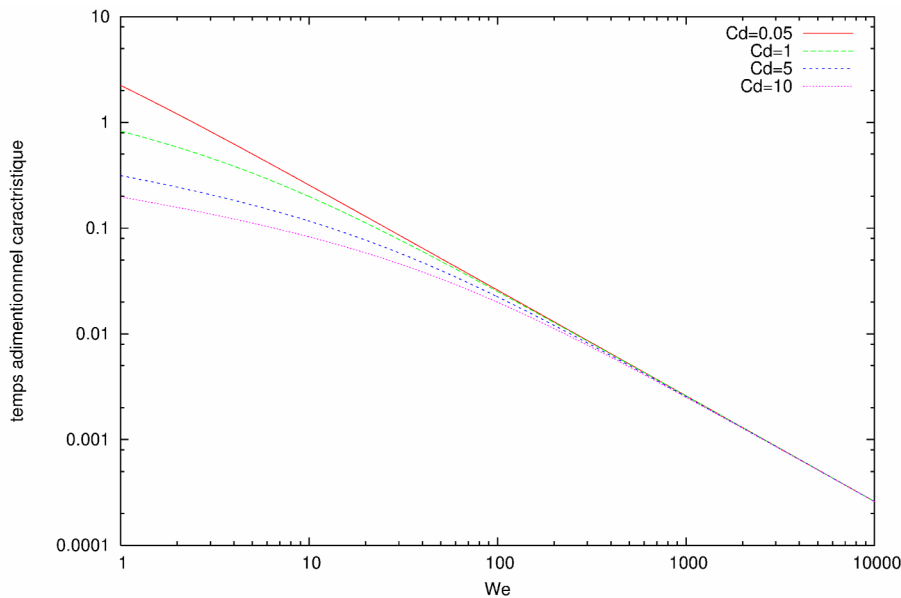
$$\theta = \frac{V}{D} \varepsilon^{1/2} \sqrt{\frac{D^3 \rho_2}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{-k^3 D^3 + k^2 D^2 We + BokD}} = We^{1/2} \frac{1}{\sqrt{-k^3 D^3 + k^2 D^2 We + BokD}}$$

En introduisant la définition du nombre d'onde maximum :

$$\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-\frac{We^2}{9} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \frac{Bo}{We^2}} \right)^3 + \frac{We^2}{3} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \frac{Bo}{We^2}} \right)^2 + Bo \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \frac{Bo}{We^2}} \right)}}$$

En utilisant la relation entre le nombre de Weber et nombre de Bond  $Bo = \frac{3}{4} Cd We$  où

$Cd$  est le coefficient de traînée de la goutte, nous traçons le temps adimensionnel en fonction du nombre de Weber (figure A-3).



**figure A-3 : Temps adimensionnel caractéristique  $\theta$  en fonction du Weber pour différents coefficients de traînée**

On a alors pour les grands nombres de Weber ( $> 100$ )  $\theta \approx 2,6 We^{-1}$

En prenant  $Bo \ll We$ , nous avons  $kD = \frac{2We}{3}$ ;  $\theta = \frac{3}{4} \sqrt{3} We^{-1}$

En prenant  $We \ll Bo$ , et la relation entre nombre de Bond et de Weber, nous avons :

$$kD = \sqrt{\frac{Bo}{3}}; \theta = \frac{2^{3/2}}{3^{1/4}} Cd^{-1} . Bo^{-1/4}$$

### I-c. Théorie de la nucléation et régime d'ébullition

Un liquide peut être chauffé à des températures supérieures à sa température d'ébullition sans pour autant se vaporiser (état métastable). Cette surchauffe a une limite, située à environ 90 % de la température critique, à laquelle le liquide ne peut plus rester à l'état liquide et se vaporise spontanément. Cette température est appelée température de nucléation spontanée.

Lorsqu'un liquide volatil est en contact avec un corps chaud, le liquide peut se comporter de plusieurs façons. Selon la théorie de Blander et Katz [12], la vaporisation est fonction de la température et de la nature (liquide ou solide) du corps chaud (voir figure A-4). Au fur et à mesure que la différence de température augmente, le système passe d'un phénomène de convection à une ébullition nucléée, qui accroît fortement le transfert de chaleur. Puis nous passons par une ébullition de transition avec une chute du transfert thermique. Enfin, nous avons le régime d'ébullition en film où un film de vapeur continue est établi entre le liquide froid et le corps chaud. Le transfert de chaleur augmente à nouveau.

Dans la zone de surchauffe lors d'un contact liquide-liquide, il se produit une nucléation homogène (c'est-à-dire sans lieu privilégié) dès que la couche de liquide chauffée a une épaisseur suffisante pour qu'une bulle de vapeur de taille critique y soit stable. La nucléation homogène, est d'autant plus forte que la température est proche de la température de nucléation spontanée. Le taux de nucléation homogène est défini ainsi

$$J_{hm} = N \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi}} \exp\left(\frac{-E(r)}{k_B T_l}\right) \text{ en } m^{-3}.s^{-1},$$

$N$  est le nombre de molécules liquide par unité de

volume,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T_l$  la température du liquide,

$E(r) = 4\pi r^2 \sigma - \frac{4}{3}\pi r^3 (P_v - P_l)$  l'énergie nécessaire à la formation d'une bulle de diamètre  $r$ ,  $\sigma$

la tension de surface,  $P_v$  et  $P_l$  les pressions dans la bulle et dans le liquide. Si la taille de la

bulle est inférieure au rayon critique  $r_c = \frac{2\sigma}{P_v - P_l}$  : elle disparaîtra, si elle est supérieure, elle

croîtra. Une valeur significative de nucléation homogène est de  $10^9$  à  $10^{13}$ .

Ce qui pour l'eau à une pression de 1 bar donne une température minimum de 305 °C (578 K).



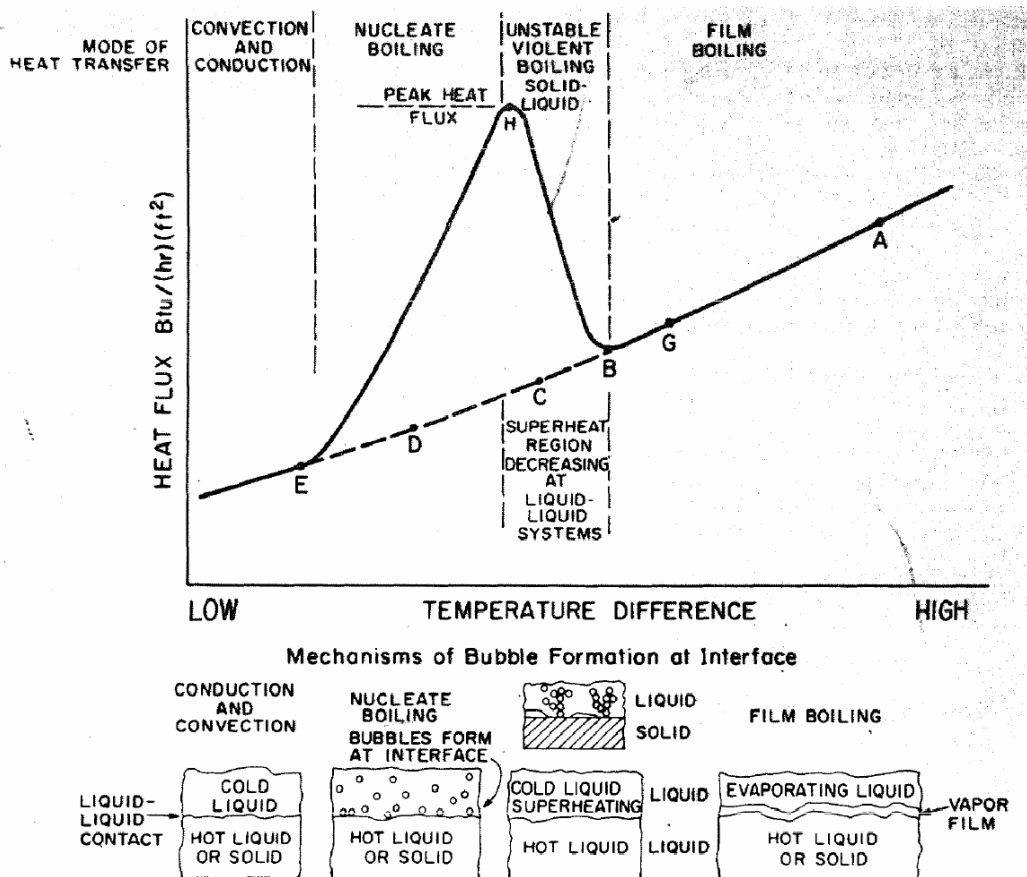


figure A-4 : Les différents phénomènes d'ébullition selon la différence de température entre deux corps

## II. Annexes chapitre premier

### II-a. **Détail de l'expérience 11-75-1 de N&D**

Réalisée aux laboratoires SANDIA d'Albuquerque en 1981.

Température du combustible : 2233 K

Masse de combustible ( $FeO_{1,28}$ ) : 0,05460 g.

Diamètre de la goutte : 2,78 mm.

Sous refroidissement de l'eau : 71,0 K.

Pression ambiante : 0,0836 MPa.

Hauteur de chute de la goutte (jusqu'à la surface de l'eau) : 23 mm.

Profondeur d'explosion : 55 mm.

Distance entre la goutte et la source de la perturbation : 72 mm.

Distance entre la goutte et le capteur de pression : 49 mm.

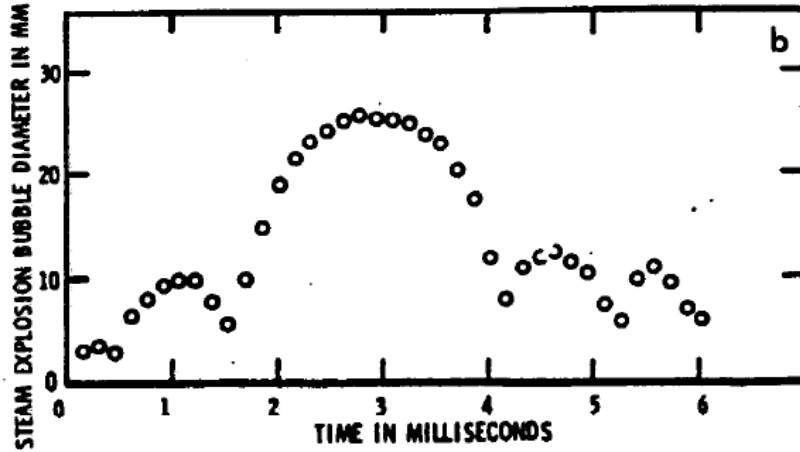


figure A-5 : Variation du diamètre apparent

## II-b. Maillage du film de vapeur pour le calcul de la température

(voir aussi Nigmatulin [71])

Tout d'abord, il est plus simple d'utiliser un maillage qui ne dépend pas de l'épaisseur du film, mais qui est fixe avec celui-ci.

Pour cela, il faut faire le changement de variable suivant :

$$(111) \quad r' = \frac{r - R}{\delta}$$

La relation entre les champs de température dans le maillage et dans le film est :

$$\tilde{T}(r') = T(\delta r' + R) \quad \text{et pour la vitesse : } v = \dot{r} = \frac{\partial}{\partial t}(\delta r' + R) = \frac{\partial R}{\partial t} + \dot{\delta} r' + \delta \dot{r}' = \tilde{v} \delta + \dot{\delta} r' + \frac{\partial R}{\partial t}$$

$$\text{D'où : } \frac{\partial T(r)}{\partial r} = \frac{\partial r'}{\partial r} \frac{\partial T(\delta r' + R)}{\partial r'} = \frac{1}{\delta} \frac{\partial \tilde{T}(r')}{\partial r'}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} T(t, r) &= \frac{\partial}{\partial t} \tilde{T}(t, r'(t, r)) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\tilde{T}(t, r'(t, r)) - \tilde{T}(t - dt, r'(t - dt, r))}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\tilde{T}(t, r') - \tilde{T}(t - dt, r' - dr')}{dt} \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\tilde{T}(t, r') - \tilde{T}(t - dt, r' - \delta \dot{r}' dt)}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\tilde{T}(t, r') - \tilde{T}(t - dt, r' - \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' dt)}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\tilde{T}(t, r') - \tilde{T}(t - dt, r')}{dt} - \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} \\ &= \frac{\partial \tilde{T}(t, r')}{\partial t} \Big|_{r'} - \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} \end{aligned}$$

$$\text{en utilisant : } \tilde{T}(r' + \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' dt) \underset{\text{DL1}}{\cong} \tilde{T}(r') + \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} \cdot \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' dt$$

Hypothèses : la vapeur est considérée comme un gaz parfait ; nous supposons l'écoulement à faible nombre de Mach dans le film ; la conductivité thermique est constante.

Nous avons alors les équations de conservation de masse et d'énergie :

Remarque : dans le cas d'un gaz parfait  $\rho = \frac{PM}{RT}$ , donc pour l'équation de masse :

$$\nabla \cdot v = \frac{-1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{-T}{P} \frac{d}{dt} \left( \frac{P}{T} \right) = \frac{-1}{P} \dot{P} + \frac{1}{T} \dot{T} = \frac{-1}{P} \dot{P} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dP} \dot{P}$$

Équation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \left( \frac{1}{2} v^2 + u \right) = -\text{div}(\vec{q}) - \text{div}(\rho \vec{v} \left( \frac{1}{2} v^2 + u \right)) - \text{div}(\vec{v}P) \quad (\text{Landau [54]})$$

En introduisant l'équation de conservation de la quantité de matière :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) = -\text{div}(\vec{q}) - \text{div}(\rho \vec{v} u) - P \cdot \text{div}(\vec{v})$$

Avec l'hypothèse du gaz parfait, nous avons :

$$du = Cv dT$$

$$\begin{aligned} \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} &= -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} - \rho c_v v \vec{\nabla} T - P \cdot \vec{\nabla} \cdot v = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} - \rho c_v v \vec{\nabla} T + \dot{P} - \frac{P}{T} \dot{T} \\ &= k \Delta T - \rho c_v v \vec{\nabla} T + \dot{P} \end{aligned}$$

Pour l'équation de conservation de la masse, en utilisant  $\rho c_v = \frac{\gamma P}{(\gamma - 1)T}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) &= 0 \Rightarrow \frac{M}{R} \frac{\partial (P/T)}{\partial t} + \frac{M}{R} \vec{\nabla} \cdot \frac{P}{T} \vec{v} = \frac{M}{R} \left( \frac{\dot{P}}{T} - \frac{P}{T^2} \dot{T} + \frac{P}{T} \nabla \cdot v - \frac{vP}{T^2} \nabla T \right) \\ &= \frac{M}{RT} \left( \dot{P} - \frac{P}{T} (\dot{T} + v \nabla T) + P \nabla \cdot v \right) = \frac{M}{RT} \left( \dot{P} - \frac{\gamma - 1}{\gamma} (-\nabla \cdot q + \dot{P}) + P \frac{\partial}{\partial r} v \right) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\dot{P}}{\gamma} - k \frac{\gamma - 1}{\gamma} \Delta T + P \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 v = 0 \end{aligned}$$

Il est alors possible d'intégrer cette équation entre  $R$  et  $r$  afin d'avoir le champ de vitesse ( $v(R) = 0$ ) :

$$(112) \quad v = \left( -r + \frac{R^3}{r^2} \right) \frac{\dot{P}}{3\gamma P} + k \frac{\gamma - 1}{\gamma P} \left( \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{R^2}{r^2} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_R \right)$$

Avec le changement de repère et  $R$  constant dans le temps, pour l'énergie :

$$\frac{\gamma P}{(\gamma - 1)T} \left( \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} - \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} + \frac{(\tilde{v} \delta + \dot{\delta} r')}{\delta} \frac{\partial}{\partial r'} \tilde{T} \right) = \frac{k}{\delta^2 (\delta r' + R)^2} \frac{\partial}{\partial r'} (\delta r' + R)^2 \frac{\partial}{\partial r'} \tilde{T} + \dot{P}$$

et pour la masse :

$$\tilde{v} = \left( -\delta r' - R + \frac{R^3}{(\delta r' + R)^2} \right) \frac{\dot{P}}{3\gamma P} + k \frac{\gamma - 1}{\gamma P} \left( \frac{1}{\delta} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} - \frac{R^2}{\delta (\delta r' + R)^2} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} \Big|_R \right)$$

Réduction de la première équation :

$$\frac{\gamma P}{(\gamma-1)\tilde{T}} \left( \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} \right) = k \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\delta^2 \partial r'^2} + \frac{2k\delta}{\delta^2(\delta r' + R)} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r'} + \dot{P}$$

Le gradient de pression étant nul et le mouvement étant similaire à la compression d'un piston (mouvement uniquement convectif), l'équation de la quantité de mouvement est prise :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = 0$$

Le gradient de pression est annulé de manière injustifiée, mais il apparaît que l'erreur commise est faible.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{v(t, r) - v(t - dt, r)}{dt} \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\delta(t) \tilde{v}(t, \frac{r-R}{\delta}) + \dot{\delta} \frac{r-R}{\delta} - \delta(t-dt) \tilde{v}(t-dt, \frac{r-R}{\delta(t-dt)}) - \dot{\delta}(t-dt) \frac{r-R}{\delta(t-dt)}}{dt} \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\delta(t) \tilde{v}(t, r') - \delta(t-dt) \tilde{v}(t-dt, \frac{r-R}{\delta} \left[ 1 + \frac{\dot{\delta}}{\delta} dt \right]) + (r-R) \left( \frac{\dot{\delta}(t)}{\delta(t)} - \frac{\dot{\delta}(t-dt)}{\delta(t-dt)} \right)}{dt} \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\delta(t) \tilde{v}(t, r') - \delta(t-dt) \tilde{v}(t-dt, r' + \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' dt) + (r-R) \left( \frac{d}{dt} (\ln \circ \delta - \ln \circ \delta(t-dt)) \right)}{dt} \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\delta(t) \tilde{v}(t, r') - \delta(t-dt) \left[ \tilde{v}(t-dt, r') + \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' dt \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} \right] + (r-R) \left( \frac{d \ln \circ \delta}{dt} - \frac{d \ln \circ \delta}{dt}(t-dt) \right)}{dt} \\ &= \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \Big|_{r'} + \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{-\delta(t-dt) \left[ \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' dt \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} \right] + \delta r' \frac{d^2}{dt^2} \ln \delta}{dt} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \Big|_{r'} + \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{-[\delta - \dot{\delta} dt] \left[ \frac{\dot{\delta}}{\delta} r' dt \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} \right] + \delta r' \frac{d^2}{dt^2} \ln \delta}{dt} \\ &= \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \Big|_{r'} + \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{-\left[ \dot{\delta} r' dt \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} \right] + \frac{\dot{\delta}^2}{\delta} r' dt^2 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'}}{dt} - \dot{\delta} r' \frac{\dot{\delta}}{\delta} + r' \ddot{\delta} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \Big|_{r'} - \dot{\delta} r' \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} - \dot{\delta} r' \frac{\dot{\delta}}{\delta} + r' \ddot{\delta} \\ &= \delta \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \Big|_{r'} + \tilde{v} \dot{\delta} - r' \dot{\delta} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} - \dot{\delta} r' \frac{\dot{\delta}}{\delta} + r' \ddot{\delta} \end{aligned}$$

Une fois réinjecté dans l'équation de la quantité de mouvement.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{v} \delta + r' \dot{\delta}}{\partial t} + \frac{\tilde{v} \delta + r' \dot{\delta}}{\delta} \frac{\partial \tilde{v} \delta + r' \dot{\delta}}{\partial r'} &= \delta \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \Big|_{r'} + \tilde{v} \dot{\delta} - r' \dot{\delta} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} - \dot{\delta} r' \frac{\dot{\delta}}{\delta} + r' \ddot{\delta} + \left( \tilde{v} + \frac{r' \dot{\delta}}{\delta} \right) \left( \delta \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} + \dot{\delta} \right) \\ &= \dot{\delta} \tilde{v} - r' \dot{\delta} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} + \tilde{v} \dot{\delta} + r' \ddot{\delta} - r' \frac{\dot{\delta}^2}{\delta} + \tilde{v} \delta \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} + r' \dot{\delta} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} + \tilde{v} \dot{\delta} + r' \frac{\dot{\delta}^2}{\delta} \\ &= \dot{\delta} \tilde{v} + 2\tilde{v} \dot{\delta} + r' \ddot{\delta} + \tilde{v} \delta \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} = 0 \end{aligned}$$

$$\delta \dot{\tilde{v}} + 2\tilde{v} \dot{\delta} + r' \ddot{\delta} + \delta \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} = 0 \quad \text{ou} : \quad \dot{\tilde{v}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r'} + 2\tilde{v} \frac{\dot{\delta}}{\delta} + r' \frac{\ddot{\delta}}{\delta} = 0$$

À l'interface, la vitesse du gaz s'exprime en fonction de celle du liquide :

$$\frac{\partial}{\partial t}(R + \delta) = v_l - \frac{\dot{m}}{4\pi(R + \delta)^2 \rho_l} = v_v - \frac{\dot{m}}{4\pi(R + \delta)^2 \rho_v} \quad \text{donc} \quad v_v = v_l - \frac{\dot{m}}{4\pi(R + \delta)^2} \left( \frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right)$$

Pour l'eau, les équations sont identiques, mais les hypothèses sont différentes : le liquide est incompressible, nous ne considérons que la conduction thermique.

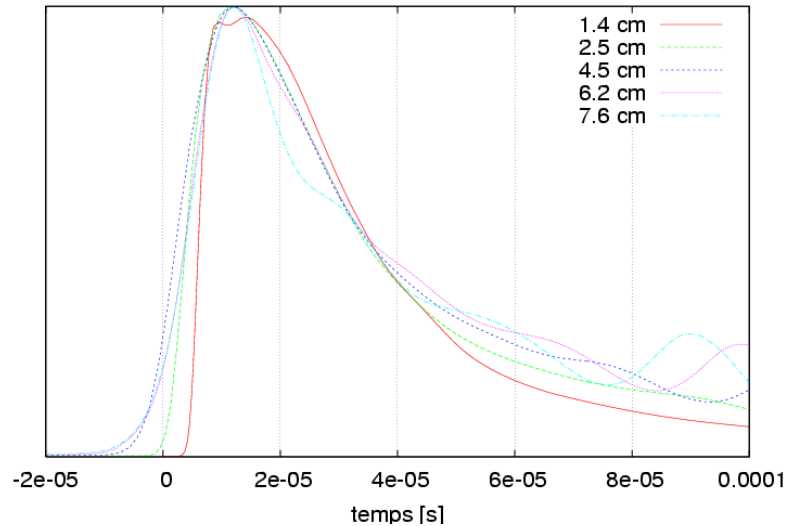
$$\text{Nous avons : } \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta T - \rho c_v v \nabla T \quad \text{et conservation de la masse : } v = \frac{v(R_0) R_0^2}{r^2}$$

Le problème est que les changements de taille du film modifient fortement l'épaisseur de liquide chauffé. Donc, il serait mieux de faire un maillage variable comme pour la vapeur.

## II-c. Pression du déclencheur

### *i- Conservation du profil*

Dans les expériences de N&D, la pression du déclencheur est générée par un fil explosif. La pression arrivant sur la goutte est ensuite modulée en faisant varier la distance entre la goutte et le fil. Nous avons supposé que le profil ne change pas lorsque la distance augmente, ce qui est vrai pour un fluide parfait. Mais l'eau n'est pas un fluide parfait, et il y a de la dissipation. Nous avons alors réalisé un calcul tridimensionnel reproduisant l'expérience de N&D avec un logiciel (MC3D). La configuration est celle de la figure A-7, seulement un quart du domaine est modélisé, le reste est obtenu par symétrie. Nous avons alors relevé la pression à différents endroits de plus en plus éloignés du fil (figure A-6). Nous observons essentiellement la montée en pression, la détente étant affectée par les réflexions qui ont lieu sur les parois.

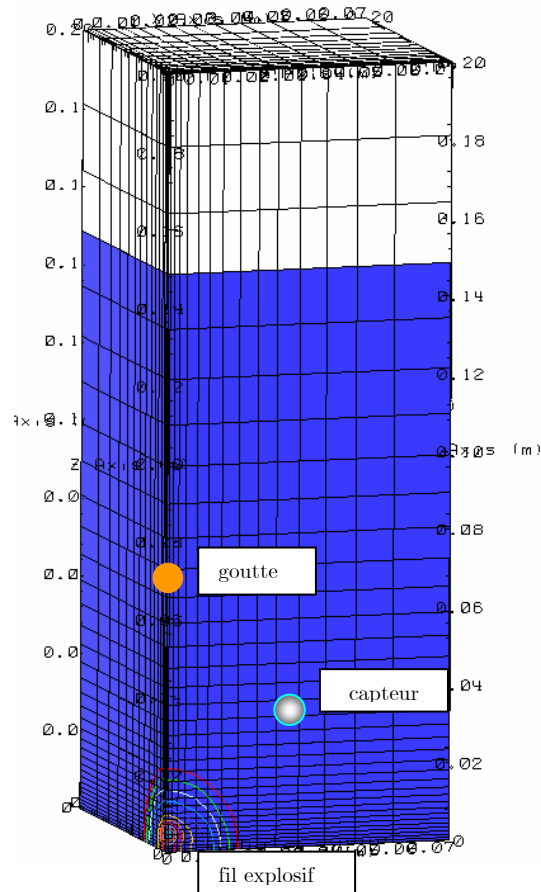


**figure A-6 : Superposition des pics de pression à différentes distances du fil explosif**

Nous notons une certaine dispersion de l'onde avec la distance. Néanmoins, cette dispersion est assez faible, d'autant qu'un logiciel est plutôt dissipatif dans ce genre de problème. Nous pouvons donc nous attendre à une dissipation moindre dans les expériences. Avec le même logiciel, un calcul a été effectué à 10 bars de pression ambiante, et le profil est identique à celui à pression ambiante de 1 bar.

#### *ii- Remarques sur la géométrie*

Les calculs de propagation ont permis de mettre en évidence une certaine limite des hypothèses. Le trio fil explosif capteur goutte forme, dans le cas standard, un triangle isocèle tel qu'il est possible de le voir sur la figure A-7.



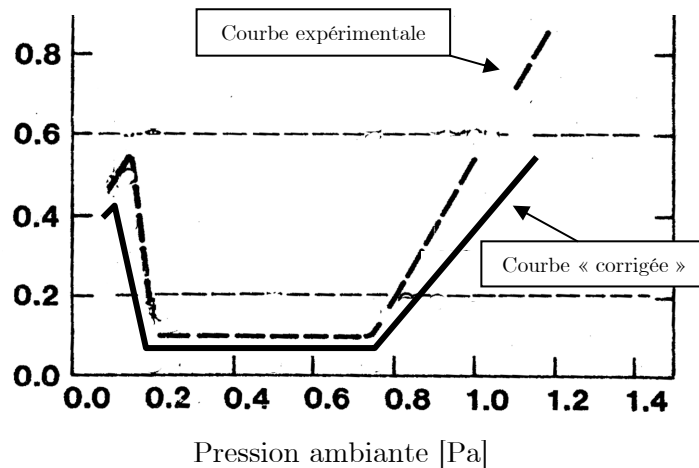
**figure A-7 : Maillage de l'expérience et emplacement de la goutte et du capteur du cas standard**

L'onde arrive sur le capteur un peu avant d'arriver sur la goutte, mais surtout, la pression au niveau de la goutte est plus faible que sur le capteur (figure A-9). Ceci pose le problème de la limite de l'approximation de sphéricité de la pression nécessaire à l'utilisation des équations de dynamique de bulles.

La pression au capteur dépend de sa position. Si elle change, nous pourrions alors avoir deux enregistrements de pression différents, sans pour autant que l'action sur la goutte diffère. Plutôt que de considérer la pression au capteur, il vaudrait mieux considérer la pression à la goutte pour tracer les courbes expérimentales.

Les différentes pressions de déclencheur étant obtenues en modifiant la distance goutte/fil explosif, mais en conservant la distance capteur/goutte, la différence de pression maximale entre la goutte et le capteur sera d'autant plus importante que la pression du déclencheur sera grande, car le capteur sera relativement plus proche du fil explosif.

Si nous voulions corriger les seuils d'explosion de l'expérience de N&D en prenant en compte la pression à la goutte et non au capteur, il faudrait les diminuer tous, cela d'autant plus qu'ils sont élevés. Au final nous aurions une carte d'explosion de N&D plus aplati qu'elle n'est tracée.

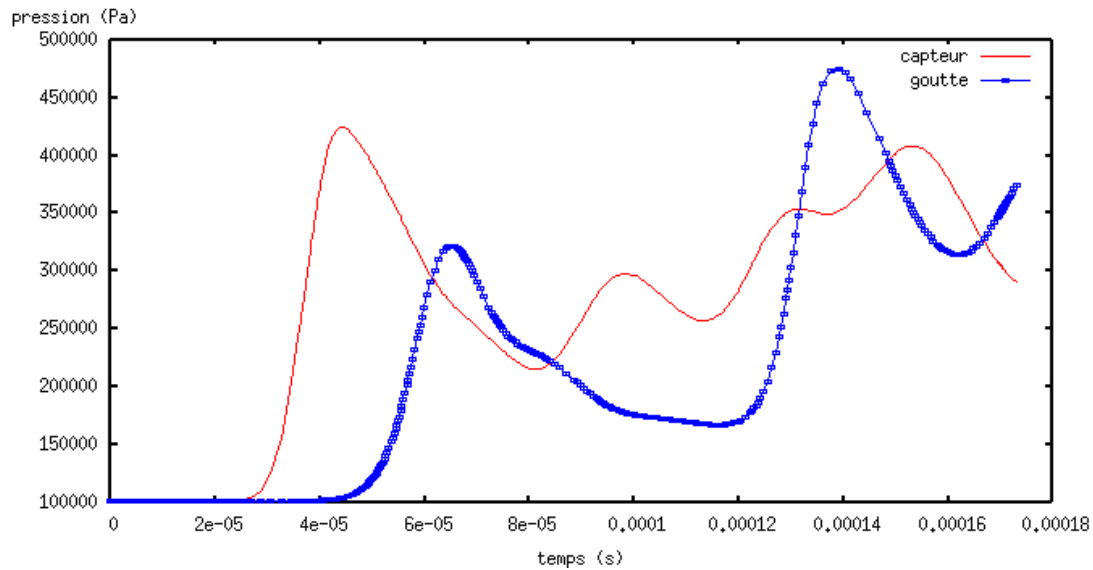


**figure A-8 : Modification envisageable de la courbe de N&D en prenant la pression du déclencheur à la goutte**

Pour modéliser le mouvement du film, nous utilisons des équations de type Rayleigh. Celles-ci ont pour hypothèses une sphéricité du problème et en particulier de la pression. Or, il est clair que la propagation de la pression du déclencheur ne génère pas un champ sphérique autour de la goutte. Cette hypothèse de sphéricité est donc incorrecte tant que l'onde de pression n'est pas loin de la goutte, en revanche elle est correcte après {de manière grossière, nous pouvons estimer cette transition lorsque la pression a repris sa valeur initiale}. L'équation de Rayleigh est néanmoins utilisée sans que nous soyons capables d'en apprécier l'erreur. Étant donné cette configuration, la distance entre la goutte et le capteur a moins de sens et est moins caractéristique du problème que le rapport des distances goutte – fil explosif et capteur fil explosif. Il nous semble alors inutile d'accorder un sens à celle-ci.

La pression au capteur est alors utilisée dans l'équation de dynamique sans lien direct avec la géométrie réelle du problème, elle n'est qu'indicative. Nous pouvons alors la supposer assez loin de la goutte pour qu'elle ne soit pas perturbée par les mouvements de celle-ci, rendant ainsi possible l'utilisation de l'équation en compressible pour tout temps.





**figure A-9 : Comparaison entre la pression au niveau de la goutte et du capteur**

D'autre part, le calcul montre de nombreuses réflexions d'onde sur les parois qui viennent perturber la pression du déclenchement (c'est la cause des pics successifs de la figure A-9). Dans l'expérience ces réflexions doivent être moins intenses, les parois étant en plexiglas.

### **III. Annexes chapitre deuxième**

#### **III-a. Indépendance vis-à-vis des conditions initiales**

Comme nous l'avons vu, l'amplification dépend de beaucoup de choses, et en particulier des valeurs à l'instant initial que nous ne connaissons pas. Il serait intéressant de s'en affranchir, c'est-à-dire de connaître l'amplitude maximale que nous obtiendrions en ayant choisi judicieusement les conditions initiales.

Par exemple, considérons le cas d'une accélération négative constante, avec des ondes stationnaires. L'amplitude varie dans le temps, selon une phase qui dépend du choix arbitraire des conditions initiales. Or cette variation d'amplitude ne reflète pas une réelle variation des instabilités, mais plus une interférence entre des ondes. L'idée ici serait alors d'extraire les amplitudes des ondes de façon séparée, afin d'obtenir une amplitude plus représentative et indépendante du choix initial de « phase ».

*i- Accélération constante*

Dans le cas d'une accélération constante connue  $\gamma$ , la résolution numérique nous donne la croissance  $F(t) \in \mathbb{C}$  et sa dérivée  $\dot{F}$  à partir des conditions initiales imposées  $F(0)=1$  et  $\dot{F}(0) = i\sqrt{\gamma}$  grâce à l'équation différentielle :

$$\ddot{F} = \gamma F$$

Il est alors possible d'en déduire les coefficients  $A$  et  $B$  de la solution analytique :

$$F = Ae^{i\sqrt{\gamma}t} + Be^{-i\sqrt{\gamma}t} = |A|e^{i(\sqrt{\gamma}t+\phi_A)} + |B|e^{-i(\sqrt{\gamma}t-\phi_B)}$$

Cette équation comporte deux inconnues ( $A$  et  $B$ ), il est donc impossible de la résoudre telle quelle. Il faut considérer en plus la dérivée première :

$$\dot{F} = i\sqrt{\gamma}\left(Ae^{i\sqrt{\gamma}t} - Be^{-i\sqrt{\gamma}t}\right)$$

Nous avons alors le système suivant :

$$(113) \quad \begin{cases} F = Ae^{i\sqrt{\gamma}t} + Be^{-i\sqrt{\gamma}t} \\ \dot{F} = i\sqrt{\gamma}\left(Ae^{i\sqrt{\gamma}t} - Be^{-i\sqrt{\gamma}t}\right) \end{cases}$$

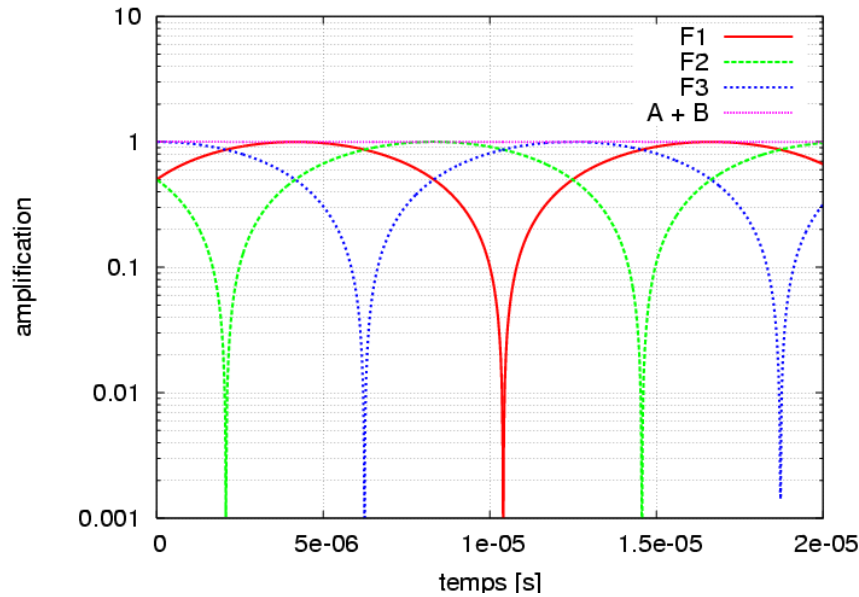
Donc nous obtenons les coefficients par addition et soustraction :

$$A = \frac{F + \dot{F}/i\sqrt{\gamma}}{2e^{i\sqrt{\gamma}t}}$$

Et

$$B = \frac{F - \dot{F}/i\sqrt{\gamma}}{2e^{-i\sqrt{\gamma}t}}$$

Nous venons de montrer que, à partir de l'amplification, il est possible de remonter aux constantes d'amplitude  $A$  et  $B$ . L'amplitude maximale est alors la somme des modules de ces constantes.



**figure A-10 : Amplification à accélération constante en utilisant la norme de  $F$  avec plusieurs déphasages (courbes F1 F2 F3) ou la somme des coefficients  $|A| + |B|$  (courbe A+B) dans le cas d'une onde stationnaire**

Dans le cas d'une accélération constante, quel que soit le choix de la condition initiale la somme des coefficients  $A$  et  $B$  reste constante et égale à 1 (figure ci-dessus). Nous avons alors bien trouvé la valeur de l'amplification indépendamment des conditions initiales

*ii- Accélération variable*

Dans le cas d'une accélération variable, nous pouvons écrire :

$$(114) \quad F = Ae^{i\sqrt{\gamma}t} + Be^{-i\sqrt{\gamma}t} = |A|e^{i(\sqrt{\gamma}t+\varphi_A)} + |B|e^{-i(\sqrt{\gamma}t-\varphi_B)}$$

À chaque instant, la solution est une superposition des ondes progressives ayant la pulsation relative à l'accélération courante, mais avec  $A$ ,  $B$  et  $\gamma$  dépendants du temps.

Nous supposons qu'à chaque instant l'onde est une interférence des ondes progressives opposées et que la variation de l'accélération fait varier le coefficient de chaque onde de manière indépendante.

Avec les coefficients variables la dérivée de l'amplitude s'exprime :

$$\dot{F} = \left( \dot{A} + iA \left( \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{\gamma}} \frac{t}{2} + \sqrt{\gamma} \right) \right) e^{i\sqrt{\gamma}t} + \left( \dot{B} - iB \left( \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{\gamma}} \frac{t}{2} + \sqrt{\gamma} \right) \right) e^{-i\sqrt{\gamma}t}$$

Donc le système (113) devient :

$$(115) \quad \begin{cases} Ae^{i\sqrt{\gamma}t} + Be^{-i\sqrt{\gamma}t} = F \\ Ae^{i\sqrt{\gamma}t} - Be^{-i\sqrt{\gamma}t} = -i \frac{\dot{F} - \dot{A}e^{i\sqrt{\gamma}t} - \dot{B}e^{-i\sqrt{\gamma}t}}{\sqrt{\gamma} + \frac{1}{2}t \cdot \dot{\gamma} \cdot \gamma^{-\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

De la même façon, nous pouvons alors déduire les coefficients  $A$  et  $B$  par somme et différence.

Supposons que, comme dans le cas en accélération constante, la somme des normes de  $A$  et  $B$  représente l'amplitude maximale indépendamment des conditions initiales :

$$(116) \quad \eta_{\max} = |A| + |B|$$

L'idée pour s'affranchir des paramètres initiaux est alors d'utiliser cette somme plutôt que la norme de  $F$ .

De même avec une accélération positive, si à chaque instant, nous avons la superposition d'une amplification et d'une évanescence :

$$F = |A|e^{\sqrt{\gamma}t}e^{i\varphi_A} + |B|e^{-\sqrt{\gamma}t}e^{i\varphi_B}$$

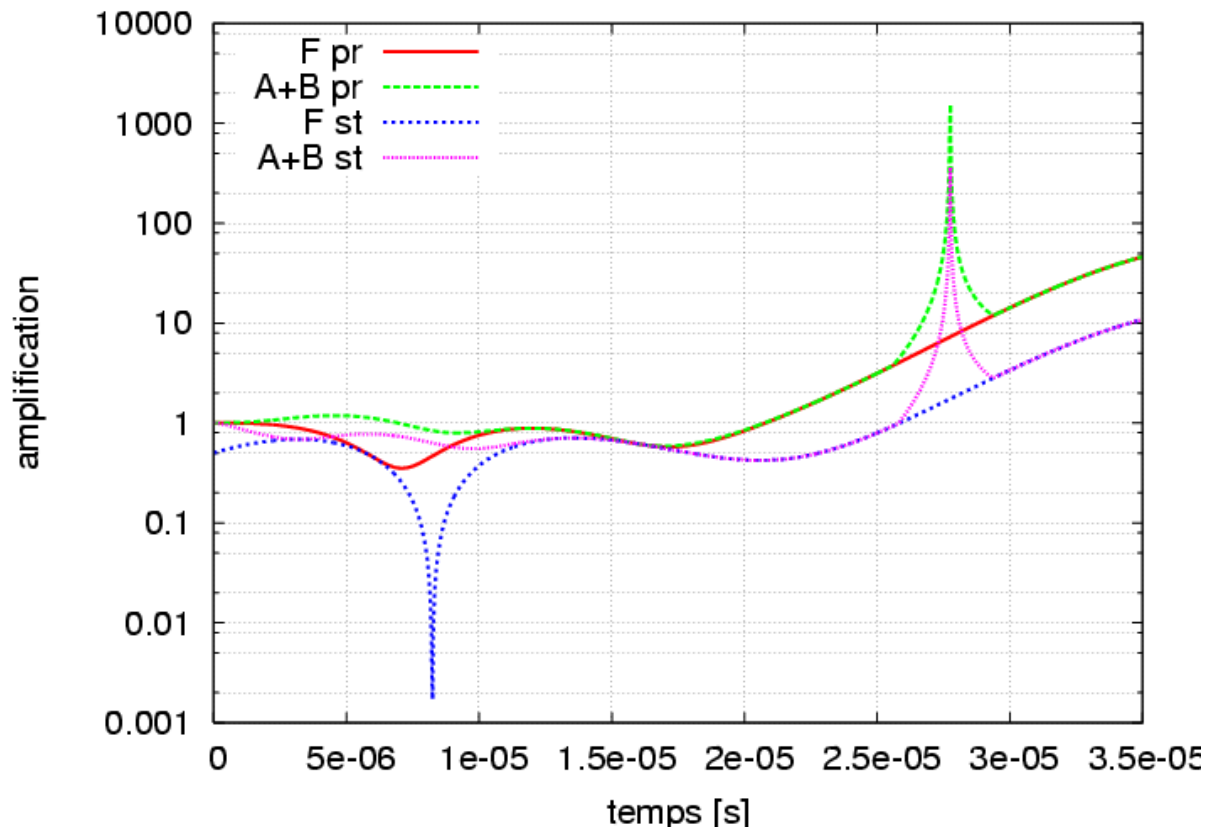
Nous avons alors les solutions :

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(F) = Ae^{\sqrt{\gamma}t} \cos \varphi_A + Be^{-\sqrt{\gamma}t} \cos \varphi_B \\ \operatorname{Im}(F) = Ae^{\sqrt{\gamma}t} \sin \varphi_A + Be^{-\sqrt{\gamma}t} \sin \varphi_B \\ \operatorname{Re}(\dot{F}/\sqrt{\gamma}) = Ae^{\sqrt{\gamma}t} \cos \varphi_A - Be^{-\sqrt{\gamma}t} \cos \varphi_B \\ \operatorname{Im}(\dot{F}/\sqrt{\gamma}) = Ae^{\sqrt{\gamma}t} \sin \varphi_A - Be^{-\sqrt{\gamma}t} \sin \varphi_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{Re}(F) + \operatorname{Re}(\dot{F}/\sqrt{\gamma}) = 2Ae^{\sqrt{\gamma}t} \cos \varphi_A \\ \operatorname{Im}(F) + \operatorname{Im}(\dot{F}/\sqrt{\gamma}) = 2Ae^{\sqrt{\gamma}t} \sin \varphi_A \end{cases}$$

Donc l'amplification :  $Ae^{\sqrt{\gamma}t} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\operatorname{Re}(F) + \operatorname{Re}(\dot{F}/\sqrt{\gamma})\right)^2 + \left(\operatorname{Im}(F) + \operatorname{Im}(\dot{F}/\sqrt{\gamma})\right)^2}$  et

$$Be^{-\sqrt{\gamma}t} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\operatorname{Re}(F) - \operatorname{Re}(\dot{F}/\sqrt{\gamma})\right)^2 + \left(\operatorname{Im}(F) - \operatorname{Im}(\dot{F}/\sqrt{\gamma})\right)^2}$$

L'idée (116) est appliquée sur la figure suivante comparant la norme de  $F$  et la somme des modules  $|A| + |B|$  pour deux conditions initiales différentes :



**figure A-11 : Comparaison entre la norme de  $F$  (rouge et bleu) et la somme des facteurs pré exponentiels (rose et vert), pour une onde progressive (rouge et vert) et une onde stationnaire déphasée (bleu et rose)**

La somme de la norme des facteurs pré-exponentiels donne de bons résultats si l'accélération est constante. Elle semble donner l'enveloppe pour une accélération variable (elle part de 1 et est toujours supérieure à la norme de  $F$ ). En revanche, les résultats sont mauvais à un moment donné (divergence). Cette variation ne semble pas physique du tout, et provient d'un problème numérique. Surtout, il y a toujours une différence selon les conditions initiales choisies, ce que nous cherchions principalement à éviter. Il faut noter que la différence entre la norme et la somme est minimale lorsque l'accélération est positive.

La norme de  $F$  donne l'amplitude spatiale. La somme des modules cherchait à donner l'amplitude spatio-temporelle. À ce stade, il est difficile de savoir laquelle est la plus pertinente pour notre problème où la condition initiale est inconnue.

## **IV. Annexes chapitre troisième**

### **IV-a. Méthodes des caractéristiques**

La méthode des caractéristiques s'applique aux équations générales :

$$\begin{cases} A1 \frac{\partial u}{\partial x} + B1 \frac{\partial u}{\partial y} + C1 \frac{\partial v}{\partial x} + D1 \frac{\partial v}{\partial y} + E1 = 0 \\ A2 \frac{\partial u}{\partial x} + B2 \frac{\partial u}{\partial y} + C2 \frac{\partial v}{\partial x} + D2 \frac{\partial v}{\partial y} + E2 = 0 \end{cases}$$

Considérons une combinaison linéaire de ces deux équations.

$$(\alpha A1 + \beta A2) \frac{\partial u}{\partial x} + (\alpha B1 + \beta B2) \frac{\partial u}{\partial y} + (\alpha C1 + \beta C2) \frac{\partial v}{\partial x} + (\alpha D1 + \beta D2) \frac{\partial v}{\partial y} + (\alpha E1 + \beta E2) = 0$$

En cherchant à voir cela comme une somme de différentielles, on obtient :

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy = (\alpha A1 + \beta A2) \frac{\partial u}{\partial x} + (\alpha B1 + \beta B2) \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{\alpha A1 + \beta A2}{\alpha B1 + \beta B2}$$

$$\text{De même avec } v : \frac{dx}{dy} = \frac{\alpha C1 + \beta C2}{\alpha D1 + \beta D2}$$

Les coordonnées curvilignes ainsi définies par ces relations, sont appelées caractéristiques.

En combinant les deux dernières égalités, de façon à éliminer les constantes, on obtient l'équation quadratique que doivent vérifier les coordonnées curvilignes :

$$a \left( \frac{dx}{dy} \right)^2 - 2b \frac{dx}{dy} + c = 0$$

$$a = B1D2 - B2C1 \quad 2b = B1C2 - B2C1 + A1D2 - A2D1 \quad c = A1C2 - A2C1$$

Si  $u = \rho$  et  $y = t$  alors avec les notations ci-dessus :

$$\begin{cases} A1 = v & B1 = 1 & C1 = \rho & D1 = 0 & E1 = 0 \\ A2 = 0 & B2 = 0 & C2 = \rho v & D2 = \rho & E2 = \vec{\nabla} P \end{cases}$$

Les courbes caractéristiques  $v^+$  et  $v^-$  sont solution de l'équation en  $\frac{dx}{dt}$  :

$$a \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 - 2b \frac{dx}{dt} + c = 0$$

on a  $a = \rho$ ,  $2b = 2\rho v$ ,  $c = \rho v^2$ .

Le discriminant :  $b^2 - ac = 0$

Il y a une caractéristique double,  $v = v$  ce qui ne peut pas donner de solutions. Pour remédier à cela, on peut introduire une forme modifiée du gradient de pression.

$$\bar{\nabla}P = \bar{\nabla}T \cdot \frac{\partial P}{\partial T} + \bar{\nabla}\rho \cdot \frac{\partial P}{\partial \rho} \text{ ce qui modifie } A2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} \text{ et } E2 = \bar{\nabla}T \cdot \frac{\partial P}{\partial T}$$

Nous avons alors  $c = \rho v^2 - \rho \frac{\partial P}{\partial \rho}$  et le discriminant vaut  $\rho^2 \frac{\partial P}{\partial \rho}$ , il est alors toujours positif.

$$\text{Donc les solutions sont : } v^+ = v + \sqrt{\left| \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|} \text{ et } v^- = v - \sqrt{\left| \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|}$$

Il ne reste plus qu'à résoudre les systèmes suivants :

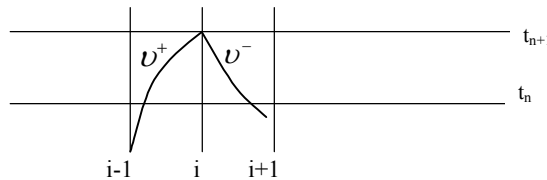
$$(117) \begin{cases} dx - v^\pm dt = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \rho} d\rho + (\rho v^\pm - \rho v) dv + \left( \bar{\nabla}T \cdot \frac{\partial P}{\partial T} v^\pm - v \bar{\nabla}T \cdot \frac{\partial P}{\partial T} \right) dt = 0 \end{cases}$$

ou, plus simplement

$$(118) \begin{cases} dx - v^\pm dt = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \rho} d\rho + \left( \pm \rho \sqrt{\left| \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|} \right) dv + \left( \pm \bar{\nabla}T \cdot \frac{\partial P}{\partial T} \sqrt{\left| \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|} \right) dt = 0 \end{cases}$$

### i- Résolution numérique

Nous prenons un maillage fixe en espace. Pour que la méthode soit stable, il faut que les caractéristiques  $v^+$  et  $v^-$  partant du point  $i$  à l'instant  $n+1$  coupe l'axe de l'instant  $n$  entre les points  $i-1$  et  $i+1$ .



### ii- Conditions de stabilité (CFL)

$$(119) \begin{cases} v^+ \cdot dt - dx < 0 \\ v^- \cdot dt + dx > 0 \end{cases}$$

où  $dx$  est la longueur de pas d'espace donc positive.

Nous résolvons les équations (119) avec  $dx$  étant la variation à l'instant  $n$  entre le point  $i$  et l'intersection avec la caractéristique considéré.

L'équation d'énergie est résolue explicitement : si on pose  $\alpha = dx / dt$  avec à gauche variation temporelle, et à droite spatiale.

$$(120) \quad \rho C_v \alpha dT = d(kdT) / dx - \rho C_v v dT - T \frac{\partial P}{\partial T} dv$$

Le seul terme qui reste dépendant du pas d'espace, est la conduction, qui va avoir d'autant plus d'importance que le pas d'espace sera petit, mais sera négligeable pour les grands pas.

### iii- Conditions limites

#### 1. Temps

Soit on fait un choc brutal en imposant une température dans une maille, soit on utilise le résultat de Perret (température d'interface à sa valeur classique au bout de très peu de temps, et effet négligeable sur la pression haut delà), soit on impose un flux de chaleur.

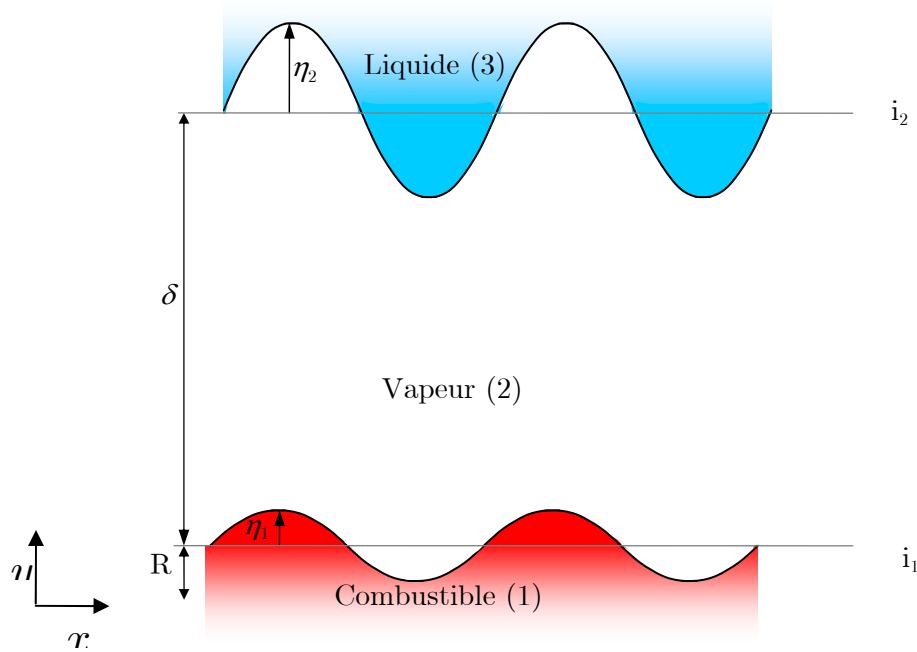
#### 2. Espace

Du côté du combustible, la limite est fixe, imperméable, la densité est calculée par la méthode des caractéristiques, la vitesse étant nulle. À l'autre extrémité, la condition limite est un problème. Selon que nous voulions une « boîte » fermée ou ouverte, on a  $v$  nul ou non. Si  $v \neq 0$  la méthode des caractéristiques ne donne pas de solution facilement. Le problème du fluide confiné, est qu'il y a des réflexions de l'onde de choc qui empêchent d'aller loin dans le temps.

## IV-b. Instabilités avec double interface et évaporation

Pour les notations (voir aussi chapitre 2 pour plus de détails sur le début du raisonnement) :





Plaçons-nous dans le repère accéléré lié à  $i_1$ . Il faut alors ajouter une force de volume au système qui se retrouve dans l'équation de quantité de mouvement. En notant  $\vec{a} = \vec{\nabla}(ay)$

$$\rho \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 - ay \right) + P = c(t)$$

Sachant que l'accélération ressentie est  $\vec{a} = -\ddot{R}\vec{e}_y$

$$\rho \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \ddot{R}y \right) + P = c(t)$$

### *i- Généralités*

Équation générale, écoulement incompressible :

$$\Delta \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = (Ae^{ky} + Be^{-ky})e^{ikx}$$

Pour le potentiel des vitesses dans chaque fluide.

Les conditions limites à l'infini pour les milieux 1 et 3, aux interfaces pour le milieu 2 nous donnent (en omettant les  $x$ ) pour les perturbations du potentiel :

$$\varphi_3 = A_3 e^{-k(y-\delta)}$$

$$\varphi_2 = A_2 e^{k(y-\delta)} + B_2 e^{-ky}$$

$$\varphi_1 = A_1 e^{ky}$$

La perturbation de l'interface  $\eta$  est périodique en  $x$ . Il est possible de l'écrire :

$$\eta(x,t) = \tilde{\eta}(t)e^{ikx}$$

## ii- Interface 1

### 1. Écoulement de base

L'écoulement de base est très simple, l'interface est fixe, située en  $y=0$  et il n'y a pas d'échange de masse. L'interface étant plane la tension de surface n'intervient pas. Il est alors possible d'écrire le saut de pression à l'interface :

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right)^2 + \ddot{R}y \right) \right]_1 = 0$$

Des deux côtés de l'interface il n'y a pas de vitesse au contact. En revanche il y a un gradient de vitesse dans la vapeur dû à la compression du film. Mais en première approche, il peut être négligé.

Donc, le saut de pression s'écrit simplement :

$$\left[ \rho \left( \ddot{R}0 \right) \right]_1 = 0$$

### 2. Perturbation

#### (a) Saut de pression perturbé

Maintenant supposons l'écoulement perturbé. Nous partons de l'écoulement de base auquel nous rajoutons une perturbation. L'interface perturbée se retrouve en  $y = \eta_1$ . Le saut de pression à l'interface n'est plus nul, il dépend de la tension de surface et de la courbure.

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi_0 + \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi_0 + \varphi}{\partial y} \right)^2 + \ddot{R}\eta_1 \right) \right]_1 = -\sigma \frac{\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2}}{\left( 1 + \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \right)^2 \right)^{3/2}}$$

En développant et en ne gardant que l'ordre premier en perturbation :

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \ddot{R}\eta_1 \right) \right]_1 = -\sigma (-k^2 \eta_1)$$

#### (b) Continuité des vitesses à l'interface

Comme il n'y a pas d'échange de masse à l'interface, il y a égalité de la vitesse selon  $y$  et de la croissance des instabilités :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \eta_1}{\partial t}$$

En utilisant les définitions du potentiel des vitesses, nous avons :

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} = \dot{\eta}_1 = kA_1 e^{k\eta_1} e^{ikx} = k(A_2 e^{k(\eta_1 - \delta)} - B_2 e^{k\eta_1}) e^{ikx}$$

Les perturbations étant faibles, il est possible de faire l'approximation (hypothèse conservée dans toute la suite du raisonnement) :

$$e^{k\eta_1} = 1$$

$$\dot{\eta}_1 = kA_1 e^{ikx} = k(A_2 e^{-k\delta} - B_2) e^{ikx}$$

Pour la dérivée seconde en temps :

$$\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial t^2} = \ddot{\eta}_1 = k\dot{A}_1 e^{ikx} = k(\dot{A}_2 e^{-k\delta} - \delta \dot{k} A_2 e^{-k\delta} - \dot{B}_2) e^{ikx}$$

La dérivée en temps du potentiel des vitesses prise à l'interface donne :

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \dot{A}_1 e^{ik\eta_1} e^{ikx} \cong \dot{A}_1 e^{ikx}$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = (\dot{A}_2 e^{-k\delta} - kA_2 \delta \dot{e}^{-k\delta} + \dot{B}_2) e^{ikx}$$

À partir de là, il est alors possible d'écrire le saut de pression :

$$\begin{aligned} \rho_1 \left( \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \ddot{R} \eta_1 \right) - \rho_2 \left( \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + \ddot{R} \eta_1 \right) &= -k^2 \sigma \eta_1 \\ \rho_1 (\dot{A}_1 e^{ikx} + \ddot{R} \eta_1) - \rho_2 \left( (\dot{A}_2 - k\delta \dot{A}_2) e^{-k\delta} + \dot{B}_2 \right) e^{ikx} + \ddot{R} \eta_1 &= -k^2 \sigma \eta_1 \\ \rho_1 \left( \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + \ddot{R} \eta_1 \right) - \rho_2 \left( \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + 2\dot{B}_2 e^{ikx} + \ddot{R} \eta_1 \right) &= -k^2 \sigma \eta_1 \end{aligned}$$

$$\boxed{(\rho_1 - \rho_2) \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + (\rho_1 - \rho_2) \ddot{R} \eta_1 - \rho_2 (2\dot{B}_2 e^{ikx}) = -k^2 \sigma \eta_1}$$

### iii- Interface 2

#### 1. Écoulement de base

L'interface est mobile, située en  $y = \delta$  et il y a des échanges de masse. L'interface étant plane la tension de surface n'intervient pas. Il est alors possible d'écrire le saut de pression à l'interface

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right)^2 + \ddot{R} \delta \right) \right]_2^3 = 0$$

Des deux côtés de l'interface il y a une vitesse au contact. Cette vitesse est due en partie au mouvement de l'interface, en partie à l'échange de masse.

Il est possible d'écrire la relation suivante entre ces grandeurs :

$$-\dot{\delta} + \frac{J_0}{\rho_1} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}(\delta) = 0 \quad \text{et} \quad -\dot{\delta} + \frac{J_0}{\rho_2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y}(\delta) = 0$$

$J_0$  est le flux massique d'évaporation compté positif lorsque de l'eau se transforme en vapeur.

La vitesse est uniforme dans l'eau, donc cette relation est valable pour tout  $y \geq \delta$

En revanche, il y a un gradient dans la vapeur. Mais il est possible de faire l'approximation que près de l'interface cette vitesse est constante. Il est alors possible d'écrire le potentiel des vitesses directement :

$$\varphi_0 = c(t)(x + c_2) + \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho} \right) y$$

Alors sa dérivée temporelle s'écrit :

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial t} = \dot{c}(t)(x + c_2) + \left( \ddot{\delta} - \frac{\dot{J}_0}{\rho} \right) y$$

Donc, le saut de pression s'écrit :

$$\left[ \rho \left( \dot{c}(x + c_2) + \left( \ddot{\delta} - \frac{\dot{J}_0}{\rho} \right) \delta + \frac{1}{2} \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho} \right)^2 + \ddot{R} \delta \right) \right]_2^3 = 0$$

## 2. Perturbation

### (a) Saut de pression perturbé

Maintenant supposons l'écoulement perturbé. Nous partons de l'écoulement de base auquel nous rajoutons une perturbation. L'interface perturbée se retrouve en  $y = \delta + \eta_2$ . Le saut de pression à l'interface n'est plus nul, il dépend de la tension de surface et de la courbure.

$$\left[ \rho \left( \frac{\partial \varphi_0 + \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi_0 + \varphi}{\partial y} \right)^2 + \ddot{R}(\delta + \eta_2) \right) \right]_2^2 = -\sigma \frac{\frac{\partial^2 \eta_2}{\partial x^2}}{\left( 1 + \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \right)^2 \right)^{3/2}}$$

En développant et en enlevant les ordres supérieur à 1 :

$$\left[ \rho \left( \dot{c}(x+c_2) + \left( \ddot{\delta} - \frac{J_0}{\rho} \right) (\delta + \eta_2) + \frac{1}{2} \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho} \right)^2 + \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \ddot{R}(\delta + \eta_2) \right) \right]_2^3 = \sigma \kappa^2 \eta_2$$

Il est possible de retrouver dans cette équation l'écoulement de base qui s'annulait. Donc, l'expression se simplifie :

$$\left[ \rho \left( \left( \ddot{\delta} - \frac{J_0}{\rho} \right) \eta_2 + \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \ddot{R} \eta_2 \right) \right]_2^3 = \sigma \kappa^2 \eta_2$$

### (b) Continuité des vitesses à l'interface

Comme il y a des échanges de masse à l'interface, il y a égalité de la vitesse perturbée selon  $y$  et de la croissance des instabilités :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \eta_2}{\partial t} - \frac{J}{\rho}$$

$J$  est le débit massique dû à la perturbation. Son sens est le même que celui de base.

En utilisant les définitions du potentiel des vitesses, nous avons en  $y = \delta + \eta_2$  :

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} = \dot{\eta}_2 = -kA_3 + \frac{J}{\rho_3} = k(A_2 - B_2 e^{-k\delta}) + \frac{J}{\rho_2}$$

Pour la dérivée seconde en temps :

$$\frac{\partial^2 \eta_2}{\partial t^2} = \ddot{\eta}_2 = -k\dot{A}_3 e^{ikx} + \frac{\dot{J}}{\rho_3} = k(\dot{A}_2 - \dot{B}_2 e^{-k\delta} + k\delta \dot{B}_2 e^{-k\delta}) e^{ikx} + \frac{\dot{J}}{\rho_2}$$

La dérivée en temps du potentiel des vitesses prise à l'interface donne :

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = (\dot{A}_2 e^{k(y-\delta)} - k\delta \dot{A}_2 e^{k(y-\delta)} + \dot{B}_2 e^{-ky}) e^{ikx} \rightarrow (\dot{A}_2 - k\delta \dot{A}_2 + \dot{B}_2 e^{-k\delta}) e^{ikx}$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial t} = (\dot{A}_3 + k\delta \dot{A}_3) e^{ikx}$$

À partir de là, il est alors possible d'écrire le saut de pression :

$$\rho_3 \left( \left( \ddot{\delta} - \frac{J_0}{\rho_3} \right) \eta_2 + \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho_3} \right) \frac{\partial \varphi_3}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} + \ddot{R} \eta_2 \right) - \rho_2 \left( \left( \ddot{\delta} - \frac{J_0}{\rho_2} \right) \eta_2 + \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho_2} \right) \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + \ddot{R} \eta_2 \right) = \sigma \kappa^2 \eta_2$$

$$\rho_3 \left( \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho_3} \right) \left( \dot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_3} \right) + \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) - \rho_2 \left( \left( \dot{\delta} - \frac{J_0}{\rho_2} \right) \left( \dot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_2} \right) + \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) = \sigma \kappa^2 \eta_2$$

$$\rho_3 \left( \delta \dot{\eta}_2 + \frac{J_0 J}{\rho_3^2} + \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) - \rho_2 \left( \delta \dot{\eta}_2 + \frac{J_0 J}{\rho_2^2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2$$

Il est intéressant de noter que :

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial t}(\delta) = (\dot{A}_3 + k \delta \dot{A}_3) e^{ikx} = \frac{\ddot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_3}}{-k} + \left( \frac{J}{\rho_3} - \dot{\eta}_2 \right) \delta$$

Et que :

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t}(\delta) = (\dot{A}_2 - k \delta \dot{A}_2 + \dot{B}_2 e^{-k\delta}) e^{ikx} = \frac{\ddot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_2}}{k} - \delta \left( \dot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_2} \right) + (2\dot{B}_2 e^{-k\delta} - 2k \delta \dot{B}_2 e^{-k\delta}) e^{ikx}$$

Il est possible d'exprimer le saut de pression sans le potentiel des vitesses.

$$\rho_3 \left( \delta \dot{\eta}_2 + \frac{J_0 J}{\rho_3^2} + \frac{\ddot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_3}}{-k} + \left( \frac{J}{\rho_3} - \dot{\eta}_2 \right) \delta + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) - \rho_2 \left( \delta \dot{\eta}_2 + \frac{J_0 J}{\rho_2^2} + \frac{\ddot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_2}}{k} - \delta \left( \dot{\eta}_2 - \frac{J}{\rho_2} \right) + (2\dot{B}_2 e^{-k\delta} - 2k \delta \dot{B}_2 e^{-k\delta}) e^{ikx} + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2$$

Cette expression se simplifie légèrement :

$$\rho_3 \left( \frac{J_0 J}{\rho_3^2} + \frac{\ddot{\eta}_2}{-k} + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) - \rho_2 \left( \frac{J_0 J}{\rho_2^2} + \frac{\ddot{\eta}_2}{k} + (2\dot{B}_2 e^{-k\delta} - 2k \delta \dot{B}_2 e^{-k\delta}) e^{ikx} + (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2$$

Et en regroupant les termes similaires :

$$\boxed{- (\rho_2 + \rho_3) \frac{\ddot{\eta}_2}{k} + (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 + J_0 J \left( \frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_2} \right) - 2\rho_2 e^{-k\delta} (\dot{B}_2 - k \delta \dot{B}_2) e^{ikx} = \sigma k^2 \eta_2}$$

#### iv- Élimination des termes dépendant de $B_2$

Pour les deux interfaces, il reste des termes dépendant de  $B_2$ . Il faut les éliminer.

Considérons la somme et la différence des vitesses aux interfaces :

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial \eta_1}{\partial t} = k(1 + e^{-k\delta}) (A_2 - B_2) e^{ikx} + \frac{J}{\rho_2}$$

$$-\frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial \eta_1}{\partial t} = k(e^{-k\delta} - 1) (A_2 + B_2) e^{ikx} - \frac{J}{\rho_2}$$

En soustrayant ces deux équations, il est possible d'exprimer  $B_2$  en fonction des instabilités et des grandeurs connues :

$$2.B_2 e^{ikx} = \frac{-\frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \frac{J}{\rho_2}}{k(e^{-k\delta} - 1)} - \frac{\frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{J}{\rho_2}}{k(1 + e^{-k\delta})} = \frac{2}{k} \frac{\frac{\partial \eta_1}{\partial t} e^{k\delta} - \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{J}{\rho_2}}{e^{-k\delta} - e^{k\delta}}$$

Posons  $Si = e^{k\delta} - e^{-k\delta}$ ;  $Co = e^{k\delta} + e^{-k\delta}$ .

$$B_2 e^{ikx} = \frac{-1}{k} \frac{\dot{\eta}_1 e^{k\delta} - \dot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2}}{Si}$$

La dérivée de  $B_2$  intervient aussi dans les équations, elle vaut :

$$\dot{B}_2 e^{ikx} = \frac{-1}{k} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\dot{\eta}_1 e^{k\delta} - \dot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2}}{Si} = \frac{-1}{k} \left( \frac{\ddot{\eta}_1 e^{k\delta} + k\delta \dot{\eta}_1 e^{k\delta} - \ddot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2}}{Si} - k\dot{\delta} Co \frac{\dot{\eta}_1 e^{k\delta} - \dot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2}}{Si^2} \right)$$

$$\dot{B}_2 e^{ikx} = \frac{-1}{kSi} \left\{ \ddot{\eta}_1 e^{k\delta} + \left[ k\dot{\delta} e^{k\delta} - \frac{k\dot{\delta} Co e^{k\delta}}{Si} \right] \dot{\eta}_1 + \frac{k\dot{\delta} Co}{Si} \dot{\eta}_2 - \ddot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2} - \frac{k\dot{\delta} Co}{Si} \frac{J}{\rho_2} \right\}$$

### 1. Interface 1

$$(\rho_1 - \rho_2) \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + (\rho_1 - \rho_2) \ddot{R} \eta_1 - \rho_2 (2\dot{B}_2 e^{ikx}) = -k^2 \sigma \eta_1$$

$$(\rho_1 - \rho_2) \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + (\rho_1 - \rho_2) \ddot{R} \eta_1 + \rho_2 \frac{2}{kSi} \left( \dot{\eta}_1 e^{k\delta} + \left[ k\dot{\delta} e^{k\delta} - \frac{k\dot{\delta} Co e^{k\delta}}{Si} \right] \dot{\eta}_1 + \frac{k\dot{\delta} Co}{Si} \dot{\eta}_2 - \ddot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2} - \frac{k\dot{\delta} Co}{Si} \frac{J}{\rho_2} \right) = -k^2 \sigma \eta_1$$

$$\left( \rho_1 + \frac{Co}{Si} \rho_2 \right) \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + (\rho_1 - \rho_2) \ddot{R} \eta_1 - \rho_2 \frac{4\dot{\delta}}{Si^2} \dot{\eta}_1 - \rho_2 \frac{2}{kSi} \dot{\eta}_2 + \rho_2 \frac{2\dot{\delta} Co}{Si^2} \dot{\eta}_2 + \frac{2}{kSi} \left( j - \frac{k\dot{\delta} Co}{Si} J \right) = -k^2 \sigma \eta_1$$

### 2. Interface 2

Le terme en  $B_2$  de l'équation de l'interface 2 est :

$$\left( \dot{B}_2 - k\dot{\delta} B_2 \right) e^{ikx} = \frac{-1}{kSi} \left\{ \ddot{\eta}_1 e^{k\delta} + k\dot{\delta} \frac{-2}{Si} \dot{\eta}_1 + \frac{k\dot{\delta} Co}{Si} \dot{\eta}_2 - \ddot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2} - \frac{k\dot{\delta} Co}{Si} \frac{J}{\rho_2} \right\} + \dot{\delta} \frac{\dot{\eta}_1 e^{k\delta} - \dot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2}}{Si}$$

Regroupons les termes :

$$\begin{aligned} (\dot{B}_2 - k\dot{\delta}B_2)e^{ikx} &= \dot{\delta} \frac{\dot{\eta}_1 e^{k\delta} - \dot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2}}{Si} - \frac{1}{kSi} \left\{ \dot{\eta}_1 e^{k\delta} + k\dot{\delta} \frac{-2}{Si} \dot{\eta}_1 + \frac{k\dot{\delta}Co}{Si} \dot{\eta}_2 - \dot{\eta}_2 + \frac{J}{\rho_2} - \frac{k\dot{\delta}Co}{Si} \frac{J}{\rho_2} \right\} \\ &= -\frac{\dot{\eta}_1 e^{k\delta}}{kSi} + \frac{\dot{\eta}_2}{kSi} - \frac{1}{kSi} \frac{J}{\rho_2} + \frac{2\dot{\delta}e^{k\delta}}{Si^2} \frac{J}{\rho_2} + \frac{e^{2k\delta} + 1}{Si^2} \dot{\eta}_1 \dot{\delta} - \frac{2e^{k\delta}}{Si^2} \dot{\delta} \dot{\eta}_2 \end{aligned}$$

Il reste alors à introduire dans l'équation de l'interface 2 :

$$\begin{aligned} & -(\rho_2 + \rho_3) \frac{\ddot{\eta}_2}{k} + (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 + J_0 J \left( \frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_2} \right) \\ & - 2\rho_2 e^{-k\delta} \left( -\frac{\dot{\eta}_1 e^{k\delta}}{kSi} + \frac{\dot{\eta}_2}{kSi} - \frac{1}{kSi} \frac{J}{\rho_2} + \frac{2\dot{\delta}e^{k\delta}}{Si^2} \frac{J}{\rho_2} + \frac{e^{2k\delta} + 1}{Si^2} \dot{\eta}_1 \dot{\delta} - \frac{2e^{k\delta}}{Si^2} \dot{\delta} \dot{\eta}_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2 \\ & -(\rho_2 + \rho_3) \frac{\ddot{\eta}_2}{k} + (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 + J_0 J \left( \frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_2} \right) \\ & - 2\rho_2 \left( -\frac{\dot{\eta}_1}{kSi} + \frac{\dot{\eta}_2 e^{-k\delta}}{kSi} - \frac{e^{-k\delta}}{kSi} \frac{J}{\rho_2} + \frac{2\dot{\delta}}{Si^2} \frac{J}{\rho_2} + \frac{Co}{Si^2} \dot{\eta}_1 \dot{\delta} - \frac{2}{Si^2} \dot{\delta} \dot{\eta}_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2 \end{aligned}$$

Regroupons les termes :

$$\begin{aligned} & -\left( \rho_2 \frac{Co}{Si} + \rho_3 \right) \frac{\ddot{\eta}_2}{k} + (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 + J_0 J \left( \frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_2} \right) + 2 \left( \frac{e^{-k\delta}}{kSi} J - \frac{2\dot{\delta}}{Si^2} J \right) \\ & - 2\rho_2 \left( -\frac{\dot{\eta}_1}{kSi} + \frac{Co}{Si^2} \dot{\eta}_1 \dot{\delta} - \frac{2}{Si^2} \dot{\delta} \dot{\eta}_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2 \end{aligned}$$

## v- Résumé

Nous avons donc exprimé les équations différentielles de l'évolution des instabilités des interfaces, lorsque celles-ci restent dans le domaine linéaire.

Pour l'interface 1 entre le combustible et la vapeur, nous avons :

$$\boxed{\left( \rho_1 + \frac{Co}{Si} \rho_2 \right) \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + (\rho_1 - \rho_2) \ddot{R} \eta_1 - \rho_2 \frac{4\dot{\delta}}{Si^2} \dot{\eta}_1 - \rho_2 \frac{2}{kSi} \ddot{\eta}_2 + \rho_2 \frac{2\dot{\delta}Co}{Si^2} \dot{\eta}_2 + \frac{2}{kSi} \left( j - \frac{k\dot{\delta}Co}{Si} J \right) = -k^2 \sigma \eta_1}$$

Pour l'interface 2 entre la vapeur et l'eau liquide, nous avons :

$$\boxed{\left( \rho_2 \frac{Co}{Si} + \rho_3 \right) \frac{\ddot{\eta}_2}{-k} + (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 + J_0 J \left( \frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_2} \right) + 2 \frac{e^{-k\delta}}{kSi} J - \frac{4\dot{\delta}}{Si^2} J + 2\rho_2 \left( \frac{\dot{\eta}_1}{kSi} - \frac{Co}{Si^2} \dot{\eta}_1 \dot{\delta} + \frac{2\dot{\delta}}{Si^2} \dot{\eta}_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2}$$

La résolution de ce système d'équations différentielles se fait tout d'abord en éliminant une des dérivées secondes dans chaque équation, puis par résolution numérique.

Nous pouvons définir l'amplitude des instabilités par une fonction permettant une oscillation de l'amplitude pour chaque interface.



$$(121) \quad \eta = \eta_0 F(t) e^{ikx} \quad \dot{\eta} = \frac{\dot{F}}{F} \eta \quad \ddot{\eta} = \frac{\ddot{F}}{F} \eta$$

En introduisant cette définition dans les équations précédentes, on obtient :

$$(122) \quad \left( \rho_l + \rho_v \frac{Co}{Si} \right) \ddot{F}_2 + 4\rho_v k \dot{\delta} \frac{\dot{F}_2}{Si^2} + 2\rho_v \frac{\ddot{F}_1}{Si} Q_0 - 2\rho_v k \dot{\delta} \frac{\dot{F}_1 Q_0}{Si} \left( \frac{Co}{Si} \right) = -\sigma_2 k^3 F_2 + (\rho_l - \rho_v) k (\ddot{R} + \ddot{\delta}) F_2$$

$$(123) \quad \left( -\rho_c - \rho_v \frac{Co}{Si} \right) \ddot{F}_1 + 4k \dot{\delta} \rho_v \frac{1}{Si^2} \dot{F}_1 + \rho_v \frac{2}{Si} \ddot{F}_2 \frac{1}{Q_0} - \rho_v 2 \frac{k \dot{\delta} Co \dot{F}_2}{Q_0 Si^2} = \sigma_1 k^3 F_1 + (\rho_v - \rho_c) k \ddot{R} F_1$$

$$\text{Avec } Q_0 = \frac{\eta_{10}}{\eta_{20}}$$

Ces équations peuvent être utilisées avec la dynamique de film pour plus de précision.

## vi- Formes limites

### 1. Densité de la vapeur nulle

En considérant que la densité de la vapeur est beaucoup plus faible que celle des deux autres liquides, nous avons pour l'interface 1 :

$$\rho_1 \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + \rho_1 \ddot{R} \eta_1 + \frac{2}{k Si} \left( j - \frac{k \dot{\delta} Co}{Si} j \right) = -k^2 \sigma \eta_1$$

Et pour l'interface 2 :

$$\rho_3 \frac{\ddot{\eta}_2}{-k} + \rho_3 (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 - \frac{J_0 J}{\rho_2} + 2 \frac{e^{-k\delta}}{k Si} j - \frac{4\dot{\delta}}{Si^2} j = \sigma k^2 \eta_2$$

Le terme  $\frac{Co}{Si}$  est de l'ordre de quelques dizaines pour une longueur d'onde de 100  $\mu\text{m}$  et une épaisseur du film de 1  $\mu\text{m}$ , ce qui est faible comparé au millier de la densité des liquides. Cette valeur est calculée dans un cas extrême et sera donc *a fortiori* plus faible dans les autres cas.

Cette hypothèse a pour conséquence de retirer tout couplage entre les interfaces hormis par le biais du transfert de masse, qui agit comme une pression hétérogène.

### 2. Sans évaporation

Dans le cas d'un couplage des instabilités sans échange de matière, nous avons pour les interfaces 1 et 2 :

$$\left( \rho_1 + \frac{Co}{Si} \rho_2 \right) \frac{\ddot{\eta}_1}{k} + (\rho_1 - \rho_2) \ddot{R} \eta_1 - \rho_2 \frac{4\dot{\delta}}{Si^2} \dot{\eta}_1 - \rho_2 \frac{2}{k Si} \ddot{\eta}_2 + \rho_2 \frac{2\dot{\delta} Co}{Si^2} \dot{\eta}_2 = -k^2 \sigma \eta_1$$

$$\left( \rho_2 \frac{Co}{Si} + \rho_3 \right) \frac{\ddot{\eta}_2}{-k} + (\rho_3 - \rho_2) (\ddot{R} + \ddot{\delta}) \eta_2 + 2\rho_2 \left( \frac{\dot{\eta}_1}{kSi} - \frac{Co}{Si^2} \dot{\eta}_1 \dot{\delta} + \frac{2\dot{\delta}}{Si^2} \dot{\eta}_2 \right) = \sigma k^2 \eta_2$$

Comme il a été remarqué précédemment, le couplage n'intervient que multiplié par la densité de la vapeur, qui est relativement faible. Nous nous attendons donc à un couplage faible.

## **V. Propriétés physiques des matériaux utilisés dans les expériences**

Espèce	densité solide	densité liquide	température de fusion	chaleur latente de fusion	température de vaporisation	chaleur latente de vaporisation	Cp liquide	Cp solide	conductivité thermique	viscosité	tension de surface	vitesse du son	coefficient de dilatation
Unité	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	°C	J/kg	°C	J/kg	J/kg/K	J/kg/K	W/m/K	mPa.s	N/m	m/s	µm/m/K
Étain	7298	6500	235	59000	2770	24000	257	200	30 liq 50 sol	2	0,630	2,27E+03	2,40E+01
Plomb	11000	10 000	327	2,30E+04	1750	9,45E+05	147	135	15 liq 35 sol	1,67	0,438	1,227E3	29,3
Zinc	7133	6400	420	1,00E+05	906	1,78E+06	500	3,90E+02	60 liq 113 sol	-	0,755	3,67E+03	60 liq
Zirconium	6000	5800	1852	25 000	4400	6,50E+06	-	300	25	-	-	4600	6
Aluminium	2600	2100	630	4,00E+05	2495	1,00E+07	1,18E3	9,00E+02	90 liq 247 sol	4	0,800	6200 sol 4650 liq	-
Mercure	-	13500	-39	1,18E+04	356	2,72E+05	138	1,40E+02	9	1,55	0,46	1,45E+03	-
Gallium	5900	5700	29,8	8,00E+04	2400	3,90E+06	397	3,72E+02	30 liq	1,3	0,72	-	1,20E+02
UO2	9000	8700	2840	2,79E+05	-	-	500	400	3,45	15	0,45	-	-
ZrO2	5800	-	2700	-	5000	-	-	549	550	-	-	-	-
Alumine (AL2O3)	2600	2600	2325	1,56E+06	-	-	1,40E+03	1,40E+03	8,00E+00	-	-	-	-

## Références

- [1] Abe – Nariai – Hamada, « The trigger mechanism of vapor explosion », J of nuclear science & technology, Vol. 39, n°8, p. 845-853, 2002
- [2] M. Alidibiron – D.B. Dingwell, « MAGMA fragmentation by rapid decompression », NATURE, Volume 380, issue 6570, 14 mars 1996, pp. 146- 148
- [3] M. Amblard – G. Berthoud – A. Pion, « Sodium – water reaction in a non confined medium », ANS/ENS international topic meeting on LMFBR safety on related design and operational aspects, Lyon, France, July 19-23 1982
- [4] G. Bandini, « Core Loss During a Severe Accident (COLOSS Projet) », SAM-COLOSS-P011 (Part B), Interim Report on TMI-2 Calculations D34-2, 3, 1999
- [5] S. Battail, « Accident sévère dans les réacteurs à eau pressurisée : interaction corium-eau », thèse :Université de Paris sud, Orsay, 1993
- [6] M. Berman, « Light water reactor safety research program semiannual report", Oct 1981-march 1982 », NUREG/CR—2841, SAND82-1572, Dec. 1982
- [7] M. Berman, « Light water reactor safety research program quaterly report", January-march 1981 », NUREG/CR—2163/lof4, SAND81-1216/lof4, 1981
- [8] M. Berman – D.F. Beck, « Steam Explosion Triggering and Propagation : Hypotheses and Evidence », Rough Draft 1990
- [9] G. Berthoud, « L'interaction CORIUM-EAU : Synthèse et analyse des résultats expérimentaux », Note CEA STT/LPML/87/28/C Octobre 1987
- [10]G. Berthoud, « Complément à la note STT/LPML/87/28/C, L'interaction CORIUM-EAU : Synthèse et analyse des résultats expérimentaux », Note CEA SMTH/LDTA-2002-016, Avril 2002
- [11]G. Berthoud, « Quelques considérations relatives à la théorie classique de la détonation, application à l'interaction combustible réfrigérant », Note d'information TT/LTML/76-28-C/GBe Septembre 1976
- [12]M. Blander – J.L. Katz, « Bubble Nucleation in Liquids », AiChe Journal (vol 21, No5) septembre 1975; 833-848
- [13]D. J. Buchanan, « A model for fuel coolant Interactions », J. Phys. D., App. Phys., Vol.7, 1974
- [14]M. Bürger – S.H. Cho – E.V. Berg – A. Schatz, « Modelling of drop fragmentation in thermal detonation waves and experimental verification », CEC Reactor Safety Programme, RCA-MFCI Project, Report INV-MFC (98)-D015, 1993

## 159BRéférences

- [15]M. Bürger – M. Buck – S. Saied-Ahmad – A. Schatz, « experimental and Theoretical investigations on the Fragmentation of Melt Drops in Relative Flows », Report INV-MFC (98) – D016, Decembre 1996 IKE 2 – 135
- [16]L.D. Buxton – L.S. Nelson, « Impulse initiated gas release – A possible trigger for Vapor explosion », Trans. Am. Nuc. Soc., Vol. 26 pp.398 (1977)
- [17]D. Buxton – L.S. Nelson, W.B. Benedick, « Steam explosion triggering and efficiency studies », SAND-79-0261 C, 1979.
- [18]X.Cao – Y. Tobita – S. Kondo, « Proposal of a fragmentation model for a melt droplet induced by vapor film collapse », NURETH 10, Seoul, Korea, October 5-9 2003
- [19]X.Cao – Y. Tobita – S. Kondo, « A thermal model induced by surface solidification », Journal of nuclear science and technology, Vol. 39, n°6, p. 628-636, (juin 2002)
- [20]X. Chen – R. Luo – W.W. Yuen – T. Theofanous, « Experimental Simulation of microinteractions in large scale Explosions », CSNI, 1997
- [21]X. Chen – W.W. Yuen – T. Theofanous, « On the constitutive description of the microinteraction concept in steam explosions », Nuclear Engineering and Design 177 (1997) 303-319
- [22]X. Chen – R. Luo – W.W. Yuen – T. Theofanous, « Experimental Simulation of microinteractions in large scale Explosions », Nuclear Engineering and Design 1898 (1999) 163-178
- [23]W. Cherdron – H. Jacobs – A. Kaiser – W. Schütz, « Measurements of steam explosion loads : the ECO experiments », Nureth11, Oct 2-6, Avignon, France, 2005.
- [24]D.H. Cho – D.R. Armstrong, W.H. Gunther, « Experiments on the interaction between Zirconium containing melt and water », NUREG/CR-5371, 1998
- [25]G. Ciccarelli, « Investigation of Vapor Explosion with Single Molten Metal Drops in Water Using Flash X-Ray », Thèse : McGill University, Montréal, Quebec, Canada, 1991
- [26]G. Ciccarelli – D.L. Frost, « Fragmentation mechanisms based on single drop experiments using flash X-ray photography », Nureth 5, Salt Lake City , 21-24 September, 1992
- [27]F. M. Cooper, « Heat Transfer and Pressure Generation due to a Temperature Discontinuity at a Liquid-Liquid Interface », ANS/ENS Meeting Chicago, Illinois, 6-9 octobre, 1976
- [28]M.L. Corradini – B.J. Kim – M.D. Oh, « Vapor explosions in light water reactors : A review of theory and modelling », Progress in Nuclear Energy, Vol. 22 No1. pp 1-117 1988
- [29]A.W. Cronenberg – R. Benz, « Vapor Explosion Phenomena with Respect to Nuclear Reactor Assessment », US Nuclear Regulatory Commission/CR.O245-TREE-1242

- [30] A.W. Cronenberg – T.C. Chawla – H.K. Fauske, « A thermal stress mechanism for the fragmentation of molten UO<sub>2</sub> upon contact with sodium coolant », *Nuclear Engineering and Design* 30 (1974) 434-443
- [31] Z. Dai – G.M. Faeth, « Temporal properties of secondary drop breakup in the multimode breakup regime », *International Journal of Multiphase Flow* 27, p. 217-236, 2001
- [32] I. Darbord, « Modélisation de la fragmentation fine lors de la phase de déclenchement d'une explosion de vapeur », Thèse, université Joseph Fourier – Grenoble I, 1997
- [33] J.R. Dietrich, « Experimental investigation of the self-limitation of power during reactivity transients in a subcooled, water-moderated reactor, Borax-I experiments, 1954 », Rapport ANL-5323, Mars 1957
- [34] N. Dumont, « Modélisation de l'écoulement diphasique dans les injecteurs Diesel », thèse institut nationale polytechnique de Toulouse, 2004
- [35] M.S. El-Genk, « Molten fuel-coolant interaction occurring during a severe reactivity initiated accident experiment », NUREG/CR 1900, march 1981
- [36] S. G. Epstein, « A summary of findings from twenty years of molten metal incident reporting », *Light Metals* 2005, Ed. Halvor Kwande, 2005
- [37] M. Epstein – H.K. Fauske – T.G. Theofanous, « On the mechanism of Aluminium Ignition in steam explosion », *Nuclear Engineering and Design*, vol. 201 pp. 71-82., 2000
- [38] M. Epstein – G. Hauser, « Subcooled Forced-Convection Film Boiling in the Forward Stagnation Region of a Sphere or Cylinder », *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 23 pp 179-189, 1979
- [39] N.A. Evans – D.E. Mitchell, L.S. Nelson, M.L. Corradini, « Recent results from the sandia steam explosion program », SAND82-2269 C, 1982
- [40] G. Frölich, « Propagation of fuel coolant interactions in multi-jet experiments », NURETH-4, Octobre 1989
- [41] D.L. Frost – G. Ciccarelli, « Dynamics of explosive interactions between multiple drops of Tin and Water », *Progress in Aeronautics and Astronautics* Vol. 114, 1988
- [42] A. Giri – H.S. Park – B.R. Sehgal, « Analysis of bubble dynamics in explosive boiling of droplet with fine fragmentation », *Experimental thermal and Fluid Science*, 29 (2005) 295-303
- [43] L. Haar – J. S. Gallagher – G. S. Kell, « NBS/NRC Steam Tables », ISBN 0-89116-353-0
- [44] E.Y. Harper – G.W. Grube, I-D. Chang, « On the breakup of accelerating liquid drops », *J. Fluid Mech.*, vol. 52, part 3 ,565-591., 1972

## 159BRéférences

- [45]H. Hohmann – H. Kottowski – H. Schins, « Experimental investigations of spontaneous and triggered vapour explosion in the molten salt/water system », International Meeting on Thermal Nuclear Reactor Safety, Chicago, August 1982, pp 962-971
- [46]I. Huhtiniemi – D.Magallon, « Insight into steam explosions with corium melts in KROTOS », Nuclear engineering and design 189 (2001) 391-400
- [47]I. Huhtiniemi – D. Magallon – H. Hohmann, « Results of recent KROTOS FCI tests : alumina versus corium melts », Nuclear engineering and design 189 (1999) 379-389
- [48]A. Inoue – Aritomi, « An analytical model for vapor explosion of high temperature molten metal droplet with water induced by a pressure pulse », Chemical engineering communications, Vol. 118, p 189-206, 1992
- [49]A. Inoue – S. Lee, « Studies on micro structures at vapor liquid interfaces of film boiling on hot liquid surface at arriving of a shock pressure », Jaeri conf 97-011 (part I), p410-425, 1998
- [50]D.D. Joseph – J. Belanger – G.S. Beavers, « Breakup of a liquid drop suddenly exposed to a high-speed airstream », International Journal of Multiphase Flow 25 , pp.1263-1303, 1999
- [51]Pages Internet de D.D. Joseph, relatives à la fragmentation aérodynamique : [http://www.aem.umn.edu/research/Aerodynamic\\_Breakup](http://www.aem.umn.edu/research/Aerodynamic_Breakup)
- [52]B.J. Kim, « Heat transfer and fluid flow aspects of a small-scale single droplet Fuel-Coolant interaction », PhD Thesis, University of Wisconsin, Madison, WI, USA, 1985
- [53]H.J. Kull, « Theory of the Rayleigh-Taylor Instability », Physics Reports 206, n° 5 (1991) 197-325
- [54]E. Landau – E. Lifchitz, « Physique théorique : Mécanique des fluides », 3<sup>ème</sup> édition en français : Mir – Ellipses, 1994
- [55]E. Leclerc, « Étude et modélisation de la phase d'escalade d'une explosion de vapeur », Thèse, université Joseph Fourier – Grenoble I, 2000
- [56]E. Leclerc – G. Berthoud, « Modeling of melt droplet fragmentation following vapour film destabilization by a trigger pulse », Nuclear Technology, Vo. 144 Nov 2003
- [57]D. J. Lewis, « The instability of liquid surface when accelerated in a direction perpendicular to their planes », II, Proc . Roy. Soc. A, Vol. 202, pp 81-95, 1950
- [58]Z. Liu – R. D. Reitz, « An analysis of the distortion and breakup mechanisms of high speed liquid drops », International Journal of Multiphase Flow, Volume 23, Issue 4, August 1997, Pages 631-650
- [59]D. Magallon, « The FARO and KROTOS experiments », EURO COURSE 2003

- [60]D. Magallon – H. Hohmann, « Experimental investigation of 150-kg-scale corium melt jet quenching in water », Nuclear Engineering and Design, Volume 177, Issues 1-3, 1 December 1997, Pages 321-337
- [61]I. Huhtiniemi – H. Hohmann – D. Magallon, « FCI experiments in the corium/water system » , Nuclear engineering and design 177 (1997) 339-349
- [62]D. Magallon – I. Huhtiniemi, « Corium melt quenching tests at low pressure and subcooled water in FARO », Nuclear Engineering and Design, Volume 204, Issues 1-3, February 2001, Pages 369-376
- [63]D. Magallon – I. Huhtiniemi – H. Hohmann, « Lessons learnt from FARO/TERMOS corium melt quenching experiments », Nuclear Engineering and Design, Volume 189, Issues 1-3, 11 May 1999, Pages 223-238
- [64]H. Hohmann – D. Magallon – H. Schins – A. Yerkess, « FCI experiments in the aluminium oxide/water system », Nuclear engineering and design 155 (1995) 391-403
- [65]R. Meignen, « Modélisation de la fragmentation d'un jet liquide à très haute température dans un liquide froid volatil », Thèse INP Grenoble (1995)
- [66]R.W. Miller – A. Sola, R.K. Mac Cardell, « Report on the SPERT I destructive test program on the aluminium, plate-type, water-moderated reactor », AEC Research & Development Repor, IDO-16833
- [67]D.E. Mitchell – ML Corradini, W.W. Tarbell, « Intermediate scale steam explosion phenomena: experiments and analysis », NUREG/CR-2145, SAND81-0124, Sept. 1981.
- [68]D.E. Mitchell – N.A. Evans, « Effects of water and fuel masses on the behavior of molten core-coolant interactions at intermediate scale », SAND82-0407 C, 1982.
- [69]L.S. Nelson – P.M. Duda, « Steam explosion experiments with single drops of iron oxyde », NUREG CR-2285, Sept 1981.
- [70]L.S. Nelson – P.M. Duda, « Steam explosion experiments with single drops of iron oxyde: PART II: parametric studies », NUREG CR-2718, April 1985
- [71]R. Nigmatulin, « Nano-scaled Thermonuclear Fusion in Imploding Vapor Bubbles in Acoustically Cavited Deuterated Liquid », 11<sup>th</sup> International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics (NURETH 11), Avignon, France, 2-6 Octobre 2005.
- [72]R.I. Nigmatulin – I. Sh. Akhatov et al., « On the forced oscillations of a small gas bubble in a spherical liquid-filled flask », J. Fluid Mech. (2000), vol. 414, pp. 47-73
- [73]P.D. Patel – T.G. Theofanous, « Hydrodynamic fragmentation of drops », J. Fluid Mechanics, Vol 103, pp. 207-223, 1981
- [74]R. Perret, « Contribution à l'étude du choc thermique », thèse : Université scientifique et médicale de Grenoble, 1978

## 159BRéférences

- [75] M. Pilch, « Acceleration Induced Fragmentation of Liquid Drops », NUREG CR-2247, 1981
- [76] M. Pilch – C.A. Erdman ; « Use of break-up time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of liquid drop », [International Journal of Multiphase Flow, Volume 13, Issue 6](#) , November-December 1987, Pages 741-757
- [77] A. Pion, « Mise en contact brutale d'un liquide chaud et d'un réfrigérant volatil : instabilité du film de vapeur créé. », Thèse : institut national polytechnique de Grenoble, 1983
- [78] M.S. Plesset – A.T. Ellis (1955). « On the mechanism of cavitation damage ». *Trans. ASME*, 1055--1064.
- [79] A. Prosperetti – A. Lezzi, « Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 1. First-order theory », *J. Fluid Mech.* (1986), vol. 168, pp. 457-478
- [80] A.A. Ranger – J.A. Nicholls, « Aerodynamic shattering of liquid drops », *AIAA J.*, Vol. 7, pp. 285-290, 1969
- [81] J. H. Song – I. K. Park – Y. J. Chang – Y. S. Shin – J. H. Kim – B. T. Min – S. W. Hong and H. D. Kim, « Experiments on the interactions of molten ZrO<sub>2</sub> with water using TROI facility », *Nuclear Engineering and Design*, Volume 213, Issues 2-3, April 2002, Pages 97-110
- [82] J. H. Song – I. K. Park – Y. S. Shin – J. H. Kim – S. W. Hong – B. T. Min and H. D. Kim, « Fuel coolant interaction experiments in TROI using a UO<sub>2</sub>/ZrO<sub>2</sub> mixture », *Nuclear Engineering and Design*, Volume 222, Issue 1, May 2003, Pages 1-15
- [83] J.H. Song – S.B. Kim – H.D. Kim, « On some salient unresolved issues in severe accidents for advanced light water reactors », *Nuclear Engineering and Design*, Volume 235, Issues 17-19, August 2005, Pages 2055-2069
- [84] M.J. Tan – S.G. Bankoff, « On the fragmentation of drops », *J. Fluid Engineering*, Vol. 108, p 109, March 1986.
- [85] R.B. Tattersall – R.J. Maddison, « Molten fuel coolant interactions in water at high pressures : final report on experiments carried out in the high pressure thermite rig », AEE Winfrith, AEEW-R2448, Avril 1989
- [86] T.G. Theofanous – M. Saito – T. Efthimiadis, « The role of hydrodynamic fragmentation in fuel coolant interactions », *FCI in nuclear reactor safety*, Bournemouth, England, 2-5 April, 1979
- [87] US Atomic Energy Commission, « SL1 reactor accident on January 3, 1961 », Interim report, IDO 19300, May 15, 1961.



[88]Y. N. Young et al., « On the miscible Rayleigh-Taylor instability :2D and 3D », Under consideration for publication in J. Fluid Mech.

[89]H.J. Zimmer, « Investigation of vapour explosion with alumina droplets in sodium », rapport KfK 4574e, Kernforschungszentrum Karlsruhe Institut für Reaktorentwicklung

[90]W. Zyskowsky, « Study of thermal explosion phenomenon in molten Copper-Water systems », Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 19, 1976, pp. 849-868