



ENSC-2010/239



**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Thomas de Larrard

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine

MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

Sujet de la thèse

**Variabilité des propriétés du béton : caractérisation expérimentale
et modélisation probabiliste de la lixiviation**

Soutenue à Cachan le 27 septembre 2010 devant le jury composé de :

Alain Sellier	Professeur, Université de Toulouse 3	Président
Franck Schoefs	Professeur, Université de Nantes	Rapporteur
Nicolas Burlion	Professeur, Université de Lille 1	Rapporteur
Günther Meschke	Professeur, Ruhr-Universität Bochum	Examinateur
Frédéric Deleruyelle	Ingénieur chercheur, IRSN	Examinateur
Jean-Michel Torrenti	Professeur, Université de Paris-Est	Directeur de thèse
Farid Benboudjema	Maître de conférence, ENS Cachan	Co-encadrant
Jean-Baptiste Colliat	Professeur agrégé, ENS Cachan	Co-encadrant

LMT-Cachan

ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan cedex, France

Je souhaite remercier en premier lieu et très sincèrement Nicolas Burlion et Franck Schoefs d'avoir été rapporteurs de mon manuscrit. Ils ne se doutaient probablement pas en acceptant cette charge que cela signifierait pour eux d'avoir, en guise de best-seller de l'été pour leurs vacances aoûtiniennes, un pavé de deux cents pages consacrées à la lixiviation des bétons et avec, avouons-le, assez peu de suspense, de sentiments et d'action... Je leur sais gré de leur investissement, de leurs retours et de nos échanges. C'est un honneur pour moi d'avoir soumis mon travail à leur jugement avisé.

Je remercie également Alain Sellier de m'avoir gratifié de l'honneur et du plaisir qu'il préside mon jury de soutenance. Mes remerciements s'adressent aussi tout particulièrement à Günther Meschke, à qui je crains d'avoir imposé un exposé et la lecture d'un manuscrit dans un français peu accueillant, mais qui a eu la courtoisie de ne pas s'en plaindre. Encore une fois, ce fut un honneur pour moi qu'il accepte de faire partie de ce jury.

Je souhaite également remercier Frédéric Deleruyelle pour la collaboration entre le LMT et l'IRSN dont ma thèse a pu bénéficier. Frédéric a été pendant cette période l'interlocuteur et le partenaire idéal. J'en profite également pour adresser une pensée chaleureuse à toutes les personnes de l'IRSN avec qui j'ai eu l'occasion de collaborer plus ou moins brièvement, Delphine Pellegrini, Charles Wittebroodt et Georges Nahas en premier lieu.

Je remercie également Jean-Baptiste Colliat, qui a participé à l'encadrement "quotidien" de ma thèse. J'ai beaucoup appris à ses côtés, en termes de rigueur et de culture scientifiques. Son sens de la communication et de la pédagogie sont loués par tous ceux qui ont eu l'occasion d'en profiter, et j'en fais partie. Je souhaite pouvoir dire qu'il a fait école.

Les mots semblent faire défaut quand il s'agit d'exprimer ma reconnaissance à l'endroit de Farid Benboudjema. Cet homme est un paradoxe vivant : jamais on en vit de plus débordé, croulant littéralement sous les sollicitations en tous genres, et pourtant il n'en est pas de plus disponible, abordable, généreux de son savoir comme de son temps, ne ménageant ni sa gentillesse ni ses efforts. Je lui dois plus que beaucoup.

Pour mon directeur de thèse, Jean-Michel Torrenti, la question est plus ardue. En effet j'ai quelques griefs à son encontre. Je ne veux pas seulement évoquer les épouvantables séances de course à pied auxquelles il m'a convié, soi-disant dans le philanthropique objectif de veiller sur la santé de ses ouailles (*mens sana in corpore sano*, qu'ils disent...), mais bien plutôt ceci : pour quelqu'un qui, comme moi, aime à se répandre à tous vents en lamentations, Jean-Michel est comme la ville d'Evian pour un amateur de Bordeaux. Il n'offre aucune raison de se plaindre ! Il est disponible autant qu'aimable, savant autant qu'investi. Il n'est, pour conclure, pas étranger à ma volonté de poursuivre une carrière d'enseignant-chercheur.

Je souhaite également remercier tous les partenaires du GT1 du projet APPLLET, qui ont suivi l'évolution de mes travaux de thèse au cours des différentes réunions d'avancement du projet. Je remercie plus particulièrement Magalie Pierre, Stéphane Poyet et Patrick Le Bescop du CEA, ainsi que Jean-François Lataste du GHYMAC pour leurs collaborations dont j'ai pu bénéficier.

Je garderai un souvenir enjoué de mes années de thèse au LMT parce qu'on imagine mal de meilleures conditions de travail et d'épanouissement que celles proposées au secteur Génie Civil et au Département de Génie Civil de l'ENS. Mes remerciements s'adressent à toutes les nombreuses personnes qui contribuent au bon fonctionnement et à l'ambiance chaleureuse qu'il règne en ces lieux. Je ne peux les nommer tous, mais ceux vers qui se portent mes élans d'affection se reconnaîtront bien.

Certains de ceux-là ne sont pas des collègues, ni des camarades. Ce sont des amis, de ceux que le cœur se forge dans les tranchées du doctorat. Chloé, Julien, Augustin-Gauvain-Nemours, Pierre-Etienne, Roxane, Lavinia, Marion, tous je vous embrasse. Grégory pour avoir été mon compère de moues boudeuses depuis longtemps. Matthieu, parce qu'il faut avoir du cœur pour supporter quelqu'un qui maugrée en permanence chaque jour en face de soi. C'est avec émotion que je vous remercie.

Et puis il y a ceux qui supportent la mauvaise humeur hors des murs, les camarades de longue date, les compagnons des meilleurs et des pires instants. Benjamin, Romain, Michel, Caroline, je pense à vous au moment de cet aboutissement.

À ma famille, je dois pratiquement tout ce que je suis aujourd'hui. Je ne pourrai pas rendre à mes parents tout ce qu'ils m'ont apporté.

À ma femme enfin, ma belle Hélène, avec qui les mots sont superflus...

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	ix
Introduction	1
1 Campagne expérimentale : évaluer la variabilité du matériau	7
1 Présentation de la campagne expérimentale	9
1.1 Formulation des bétons	9
1.2 Conservation des éprouvettes	9
2 Caractérisation du matériau par des essais standards	10
2.1 Résistivité électrique	10
2.2 Propagation d'ondes ultrasonores	16
2.3 Essais de caractérisation mécanique	17
2.4 Porosité accessible à l'eau	20
3 Lixiviation accélérée d'un béton	22
3.1 Réactions chimiques impliquées	22
3.2 Dégradation accélérée au nitrate d'ammonium	27
3.3 Protocole expérimental	28
3.4 Variabilité sur les épaisseurs dégradées	30
3.5 Prise en compte de la température	32
3.6 Identification du coefficient de tortuosité	35
4 Voile expérimental	37
4.1 Variabilité spatiale des paramètres de durabilité	38
4.2 Identification des longueurs de corrélation	39
5 Recherche de corrélations	41
5.1 Corrélations directes	41
5.2 Analyse en composantes principales	47
2 Lixiviation sous température variable : modélisation et analyse inverse	51
1 La lixiviation des bétons	53
1.1 Influence du matériau et des paramètres extérieurs	53
1.2 Influence de la lixiviation sur les propriétés de transport	55
1.3 Modélisations de la lixiviation	56

2	Modèle physique et numérique de la lixiviation	57
2.1	Modélisation simplifiée : conservation de la masse de calcium	57
2.2	Le schéma numérique des volumes finis	58
2.3	Modélisation de la dépendance de la diffusivité à la porosité	61
2.4	De la pâte de ciment au béton : introduction de la tortuosité	61
2.5	Modélisation de la lixiviation accélérée	63
2.6	Validation du modèle	65
3	Étude d'influence des paramètres d'entrée du modèle	70
3.1	Recensement des paramètres du modèle	70
3.2	Étude paramétrique	71
3.3	Prédominance des paramètres de diffusion	75
3.4	Détermination des quantités d'intérêt	76
4	Lixiviation sous température variable	77
4.1	Solubilité des hydrates	78
4.2	Thermo-activation de la diffusion	79
4.3	Dilatation de la porosité	79
4.4	Validation des hypothèses : dégradations à températures constantes	79
5	Analyse inverse : identification de la tortuosité	80
5.1	Introduction aux réseaux de neurones	81
5.2	Prise en compte des variations de température	84
5.3	Apprentissage du réseau	86
5.4	Validation du processus d'identification	88
6	Synthèse	88
3	Applications à la durabilité des structures : prise en compte de la variabilité des propriétés	91
1	Évolution de l'endommagement sous lixiviation et fluage couplés	93
1.1	Modélisation du fluage	94
1.2	Endommagements chimique et mécanique	97
1.3	Variabilité des paramètres d'entrées	104
1.4	Résultats et discussion	108
1.5	Synthèse	112
2	Influence de la variabilité spatiale sur la lixiviation d'une structure	113
2.1	Contexte et problématique	113
2.2	Caractère probabiliste et ingénierie logicielle	116
2.3	Génération de champs aléatoires	119
2.4	Résultats et analyse	124
2.5	Synthèse	130
	Conclusions et perspectives	133
A	Non linéarité d'un problème de diffusion sous des conditions axisymétriques	137
1	Equation de diffusion axisymétrique	137
2	Fonctions de Bessel	139
3	Solution de l'équation de diffusion axisymétrique	140
4	Transformation de Boltzmann	141

4.1	Coordonnées cartésiennes	141
4.2	Coordonnées cylindriques	143
B	Identification du coefficient de couplage sur des essais de fluage non-linéaire	145
C	Caractéristiques d'un champ gaussien pour obtenir un champ log-normal	149

Table des figures

1	Répartition des résistances mécaniques pour le viaduc de Millau	2
1.1	Schéma de principe de la mesure de résistivité électrique (ChlorTest 2004)	11
1.2	Mesure de la résistivité électrique sur une éprouvette	13
1.3	Distribution des mesures de résistivité électrique pour le chantier A1	15
1.4	Mesure de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores	16
1.5	Essai de fendage (ou essai brésilien)	18
1.6	Essai de compression	19
1.7	Mesure de la porosité accessible à l'eau	21
1.8	Équilibre et solubilité des C-S-H en fonction de la concentration de calcium en solution	24
1.9	Essai de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium	29
1.10	Épaisseurs dégradées observées au cours de l'essai de lixiviation accélérée, pour une même éprouvette (gâchée 38 du premier chantier)	30
1.11	Essai de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium	31
1.12	Épaisseurs dégradées observées expérimentalement	31
1.13	Identification des paramètres de la loi globale de thermoactivation de la lixiviation	34
1.14	Identification du paramètre k_0	35
1.15	Distribution des valeurs identifiées de k_0 pour le chantier A1 et calage des paramètres d'une loi de distribution log-normale	36
1.16	Position des carottes dans le voile expérimentale, suivant deux lignes horizontales et une ligne verticale, de part et d'autre de la reprise de bétonnage	37
1.17	Variabilité spatiale des indicateurs étudiés sur les carottes du voile expérimental, sur les lignes horizontales de prélèvement dans chaque gâchée	38
1.18	Identification des longueurs de corrélations à partir des variogrammes pour les trois variables aléatoires considérées	40
1.19	Mise en relation des indicateurs du comportement mécanique : module de Young, résistances en compression et en traction, célérité des ondes ultrasonores	42
1.20	Mise en relation des indicateurs du comportement mécanique avec la porosité	43
1.21	Mise en relation des indicateurs de durabilité : porosité, coefficient de tortuosité et paramètre k_0 de thermoactivation globale de la lixiviation	44
1.22	Mise en relation des indicateurs du comportement mécanique avec la résistivité électrique	45
1.23	Mise en relation des indicateurs de durabilité avec la résistivité électrique	45
1.24	Illustration du principe de l'analyse en composantes principales	47

1.25	Résultats de l'analyse en composantes principales sur toutes les éprouvettes du chantier A2-1	48
1.26	Mise en évidence d'un groupe d'éprouvettes	49
1.27	Résultats de l'analyse en composantes principales sur les éprouvettes des chantiers A1 et A2-2	50
2.1	Maillage admissible de volumes finis pour le cas 1D axisymétrique	59
2.2	Évolution de la porosité du matériau en fonction de la concentration massique de calcium (d'après Revertégat et al. 1992)	60
2.3	Évolution du coefficient de diffusion avec la porosité d'un pâte de ciment saine	62
2.4	Schéma de principe de la modélisation de la diffusion dans les pâtes de ciment, les mortiers et les bétons	64
2.5	Lixiviation d'une pâte de ciment et d'un mortier	66
2.6	Profils successifs de concentration en calcium solide dans le matériau	66
2.7	Comparaison entre des résultats expérimentaux et des simulations numériques	67
2.8	Influence de la finesse du maillage sur la simulation du profil de concentration	68
2.9	Simulation numérique pour la dégradation à cœur d'une éprouvette de béton	69
2.10	Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations numériques pour les schémas des volumes finis et des éléments finis	70
2.11	Représentation schématique des facteurs $X_{S_{Ca}}$ et X_{phi} , appliqués à l'équilibre des phases calciques et à la porosité	71
2.12	Illustration de l'échantillonnage par hypercube latin en 2 dimensions pour 3 jeux de paramètres	72
2.13	Application de l'algorithme du recuit simulé en deux dimensions	74
2.14	Influence relative de tous les paramètres d'entrée du modèle de lixiviation	74
2.15	Non-unicité des paramètres de diffusion : deux couples de paramètres pour une même cinétique de dégradation	75
2.16	Influence relative des paramètres de diffusion et de la porosité	76
2.17	Validation des paramètres par défaut de la diffusion dans une pâte de ciment saine (essais CEA)	77
2.18	Illustration de la nécessité de prendre en considération les variations de température au cours d'un essai de dégradation accélérée	78
2.19	Influence de la température sur la cinétique de dégradation	80
2.20	Représentation schématique des données d'entrée et de sortie pour le modèle aux volumes finis	81
2.21	Illustration du fonctionnement d'un neurone, d'après Parizeau (2004)	82
2.22	Couche de S neurones, d'après Parizeau (2004)	83
2.23	Illustration du phénomène de sur-apprentissage pour un cas simple d'approximation de fonction, d'après Parizeau (2004)	84
2.24	Illustration de la validation de l'apprentissage du RNA, d'après Parizeau (2004)	85
2.25	Histoire de température pour une série d'éprouvettes	86
2.26	Équivalence entre les différentes prises en compte de la température pour l'estimation de l'épaisseur dégradée	87
2.27	Représentation schématique du réseau de neurones mis en œuvre pour l'identification du coefficient de tortuosité	87

2.28	Comparaison entre mesures expérimentales de dégradation et résultats des simulations menées avec les paramètres identifiés	89
3.1	Modèle mécanique de fluage correspondant à la théorie de la microprécontrainte .	95
3.2	Définition de la contrainte effective sur matériau endommagé	99
3.3	Évolutions de l'endommagement et de la déformation pour un cas de dégradation sous eau pure et fluage simultanés	102
3.4	Évolution du phénomène de dilatance au cours du temps	102
3.5	Évolution des déformations de fluage au cours du temps	105
3.6	Réponse du modèle mécanique en compression simple	106
3.7	Distribution du module de Young pour les 1000 réalisations considérées (suivant une loi bêta)	107
3.8	Distribution des durées de vie : résultats des simulations et loi de distribution log-normale	109
3.9	Évolution au cours du temps du coefficient de corrélation de Pearson	110
3.10	Représentation schématique de l'arbre de classification	112
3.11	Schéma de principe d'une architecture de stockage (ANDRA 2005)	114
3.12	Schéma du tunnel de stockage des déchets radioactifs	115
3.13	Maillage aux volumes finis du tronçon de tunnel modélisé	116
3.14	Schéma de l'architecture en composants adaptée aux simulations de Monte-Carlo	118
3.15	Covariance normée par rapport à la variance	121
3.16	Représentation de vecteurs propres du noyau de covariance	122
3.17	Décroissance des valeurs propres	123
3.18	Trois réalisations du champ de porosité	124
3.19	Trois réalisations du champ de coefficient de tortuosité	125
3.20	Exemple de pénétration du front de dégradation	126
3.21	Calage des paramètres d'une loi de distribution	127
3.22	Comparaison des distributions des durées de vie	128
A.1	Simulations numériques de la dégradation à cœur d'une éprouvette	138
A.2	Calcul des racines de la fonction de Bessel	140
A.3	Profil de concentration en calcium dans l'éprouvette obtenu avec les fonctions de Bessel	142
A.4	Comparaison de la solution analytique du problème de diffusion avec des résultats de simulations numériques (volumes finis et éléments finis)	142
A.5	Comparaison entre la solution analytique du problème de diffusion et l'estimation supposée linéaire en racine carrée du temps (transformation de Boltzmann) . . .	144
A.6	Erreur relative introduite par l'hypothèse de dégradation linéaire	144
B.1	Identification du coefficient de couplage et des paramètres de fluage	146
B.2	Apparition du fluage tertiaire pour un chargement à 80% de F_c	147
B.3	Simulations pour différentes valeurs du coefficient de couplage	148

Liste des tableaux

1.1	Composition du béton du tunnel de l'A86 : béton A1	9
1.2	Composition du béton du viaduc de Compiègne : bétons A2-1 et A2-2	10
1.3	Mesure de la résistivité électrique	15
1.4	Célérité des ondes ultrasonores longitudinales	17
1.5	Essais mécaniques	20
1.6	Masse volumique apparente sèche et porosité accessible à l'eau	22
1.7	Facteurs d'accélération au nitrate d'ammonium sur pâte de ciment	28
1.8	Épaisseurs dégradées en lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium	32
1.9	Paramètre k_0 de dégradation linéaire en racine carrée du temps	36
1.10	Identification du coefficient de tortuosité	37
1.11	Longueurs de corrélation identifiées sur le voile expérimental	41
1.12	Synthèse des coefficients de corrélation linéaire	46
3.1	Valeurs des paramètres d'entrée pour la simulation de la FIG.3.3	103
3.2	Valeur moyenne et écart-type pour les 9 variables d'entrée du modèle	107
3.3	Variabilité des paramètres d'entrée	115
3.4	Valeurs des paramètres pour les lois de distributions	129
3.5	Synthèse des simulations de Monte-Carlo	130

Introduction

Le processus pour élaborer un outil de simulation du comportement (mécanique ou autre) d'une structure consiste en l'élaboration d'un modèle et son implémentation dans un outil numérique (un code de calcul aux éléments finis par exemple). La simulation requiert également de disposer de paramètres du matériau, que l'on peut identifier à partir d'essais. Ces trois instances de la simulation (paramètres, modèle et outil numérique) introduisent une part d'incertitude dans le calcul, qui affecte la confiance que l'on peut porter au résultat obtenu. Les travaux présentés ici se focalisent sur la variabilité liée aux paramètres matériau, et notamment sur la représentativité de la valeur des paramètres identifiés à partir d'un essai par rapport à la variabilité du matériau lui-même à l'échelle d'une structure complète. La propagation de l'incertitude depuis les paramètres matériau jusqu'aux quantités d'intérêt de la simulation est une question prégnante lorsqu'il s'agit d'évaluer la durée de service de certaines structures pour lesquelles la durée de vie est la principale exigence (structures liées au stockage des déchets radioactifs par exemple).

En effet, la problématique majeure autour aussi bien de la conservation du patrimoine existant que de la réalisation de nouveaux ouvrages est la maîtrise de la durée de vie des structures. Il faut entendre par là la garantie de réponse d'une structure par rapport aux exigences de fonctionnement auxquelles elle est soumise. On parle dans ce cas d'approche performantielle, consistant à intégrer au dimensionnement de la structure cette exigence de fonctionnement de la structure par rapport à son environnement. Bien entendu le degré d'exigence varie selon les structures, et les fonctions qu'elles remplissent, de même que l'environnement, plus ou moins agressif, ne soumet pas la structure aux mêmes conditions de dégradation.

Ce concept de durabilité de l'ouvrage implique de prendre en compte tout le cycle de vie de l'ouvrage, dans son environnement. Afin d'y parvenir, il faut développer des outils performants et pertinents d'auscultations et de prédictions de la durée de vie des ouvrages. Cela nécessite de développer des outils de diagnostics de l'état d'une structure vis-à-vis de sa durabilité, et de disposer de moyens de simulations pour estimer la dégradation de la structure par rapport aux conditions réelles auxquelles elle est soumise. Pour approfondir cette approche performantielle, il faut adapter les modèles déterministes dont on dispose et développer des méthodes probabilistes adaptées. Ceci importe particulièrement pour des ouvrages dont l'exigence de durée de vie excède la centaine d'années, et pour lesquelles le retour d'expérience est inexistant, en particulier les ouvrages liés à l'énergie nucléaire et tout particulièrement au stockage des déchets radioactifs.

Outre la connaissance et la compréhension des phénomènes physiques et chimiques liés au vieillissement de la structure et à la dégradation du matériau, ainsi que leur modélisation, il est nécessaire de prendre en compte les variabilités auxquelles la structure est soumise : la variabilité des composants du matériau, particulièrement lorsque l'on considère le béton, celle liée aux conditions environnementales, ou encore les conditions de mise en œuvre (par exemple les variations de température au moment du coulage). À titre indicatif, un exemple simple de la variabilité des

composants du matériau est celle des résistances (en compression à 28 jours) d'un même ciment CEM I 52,5 sur un an, oscillant entre 60 et 67 MPa (Poyet et Torrenti 2010). Un autre exemple apparaît dans la FIG.1 où l'on voit la distribution de la résistance moyenne en compression à 28 jours pour le BHP du viaduc de Millau. Malgré le soin apporté à la fabrication du matériau et la surveillance dont elle a fait l'objet, on constate que les résistances balayent un intervalle de valeurs relativement large. En outre, il est à souligner qu'il existe peu d'études expérimentales permettant d'identifier la variabilité des paramètres matériau du béton.

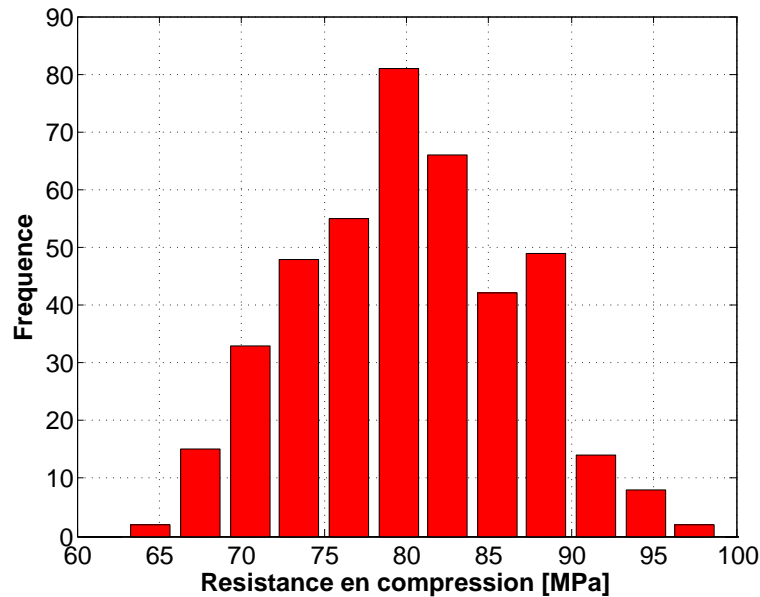


FIG. 1: Répartition des résistances mécaniques pour le BHP du viaduc de Millau (données Eiffage)

L'autre point critique est que, comme on l'a souligné précédemment, on dispose d'outils de modélisation pour simuler le comportement du matériau et des structures, et ce afin d'estimer la durée de vie de l'ouvrage. Malheureusement, il n'est pas évident de savoir à quel degré les résultats des simulations numériques proposent une estimation juste de la réalité, puisque par essence même les simulations sont la mise en œuvre numérique de modèles, proposant eux-même une représentation simplifiée des phénomènes physiques, reposant sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. En admettant que le modèle soit performant, la question demeure de savoir ce qu'il advient de la variabilité évoquée dans le paragraphe précédent, portant sur ce qu'il convient de considérer comme les paramètres d'entrée du modèle (paramètres matériaux, conditions aux limites, chargement, etc.) par rapport à la variabilité que l'on peut observer sur les quantités d'intérêt du modèle, c'est-à-dire ses sorties (par exemple, puisque l'on considère la durabilité des ouvrages, ce peut être leur durée de vie). En particulier, la variabilité des paramètres d'entrée est-elle amplifiée ou au contraire réduite sur les quantités d'intérêt du modèle ? Une autre question relevant de la même problématique consiste à évaluer la probabilité d'occurrence d'un événement particulier (par exemple, une défaillance). C'est dans le cadre de cette problématique de l'incertitude que l'on choisit le support des méthodes probabilistes pour y inscrire l'approche performantielle.

Considérons un exemple simple pour illustrer ce propos. Il s'agit d'une étude liminaire aux travaux de cette thèse, portant sur la variabilité spatiale du module de Young, et l'influence que cette variabilité pourrait avoir sur le comportement mécanique d'une structure (de Larrard *et al.* 2010). La structure considérée est une enceinte de confinement, sollicitée en cas d'accident de perte de réfrigérant primaire. La géométrie de la structure est très simplifiée, il s'agit simplement d'un cylindre creux, soumis à une pression interne. Le comportement du matériau est supposé élastique linéaire isotrope. On introduit dans cette structure une variabilité du module de Young de 15%, en le considérant comme un champ aléatoire, spatialement corrélé. En mettant en œuvre la méthode de Monte-Carlo, la plus simple et la plus robuste des méthodes d'intégration stochastique, on estime sur la quantité d'intérêt du problème (la déformation équivalente de Mazars) la variabilité qui découle de celle imposée en entrée sur le module de Young. Elle est de 10 à 12% selon les caractéristiques statistiques retenues pour le champ aléatoire de module de Young, ce qui signifie que, bien que le problème diminue la variabilité par rapport à sa valeur sur les paramètres d'entrée, cette dernière reste significative sur les quantités d'intérêt, dimensionnantes. Ce problème est un cas extrêmement simplifié permettant de mettre en lumière la pertinence, voire la nécessité, de mettre en œuvre des méthodes probabilistes pour évaluer la propagation de l'incertitude, même pour un cas simple comme celui-ci.

L'Agence Nationale de la Recherche a financé pour trois ans à compter d'avril 2007 un projet national, intitulé APPLET (Approche PrédicTive PerformantiELLE et probabilisTe)¹, dont les objectifs liés à la démarche performantielle sont multiples. Ce projet se divise en trois groupes de travail, l'un axé sur le diagnostic de la corrosion, l'un sur les modèles prédictifs de performance et l'autre sur l'interaction entre le béton et son environnement. Dans un premier temps il s'agit de constituer, via une ambitieuse campagne expérimentale, une large base de données sur la variabilité du matériau et des indicateurs de son comportement, à partir de données sur fabrication réelle. Dans un deuxième temps, il faut étudier l'impact de cette variabilité sur les phénomènes de transport et de réactions chimiques liées à la dégradation du matériau. Cela implique une modélisation des processus physico-chimiques par une approche déterministe, et la prise en compte de la variabilité des propriétés du béton par une approche probabiliste. De nombreux partenaires sont impliqués dans ce projet, parmi lesquels des laboratoires de recherche universitaires (le LMDC à Toulouse, le LMT à Cachan, le LML à Lille, le LEPTIAB à La Rochelle, le GHYMAC à Bordeaux), des partenaires industriels (Vinci Construction, Oxand, Syrokko) et des organismes de recherche (LCPC, CEA, CERIB).

Le principe de la campagne expérimentale d'APPLET est d'assurer un suivi longitudinal de deux chantiers réels, dont la construction est assurée par Vinci Construction. Il s'agit de proposer une caractérisation expérimentale pour plusieurs gâchées au cours de la réalisation du chantier. Les deux chantiers sont le tunnel de l'A86 dans l'ouest parisien, et un viaduc aux alentours de Compiègne. Les deux chantiers correspondent à des formulations différentes, le premier chantier étant réalisé avec un BHP de CEM I avec cendres volantes, le second un béton ordinaire de CEM III avec filler calcaire. Les chantiers correspondent également à des protocoles de mise en œuvre différents : le premier chantier a une centrale à béton installée sur le site, tandis que le second chantier utilise du béton prêt à l'emploi provenant de plusieurs centrales du voisinage. Pour chacune des gâchées étudiées, une série d'éprouvettes est moulée sur site par le maître d'œuvre, avant que ces échantillons ne soient distribués aux laboratoires participant au projet pour subir un ensemble d'essais (isothermes de désorption, résistivité, lixiviation, carbonatation, diffusion des chlorures,

¹<http://or.lcpc.fr/applet/>

porosité, caractérisation mécanique, etc.). En outre, afin d'étudier la corrélation spatiale des indicateurs, un voile expérimental est réalisé dans lequel des prélèvements sont carottés afin de fournir une cartographie du mur au regard des mêmes indicateurs que ceux des éprouvettes moulées pour les différentes gâchées.

L'approche performantielle s'avère particulièrement recherchée pour les ouvrages à très longues durées de vie. C'est dans ce cadre que l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN) est devenue partenaire associé du projet APPLET et plus particulièrement des travaux de thèse réalisés au LMT et présentés ici, sur la modélisation de la lixiviation et l'influence de la variabilité des propriétés les plus influentes du béton quant à la cinétique de dégradation sur la durée de vie d'une structure. En effet il se trouve qu'environ 80% de l'énergie produite en France est d'origine nucléaire, et que la France compte actuellement 58 réacteurs nucléaires en activité. Une des questions primordiales à l'heure actuelle est celle du stockage des déchets radioactifs. Il y a plusieurs classes de déchets, selon leur degré de radioactivité. Nous nous intéresserons principalement ici aux déchets de haute activité (issus du traitement des combustibles usés des centrales de production électrique) et de moyenne activité (déchets technologiques issus du traitement des combustibles usés ou issus des activités de recherche), dont la durée de radioactivité (plusieurs centaines d'années pour les moins radioactifs et jusqu'à plusieurs centaines de milliers d'années pour certains) amène à considérer des structures dédiées au stockage à très longue durée de vie.

La solution retenue actuellement est celle du stockage profond. Il s'agit de construire des galeries en formation géologique profonde (500 m) accessibles par des puits. Ces galeries mènent à des alvéoles de stockage dans lesquelles sont entreposés des colis contenant les déchets radioactifs emballés dans du métal ou du béton. Il est prévu que les alvéoles de stockage restent accessibles pendant une centaine d'années, temps au bout duquel le stockage profond sera fermé et les alvéoles seront alors scellées. Il convient donc de garantir pour ces structures de stockage une durée de vie, dans leur environnement, de plusieurs centaines de milliers d'années.

La problématique de dégradation considérée ici est celle de la lixiviation du calcium dans les bétons. La lixiviation est la redissolution des phases calciques solides, contenues dans les hydrates des pâtes de ciment, lorsque le matériau poreux est exposé à une eau de site, faiblement ionisée ou pauvre en calcium. En effet dans ce cas, le calcium présent dans la solution interstitielle sous forme ionique diffuse vers le milieu extérieur, entraînant une diminution de la concentration en calcium dans les pores. Pour rétablir l'équilibre chimique local entre la solution interstitielle et les phases solides, les hydrates sont dissous pour restaurer la concentration d'équilibre. Cette dissolution induit une augmentation de la porosité du matériau, ce qui entraîne une augmentation des propriétés de transport du matériau poreux et une diminution de ses performances mécaniques. Cette pathologie relève d'une cinétique de dégradation très lente, et ne se révèle donc problématique que dans le cas de structures pour lesquelles une très longue durée de vie est exigée.

Les enjeux des travaux présentés ici, réalisés dans le cadre du projet APPLET et en partenariat avec l'IRSN, sont multiples. Les premiers sont liés à la campagne expérimentale d'APPLET. Parmi les éprouvettes moulées pour la caractérisation des gâchées, trois sont destinées au LMT pour chacune des 40 gâchées de chaque chantier suivi. En outre, 33 éprouvettes carottées du voile expérimental ont également été attribuées au LMT pour y subir des essais. Parmi les mesures effectuées au LMT, mentionnons la caractérisation du comportement mécanique par mesure des résistances en compression et en traction (essai de fendage), du module de Young statique et de la vitesse de propagation d'ondes ultrasonores (reliée au module de Young dynamique), la mesure de la porosité accessible à l'eau, de la résistivité électrique et des essais de lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium. Cette campagne vise à quantifier la variabilité des caractéristiques du

matériau entre les différentes gâchées sur chantier pour une même formulation.

Un second objectif de cette campagne est de rechercher s'il existe des corrélations entre les différents indicateurs étudiés. Le but est de proposer un outil de diagnostic du comportement à long terme de la structure à partir d'essais facilement réalisables soit *in situ* soit par le maître d'œuvre. De ce point de vue, les mesures les plus intéressantes sont celles qui relèvent de protocoles d'essai non destructifs, par exemple la résistivité électrique.

Les détails de la campagne expérimentale, la quantification de la variabilité des indicateurs, l'étude de la corrélation spatiale des champs à partir des mesures sur les prélèvements du voile expérimental et la recherche d'éventuelles corrélations entre les indicateurs font l'objet du CHAP.1 de ce mémoire.

La seconde partie du travail présenté ici concerne la modélisation déterministe de la lixiviation. L'objectif initial est de développer un modèle numérique simple et "léger", adapté à des simulations probabilistes de type Monte-Carlo (nécessitant un nombre important de simulations). L'utilisation de ce modèle est double. D'une part, il permet de reproduire les essais de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium réalisés en laboratoire, et ceci afin d'en proposer un dépouillement adapté, notamment pour s'affranchir de l'influence de la température sur la cinétique de dégradation. D'autre part, il est exploité pour simuler la progression du front de dégradation dans une structure. Le développement de ce modèle et son utilisation pour l'interprétation des essais de dégradation au nitrate d'ammonium sont expliqués dans le CHAP.2.

Le dernier chapitre est consacré à deux applications simples de ce modèle de lixiviation à des structures, dans l'optique d'évaluer l'impact de la variabilité des caractéristiques du béton sur la durée de vie de ces structures. C'est également l'occasion de présenter les outils numériques utilisés pour la mise en œuvre de la méthode de Monte-Carlo.

La première application du CHAP.3 est l'étude simplifiée d'un poteau soumis à la lixiviation et sollicité en compression simple, de sorte qu'il est également soumis au fluage au fur et à mesure que la dégradation chimique progresse dans le matériau. Les variables aléatoires considérées pour ce problème sont purement scalaires. L'objectif est d'observer sur un problème couplé simplifié la propagation de l'incertitude à partir des paramètres d'entrées (dont la variabilité est principalement issue des observations expérimentales du CHAP.1).

La seconde application se focalise sur la lixiviation d'une structure en trois dimensions, en l'occurrence une alvéole de stockage de déchets radioactifs. L'objectif est d'étudier l'impact de la variabilité spatiale des champs corrélés sur la cinétique de dégradation d'une structure par rapport aux résultats d'une simulation prenant en compte des champs uniformes égaux à l'espérance des champs aléatoires correspondants.

Chapitre 1

Campagne expérimentale : évaluer la variabilité du matériau

Dans ce chapitre sont présentés les différents essais réalisés dans le cadre de la thèse sur les éprouvettes du projet APPLET, dans le but d'évaluer la variabilité des divers indicateurs performantiels du matériau : résistivité électrique, propagation d'ondes ultrasonores, essais de compression et de traction, mesure du module de Young, porosité accessible à l'eau. Une partie de ce chapitre est dévolue à l'essai de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium, et à son dépouillement rendu complexe en raison des variations de température au cours de l'essai. Des essais sur carottes issues d'un voile expérimental sont ensuite présentés, afin d'identifier une corrélation spatiale des champs considérés. La dernière partie du chapitre porte sur la recherche d'éventuelles corrélations entre les indicateurs étudiés.

Sommaire

1	Présentation de la campagne expérimentale	9
1.1	Formulation des bétons	9
1.2	Conservation des éprouvettes	9
2	Caractérisation du matériau par des essais standards	10
2.1	Résistivité électrique	10
2.2	Propagation d'ondes ultrasonores	16
2.3	Essais de caractérisation mécanique	17

2.4	Porosité accessible à l'eau	20
3	Lixiviation accélérée d'un béton	22
3.1	Réactions chimiques impliquées	22
3.2	Dégradation accélérée au nitrate d'ammonium	27
3.3	Protocole expérimental	28
3.4	Variabilité sur les épaisseurs dégradées	30
3.5	Prise en compte de la température	32
3.6	Identification du coefficient de tortuosité	35
4	Voile expérimental	37
4.1	Variabilité spatiale des paramètres de durabilité	38
4.2	Identification des longueurs de corrélation	39
5	Recherche de corrélations	41
5.1	Corrélations directes	41
5.2	Analyse en composantes principales	47

1 Présentation de la campagne expérimentale

1.1 Formulation des bétons

La société Vinci est partenaire du projet APPLET dans lequel s'inscrit ce travail et permet d'assurer un suivi continu sur deux chantiers dont elle est responsable : le tunnel de l'A86 à l'ouest de Paris et un viaduc près de Compiègne. Le premier chantier est réalisé avec un BHP C50/60 dont la formulation est donnée dans le TAB.1.1. Les matériaux utilisés sont un ciment CEM I 52,5 CP2, des cendres volantes de trois origines, du sable concassé lavé à 8 % de fines du Boulonnais, du gravillon clair lavé du Boulonnais, du gravier clair sec du Boulonnais, de l'eau de ville, du superfluidifiant Viscocrète 2 de chez Sika. Ce béton a été réalisé dans une centrale installée sur le chantier, et les mêmes ouvriers ont supervisé la fabrication du matériau.

TAB. 1.1: Composition du béton du tunnel de l'A86 : béton A1

	A1
Ciment CEM I (97% clinker)	350 kg/m ³
Cendres volantes	80 kg/m ³
Sable 0/4	900 kg/m ³
Gravillon 5/12	320 kg/m ³
Gravillon 12/20	630 kg/m ³
Eau	170 kg/m ³
Superplastifiant	3 kg/m ³

Le béton du chantier compiégnois est un C35/45 avec, *a priori*, une variabilité plus importante que le béton précédent¹. Ce béton est un BPE provenant des centrales à béton voisines, et devant la forte variabilité observée sur site à la réception des toupies (en terme d'affaissement ou de résistance à 28 jours), la formulation a été corrigée et les fournisseurs changés pendant le chantier (à peu près à la moitié du chantier). Les deux formulations de ce béton sont données dans le TAB.1.2. Le ciment utilisé est un CEM III/A 52,5 L LH CE PM ES CP1, et les granulats sont calcaires. Ce sont des granulats concassés, à l'exception du sable fin 0/2 qui est alluvionnaire. Le superplastifiant est du CHRYSOPlast Omega 132 pour la première moitié du chantier (béton noté A2-1) et du Prelom 500 de CEMEX pour la seconde moitié du chantier (béton noté A2-2).

1.2 Conservation des éprouvettes

Au cours de la réalisation de ces deux ouvrages, pour une gâchée par semaine, des éprouvettes sont moulées et envoyées aux différents laboratoires partenaires du projet APPLET, et notamment le LMT Cachan qui reçoit trois éprouvettes pour chaque gâchée testée, à raison de 40 gâchées pour chacun des chantiers (A1 et A2). Les éprouvettes moulées sont cylindriques, de 11 cm de diamètre et 22 cm de hauteur. Dans le but de déterminer également une variabilité au sein d'une gâchée, un voile d'essai a été réalisé avec une reprise de bétonnage à mi-hauteur, et ce voile a ensuite été carotté afin que les éprouvettes carottées subissent un certain nombre d'essais suivant

¹ Si l'on se base sur les mesures de résistance à 28 jours et d'affaissement effectuées sur le chantier.

TAB. 1.2: Composition du béton du viaduc de Compiègne : bétons A2-1 et A2-2

	A2-1	A2-2
Ciment CEM III (36% clinker, 62% laitier)	355 kg/m ³	355 kg/m ³
Filler calcaire	-	50 kg/m ³
Sable 0/2	460 kg/m ³	420 kg/m ³
Sable 0/4	420 kg/m ³	335 kg/m ³
Gravillon 4/10	435 kg/m ³	425 kg/m ³
Gravillon 6,3/20	520 kg/m ³	585 kg/m ³
Eau	174 kg/m ³	190 kg/m ³
Superplastifiant	4,3 kg/m ³	3,9 kg/m ³

le même protocole que les éprouvettes moulées. Les carottes sont de 10 cm de diamètre et 30 cm de hauteur.

L'étude portant sur la durabilité des ouvrages, on s'intéresse aux grandeurs du matériau parvenu à maturité. Ainsi, à leur arrivée au laboratoire, les éprouvettes sont conservées dans des bains d'eau saturée en chaux pendant un minimum de 12 mois, afin de s'assurer d'un vieillissement dans des conditions optimales. Au cours de la conservation, le pH, la conductivité électrique et la température de la solution de chaux sont régulièrement mesurés. Il est, de fait, vérifié que ces valeurs sont maintenues à peu près constantes au cours de la période de cure, aux alentours de 10 pour le pH, 2000 $\mu\text{S}/\text{cm}$ pour la conductivité et 20°C pour la température.

2 Caractérisation du matériau par des essais standards

La démarche mise en œuvre dans cette campagne expérimentale est de quantifier la variabilité du matériau au regard d'un certain nombre d'indicateurs usuels, par des essais couramment utilisés pour la caractérisation du béton et considérés comme de bons indicateurs de sa durabilité. Les essais présentés ici relèvent soit d'un protocole non destructif permettant un diagnostic *in situ* de l'état du matériau, soit d'un protocole simple pouvant être mis en œuvre sur chantier.

2.1 Résistivité électrique

Les trois éprouvettes réalisées pour chaque gâchée vont toutes subir un essai de résistivité électrique. Il s'agit d'un essai non destructif mesurant la résistance électrique de l'éprouvette de béton à l'aide d'un dispositif simple (cf. FIG.1.1) comprenant un résistivimètre, deux électrodes (des plaques d'acier) et deux éponges plates humides (afin d'assurer un bon contact entre les électrodes et la surface de l'éprouvette).

Les essais présentés ici ont été développés en collaboration avec le GHYMAC de Bordeaux dans le cadre du projet APPLLET dans le but de développer un outil de diagnostic *in situ* de la qualité du matériau en terme de durabilité (Lataste *et al.* 2003).

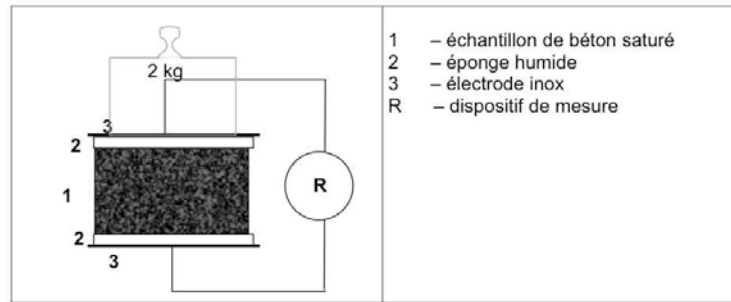


FIG. 1.1: Schéma de principe de la mesure de résistivité électrique (ChlorTest 2004)

2.1.1 Intérêt de la mesure

La loi empirique proposée initialement pour les roches par Archie (1942) met en valeur la relation qui existe entre la résistivité électrique ρ_{elec} du matériau poreux, la résistivité de la solution poreuse ρ_w , le degré de saturation S et la porosité ϕ , comme cela apparaît dans l'équation (1.1). On y voit également des paramètres matériau : A , m et N . Des études ultérieures, dont celle de Naar (2006) ont montré la validité de cette loi pour le béton.

$$\rho_{elec} = A\phi^{-m}\rho_w S^{-N} \quad (1.1)$$

Il apparaît en réalité que la valeur de la résistivité électrique pour un béton est corrélée d'une part à la nature et à la quantité de solution interstitielle dans le matériau poreux, mais aussi à des paramètres intrinsèques à l'état poreux : connectivité de la porosité, tortuosité (Andrade *et al.* 2000). Il est également possible de considérer la résistivité électrique comme un indicateur des propriétés de transfert du matériau, en la reliant à la perméabilité (Katz et Thompson 1987) ou à la diffusivité (Snyder 2001)².

Précisons toutefois que la résistivité électrique est très dépendante d'un certain nombre de paramètres, tels que la nature du ciment utilisé (Hammond et Robson 1955), le rapport E/C (Whittington *et al.* 1981), la qualité des granulats (Morris *et al.* 1996), la température (Spencer 1937), l'humidité environnante (Woelfl et Lauer 1980) ou encore la présence éventuelle d'autres espèces cristallines dans l'environnement (Saleem *et al.* 1996). En effet, ces paramètres ne jouent pas seulement sur la structure microscopique du matériau, mais ils influent aussi et surtout sur la nature électro-chimique de la solution interstitielle, et donc la conductivité électrique de la solution poreuse. Il en résulte qu'il n'est pas possible de considérer la résistivité électrique comme un indicateur quantifiant de façon représentative les performances du matériau en terme de durabilité.

²Les travaux de Katz et Thompson (1987) et de Snyder (2001) s'appuient sur un facteur de formation \mathcal{F} défini pour un matériau poreux comme le rapport de la conductivité électrique – l'inverse de la résistivité – de la solution interstitielle sur celle du matériau (microstructure solide et pores saturés). Si l'on note ρ_{elec}^∞ la résistivité électrique de la solution interstitielle seule, ρ_{elec} celle du matériau poreux, D^∞ la diffusivité d'une espèce ionique dans l'eau pure, D la même dans le milieu poreux, d_c un diamètre de pore critique (lié au diamètre hydraulique par la théorie de la percolation) et k la perméabilité d'un matériau poreux, on obtient la relation suivante :

$$\mathcal{F} = \frac{\rho_{elec}}{\rho_{elec}^\infty} = \frac{D^\infty}{D} = \frac{d_c^2}{226k}$$

En revanche, ce sont les variations de ce paramètre qui peuvent être considérées comme un indicateur pertinent. De sorte que d'une formulation à l'autre dans le cadre du projet APPLLET, il ne faudra pas comparer les valeurs de résistivité électrique, mais la variabilité de cet indicateur entre les différentes éprouvettes pour les gâchées successives d'une même formulation, et pour des conditions expérimentales analogues.

2.1.2 Protocole expérimental

Le protocole initialement considéré pour la mesure de la résistivité électrique apparaît sur le schéma de la FIG.1.1 et est inspiré du projet européen ChlorTest (2004). La mesure porte sur une éprouvette cylindrique de béton saturée, placée entre deux électrodes (plaques en acier inoxydable). Le contact entre le béton et les électrodes est assuré par deux éponges minces, humides et de diamètre identique à celui de l'échantillon de béton. Les électrodes sont reliées à un dispositif de mesure de la résistance électrique (un résistivimètre effectuant la mesure à une fréquence de 120 Hz). Le tout est surmonté d'un poids de 2 kg, dont l'action de la masse assure un bon contact électrique. Une première mesure permet de déterminer la résistance électrique du dispositif "éprouvette + éponges + électrodes", et une seconde donne la résistance des éponges seules avec les électrodes. Par différence, on détermine donc la résistance de l'éprouvette, et l'on peut déduire, connaissant la géométrie de l'échantillon, la résistivité électrique du matériau, suivant la formule (1.2), où ρ_{elec} est la résistivité électrique du béton, R est la résistance totale du dispositif, R_{ep} est la résistance mesurée des éponges et des électrodes seules, S est la section de l'échantillon de béton et L en est la hauteur. Cette relation revient à assimiler la résistance de contact à l'interface éponge/béton à celle de l'interface éponge/éponge. Le protocole du projet ChlorTest préconise d'utiliser des échantillons de 5 cm de hauteur, surfacés sur les deux faces et de saturer les échantillons sous vide pendant 24 ou 72 heures selon qu'il s'agit d'un béton ordinaire ou d'un BHP. Chaque mesure doit être effectuée (au moins) 3 fois.

$$\rho_{elec} = (R - R_{ep}) \frac{S}{L} \quad (1.2)$$

Devant le grand nombre d'éprouvettes à tester (280 en comptant les éprouvettes moulées et les carottes du voile expérimental), et devant la nécessité d'utiliser ce test comme une mesure non-destructive, il a été jugé utile d'étudier l'influence des différentes étapes de préparation de l'échantillon (sciage à la bonne hauteur, rectification des surfaces, saturation sous vide) sur la mesure finale de résistivité électrique. Une même éprouvette moulée (du chantier A1) a donc été utilisée pour toutes ces mesures liminaires, afin de s'affranchir au maximum de la variabilité du matériau pour se concentrer sur celle de l'essai. Précisons que l'échantillon a été conservé en bain de solution saturée en chaux pendant 6 mois avant cette série d'essais. Les différentes étapes de mesures sont les suivantes :

1. l'éprouvette est testée sur toute sa hauteur (22 cm), sans rectification des surfaces ;
2. même mesure après rectification des surfaces ;
3. l'éprouvette est sciée pour ôter le 1^{er} cm à partir du bas de l'éprouvette (face moulée) et le 1^{er} cm à partir du haut (face talochée) ;
4. l'éprouvette est coupée en deux éprouvettes de 10 cm de hauteur environ, et une mesure est effectuée directement sur les faces sciées ;
5. une nouvelle mesure est effectuée après rectification des surfaces ;

6. chaque échantillon est à nouveau coupé pour obtenir des éprouvettes d'environ 5 cm de hauteur ;
7. comme précédemment, une mesure est effectuée sur les éprouvettes sciées, puis rectifiées ;
8. les échantillons sont ensuite saturés sous vide, à l'eau ;
9. pour la dernière mesure, les échantillons sont saturés sous vide, à la solution de chaux.

Chaque mesure est effectuée 10 fois³. Les résultats sont présentés dans la FIG.1.2. On peut voir notamment les valeurs moyennes sur les dix mesures pour chacune des étapes et chacun des échantillons considérés dans la FIG.1.2(a), et les écarts-types correspondant dans la FIG.1.2(b).

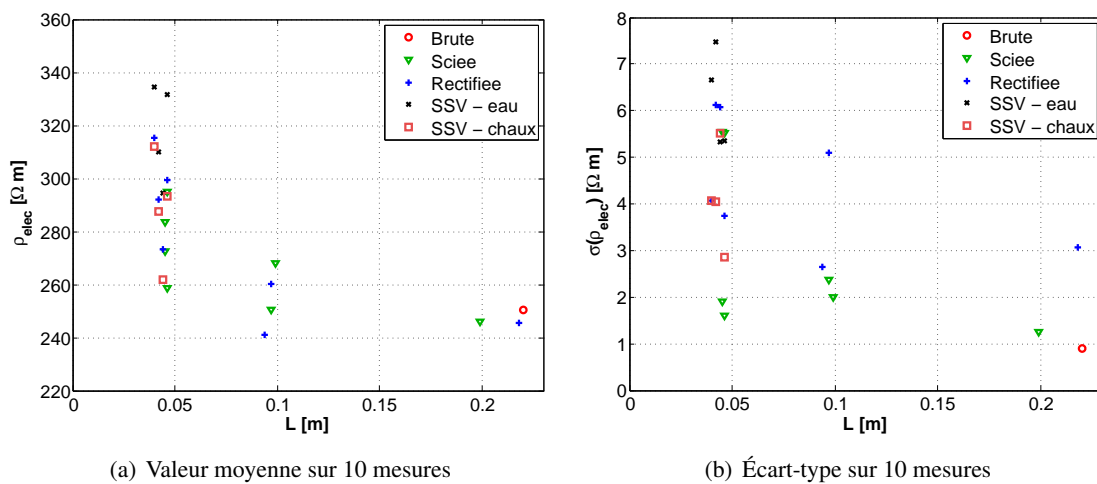


FIG. 1.2: Mesure de la résistivité électrique sur une éprouvette : influence de la taille de l'échantillon, de l'état de surface (brute, sciée ou rectifiée) et du protocole de saturation (SSV pour saturation sous vide, à l'eau du robinet ou la solution saturée en chaux)

Il apparaît dans les résultats de la FIG.1.2 que plus la hauteur de l'échantillon augmente, moins l'état de surface des éprouvette a une influence quelconque sur le résultat de la mesure, de même que la dispersion des résultats diminue. On peut toutefois noter la faible valeur des écarts-types, le coefficient de variation étant inférieur à 3%. On notera que la saturation sous vide à l'eau de chaux n'implique aucune différence par rapport à une mesure sur une éprouvette sans protocole de saturation particulier. Une saturation sous eau du robinet en revanche induit une résistivité un peu plus importante. Rappelons tout de même d'une part que les éprouvettes avaient été conservées dans l'eau de chaux pendant plusieurs mois avant les essais, de sorte qu'on peut considérer qu'elles étaient déjà saturées avec la solution de chaux⁴, et d'autre part que la résistivité électrique du matériau poreux saturé dépend de la conductivité électrique de la solution de saturation, ce qui

³Un suivi de l'évolution de la résistivité au cours du temps a montré que la résistivité atteignait rapidement une valeur asymptotique, puis que le séchage en surface n'altérait pas le résultat de la mesure, sur la durée considérée pour l'essai (jusqu'à 1 heure).

⁴Précisons également que l'étape de saturation sous vide a été suivie par une mesure de perte de masse de l'éprouvette : des variations massiques de l'ordre de 0,06% semblent indiquer que l'échantillon conservé depuis plusieurs mois en eau de chaux est déjà saturé, fût-il un BHP.

explique que les éprouvettes saturées à l'eau du robinet soient plus résistives que celles saturées à l'eau de chaux⁵.

Pour conclure quant à l'influence de la taille de l'échantillon, précisons que le dépouillement de la mesure tel que présenté ici ne tient pas compte de la résistance de contact qui peut exister entre les éponges et le béton, pour la première mesure de l'essai, et entre les deux éponges pour la seconde. Cette résistance de contact étant différente dans les deux cas mentionnés ci-dessus (éponge/béton et éponge/éponge), l'hypothèse consistant à déduire la résistance des éponges de la résistance du dispositif complet pour déterminer celle du béton introduit une erreur, d'autant plus grande (relativement) que la résistance de l'éprouvette est faible. Or la résistance évolue proportionnellement à la hauteur de l'échantillon. De sorte que pour une éprouvette de plus grande hauteur, la résistance est plus importante et la résistance de contact devient négligeable.

Il résulte de cette étude liminaire que nous nous sommes affranchis de la plupart des étapes de préparation des échantillons avant mesure de la résistivité électrique, et que la mesure a été effectuée directement sur l'échantillon saturé en eau de chaux après bain de conservation, et sans surfacage ni sciage. Pour chaque éprouvette, la mesure est répétée trois fois, et on retient comme valeur de résistivité électrique pour l'échantillon considéré la moyenne de ces trois mesures⁶.

2.1.3 Variabilité

Le TAB.1.3 recense les résultats obtenus quant à la mesure de résistivité électrique. On peut y observer notamment que le réajustement de formulation pour le second chantier a en effet conduit à une diminution sensible de la variabilité entre les gâchées (le coefficient de variation est quasiment divisé par trois entre les chantiers A2-1 et A2-2). On notera également que, comme cela est évoqué dans le §2.1.1, il n'y a *a priori* aucune corrélation entre le comportement mécanique et la résistivité électrique d'une formulation à l'autre, puisque la formulation et la nature du ciment utilisé influent sur la composition chimique de la solution intersite et donc sur sa conductivité électrique : de fait, le BHP du chantier A1 a une résistivité électrique plus faible que le béton ordinaire du chantier A2.

Notons ici que dans le cadre du projet APLET des essais ont été menés dans le laboratoire du GHYMAC de Bordeaux, sur des éprouvettes provenant des mêmes chantiers, réalisées et conservées dans des conditions parfaitement analogues. Plusieurs protocoles de mesure ont été mis en œuvre dans ce cadre, dont un identique à celui présenté ici, et il est remarquable que les valeurs moyennes et le coefficient de variabilité soient tout-à-fait similaires entre les deux laboratoires.

2.1.4 Distribution des mesures

L'intérêt de la mesure de résistivité électrique par rapport aux autres indicateurs étudiés est que l'on dispose de 3 mesures par gâchées au lieu d'une, ce qui constitue un panel sensiblement plus significatif pour observer la distribution de la variable considérée. Une illustration apparaît sur la FIG.1.3. On peut dans un premier temps observer la distribution des mesures (cf. FIG.1.3(a)), et identifier, grâce à la valeur moyenne et l'écart-type des observations expérimentales, les pa-

⁵La solution saturée en chaux comporte de nombreuses espèces ioniques en solution, fortement concentrées, et a donc une conductivité électrique plus importante que celle de l'eau.

⁶Il est à noter que sur l'ensemble des mesures effectuées, une très faible variabilité a été observée quant à la mesure de la résistivité électrique sur une éprouvette donnée, puisque le coefficient de variation moyen sur les trois mesures pour chacune des 239 éprouvettes considérées est inférieur à 1%.

TAB. 1.3: Mesure de la résistivité électrique : nombre d'échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation sur les différentes formulations testées

	$\rho_{elec} [\Omega m]$		
	Nbr	Moyenne	CdV [%]
A1	120	351,4	15,4
A2-1	60	538,5	29,4
A2-2	60	384,8	10,8

ramètres μ et σ d'une loi de distribution log-normale⁷. On peut ainsi comparer sur la FIG.1.3(b) les fonctions de répartitions empiriques et du modèle log-normal⁸.

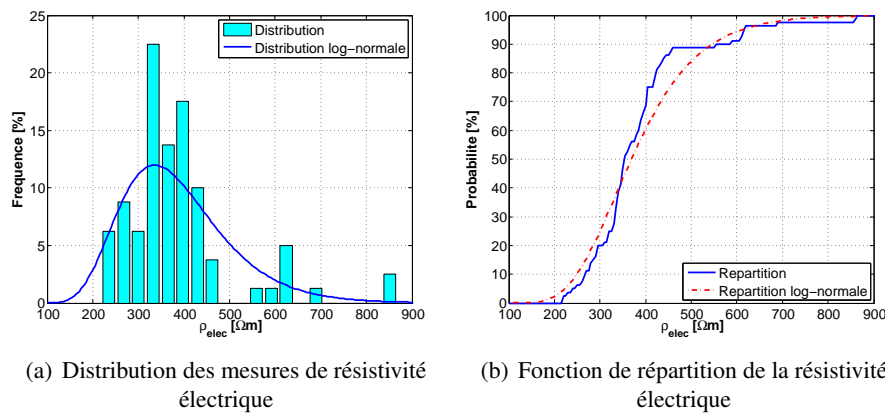


FIG. 1.3: Distribution des mesures de résistivité électrique pour le chantier A1 et calage des paramètres d'une loi de distribution log-normale

⁷Pour rappel, indiquons que les paramètres de la loi log-normale se déterminent à partir de l'espérance $E(X)$ et la variance $Var(X)$ de la variable observée X :

$$\mu = \ln(E(X)) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{Var(X)}{E(X)^2}\right) \quad \sigma = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{Var(X)}{E(X)^2}\right)}$$

⁸ À partir des paramètres μ et σ , on peut déterminer la densité de probabilité $f(x, \mu, \sigma)$ et la fonction de répartition $F(x, \mu, \sigma)$ correspondant à la loi log-normale :

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{e^{-(\ln(x)-\mu)^2/(2\sigma^2)}}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \quad F(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right)$$

2.2 Propagation d'ondes ultrasonores

Si la mesure de résistivité électrique est effectuée sur chacune des trois éprouvettes pour chaque gâchée étudiée, pour les autres indicateurs considérés, une seule mesure sera effectuée pour caractériser chaque gâchée, sur l'une des trois éprouvettes de cette gâchée. Notamment une éprouvette est coupée en deux morceaux, l'un de 5 cm de hauteur et l'autre de 17 cm. Le plus petit des morceaux sert dans un premier temps pour une mesure de vitesse de propagation d'ondes ultrasonores longitudinales, et dans un second temps pour la mesure de la porosité accessible à l'eau et de la masse volumique apparente (cf. §2.4).

2.2.1 Protocole expérimental

Il s'agit là aussi d'un essai non destructif réalisé en disposant de part et d'autre de l'échantillon des transducteurs d'ondes ultrasonores (ce sont des céramiques piézo-électriques) : l'un faisant office d'émetteur (relié à un générateur d'impulsions), l'autre de récepteur (cf. FIG.1.4(a)). Le temps mis par l'onde pour parcourir la longueur de l'éprouvette est mesuré à l'aide d'un oscilloscope (cf. FIG.1.4(b)). Cette vitesse de propagation donne une information sur l'état du matériau et permet de calculer son module de Young dynamique (Martinez et Pozzo 1992; Voigt *et al.* 2005). La formule pour calculer le module dynamique à partir de la mesure de la vitesse de propagation des ondes longitudinales est donnée dans l'équation (1.3). On y voit apparaître le module de Young dynamique E_{dyn} , la masse volumique ρ , le coefficient de Poisson ν et la célérité des ondes longitudinales C_L . On prend arbitrairement une valeur de coefficient de Poisson de 0,2 et la valeur de la masse volumique est mesurée sur le même échantillon (cf. §2.4). On peut vérifier que le ratio habituel entre les modules dynamiques E_{dyn} et statiques E_{stat} ($E_{dyn} = 1,2 \cdot E_{stat}$) est à peu près respecté entre les valeurs moyennes des modules pour une formulation donnée (cf. TAB.1.4, 1.5 et 1.6).

$$E_{dyn} = \frac{\rho(1+\nu)(1-2\nu)C_L^2}{1-\nu} \quad (1.3)$$



(a) Montage expérimental

(b) Lecture du temps de propagation sur l'oscilloscope

FIG. 1.4: Mesure de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores

2.2.2 Variabilité

Les résultats de cette mesure sont synthétisés dans le TAB.1.4. S'il manque des valeurs pour le chantier 1, c'est que le matériel utilisé a été indisponible sur une période, et que les mesures correspondantes à cet intervalle de temps ont été réalisées avec un autre dispositif expérimental (transducteurs de taille et de fréquence différentes). Il s'est en réalité avéré que les mesures effectuées avec ce dispositif de secours n'avaient aucune commune mesure avec celles effectuées avec le dispositif de référence ; de fait, ces mesures ont été évincées de la synthèse des résultats.

TAB. 1.4: Célérité des ondes ultrasonores longitudinales : nombre d'échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation sur les différentes formulations testées

	C_L [m/s]		
	Nbr	Moyenne	CdV [%]
A1	31	5462	4,2
A2-1	20	5100	4,4
A2-2	20	4853	3,9

On remarque d'une part que les valeurs mesurées pour le second chantier sont sensiblement plus faibles pour le premier, ce qui est relativement attendu dans la mesure où le premier béton est *a priori* plus rigide que le second (observation qui doit se répercuter sur les modules de Young dynamiques). On vérifie facilement la correspondance entre la célérité des ondes longitudinales, le module dynamique (cf. §2.2.1) et le module statique (cf. TAB.1.5) en utilisant comme masse volumique les valeurs du TAB.1.6. Notons pour conclure sur cette mesure que la dispersion est relativement faible et du même ordre de grandeur pour les trois cas (inférieure à 5 %).

2.3 Essais de caractérisation mécanique

Il s'agit de proposer une caractérisation du comportement mécanique de chaque gâchée par des essais standards pour déterminer d'une part la résistance en traction du béton par un essai de fendage, et d'autre part la résistance en compression et le module de Young statique. Ce sont des essais destructifs. L'une des trois éprouvettes de chaque gâchée est dédiée à l'essai de compression, et l'essai de fendage est réalisé sur le tronçon d'éprouvette de 17 cm de hauteur qui reste de l'éprouvette sur laquelle l'échantillon pour la mesure de la célérité des ondes longitudinales a été prélevé (cf. §2.2.1).

2.3.1 Essai de fendage

L'essai est réalisé sur une éprouvette cylindrique de 11 cm de diamètre et 17 cm de hauteur. Le problème du béton est qu'il est très fragile en traction et qu'il est difficile de réaliser des essais de traction directe sur béton en raison de la difficulté de solidariser le béton avec les plateaux de la presse (par exemple par collage). Pour contourner la difficulté, on comprime l'éprouvette de béton sur une génératrice du cylindre. Le champ de contrainte qui en résulte est tel que dans le plan parallèle à la direction de chargement apparaît une contrainte de traction qui va provoquer la ruine

du béton. La vitesse de montée en charge est de 1 kN/s (AFNOR 2004). On voit sur la FIG.1.5 une éprouvette sollicitée par un essai de fendage juste avant et juste après la rupture (fragile) du matériau. On calcule la résistance en traction F_t en fonction de l'effort F appliqué sur l'éprouvette à rupture (en kN), de son diamètre D (en cm) et de la longueur L de contact entre l'éprouvette et les plateaux de la presse (en cm), par la formule (1.4), dans laquelle on voit apparaître un facteur $20/\pi$, qui intègre la forme du champ de contrainte dans ce type de sollicitation (AFNOR 2004).

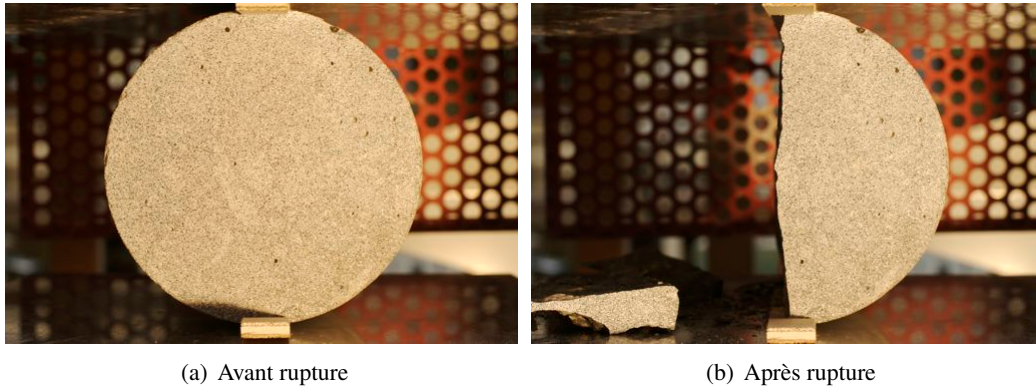


FIG. 1.5: Essai de fendage (ou essai brésilien)

$$F_t = \frac{20 F}{\pi D L} \quad (1.4)$$

Une mesure par corrélation d'images (par Correli Q4, cf. Hild et Roux (2006)) a été testée infructueusement sur cet essai, dans le but de mesurer également le module de Young et le coefficient de Poisson par cette méthode, mais malheureusement le matériau est trop rigide et trop fragile, de sorte que les déformations avant rupture sont du même ordre de grandeur que le bruit de la mesure (lié à la sensibilité des appareils de prise d'images – environ 10^{-4} , soit le seuil de rupture du matériau en traction), ce qui rend les mesures inexploitable. Cette mesure par corrélation d'images a donc été abandonnée.

2.3.2 Essai de compression et mesure du module de Young

Pour l'essai de compression, l'éprouvette est rectifiée avant d'être placée sous presse (cf. FIG.1.6(a)). L'échantillon est équipé d'un extensomètre J2P (c'est-à-dire d'un ensemble de trois capteurs LVDT disposés à 120° – ceci afin de s'affranchir des éventuels effets d'une indésirable flexion parasite – fixé sur une couronne métallique, elle-même fixée sur l'éprouvette de béton par des vis pointeaux) permettant de connaître la déformation longitudinale de l'éprouvette au cours du chargement dans la phase supposée élastique, c'est-à-dire entre 5 et 30% du chargement à rupture en compression (cf. FIG.1.6(b)). La base de mesure est de 16 cm en "zone centrale" afin de s'affranchir des effets de frettage sur les faces en contact avec les plateaux de la presse. Ce dispositif est relié à une table traçante afin d'obtenir la courbe effort-déplacement du matériau. Trois cycles de chargement et de déchargement sont réalisés dans le domaine élastique du comportement du béton, pour une vitesse de montée en charge de 5 kN/s (AFNOR 2003). C'est au cours de la troisième décharge que l'on mesure le module de Young par régression linéaire sur 5 points

placés sur la courbe, suivant le protocole de mesure préconisé par Torrenti *et al.* (1999). Ensuite, après avoir retiré l'extensomètre, l'éprouvette est chargée jusqu'à la rupture.

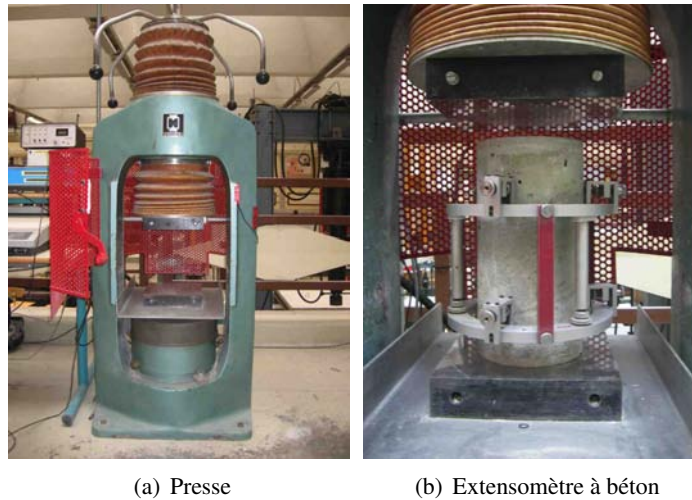


FIG. 1.6: Essai de compression

2.3.3 Variabilité

Le TAB.1.5 recense les résultats collectés au cours des essais mécaniques (valeur moyenne, écart-type, coefficient de variation et nombre d'éprouvettes testées). On peut y constater que la résistance en compression est largement supérieure à la résistance caractéristique annoncée et même aux valeurs de résistance en compression à 28 jours mesurées sur chantier. Cela est certainement dû, dans le cas du premier chantier au moins, aux cendres volantes (dont l'hydratation est lente) qui améliorent la résistance au long terme (rappelons ici que les éprouvettes sont testées après plus d'un an de cure en eau de chaux). Il y a peut-être aussi un léger effet d'échelle puisque les éprouvettes testées ici sont des 11x22 au lieu de 16x32. L'ordre de grandeur du coefficient de variation est analogue pour les résistances en compression et en traction, de l'ordre de 10 %. La variabilité observée sur le module de Young est sensiblement moins importante (entre 5 et 7 %).

On peut constater que l'ordre de grandeur du coefficient de variation est similaire à ce que Mirza *et al.* (1979) et Chmielewski et Konokpa (1999) ont observé pour la variabilité de la résistance en compression de bétons "surveillés" mais de résistances moins élevées que celles-ci. Pour des BHP dont la résistance est analogue à celles observées dans le projet APPLLET, les variabilités observées par Torrenti (2005) et Cussigh *et al.* (2007) sont environ deux fois plus faibles.

TAB. 1.5: Essais mécaniques : nombre d'échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation sur les différentes formulations testées, pour les résistances en compression et en traction, et pour le module de Young statique

	Nbr	F_c [MPa]		F_t [MPa]		E [GPa]	
		Moyenne	CdV [%]	Moyenne	CdV [%]	Moyenne	CdV [%]
A1	40	83,8	10,5	4,9	13,2	46,8	6,2
A2-1	20	75,6	11,3	5,1	9,7	40,8	7,0
A2-2	20	68,2	9,0	4,8	9,3	40,8	5,4

2.4 Porosité accessible à l'eau

2.4.1 Protocole expérimental

La mesure de la porosité accessible à l'eau se fait sur une tranche de 5 cm de hauteur environ et de 11 cm de diamètre⁹ en suivant les recommandations AFPC-AFREM (1997). Il s'agit en réalité de peser l'échantillon sous différents états. Dans un premier temps il faut s'assurer que l'échantillon est saturé en eau. Pour ce faire, on le place dans une cloche à vide, sous une dépression de 25 mbars pendant 4 heures (cf. FIG.1.7(a)), puis on immerge l'échantillon dans l'eau, toujours sous vide, pendant 20 heures. Après quoi l'éprouvette subit une pesée hydrostatique : elle est pesée immergée à l'aide d'une balance spécialement équipée (cf. FIG.1.7(b)). On obtient alors la masse du corps d'épreuve immergée M_{eau} . Toujours saturée, l'éprouvette est ensuite pesée à l'air, on connaît alors M_{air} , la masse du corps d'épreuve imbibé pesé dans l'air. La troisième pesée nécessite un passage dans un four à 105°C, jusqu'à stabilisation de la masse de l'échantillon qui sera alors supposé sec¹⁰. Une dernière pesée nous fournit M_{sec} , la masse sèche du corps d'épreuve. On détermine finalement grâce à ces trois masses la porosité accessible à l'eau ϕ en % (1.5) et la masse volumique apparente sèche ρ en g/cm³ (1.6).

$$\phi = 100 \frac{M_{air} - M_{sec}}{M_{air} - M_{eau}} \quad (1.5)$$

$$\rho = \frac{M_{sec}}{M_{air} - M_{eau}} \quad (1.6)$$

En raison du grand nombre d'éprouvettes à tester, et du mode de conservation des échantillons (une année en bain de solution saturée en chaux), ainsi que du fait que le béton testé est relativement peu poreux, il nous a semblé pertinent de s'intéresser au protocole de préparation des échantillons avant la pesée hydrostatique, et en particulier l'étape de saturation sous vide. En pesant les échantillons à chaque étape de la préparation (en sortie des bacs de chaux, après quatre heures sous vide, après vingt heures sous eau dans la cloche à vide), il s'est avéré que les variations de masse étaient de l'ordre de 0,01%. Nous avons donc décidé de nous abstenir de cette étape

⁹Il s'agit du même échantillon que celui sur lequel a été mesurée la célérité des ondes ultrasonores longitudinales (cf. 2.2.1).

¹⁰Les échantillons sont considérés comme secs lorsque leur poids connaît une variation relative inférieure à 0,05% sur 24 heures.

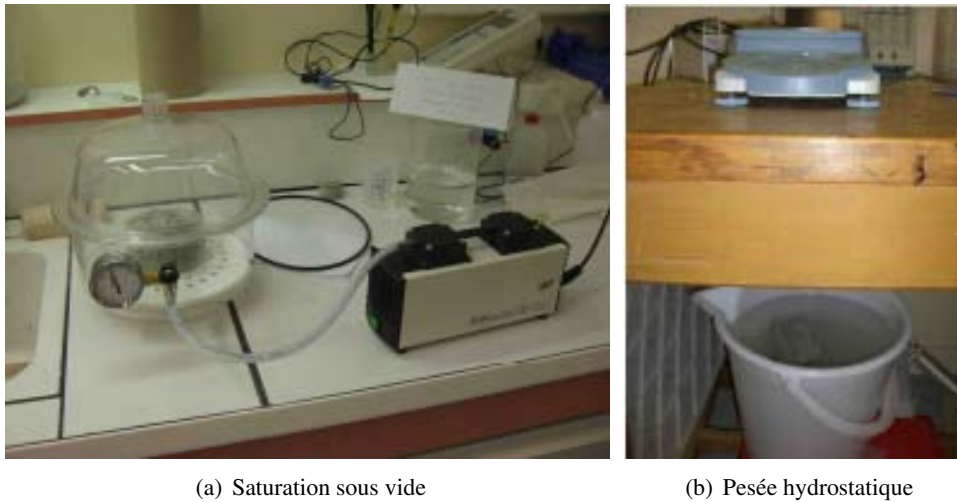


FIG. 1.7: Mesure de la porosité accessible à l'eau

de saturation sous vide. Deux explications à cela : tout d'abord les éprouvettes sont visiblement saturées après une année en bain, d'autre part le protocole de saturation n'est pas adapté pour des BHP à la porosité fine, où la durée des étapes de dépression et de remise sous eau sont trop courtes pour se révéler efficaces sur ce type de matériaux.

Il est à noter que, dans le cadre du projet APPLET, le LML de Lille a étudié l'impact de la température (lors de la phase de séchage au four) sur la mesure de porosité. Les résultats montrent que l'augmentation de la température de séchage implique une augmentation de la porosité. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que plus d'eau est relâchée lorsque la température est importante, de même que la microfissuration induite est d'autant plus importante que la température de séchage est élevée. Toutefois, la mesure après passage au four est uniquement une mesure de masse (et pas de volume comme c'est le cas sur le matériau avant séchage), de sorte que la microfissuration induite par le séchage n'explique pas l'augmentation de la mesure de porosité lorsque la température de séchage augmente.

2.4.2 Variabilité

On peut observer dans le TAB.1.6 que la porosité accessible à l'eau est sensiblement plus importante pour la seconde formulation que pour la première, conformément aux espérances au vu de la composition du matériau. La diminution de la variabilité dans le second chantier est particulièrement notable après réajustement de la formulation. En ce qui concerne la masse volumique apparente sèche, les valeurs sont quasiment identiques quelle que soit la formulation, et la variabilité sur cette grandeur est très faible.

TAB. 1.6: Masse volumique apparente sèche et porosité accessible à l'eau : nombre d'échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation sur les différentes formulations testées

	Nbr	ρ [g/cm ³]		ϕ [%]	
		Moyenne	CdV [%]	Moyenne	CdV [%]
A1	40	2,25	3,5	12,9	7,9
A2-1	20	2,27	1,3	14,4	9,0
A2-2	20	2,26	0,7	14,1	4,0

3 Lixiviation accélérée d'un béton

3.1 Réactions chimiques impliquées

La lixiviation est la redissolution des phases calciques d'une pâte de ciment lorsque le matériau est exposé à une solution à faible concentration en ion calcium. C'est une dégradation à cinétique lente, préoccupante principalement pour les ouvrages à durée de vie importante (tels que des structures pour le stockage des déchets radioactifs par exemple). En raison de la lenteur du processus, les essais de laboratoire relèvent dans la plupart des cas d'un protocole de dégradation accélérée. Parmi les différents protocoles de lixiviation accélérés étudiés, le plus répandu est la dégradation accélérée au nitrate d'ammonium, qui a été retenue pour la campagne expérimentale présentée ici.

3.1.1 Espèces concernées

Avant de commencer à décrire le processus chimique de la lixiviation et ses différents modèles, il convient de recenser les espèces minérales du solide ainsi que les espèces chimiques présentes dans la solution interstitielle. Lee *et al.* (1995) proposent une description de la matrice cimentaire à partir d'une quinzaine de composés. Une approche plus récente a été proposée par Lothenbach et Winnefeld (2005) qui ont mis au point un modèle thermodynamique pour déterminer la composition de la solution poreuse et des espèces minérales issues des réactions d'hydratation du ciment ; ce modèle a été enrichi par la suite pour intégrer l'influence de la température sur les produits de la réaction d'hydratation (Lothenbach *et al.* 2007). La chimie des eaux interstitielles peut être décrite (Berner 1988; Lee *et al.* 1995; Neall 1996; Kelzenberg *et al.* 1998) quant à elle à l'aide des équilibres solide/solution avec les hydrates du matériau : C₃AH₆, C₃FH₆, MH, CH, C-S-H, Aft, Afm. Mentionnons quelques modèles plus récents (Park et Batchelor 1999; Tennis et Jennings 2000) intégrant dans la description des C-S-H leur solubilité en fonction du rapport C/S. Plus récemment encore, les travaux notamment de Kulik et Lothenbach (Kulik et Kersten 2001; Lothenbach *et al.* 2007; Lothenbach et Winnefeld 2005) décrivent la solubilité des C-S-H et les assemblages minéralogiques issus de leur hydratation par des modélisations thermodynamiques ou thermocinétiques.

Il résulte des études précédemment citées que les espèces nécessaires pour décrire le matériau sain sont la portlandite (phase la plus soluble), les C-S-H (représentant 70% du volume des phases hydratées du liant), les hydroxydes, les carbonates, les sulfo-(carbo)-aluminates de calcium, les aluminates de calcium ainsi que le ciment anhydre (puisque en général l'hydratation n'est pas

complète).

Concernant les C-S-H, il existe de nombreuses phases cristallines, semi-cristallines ou amorphes (Clodic 1994). Dans les matériaux cimentaires, les C-S-H sont issus pour l'essentiel de l'hydratation des C_2S et C_3S , et il existe différents modèles, enrichis par un certain nombre de campagnes expérimentales (Powers et Brownyard 1947; Powers 1958; Jennings et Johnson 1986; Gartner et Jennings 1987; Tennis et Jennings 2000; Chen *et al.* 2004) pour prévoir les proportions relatives des différents produits de l'hydratation des silicates de calcium. Mentionnons enfin un certain nombre d'études (Damidot *et al.* 1994; Viallis 2000; Courault 2001; Barbarulo 2002; Gmira 2003) visant à décrire la structure des C-S-H dans les matériaux cimentaires, à partir de laquelle on peut définir un modèle de solubilité et d'équilibre solide/solution permettant par exemple de décrire des processus d'hydrolyse.

3.1.2 Lixiviation simple

Le plus simple des processus de dégradation du béton est la lixiviation par de l'eau pure ou faiblement minéralisée. Dans la mesure où la solution interstitielle dans les pores du béton est fortement basique (pH aux alentours de 13) et contient des espèces chimiques ayant des concentrations élevées (Longuet *et al.* 1974; Torrenti *et al.* 1999), l'eau faiblement minéralisée constitue un environnement agressif. Les gradients de concentration entre la solution interstitielle du matériau cimentaire et une eau "pure" entraînent de ce fait la diffusion des ions majoritaires (alcalins, calcium, hydroxydes...) vers le milieu extérieur. Par le biais de ces processus de transport ionique, l'équilibre chimique initial solide/solution résultant des processus d'hydratation est modifié. Au sein du matériau cimentaire, toute modification de la solution interstitielle conduit à un réajustement chimique par des processus de dissolution/précipitation des phases solides, que l'on suppose immédiat par rapport à la diffusion dont la cinétique est lente : c'est l'hypothèse d'équilibre chimique local.

En fait, les réactions de dissolution/précipitation des espèces solides relèvent d'une cinétique très rapide par rapport au phénomène de diffusion. Pour plus de détails, on pourra se référer aux travaux de Gawin *et al.* (2008a) pour la modélisation et Gawin *et al.* (2008b) pour les applications numériques. On y voit notamment que les auteurs proposent la définition d'un temps caractéristique de la lixiviation T_{lix} pour les différents hydrates (1.7) à comparer à une valeur de référence pour le phénomène de diffusion simple. Dans l'équation (1.7), D_{Ca} est le coefficient de diffusion du calcium dans l'eau, l_{lix} est une longueur caractéristique du phénomène, prise ici égale à $50 \mu\text{m}$, et $\partial S_{Ca}/\partial C_{Ca}$ est la dérivée de la concentration massique en calcium solide par rapport à la concentration de calcium en solution. Plus ce terme est élevé, plus la dissolution de l'hydrate correspondant est rapide. Ce temps caractéristique est donc d'autant plus long que l'hydrate a une dissolution rapide, et que le coefficient de diffusion est faible. Autrement dit, plus ce temps caractéristique est important, plus le phénomène physique auquel il correspond peut être considéré comme local. Par exemple, Gawin *et al.* (2008a) calculent un temps caractéristique de 3 heures pour la portlandite, 2 heures pour les C-S-H ou 10 minutes pour l'ettringite, contre 1 seconde seulement pour le phénomène de diffusion simple de référence. Ces ratios confortent l'hypothèse de l'équilibre chimique local.

$$T_{lix} = \frac{l_{lix}^2}{D_{Ca}} \left(1 + \frac{\partial S_{Ca}}{\partial C_{Ca}} \right) \quad (1.7)$$

La réaction d'hydrolyse correspond à l'action des espèces dissociées de l'eau sur les phases

solides de la matrice cimentaire et la décalcification correspond au phénomène résultant de l'appauvrissement en calcium du matériau par le départ des ions Ca^{2+} . Au regard des deux phases principales et majoritaires des matrices cimentaires à base de Portland (portlandite et C-S-H) et de leurs équilibres avec d'une part les espèces dissociées de l'eau (OH^- et H^+) et d'autre part avec le calcium, il est évident que les processus de décalcification et d'hydrolyse sont indissociables et vont être les phénomènes de base à étudier dans le cadre de la compréhension de la dégradation sous eau.

La lixiviation du calcium et des hydroxyles est donc contrôlée par des équilibres entre les hydrates et la solution interstitielle. Ces équilibres peuvent être représentés par l'évolution du rapport calcium/silice dans la phase solide en fonction de la concentration en ion Ca^{2+} (Berner 1990; Tognazzi 1998) et du pH de la solution interstitielle (Harris *et al.* 2002; Chen *et al.* 2004). La FIG.1.8 par exemple illustre l'évolution du rapport massique CaO/SiO_2 en fonction de la concentration de calcium en solution.

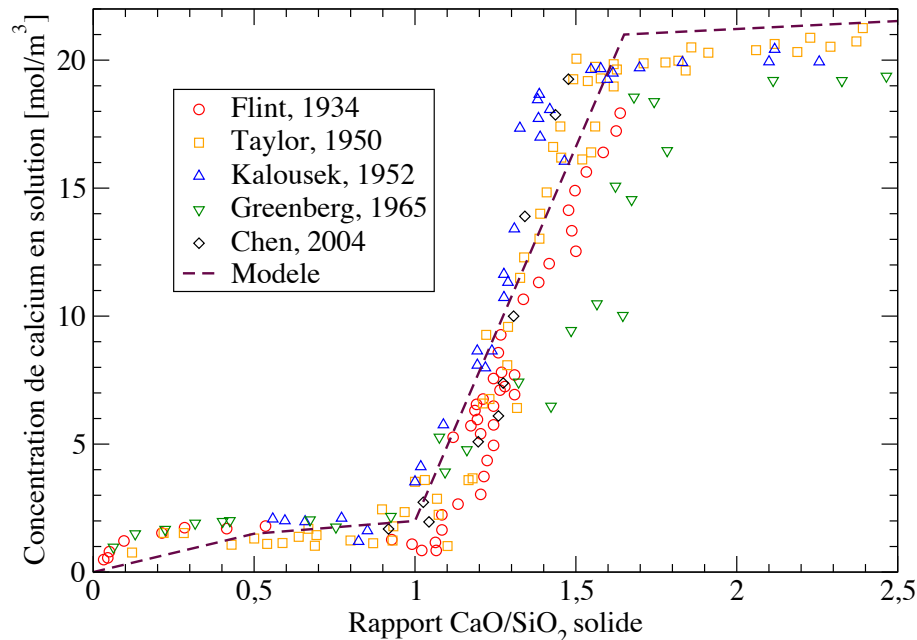


FIG. 1.8: Équilibre et solubilité des C-S-H dans un diagramme reliant le rapport CaO/SiO_2 en fonction de la concentration de calcium en solution (d'après Berner 1990 et Chen *et al.* 2004)

Par rapport à la représentation des équilibres solide/solution, on peut décrire plusieurs zones de stabilité correspondant à des assemblages minéralogiques bien précis. En association avec un C-S-H de rapport CaO/SiO_2 le plus élevé, la portlandite n'est stable que pour une forte concentration en calcium en solution (22 mol/m³) et un pH de 12,5 à 20°C. Lorsque la concentration en calcium ou le pH diminue, la portlandite est la première espèce à subir l'hydrolyse et à se dissoudre jusqu'à disparition. En absence de portlandite (concentration en Ca^{2+} inférieure à 22 mol/m³, pH inférieur à 12,5), les C-S-H imposent, par le biais des équilibres solide/solution, les concentrations en Ca^{2+} , en silice et le pH. Simultanément à la dissolution progressive des C-S-H, les monosulfoaluminates de calcium puis l'ettringite se dissolvent également. Dans le domaine de pH variant de 12,5 à 10 et pour des concentrations en calcium variant de 21 mol/m³ à environ 2 mol/m³, le rapport CaO/SiO_2

des C-S-H évolue entre 1,7 ou 1,8 et 0,8. Le troisième domaine correspond à des concentrations de calcium en solution très basses, inférieures à 2 mol/m^3 et à des pH inférieurs à 10. Dans ce domaine, les C-S-H sont caractérisés par des rapports CaO/SiO_2 très bas et une coexistence avec des gels de silice.

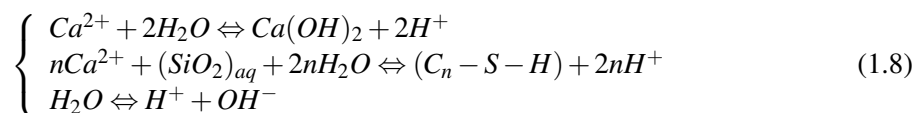
Les études expérimentales des processus de décalcification/hydrolyse sont réalisées par l'intermédiaire d'expérimentation de dégradation d'échantillons solides (pâtes de ciment, mortiers, bétons) dans une solution maintenue quasiment déminéralisée. Le principe de ces tests de dégradation est de contraindre au maximum la chimie de la solution agressive de lixiviation soit :

- par ajout d'acide qui vient neutraliser les hydroxyles relâchés par le matériau et par renouvellement fréquent de la solution agressive pour d'une part maintenir la concentration en calcium la plus basse possible, et d'autre part minimiser le volume d'acide ajouté au cours du temps (Adenot 1992; Bourdette 1994; Gérard 1996; Adenot *et al.* 1997; Tognazzi 1998; Peycelon *et al.* 2001) ;
- par recirculation de la solution lixiviante sur des colonnes échangeuses d'ions (Adenot 1992; Yokozekia *et al.* 2003; Yokozekia *et al.* 2004) ;
- par recirculation de la solution lixiviante dans un système de type extracteur de Soxhlet (Moudilou 2000; Albert 2002; Benard 2003) ;
- par un grand volume d'eau en contact avec l'échantillon, la solution étant néanmoins renouvelée périodiquement (Maltais *et al.* 2004) ;
- par circulation rapide de la solution au contact de l'échantillon (Prené *et al.* 2000; Kamali 2003).

L'analyse des échantillons après lixiviation dans une solution maintenue quasiment déionisée (Adenot 1992; Moudilou 2000; Albert 2002; Kamali 2003; Yokozekia *et al.* 2003; Maltais *et al.* 2004) a permis de mettre en évidence :

- un noyau inattaqué et une partie dégradée de porosité nettement plus élevée ;
- des fronts de dissolution nets (spécialement pour la portlandite) ;
- une décalcification progressive de la pâte de ciment depuis le noyau inattaqué jusqu'à la surface de l'éprouvette ;
- une couche superficielle composée d'un C-S-H de faible rapport CaO/SiO_2 , riche en aluminium et fer.

Tous ces résultats expérimentaux obtenus (Bajza *et al.* 1986; Adenot 1992; Bourdette 1994; Gérard 1996; Adenot *et al.* 1997; Tognazzi 1998; Moudilou 2000; Albert 2002; Yokozekia *et al.* 2003; Benard 2003) tendent à valider l'hypothèse de l'équilibre chimique local. Les principales réactions chimiques d'hydrolyse/décalcification des deux principales phases des matériaux cimentaires (portlandite et C-S-H) apparaissent dans l'équation (1.8), avec n compris entre 0,1 et 1,8 et caractérisant le rapport CaO/SiO_2 du C-S-H (en présence de portlandite, n est égal à la valeur maximale, soit entre 1,7 et 1,8).



Par souci de simplification, la dégradation peut être décrite dans un système $\text{Ca} - \text{H}_2\text{O}$ (Buil et Ollivier 1992; Tognazzi 1998; Mainguy *et al.* 2000). En toute rigueur le système chimique à considérer correspond à un système ternaire $\text{CaO} - \text{SiO}_2 - \text{H}_2\text{O}$. Le calcul des produits de solubilité ou la détermination des constantes thermodynamiques qui doivent être utilisées pour décrire le processus d'hydrolyse/décalcification se réfèrent toujours à ce système ternaire (Berner 1988;

Thomas *et al.* 1998; Dickson *et al.* 2004). Néanmoins, au niveau du matériau, son évolution chimique majeure est dominée par la diminution de sa teneur en calcium et par sa perte d'alcalinité.

3.1.3 Dégradation en eau de site

En plus des phénomènes correspondant à la décalcification, les conditions chimiques environnementales d'agression peuvent engendrer des réactions ou processus supplémentaires. Ce paragraphe recense certaines réactions supplémentaires ayant une incidence sur la cinétique de dégradation du système, sans pour autant nécessairement modifier les réactions de décalcification décrites ci-dessus.

En présence d'ions carbonates dans la solution agressive, on observe (Adenot *et al.* 1993; Revertégat *et al.* 1996; Badouix 2000; Le Bescop *et al.* 2001) la formation d'une zone riche en calcite sur la surface exposée, faiblement diffusive¹¹, de sorte que la cinétique de propagation du front de lixiviation s'en trouve fortement ralentie.

Des études expérimentales (Richet 1992; Bourdette 1994; Planel *et al.* 2006) sur l'altération des matériaux cimentaires par des solutions sulfatées montrent un très léger ralentissement de la progression du front de dégradation par rapport à la décalcification en eau pure. En effet, les précipitations (ettringite, gypse) entraînent une réduction de la porosité, et donc, comme précédemment, une diminution de la diffusivité. De plus, la diffusion des sulfates vers l'intérieur de la matrice provoque une fissuration du cœur sain (gonflement en surface) avant celle de l'épaisseur dégradée par la lixiviation (Planel 2002).

L'étude de la dégradation d'éprouvettes de pâte de ciment par une solution de chlorure de sodium (Adenot *et al.* 1996) montre que les chlorures pénètrent rapidement au cœur de l'éprouvette et forment des chloroaluminates dans l'épaisseur dégradée sans toutefois boucher la porosité. La présence des chloroaluminates modifie néanmoins l'équilibre de la portlandite et accélère son hydrolyse. L'attaque sur le béton du chlorure de sodium a en réalité un double effet (Moranville *et al.* 2004) : d'une part, les ions calcium de la portlandite et des C-S-H sont consommés dans une réaction de formation de chlorure de calcium soluble ionisé ; d'autre part, il se forme du monochloroaluminate de calcium (sel de Friedel), par réaction avec les aluminates tricalciques et les aluminates hydratés. Cette deuxième réaction n'est pas nécessairement néfaste en soi. En effet, la consommation d'une partie des aluminates diminue le risque de formation d'ettringite, dans un premier temps au moins, puisque les monochloroaluminates peuvent se transformer en ettringite au contact de sulfates. En revanche, elle traduit la consommation d'ions calcium issus de la portlandite et des C-S-H, induisant une dégradation du matériau.

En cas de présence de magnésium dans la solution agressive, on observe (Adenot *et al.* 1996) une précipitation de ce dernier sous forme de brucite $Mg(OH)_2$ dans la partie dégradée. Cette précipitation contribue à faire baisser le pH de la solution interstitielle et donc à accélérer l'hydrolyse de la portlandite. En outre, le gonflement de la brucite bouche une partie de la porosité (Guillon 2004) mais peut provoquer une fissuration du milieu.

3.1.4 Lixiviation accélérée

Le processus de lixiviation simple en eau pure est très lent : pour dégrader une éprouvette de pâte de ciment CEM I ayant un rapport E/C de 0,4 sur une profondeur de 4 cm il faudrait attendre 300 ans (Adenot 1992). Même dans des conditions de dégradation à des pH très acides, la cinétique

¹¹En effet le bilan volumique de la réaction est positif, et entraîne une diminution locale de la porosité.

de dégradation reste faible (Bertron *et al.* 2004). C'est pourquoi on a recours pour les études en laboratoire à des essais de lixiviation accélérée. Ces essais de dégradation accélérée prennent tout leur sens lorsqu'il s'agit d'étudier des processus couplés : dégradation-fissuration (Tognazzi 1998), dégradation-perméabilité (Gallé *et al.* 2004; Yurtdas *et al.* 2007) ou dégradation-comportement mécanique (Carde 1996; Carde *et al.* 1996; Gérard 1996; Ulm *et al.* 1999; Nguyen *et al.* 2007). En effet, pour étudier ces couplages, à une échelle représentative du développement des processus et notamment sur les bétons, les épaisseurs dégradées doivent être conséquentes, notamment pour pouvoir considérer des volumes élémentaires représentatifs pour des bétons dégradés.

Le principe des essais de dégradation accélérée est d'augmenter la cinétique de transport des espèces ioniques dans la porosité des matériaux d'une part en restant en régime diffusif (on exclut ici les processus convectifs sous gradient de pression) et d'autre part en préservant les hypothèses liées à l'équilibre chimique local, c'est-à-dire que les phénomènes de transport gouvernent la cinétique de la lixiviation. En effet, c'est le processus le plus lent qui impose la vitesse de dégradation : les processus de dissolution/précipitation sont toujours considérés comme instantanés par rapport à la diffusion.

L'équation la plus complète décrivant les processus diffusifs est donnée en (1.9) (Samson *et al.* 2000; Maltais *et al.* 2004). Dans cette formulation, on choisit de décrire le transport en tenant compte des interactions électrochimiques (équation de Nernst-Planck). Dans (1.9), ϕ est la porosité totale du matériau, C_i la concentration de l'espèce i dans la phase aqueuse, S_i la concentration de l'espèce i dans la phase solide, θ_w la proportion volumétrique d'eau, D_i le coefficient de diffusion apparent de l'espèce i , z_i la valence de l'espèce i , F la constante de Faraday, R la constante des gaz parfaits, T la température du liquide, V le potentiel électrique, γ_i le coefficient d'activité chimique, D_w le coefficient de diffusion de l'eau. Pour n espèces en solution, cette équation ajoutée à l'électroneutralité conduit à un système de $n + 1$ équations dont la résolution nécessite de connaître les coefficients de diffusion apparents de chaque ion.

$$\frac{\partial(\theta_w C_i)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\theta_w D_i \left(\frac{\partial C_i}{\partial x} + \frac{z_i F}{RT} C_i \frac{\partial V}{\partial x} + C_i \frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial x} \right) + C_i D_w \left(\frac{\partial \theta_w}{\partial x} \right) \right) - (1 - \phi) \frac{\partial S_i}{\partial t} \quad (1.9)$$

Les différentes manières permettant d'accélérer la diffusion apparaissent dans l'équation (1.9). Elles peuvent consister en l'application d'un champ électrique (auquel cas le facteur d'accélération dépend alors du choix du potentiel électrique), en une élévation de la température (la diffusion est thermiquement activée) ou encore en une augmentation des gradients de concentration.

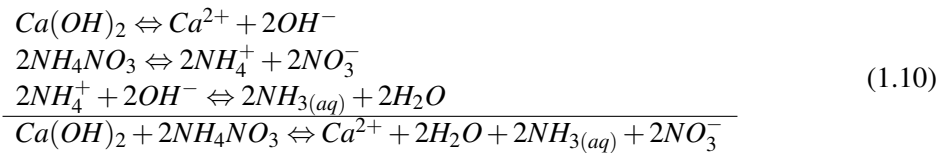
3.2 Dégradation accélérée au nitrate d'ammonium

On peut accélérer la dégradation en utilisant une solution de nitrate d'ammonium. Le principe de l'essai est simple : comme la dégradation de lixiviation en eau pure relève d'une cinétique trop lente pour avoir des échéances observables sur une relativement courte durée, le processus d'hydrolyse est accéléré en modifiant les équilibres chimiques pilotant la dissolution des phases minéralogiques principales. L'utilisation d'une solution concentrée de nitrate d'ammonium NH_4NO_3 est le protocole le plus courant pour réaliser ce type de lixiviation accélérée (Lea 1965; Lea 1970; Bajza *et al.* 1986; Goncalves et Rodrigues 1991; Carde 1996; Tognazzi 1998; Le Bellégo 2001; Le Bellégo *et al.* 2001; Heukamp 2003; Kamali *et al.* 2008).

En effet, le nitrate d'ammonium présente l'avantage d'être soluble dans l'eau, et que l'ammoniaque NH_4OH , qui est la base correspondante, est plus forte que la portlandite $Ca(OH)_2$. En

outre, l'ion nitrate NO_3^- , résultant de la dissolution des sels de nitrate d'ammonium, réagit avec les ions calcium Ca^{2+} , issus de la dissolution de la portlandite, pour former des sels de calcium $Ca(NO)_3$, eux-mêmes tellement solubles que lorsqu'ils sont lixiviés, il ne se forme pas de nouveaux composés à leur place et la porosité ainsi créée reste vide.

Le principe de l'accélération de la dégradation correspond aux réactions indiquées en (1.10). La première étape de la dégradation a lieu lorsque les ions NH_4^+ et NO_3^- , issus de la dissolution des sels de nitrate d'ammonium, pénètrent dans la solution interstitielle, par diffusion (concentration forte dans le milieu extérieur et faible dans la porosité du matériau). Les ions NH_4^+ réagissent alors avec les ions OH^- de la solution interstitielle, tandis que les ions NO_3^- réagissent avec les ions calcium. Mais cette consommation d'ions Ca^{2+} perturbe l'équilibre chimique local du calcium, entre ses phases solides et liquides, ce qui entraîne une dissolution des hydrates de la pâte de ciment afin de libérer de nouveaux ions calcium.



La solubilité de la portlandite $Ca(OH)_2$ passe de 0,02 mol/L de Ca^{2+} en solution à environ 2,7 mol/L de Ca^{2+} en solution en présence de nitrate d'ammonium 6 molaires. Le gradient de concentration en calcium de la solution interstitielle entre le front de dissolution de la portlandite et le milieu externe ($[Ca^{2+}]$ proche de 0) est donc fortement augmenté (dans un rapport de 2,7 à 0,02, soit 135).

Il a été vérifié expérimentalement que les processus de dégradation en régime diffusif étaient respectés : au sein du matériau, la progression au cours du temps du front de dégradation reste proportionnelle à la racine carrée du temps, de même que le flux de calcium lixivié, mesuré dans la solution de lixiviation. Les facteurs d'accélération d'une dégradation au nitrate d'ammonium par rapport à une dégradation par de l'eau faiblement minéralisée sont donnés dans le TAB.1.7 d'après Perlot (2005).

TAB. 1.7: Facteurs d'accélération au nitrate d'ammonium sur pâte de ciment (d'après Perlot 2005) entre une dégradation en eau pure et une dégradation accélérée au nitrate d'ammonium (DANA)

	eau pure	DANA	facteur d'accélération
à temps équivalent			sur l'épaisseur dégradée
1 jour	0,15 mm	1,5 mm	x 10
à épaisseur dégradée équivalente			sur le temps
pour 1,5 mm	100 jours	1 jour	x 100

3.3 Protocole expérimental

Les mesures réalisées au LMT sont donc des essais de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium. Les éprouvettes sont plongées dans une solution à 6 mol/L de nitrate d'ammonium. On peut calculer (Perlot 2005) le volume de solution nécessaire à la lixiviation totale du volume de béton immergé. Un tel volume de solution n'est pas envisageable pour un si grand nombre

d'éprouvettes, d'autant que tout le béton ne sera pas lessivé en raison des prélèvements successifs pour les mesures de pénétration du front de dégradation. Ainsi, on dispose 24 éprouvettes cylindriques 11x22 cm dans 150 L de solution agressive. Les éprouvettes sont immergées dans le nitrate d'ammonium au rythme de 8 éprouvettes toutes les 8 semaines (sachant qu'une éprouvette correspond à une gâchée et que les éprouvettes sont moulées sur chantier pour la campagne expérimentale au rythme de une gâchée par semaine).

Pour des raisons de sécurité, les bacs sont disposés en extérieur (cf. FIG.1.9(a)), et ainsi soumis aux aléas de température. Pour pouvoir tenir compte des effets de la température dans la modélisation de la lixiviation, une sonde est disposée dans les bacs pour mesurer une fois par heure le pH et la température de la solution agressive. Un renouvellement de la solution de nitrate d'ammonium est opéré dès que le pH atteint une valeur de 8,8 (ce qui correspond à un renouvellement de la solution pour chacun des bacs au cours de la campagne d'essais).



FIG. 1.9: Essai de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium

L'épaisseur de béton dégradé est mesurée à échéance donnée : 4, 8, 14 et 30 semaines. Avant immersion dans le nitrate d'ammonium, les éprouvettes sont poncées, afin d'enlever une couche de calcite formée sur la surface des éprouvettes pendant la phase de conservation, qui ralentissait voire empêchait la dégradation des échantillons. Le moment venu, les éprouvettes sont retirées des bacs, et une tranche d'une épaisseur adaptée à l'échéance est sciée pour mesurer l'épaisseur dégradée. Le reste de l'éprouvette est remis en solution pour la poursuite de l'expérience. Sur la tranche ainsi réalisée, on projette de la phénolphtaléine diluée à 1% dans l'éthanol. La phénolphtaléine est un indicateur de pH par réaction colorimétrique : au cœur de l'échantillon, le matériau est sain et la solution interstitielle est fortement basique de sorte que la phénolphtaléine réagit. Inversement, sur le contour de l'éprouvette, le pH de la solution interstitielle est descendu sous le seuil de virage de la phénolphtaléine et il n'y a pas de changement de couleur¹². On peut voir sur la FIG.1.10 les

¹²En réalité, l'épaisseur dégradée révélée à la phénolphtaléine n'est pas exactement la position exacte du front de dégradation. Le Bellégo (2001) a proposé un rapport de 1,2 entre les deux fronts, mais il semblerait que ce rapport soit très variable d'une formulation à l'autre, et que pour un même matériau, ce rapport évolue au cours du temps. Nous considérons toujours le front révélé par la phénolphtaléine comme équivalent au front réel de dégradation.

prélèvements recouverts de phénolphtaléine pour une même éprouvette, correspondant aux quatre échéances expérimentales.

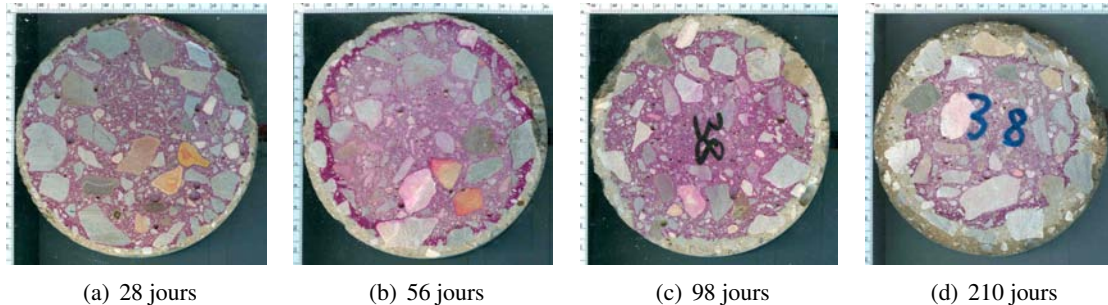


FIG. 1.10: Épaisseurs dégradées observées au cours de l'essai de lixiviation accélérée, pour une même éprouvette (gâchée 38 du premier chantier)

Chaque éprouvette à chaque échéance est scannée pour obtenir une image de la tranche sciée puis recouverte de phénolphtaléine. L'épaisseur du front de dégradation est ensuite évaluée numériquement sur environ une centaine de rayons du cercle de béton ainsi obtenu. Pour ces mesures, un soin particulier a été pris pour s'affranchir des granulats : la dégradation a été mesurée sur la pâte de ciment exclusivement. La FIG.1.11(a) montre comment sont rejetés les rayons où la mesure de l'épaisseur dégradée est perturbée par la présence d'un granulat. Sur cette centaine de mesures, le coefficient de variation de l'épaisseur dégradée est de 13 % pour les mesures à 28 jours, 12 % à 56 jours, 10 % à 98 jours et enfin 8 % à 210 jours. La FIG.1.11(b) montre la répartition de la pénétration du front de dégradation révélé par le virage de la phénolphtaléine sur une éprouvette. On y observe une courbe ressemblant à une gaussienne, ce qui est le cas pour la quasi-totalité des échantillons mesurés.

3.4 Variabilité sur les épaisseurs dégradées

Dans le TAB.1.8 on trouve pour chaque formulation et pour chacune des échéances de mesure (4, 8, 14 et 30 semaines) la moyenne de l'épaisseur dégradée, le coefficient de variation et le nombre de mesures effectuées. Ces résultats apparaissent également sous forme graphique dans la FIG.1.12 représentant les moyennes des épaisseurs dégradées en fonction de la racine carrée du temps. Pour chaque échéance expérimentale, apparaît également la largeur de l'intervalle de confiance à 99 % calculé sur l'ensemble des échantillons disponibles, sous l'hypothèse d'une répartition normale¹³. On observe que la dégradation est plus rapide pour le second béton que pour le premier. Toutefois, toutes les éprouvettes n'ayant pas la même histoire en température (puisque les éprouvettes sont mises en bain au rythme de 8 éprouvettes toutes les 8 semaines), les résultats sur la variabilité de l'épaisseur dégradée en lixiviation sont à considérer avec une extrême

¹³Précisons ici qu'à strictement parler les mesures considérées ici ne sont pas rigoureusement indépendantes les unes des autres dans la mesure où elles sont, pour certaines d'entre elles, réalisées en des points proches dans la géométrie de l'éprouvette et que, la diffusion étant tridimensionnelle, la valeur de l'épaisseur dégradée en un point est probablement corrélée à la valeur en un point voisin (dans une proportion que nous ignorons). Nous choisissons néanmoins de procéder au dépouillement des mesures en négligeant cette dimension.

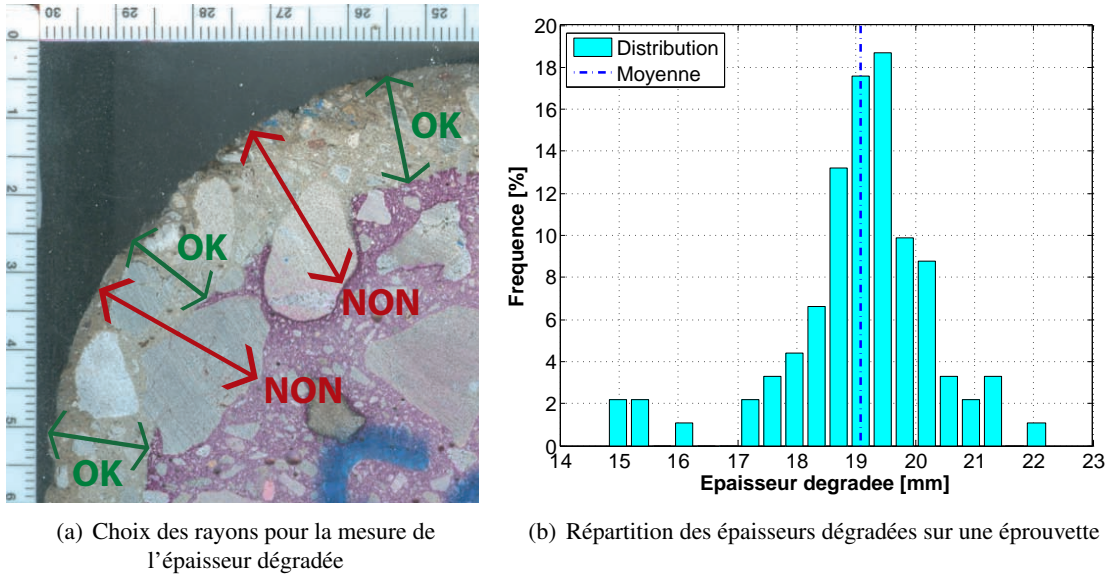


FIG. 1.11: Essai de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium

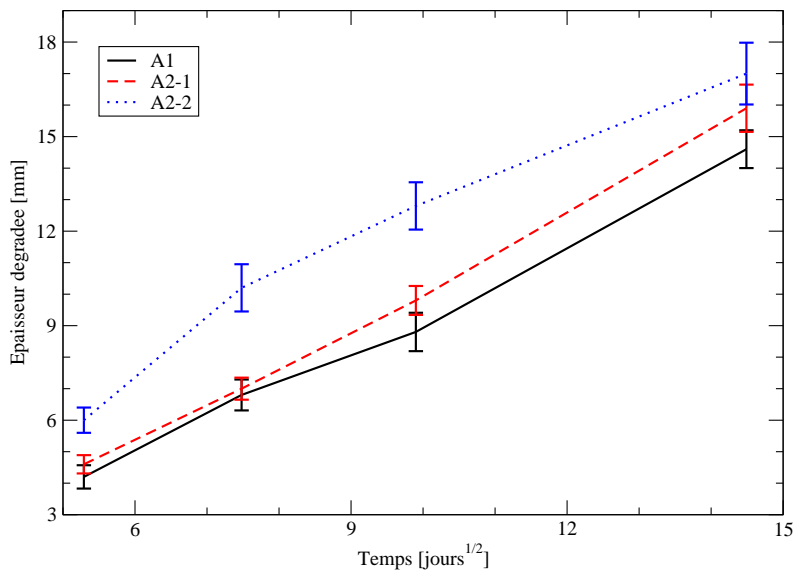


FIG. 1.12: Épaisseurs dégradées observées expérimentalement pour chacune des formulations considérées aux quatre échéances expérimentales : moyenne et intervalle de confiance à 99%

précaution (cf. §3.5 pour une interprétation des résultats avec prise en compte de l'influence de la température).

TAB. 1.8: Épaisseurs dégradées en lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium : nombre d'échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation sur les différentes formulations testées à chaque échéance expérimentale (28, 56, 98 et 210 jours)

	Nbr	d ₂₈ [mm]		d ₅₆ [mm]		d ₉₈ [mm]		d ₂₁₀ [mm]	
		Moy.	CV [%]	Moy.	CV [%]	Moy.	CV [%]	Moy.	CV [%]
A1	40	4,2	20,8	6,3	19,4	8,8	16,8	14,6	10,1
A2-1	20	4,6	10,9	7,0	8,1	9,8	8,0	15,9	8,1
A2-2	20	6,0	12,0	10,2	12,7	12,8	9,9	17,0	9,8

3.5 Prise en compte de la température

Il se trouve que la température a une incidence significative sur la cinétique de dégradation en lixiviation (cf. CHAP.2, §4). Même si les intervalles de variation de la température observée au cours des essais sont relativement limités (entre 0 et 30°C environ), cette influence fausse l'interprétation que l'on peut faire de la variabilité de la vitesse de dégradation à partir des mesures directes d'épaisseurs dégradées.

3.5.1 Modélisation globale de la thermoactivation de la lixiviation

Afin de s'affranchir de l'influence de la température dans le dépouillement des essais de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium, une approche globale de prise en compte de la température a été proposée par Pierre *et al.* (2009). Il s'agit alors de ramener les résultats de l'essai à un unique paramètre numérique pour chaque échantillon, de sorte que ce paramètre soit indépendant des variations de température subies par l'échantillon.

Le principe de cette démarche est de considérer que la lixiviation est un phénomène de dégradation linéaire en racine du temps et thermoactivé, ce qui revient à dire que l'on peut appliquer une loi d'Arrhenius sur le coefficient directeur de la droite représentant l'épaisseur dégradée en fonction de la racine carrée du temps (1.11), où R est la constante des gaz parfaits, T la température, et k_0 et E_A^{LIX} sont les paramètres régissant l'évolution de la pente avec la température.

$$e(t, T) = k(T) \sqrt{t} = k_0 \exp\left(-\frac{E_A^{LIX}}{RT}\right) \sqrt{t} \quad (1.11)$$

Précisons que l'hypothèse de linéarité en racine carrée du temps est abusive dans le cas d'éprouvettes cylindriques¹⁴. Néanmoins, dans la mesure où, sur la durée de l'essai, les épaisseurs dégradées restent relativement faibles par rapport au rayon de l'éprouvette, on pourra supposer que cette hypothèse n'introduit pas une erreur significative. On pourra se reporter à l'annexe A pour plus de détails sur cette question.

¹⁴La linéarité de la dégradation en racine carrée du temps s'observe pour une dégradation unidirectionnelle dans le cas d'un milieu supposé semi-infini.

La seconde hypothèse sur laquelle repose cette approche est de considérer que la lixiviation est un phénomène thermoactivé, modélisable en ce sens par une loi d'Arrhenius. En effet, la lixiviation est la combinaison de deux phénomènes physiques : d'une part l'équilibre chimique local du calcium, d'autre part la diffusion des espèces ioniques dans la solution interstitielle. Or il apparaît que la cinétique de dissolution du calcium étant sensiblement plus rapide que celle de la diffusion, c'est bien le problème diffusif qui est limitant quant au temps caractéristique du phénomène de diffusion. On retrouvera ces hypothèses, et leur validation, dans le CHAP.2 portant sur la modélisation de la lixiviation sous température variable. En conclusion, la cinétique de la lixiviation est gouvernée par celle de la diffusion, thermoactivée et pouvant être modélisée par une loi d'Arrhenius (cf. notamment les travaux de Peycelon *et al.* (2006) pour cette application).

3.5.2 Identification des paramètres de la thermoactivation

Afin d'identifier les paramètres k_0 et E_A^{LIX} de l'équation (1.11), Pierre *et al.* (2009) ont réalisé des essais de lixiviation en température contrôlée : une éprouvette du projet APPLLET a été découpée en 4 parties, chacune étant ensuite soumise à un essai de lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium 6-molaire dans des conditions expérimentales analogues à celles des essais réalisés au LMT, à l'exception de la température. Pour chacun des échantillons ainsi obtenus, la température a été maintenue constante pendant la durée de l'essai : à 5, 15, 25 et 35°C, c'est-à-dire un intervalle de température qui couvre sensiblement les variations de température auxquelles sont soumises les éprouvettes d'APPLLET.

Chacun de ces essais en température a permis de trouver une pente pour la droite de dégradation en fonction de la racine carrée du temps, comme on peut le voir sur la FIG.1.13(a). A partir des quatre valeurs de pente ainsi obtenues et placées dans un repère ($1/RT ; \ln(k)$) on peut identifier par régression linéaire les paramètres de l'équation (1.11) comme on le voit sur la FIG.1.13(b). Il ressort de cette étude des valeurs de paramètres égales à 21,1 kJ/mol pour E_A^{LIX} et 5,22 m/jour^{1/2} pour k_0 . On peut noter au passage que cette valeur globale d'énergie d'activation pour la lixiviation est d'un ordre de grandeur analogue aux résultats de Peycelon *et al.* (2006) : 15,4 et 18,7 kJ/mol respectivement pour des pâtes de ciment CEM I et CEM III. En revanche, cette valeur est sensiblement plus faible que la valeur d'énergie d'activation standard retenue pour un problème de diffusion ionique dans l'eau (44 kJ/mol). On verra dans le CHAP.2 que cette différence s'explique par la solubilité rétrograde des hydrates.

Une approche numérique incrémentale peut ensuite être utilisée pour déterminer l'évolution de l'épaisseur dégradée au cours du temps lorsque la température varie au cours de l'essai (1.12). On suppose pour cela que la température est constante au cours d'un pas de temps et évaluée (1.13) suivant le schéma semi-implicite de Cranck-Nicholson ($\theta = 0,5$). Dans ces conditions, on peut facilement évaluer l'incrément d'épaisseur dégradée sur un pas de temps (1.14).

$$e(t_{n+1}) = e(t_n) + \Delta e(t_n \rightarrow t_{n+1}) \quad (1.12)$$

$$T_{n \rightarrow n+1} = \theta T(t_n) + (1 - \theta)T(t_{n+1}) \quad (1.13)$$

$$\Delta e(t_n \rightarrow t_{n+1}) = k_0 \exp\left(-\frac{E_A^{LIX}}{RT_{n \rightarrow n+1}}\right) \frac{t_{n+1} - t_n}{2\sqrt{\theta t_n + (1 - \theta)t_{n+1}}} \quad (1.14)$$

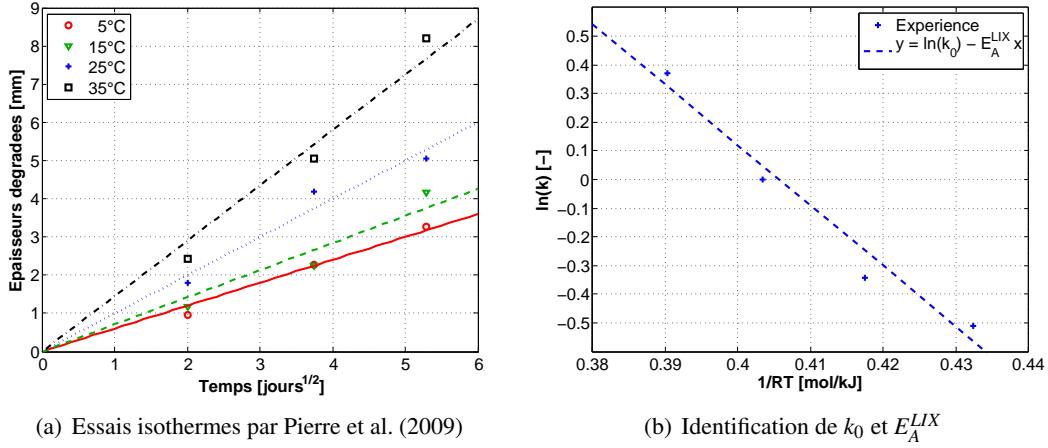


FIG. 1.13: Identification des paramètres de la loi globale de thermoactivation de la lixiviation

Étant donnée la sensibilité de ce modèle par rapport au paramètre E_A^{LIX} ¹⁵, il a été décidé de considérer ce paramètre comme constant sur toutes les éprouvettes testées, et de supposer que la variabilité s'appliquerait sur le paramètre k_0 .

De fait, il suffit, pour une éprouvette donnée, et connaissant l'historique de température au cours de la dégradation, d'identifier la valeur de k_0 permettant de minimiser l'erreur entre les épaisseurs dégradées observées expérimentalement et celles estimées par ce modèle aux échéances expérimentales. Cette démarche est illustrée dans la FIG.1.14. Pour l'éprouvette correspondant à la gâchée 33 du premier chantier, on connaît l'historique des variations de température au cours de l'essai (cf. FIG.1.14(a)). On calcule la moyenne quadratique de l'erreur commise par le modèle pour une valeur de k_0 aux échéances expérimentales (1.15) et on minimise cette erreur (cf. FIG.1.14(b)). Dans l'équation (1.15), on note e_i^{exp} l'épaisseur dégradée mesurée expérimentalement à une échéance donnée i , et $e_i^{simu}(k_0)$ la dégradation estimée par le modèle pour une valeur donnée de k_0 . Avec la valeur ainsi identifiée de k_0 , on reproduit l'évolution de l'épaisseur dégradée au cours du temps (cf. FIG.1.14(c)).

$$err(k_0) = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n (e_i^{simu}(k_0) - e_i^{exp})^2 \right)} \quad (1.15)$$

3.5.3 Variabilité du paramètre de thermoactivation

Cette méthode permet d'identifier pour chaque éprouvette un coefficient qui traduit la cinétique de dégradation en lixiviation de façon indépendante de la température. On peut donc recenser la variabilité de ce paramètre dans le TAB.1.9. Il est, grâce à ce paramètre, plus facile de vérifier que le béton du premier chantier présente une meilleure résistance à la lixiviation (pente plus faible), et que la variabilité est plus faible, là encore, sur le premier que sur le second, même après le réajustement de la formulation (variabilité réduite de presque moitié après réajustement pour

¹⁵Dans les intervalles de température considérés, une variation de 1% de E_A^{LIX} induit une variation d'environ 10% des épaisseurs dégradées.

le deuxième chantier). On peut également observer sur la FIG.1.15(a) la distribution des valeurs identifiées du paramètre k_0 à partir des mesures effectuées sur les échantillons du premier chantier. La FIG.1.15(b) représente la fonction de répartition correspondante pour une loi log-normale dont on a identifié les coefficients μ et σ sur les observations expérimentales.

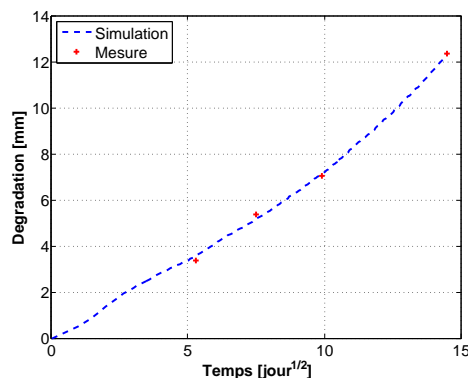
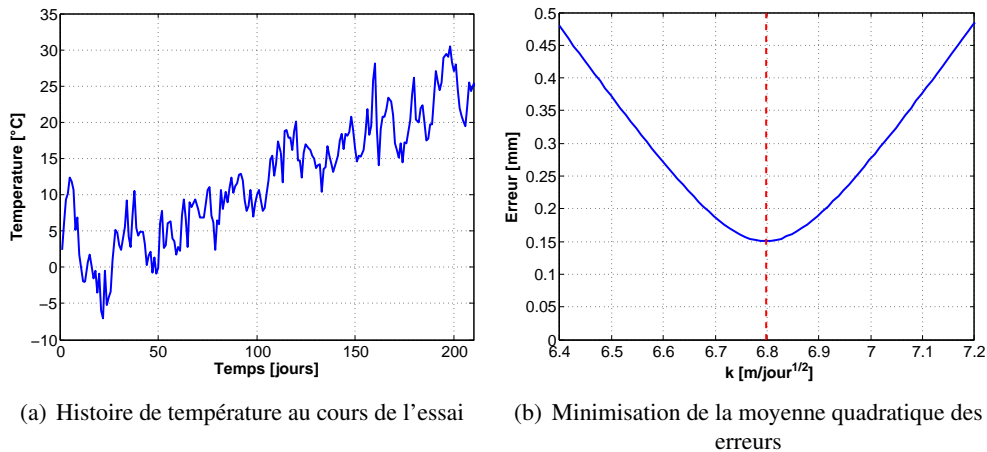


FIG. 1.14: Identification du paramètre k_0 pour une éprouvette (gâchée 33 du chantier A1) : minimisation de la moyenne quadratique des erreurs à chaque échéance expérimentale

3.6 Identification du coefficient de tortuosité

Le paramètre présenté précédemment est un paramètre macroscopique permettant de proposer un dépouillement des essais de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium de façon indépendante de la température. Néanmoins, on peut supposer *a priori* que ce paramètre sera fortement corrélé par exemple à la porosité du béton. En outre, il est proposé dans le CHAP.2 une modélisation simplifiée de la lixiviation sous température variable, dans le but de simuler les essais réalisés dans le cadre de la thèse. Or il apparaît, dans le §3.2 du CHAP.2, que, parmi les paramètres d'entrée du modèle, les plus influents quant à la cinétique de dégradation en lixiviation sont la porosité du matériau et le coefficient de tortuosité τ (il s'agit d'un paramètre macroscopique pour

TAB. 1.9: Paramètre k_0 de dégradation linéaire en racine carrée du temps : nombre d'échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation sur les différentes formulations testées

	k_0 [m/jour ^{1/2}]		
	Nbr	Moyenne	CdV [%]
A1	40	6,82	5,6
A2-1	20	8,17	16,2
A2-2	20	7,25	8,3

modéliser l'influence des granulats de grande dimension sur la cinétique de diffusion à travers le matériau poreux – cf. CHAP.2, §2.4). Ce coefficient de tortuosité, non mesurable par expérience directe, est néanmoins identifiable par analyse inverse : c'est l'objet du CHAP.2, §5. Ce paramètre présente la particularité, par comparaison avec le paramètre k_0 du modèle de thermoactivation globale de la lixiviation (1.11), d'être par hypothèse indépendant aussi bien de la porosité que de la température.

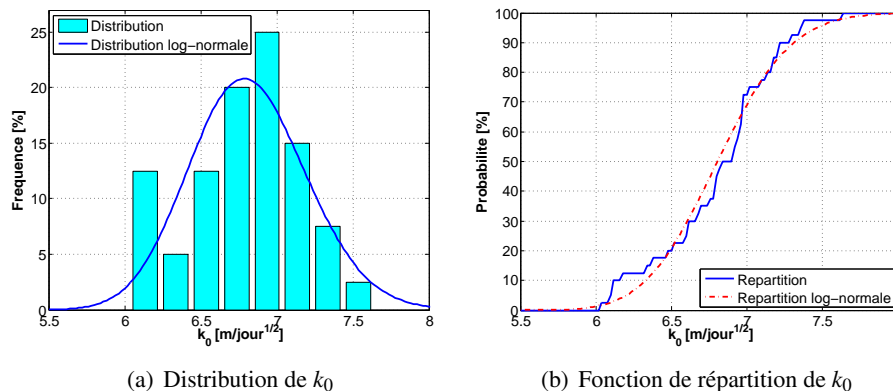


FIG. 1.15: Distribution des valeurs identifiées de k_0 pour le chantier A1 et calage des paramètres d'une loi de distribution log-normale

Le TAB.1.10 recense la variabilité du coefficient de tortuosité identifié sur les échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation pour les différentes formulations testées. On constate que la tortuosité est sensiblement inférieure pour la première formulation (cinétique de dégradation plus lente), mais que pour les deux formulations du second chantier, la coefficient a exactement la même valeur moyenne, seule la variabilité diminue (ce qui était l'objectif recherché par le réajustement de formulation). Cette égalité entre les deux versions de la formulation du deuxième chantier ne pouvait se laisser supposer à partir des mesures d'épaisseurs dégradées (cf. FIG.1.12), ni à partir du coefficient k_0 (cf. TAB.1.9). Cette différence des valeurs moyennes pour k_0 alors que les moyennes de τ sont identiques peut s'interpréter comme l'influence de la porosité (cf. TAB.1.6), paramètre éminemment important quant à la cinétique de dégradation, dont on doit retrouver la participation à travers k_0 mais *a priori* pas dans le coefficient de tortuosité.

TAB. 1.10: Identification du coefficient de tortuosité : nombre d'échantillons, valeur moyenne et coefficient de variation sur les différentes formulations testées

	Nbr	τ [-]	
		Moyenne	CdV [%]
A1	40	0,134	15,1
A2	40	0,173	21,0
A2-1	20	0,173	24,5
A2-2	20	0,173	17,5

4 Voile expérimental

Si les résultats de la campagne expérimentale présentés précédemment permettent de proposer une quantification de la variabilité des différents indicateurs du comportement du matériau pour les formulations considérées, notamment en terme de valeur moyenne et d'écart-type, ils ne permettent pas en revanche d'obtenir une information sur la corrélation spatiale des champs étudiés. Pour accéder à cette information, un voile expérimental a été coulé au cours du premier chantier, dans lequel des prélèvements ont été effectués suivant deux lignes verticales et une ligne horizontale. Ce mur a été réalisé avec une reprise de bétonnage à mi-hauteur, de sorte que chaque ligne horizontale se situe dans une gâchée différente. Les prélèvements sont des carottes de 10 cm de diamètre et 30 cm de hauteur. La FIG. 1.16 représente la position de ces prélèvements dans le voile, et à quelle gâchée ils appartiennent.

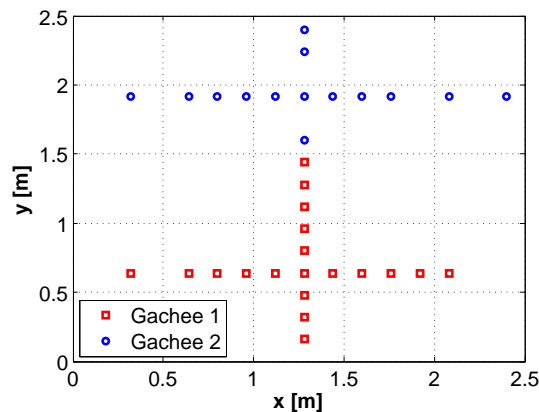


FIG. 1.16: Position des carottes dans le voile expérimental, suivant deux lignes horizontales et une ligne verticale, de part et d'autre de la reprise de bétonnage

Sur chacune de ces carottes, on mesure la porosité accessible à l'eau, et la résistance à un essai de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium 6-molaire, suivant le même protocole que présenté précédemment. De fait, on peut identifier, pour chaque prélèvement, outre la porosité, le coefficient de tortuosité τ et le paramètre k_0 du modèle de thermoactivation globale de la cinétique

de lixiviation (1.11).

4.1 Variabilité spatiale des paramètres de durabilité

La FIG.1.17(a) permet de comparer les valeurs de porosité accessible à l'eau observées sur les échantillons issus des deux lignes horizontales, correspondant donc aux deux gâchées du voile. On observe que les valeurs sont assez proches d'une gâchée à l'autre, de sorte qu'on ne peut pas, à l'oeil, distinguer les éprouvettes des deux gâchées. La même observation est valable pour le coefficient de tortuosité (cf. FIG.1.17(b)) et pour le paramètre k_0 (cf. FIG.1.17(c)). Précisons que les deux gâchées ont été coulées à peu de temps d'intervalle (moins d'une journée) et que le béton de ce chantier (formulation A1 pour le béton du tunnel de l'A86) est un béton de centrale installé sur chantier avec une relativement faible variabilité observée. Cela explique peut-être que les deux gâchées sur le voile sont pratiquement indistinctes l'une de l'autre.

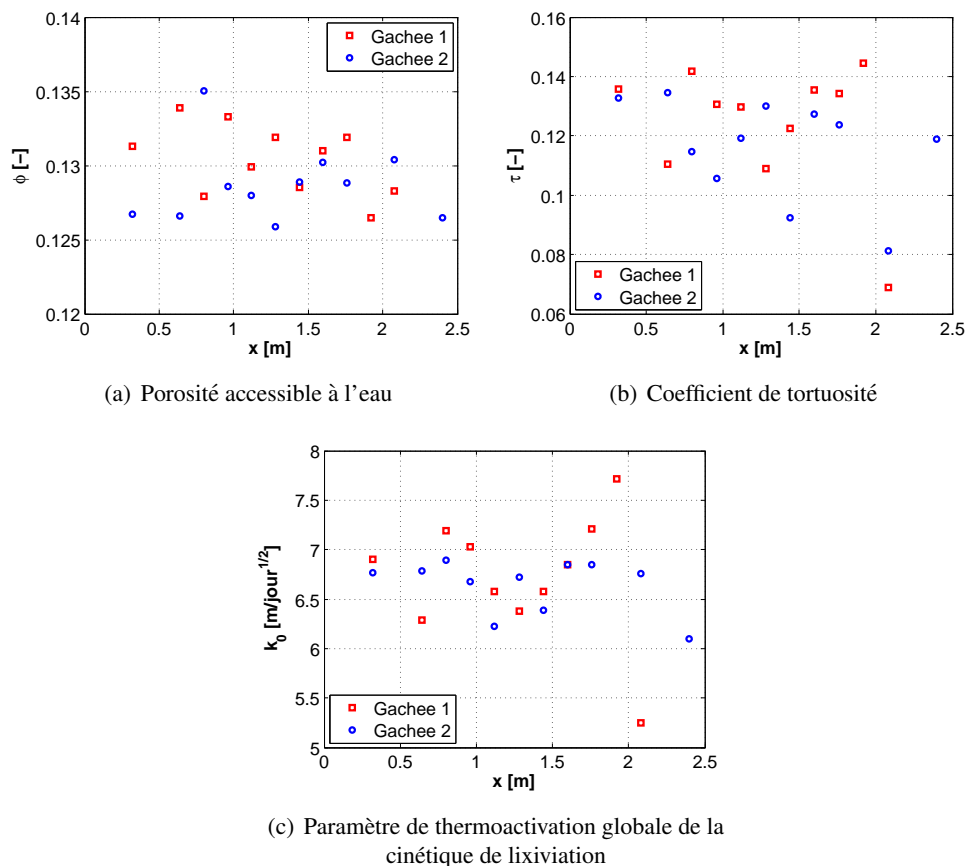


FIG. 1.17: Variabilité spatiale des indicateurs étudiés sur les carottes du voile expérimental, sur les lignes horizontales de prélèvement dans chaque gâchée

4.2 Identification des longueurs de corrélation

Dans notre cas, nous supposons que nos champs aléatoires, en l'occurrence la porosité, la tortuosité et k_0 , sont des champs spatialement corrélés suivant la fonction de covariance donnée dans l'équation (1.16), où $C(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ est la covariance entre deux points, \mathbf{x} et \mathbf{y} , et σ^2 est la variance du champ aléatoire, tandis que L_c est un paramètre scalaire appelé longueur de corrélation. C'est ce dernier paramètre qui traduit l'importance de la corrélation spatiale du champ : plus il est important, plus le champ est fortement corrélé, de sorte que pour une longueur de corrélation nulle, le champ serait absolument non-corrélé (bruit blanc) tandis que pour une longueur de corrélation infinie le champ tendrait à être uniforme.

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2}{L_c^2}\right) \quad (1.16)$$

Cette fonction de covariance présente l'avantage d'être différentiable en 0. Pour une meilleure compréhension, rappelons que la covariance est un indicateur du degré de dépendance entre deux variables : si la covariance de deux variables est nulle, celles-ci sont indépendantes l'une de l'autre, c'est-à-dire que leurs variations respectives sont indépendantes.

C'est donc le paramètre L_c qui va traduire la corrélation spatiale des champs aléatoires que nous considérons, et c'est donc cette longueur de corrélation que nous voudrions identifier à partir des relevés sur le voile expérimental. Lorsque l'on dispose de plusieurs réalisations d'un champ aléatoire, il est possible de calculer la matrice de covariance de la géométrie considérée, c'est-à-dire de calculer la covariance entre chaque couple de points de la géométrie¹⁶, et d'identifier ainsi la longueur de corrélation.

Néanmoins, lorsque l'on ne dispose que d'une seule réalisation du champ aléatoire, comme c'est le cas ici (un seul voile expérimental), il est possible de déterminer la covariance à partir d'un variogramme. Pour une variable aléatoire, la valeur du variogramme à une distance d est la demi-moyenne des carrés des différences des réalisations de cette variable sur l'ensemble des points espacés de d . Cela correspond à l'équation (1.17), dans laquelle $\gamma(d)$ est le variogramme, Y_i est la réalisation au point x_i de la variable aléatoire considérée ; on note $N(d)$ l'ensemble des couples de points (i, j) tels que la distance entre ces points soit égale à d . De fait, $|N(d)|$ est le cardinal de cet ensemble, c'est le nombre de couples remplissant cette condition.

$$\gamma(d) = \frac{1}{2|N(d)|} \sum_{(i,j) \in N(d)} |Y_i - Y_j|^2 \quad \text{où } N(d) = \{(i, j) \mid |x_i - x_j| = d\} \quad (1.17)$$

Pour un champ aléatoire donné, si la covariance est définie, on a entre la covariance et le variogramme la relation (1.18). Rappelons que la covariance en 0 est tout simplement la variance. Comme le variogramme peut se déterminer à partir d'une seule réalisation du champ, on déduit donc des valeurs discrètes de la covariance. Il suffit d'optimiser la valeur du paramètre L_c dans la fonction de covariance (1.19), directement déduite de l'expression (1.16).

$$\gamma(d) = C(0) - C(d) \quad (1.18)$$

$$C(d) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{d^2}{L_c^2}\right) \quad (1.19)$$

¹⁶En effet, par définition, la covariance entre deux points \mathbf{x} et \mathbf{y} pour une variable aléatoire valant respectivement X et Y , s'écrit : $C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$, où l'on note E l'espérance d'une variable aléatoire.

Pour conclure, observons sur la FIG.1.18 les valeurs de covariance obtenues à partir des mesures sur le voile comparées avec la fonction de covariance correspondante. On peut tracer la covariance (normée par rapport à la variance pour chacune des variables : porosité, tortuosité et k_0) sur la ligne expérimentale dans la gâchée 1 (en bas du mur, cf. FIG.1.18(a)), dans la gâchée 2 (cf. FIG.1.18(b)) et sur la ligne verticale, indépendamment des gâchées (cf. FIG.1.18(c)). Précisons que, étant donnée la fonction de covariance choisie (1.19), on retrouve la longueur de corrélation à l'abscisse où la covariance vaut $\exp(-1) = 1/e$.

On observe que dans tous les cas, les longueurs de corrélation sont de l'ordre de grandeur du mètre, et qu'elles sont analogues pour les trois lignes étudiées et quelle que soit la variable considérée. Toutefois, dans la mesure où la concordance entre la fonction de corrélation proposée et les valeurs observées du variogramme pour les trois variables n'est que très relativement satisfaisante, et en raison du faible nombre de points de mesure à partir duquel cette étude a été menée, ainsi que de la dimension relativement réduite du voile expérimental (à l'échelle d'une structure entière), ces valeurs de longueurs de corrélations (résumées dans le TAB.1.11) sont à considérer avec précaution.

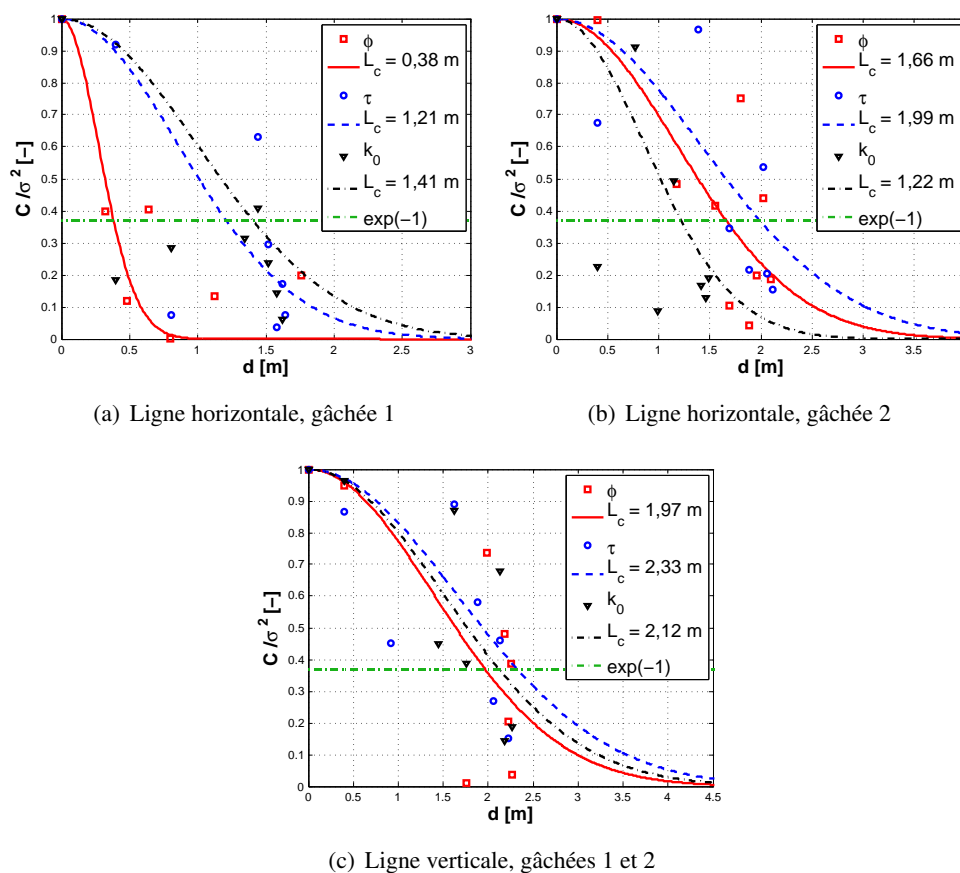


FIG. 1.18: Identification des longueurs de corrélations à partir des variogrammes pour les trois variables aléatoires considérées

TAB. 1.11: Longueurs de corrélation identifiées pour la porosité, le coefficient de tortuosité et le paramètre relatif à la thermoactivation de la lixiviation k_0 sur le voile expérimental

	L_c [m]		
	ϕ	τ	k_0
Ligne horizontale, gâchée 1	0,36	1,21	1,41
Ligne horizontale, gâchée 2	1,66	1,99	1,22
Ligne verticale	1,97	2,33	2,12

5 Recherche de corrélations

La démarche consistant à chercher des corrélations entre les mesures a pour objectif de mettre au point un outil de diagnostic visant à prévoir, à partir d'un essai simple, réalisable *in situ* et de préférence non destructif, comme la mesure de la résistivité électrique ou la mesure de la célérité des ondes ultrasonores, si le béton de telle ou telle gâchée risque de présenter des pathologies à long terme, ou des insuffisances en terme de caractéristiques mécaniques.

5.1 Corrélations directes

La première étape de cette démarche est d'observer l'évolution des variables considérées deux par deux. Les éprouvettes du projet APPLET permettent d'observer ces évolutions d'une part entre les différentes gâchées d'une même formulation, et d'autre part en considérant les trois formulations étudiées simultanément. Dans ce paragraphe, nous utiliserons comme indicateur de corrélation linéaire le coefficient de Pearson ρ_{cor} . Ce coefficient (1.20) est un indicateur standard de la corrélation linéaire entre deux paramètres, x et y , et est obtenu en divisant la covariance des deux variables par le produit de leurs écart-types. Plus le coefficient est proche de 0, moins la corrélation est forte. Un coefficient négatif indique une évolution opposée des paramètres, tandis qu'un coefficient positif indique le contraire.

$$\rho_{cor} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}} \quad (1.20)$$

En outre, dans le cas où les mesures présentées ci-dessus auraient été effectuées sur la même éprouvette, cela est explicitement précisé dans la légende de la figure correspondante.

5.1.1 Indicateurs du comportement mécanique

Les premières variables que nous étudions sont celles relatives au comportement mécanique : module de Young statique E , célérité des ondes ultrasonores longitudinales C_L , résistance en compression après un an de conservation en eau de chaux F_c , résistance en compression à 28 jours F_{c28} (mesures effectuées sur chantier) et résistance en traction par fendage F_t . L'ensemble des résultats expérimentaux afférents est recensé dans la FIG.1.19. Le point qu'il importe de vérifier est la corrélation attendue entre E et C_L , dans la mesure où la vitesse de propagation des ondes longitudinales donne le module de Young dynamique du matériau. Comme on peut le vérifier dans la

FIG.1.19(a), cette corrélation n'est pas visible au sein de chaque formulation. Ce qui est pertinent en revanche, c'est de considérer cette corrélation d'une formulation à une autre : en effet, si l'on considère l'ensemble des échantillons pour le calcul du coefficient de corrélation, on atteint une valeur de 0,62.

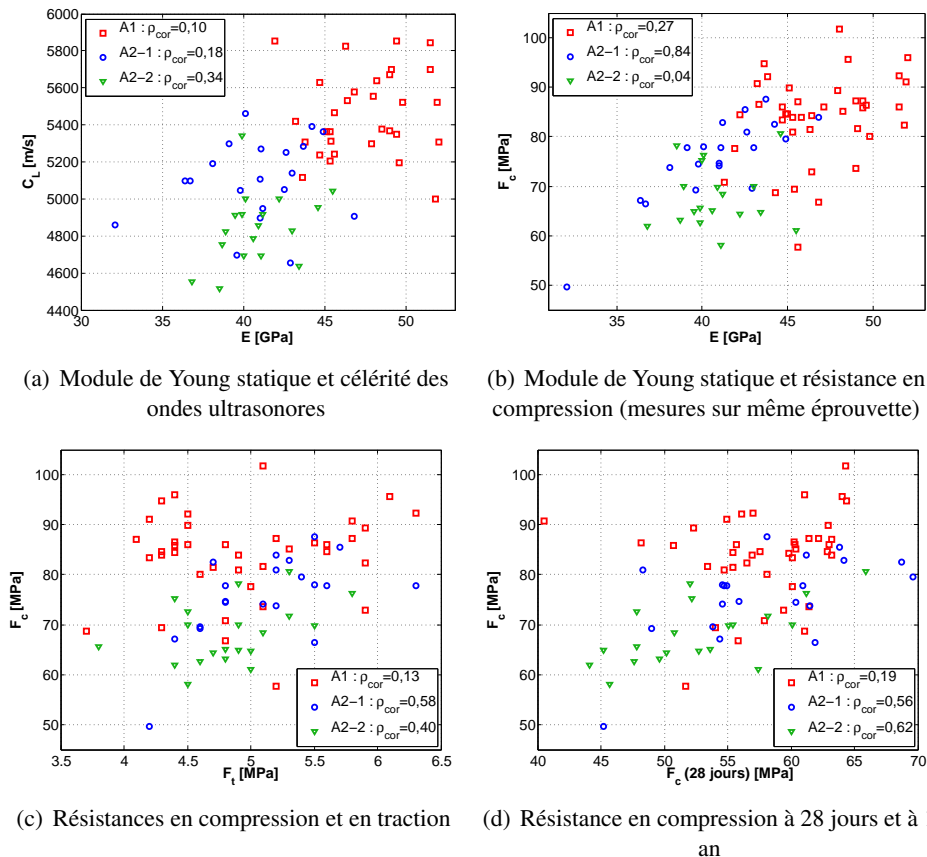


FIG. 1.19: Mise en relation des indicateurs du comportement mécanique : module de Young, résistances en compression et en traction, célérité des ondes ultrasonores

Si l'on s'intéresse à présent à l'évolution du module de Young ou de la résistance en traction en fonction de la résistance en compression (respectivement FIG.1.19(b) et 1.19(c)), on constate qu'une corrélation n'apparaît que dans le cas de la formulation A2-1, c'est-à-dire celle pour laquelle la variabilité des observations est la plus importante. Pour les deux autres formulations, la variabilité de ces indicateurs semble trop faible pour tirer une conclusion quant à une éventuelle corrélation. D'une formulation à l'autre, seule la corrélation entre F_c et E apparaît (coefficient de corrélation de 0,63). Enfin, la corrélation entre les résistances en compression à 28 jours et après une année de cure en solution de chaux (cf. FIG.1.19(d)) est globalement bien apparente (pour les formulations du chantier A2 aussi bien que d'une formulation à l'autre) à l'exception des éprouvettes du chantier A1. On peut supposer que la présence de cendres volantes dans la formulation a induit une évolution lente du comportement mécanique, de sorte que la résistance en compression à 28 jours n'est pas représentative du comportement à un an.

Un autre paramètre que l'on espère *a priori* influencer par rapport au comportement mécanique

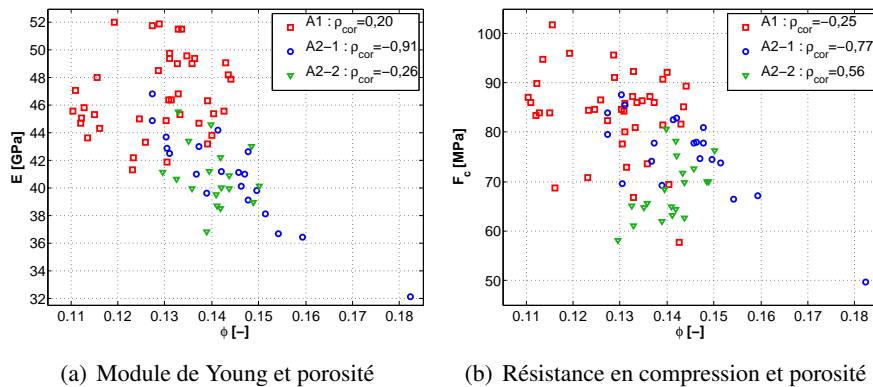


FIG. 1.20: Mise en relation des indicateurs du comportement mécanique avec la porosité

est la porosité. La corrélation entre la porosité et le module de Young (cf. FIG.1.20(a)) ou la résistance en compression (cf. FIG.1.20(b)) n'apparaît que dans le cas du béton A2-1 (comme précédemment pour E et F_c). Sur les autres formulations, des résultats surprenants peuvent même être observés : une augmentation du module de Young (chantier A1) ou de la résistance en compression (chantier A2-2) lorsque la porosité augmente... D'une formulation à l'autre, la corrélation n'est pas non plus spécifiquement marquée (coefficients de corrélation de 0,54 et 0,51).

5.1.2 Paramètres liés à la cinétique de dégradation en lixiviation

Le point suivant est d'étudier les corrélations entre les paramètres liés à la dégradation en lixiviation : la porosité accessible à l'eau ϕ , le coefficient de tortuosité τ et le paramètre k_0 de thermoactivation globale de la lixiviation. Considérés deux à deux, la seule corrélation apparaissant de façon évidente pour toutes les formulations est celle qui existe entre τ et k_0 (cf. FIG.1.21(a)). La corrélation apparaît également lorsque les échantillons sont considérés indépendamment de la formulation (coefficient de corrélation de 0,83).

Si l'on considère k_0 et ϕ en revanche, la corrélation n'apparaît que pour la formulation A2-1 (cf. FIG.1.21(b)) : la faible variabilité observée pour ces paramètres sur les autres formulations est sans doute la cause de ce phénomène. Le coefficient de corrélation global dans ce cas atteint une valeur de 0,58 et semble indiquer une tendance commune pour ces deux paramètres. Il est à noter que cette corrélation est attendue : les études numériques du CHAP.2 indiquent qu'une porosité importante accentue la cinétique de dégradation.

Enfin, on n'observe aucune corrélation apparente entre la porosité et le coefficient de tortuosité (cf. FIG.1.21(c)), ce qui est relativement satisfaisant dans la mesure où l'étude du coefficient de tortuosité vise précisément à établir un dépouillement des essais de lixiviation en s'affranchissant de l'influence de la porosité, et que les études du CHAP.2 reposent sur l'hypothèse de l'indépendance de ces paramètres.

5.1.3 Mesures de résistivité électrique

Une variable particulièrement intéressante du point de vue des corrélations est la résistivité électrique dans la mesure où il s'agit d'un essai non destructif. Le premier point que nous regard-

dans la FIG. 1.22 concerne les indicateurs du comportement mécanique : le module de Young (cf. FIG. 1.22(a)) et la résistance en compression (cf. FIG. 1.22(b)). Aucune corrélation n'apparaît, quelles que soient les formulations considérées. À peine peut-on entrevoir une évolution concordante pour la formulation A2-1, avec un coefficient de corrélation de l'ordre de 0,5 pour les deux variables mécaniques. Toutefois ce résultat est à prendre avec une extrême précaution dans la mesure où, pour F_c un coefficient de corrélation strictement opposé apparaît pour la formulation A2-2.

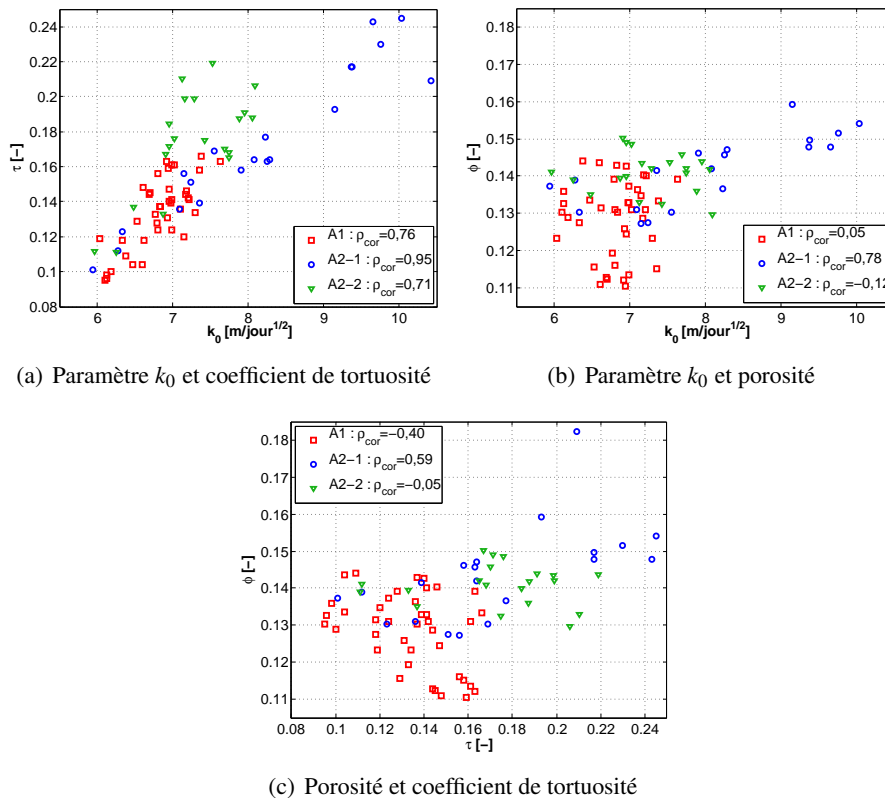


FIG. 1.21: Mise en relation des indicateurs de durabilité : porosité, coefficient de tortuosité et paramètre k_0 de thermoactivation globale de la lixiviation

Il semble opportun de s'attarder sur l'éventuelle corrélation entre la résistivité électrique avec les paramètres liés à la durabilité du matériau (porosité, coefficient de tortuosité, k_0 – cf. FIG. 1.23) tant la résistivité électrique est liée aux propriétés de transfert du matériau notamment. Si la corrélation entre la porosité et la résistivité (cf. FIG. 1.23(a)) n'apparaît pas pour la formulation A1 (vraisemblablement en raison de la faible variabilité observée sur la résistivité électrique pour cette formulation, ce qui masque toute corrélation potentielle), elle est en revanche relativement mise en évidence pour les formulations du chantier A2. Les mêmes conclusions peuvent être tirées de la FIG. 1.23(b) quant au coefficient de tortuosité, et de façon moins évidente dans la FIG. 1.23(c) pour le paramètre k_0 . Dans tous les cas, notons que le coefficient de corrélation linéaire est négatif : plus le matériau offre une résistivité électrique, plus ses propriétés de transfert sont faibles, ce qui le rend résistant aux attaques extérieures (notamment la lixiviation).

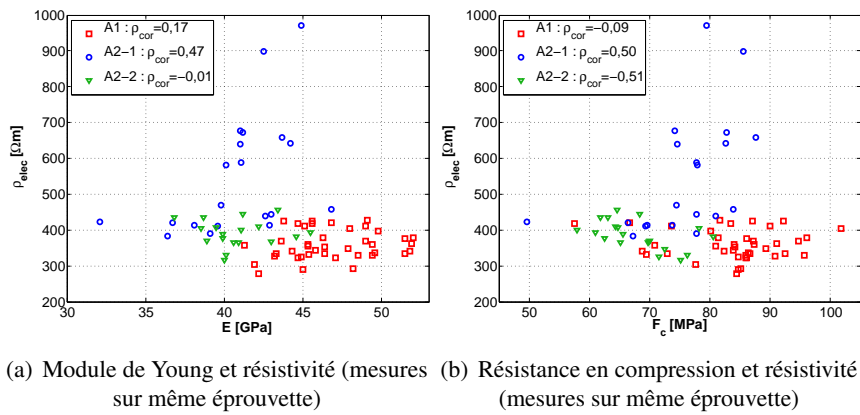


FIG. 1.22: Mise en relation des indicateurs du comportement mécanique avec la résistivité électrique

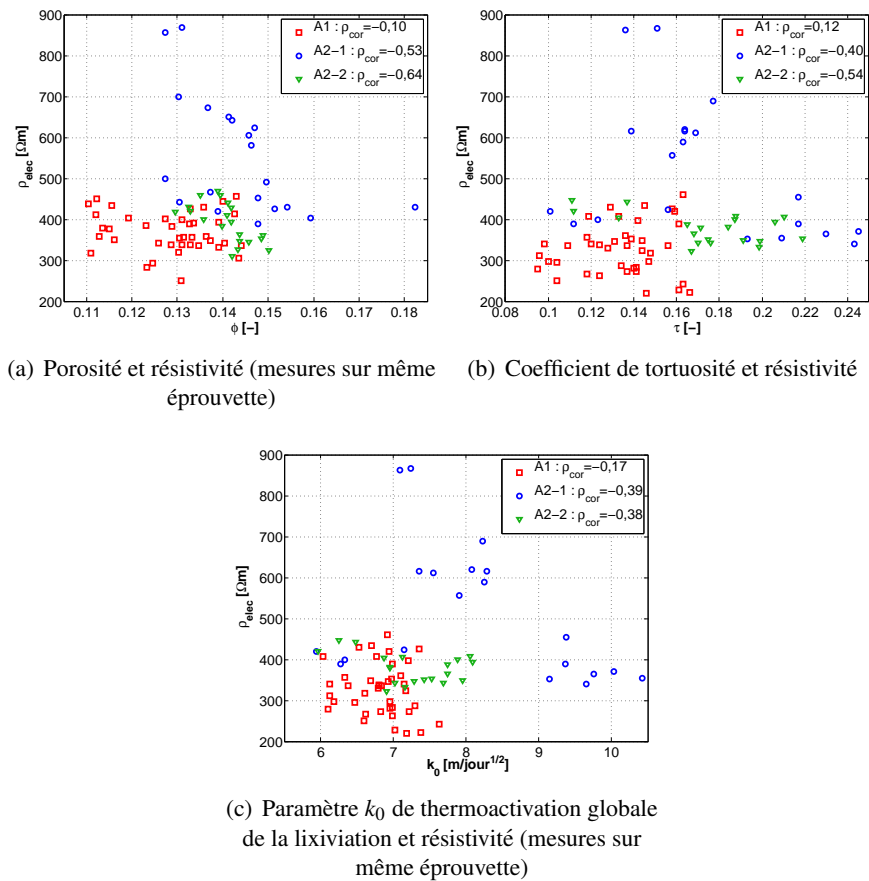


FIG. 1.23: Mise en relation des indicateurs de durabilité avec la résistivité électrique

Concluons en soulignant que même pour les cas où une corrélation semble apparaître au sein d'une formulation donnée, cette corrélation ne saurait être acceptée dès lors qu'on ne considère pas des éprouvettes issues d'une même formulation : ainsi pour la corrélation apparue entre la porosité et la résistivité, un coefficient de corrélation calculé en prenant en compte toutes les éprouvettes, indépendamment de leur formulation serait égal à 0,08. Cette valeur est non seulement très faible, mais étant positive elle indique même un sens de variation non physique. On retrouve ici une conclusion importante quant à la résistivité électrique : cette mesure est fortement influencée par la composition chimique de la solution interstitielle dans les pores du matériau, et donc par la formulation, la nature du ciment utilisé et des adjuvants, etc. De fait, la résistivité électrique apparaît comme un indicateur pertinent pour le suivi de la variabilité des indicateurs de durabilité pour une formulation donnée, ou tout au moins peut-elle servir à détecter facilement une gâchée dont les caractéristiques la distinguent nettement des autres, mais on ne saurait considérer la résistivité pour comparer des matériaux dont la formulation (voire les conditions de conservation) est différente.

TAB. 1.12: Synthèse des coefficients de corrélation linéaire obtenus entre les différentes variables considérées, pour chaque formulation et en considérant l'ensemble des éprouvettes

Variables		A1	A2-1	A2-2	Toutes
k_0	τ	0,76	0,95	0,71	0,83
k_0	ϕ	0,56	0,79	-0,12	0,58
ϕ	τ	-0,40	0,59	-0,05	0,40
F_c	E	0,27	0,84	0,04	0,63
F_c	F_t	0,13	0,58	0,40	0,23
F_c	F_{c28}	0,19	0,56	0,62	0,49
ϕ	F_c	-0,25	-0,77	0,56	-0,52
ϕ	E	0,20	-0,91	-0,26	-0,55
ϕ	ρ_{elec}	-0,10	-0,53	-0,64	0,08
τ	ρ_{elec}	0,12	-0,40	-0,54	0,10
k_0	ρ_{elec}	-0,17	-0,39	-0,38	0,16
E	C_L	0,10	0,18	0,34	0,62
E	ρ_{elec}	0,17	0,47	-0,01	-0,20
F_c	ρ_{elec}	-0,09	0,50	-0,51	-0,03

5.1.4 Synthèse

Le TAB.1.12 recense l'ensemble des coefficients de corrélations linéaires étudiés dans ce paragraphe, pour chacune des formulations aussi bien qu'en considérant l'ensemble des éprouvettes quelle que soit la formulation. La première conclusion évidente est que, à l'exception des quelques corrélations soulignées précédemment, peu de véritables corrélations apparaissent par des recherches de corrélation directe comme nous l'avons fait ici. Cette constatation amène à mettre en œuvre, dans le paragraphe suivant, une méthode courante d'analyse de données dans le cas de nombreuses variables comme c'est le cas ici : l'analyse en composantes principales. La seconde conclusion est qu'il faut bien distinguer les corrélations qui peuvent exister entre les gâchées d'une

même formulation (par exemple la résistivité et la porosité) et celles qui relèvent de la comparaison entre les formulations (par exemple le module de Young et la célérité des ondes ultrasonores).

De plus, il apparaît que le chantier A2-1 présente les meilleures corrélations ; il est probable que ce résultat soit dû à la plus grande variabilité observée sur ce chantier, notamment sur la résistivité électrique. Enfin, précisons que les mesures effectuées sur une même éprouvette ne conduisent pas à une meilleure corrélation que des mesures effectuées sur des échantillons différents issus de la même gâchée.

5.2 Analyse en composantes principales

5.2.1 Présentation théorique

L'analyse en composantes principales (ACP) est un outil couramment répandu pour l'analyse de données (Jolliffe 2002), et semble adaptée à notre situation pour rechercher plus finement des corrélations, non seulement entre deux grandeurs parmi celles étudiées, mais aussi et surtout entre des combinaisons linéaires de plusieurs indicateurs.

L'idée fondamentale de l'analyse en composantes principales repose sur la considération de l'ensemble des données dont on dispose dans un espace de dimension n , où n est le nombre de grandeurs quantifiées pour chaque échantillon, de sorte que chacun des échantillons correspond à un point dans cet espace. Il s'agit ensuite de déterminer un nouvel espace de dimension réduite, où les nouveaux paramètres sont indépendants les uns des autres et obtenus par combinaison linéaire des paramètres initiaux. La FIG. 1.24 illustre pour un cas en deux dimensions le nouveau système d'axes (X, Y) obtenu par une ACP à partir des variables initiales (x, y) .

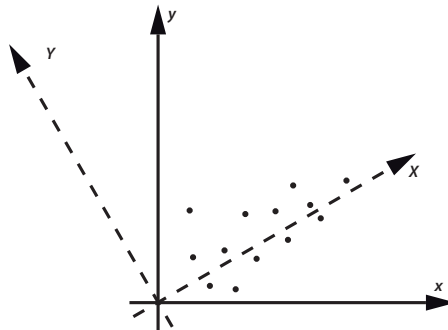


FIG. 1.24: Illustration du principe de l'analyse en composantes principales

Le principe de fonctionnement d'une ACP est de stocker les données disponibles dans une matrice dont les dimensions sont le nombre d'éprouvettes sur le nombre de paramètres. Les données sont apprêtées pour un traitement adéquat : soustraction de la valeur moyenne de chaque paramètre et normalisation des données (par rapport à la valeur moyenne pour chaque paramètre) (1.21), où P_{ij} est le terme de la matrice ci-dessus mentionnée, i étant la référence de l'éprouvette et j celle du paramètre. On peut alors calculer la matrice de covariance des paramètres étudiés (1.22). La réduction de dimension se fait par détermination des sous-espaces propres de cette matrice. Les vecteurs propres ainsi obtenus donnent l'expression, dans la base des anciens paramètres, des nouveaux paramètres indépendants les uns des autres. Les valeurs propres donnent l'importance relative des nouveaux paramètres les uns par rapport aux autres. Ainsi, plus la valeur propre est

importante, plus les points correspondant aux échantillons sont resserrés autour de l'axe défini par ce nouveau paramètre qu'est le vecteur propre correspondant (cf . FIG.1.24).

$$P_{ij} = \frac{X_j^i - \bar{X}^i}{\bar{X}^i} \quad (1.21)$$

$$C = P^T \cdot P \quad (1.22)$$

5.2.2 Résultats

Le premier jeu de données sur lequel nous pratiquons l'ACP est celui correspondant aux éprouvettes du chantier A2-1, parce que c'est celui qui semblait indiquer les meilleures corrélations potentielles entre les variables. Les résultats sont recensés dans la FIG.1.25.

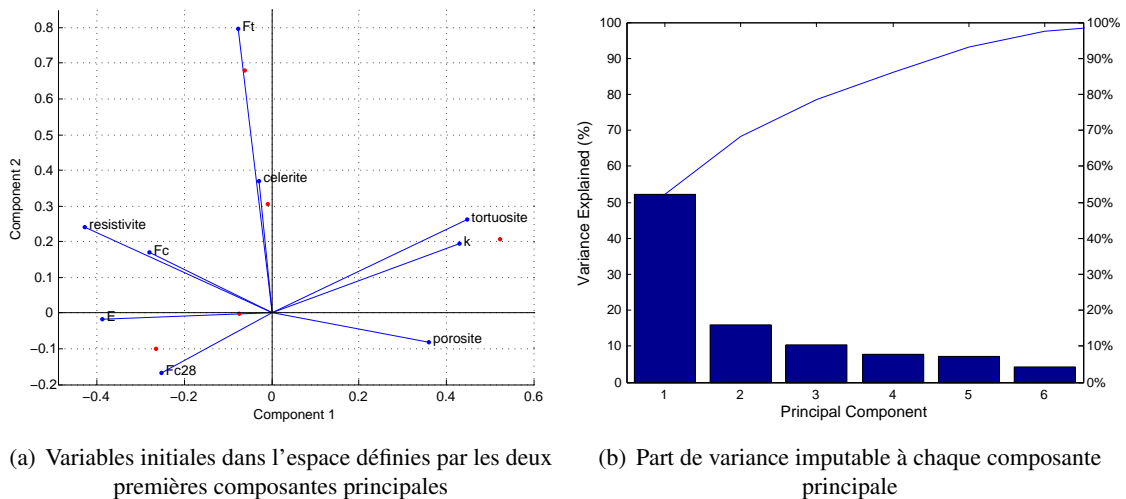


FIG. 1.25: Résultats de l'analyse en composantes principales sur toutes les éprouvettes du chantier A2-1

La première conclusion vient de l'observation de la FIG.1.25(a) dans laquelle on peut observer la position des variables initiales (module de Young, résistivité, porosité, etc.) dans le référentiel défini par les deux premières composantes principales du système, c'est-à-dire par les deux vecteurs propres du noyau de covariance correspondant aux modes aux plus fortes valeurs propres. Sur l'axe des abscisses (première composante principale), on constate que les variables initiales qui ont les plus importantes coordonnées sont, d'un côté la porosité, la tortuosité et le paramètre k_0 , c'est-à-dire les trois paramètres liés aux problèmes de diffusion, et d'autre part, avec une coordonnée de signe opposé, la résistivité électrique et le module de Young, et dans une moindre mesure, la résistance en compression. Toutes ces variables ont une coordonnées du même ordre de grandeur (aux alentours de 0,4). Cette observation met en évidence la corrélation qui existe entre les variations de tous ces paramètres, mais cette corrélation implique au moins 5 paramètres, ce qui la rend relativement peu exploitable. Notons que cette corrélation est tout-à-fait physique : les variables à coordonnées positives correspondent aux échantillons à cinétique de dégradation rapide, tandis que les coordonnées négatives renvoient à des échantillons "durables" (bon comportement

mécanique, forte résistivité électrique, *i.e.* bonne résistance aux problématiques de transport). La seconde composante principale met en évidence, seule, la résistance en compression, corrélée à aucune autre variable.

Notons toutefois que l'observation de la FIG.1.25(b) incite à ne considérer que les informations relatives à la première composante principale : cette figure montre quelle proportion de la variabilité du système correspond à chacune des composantes principales, c'est-à-dire à chacun des modes propres. Ce n'est ni plus ni moins qu'une comparaison relative des valeurs propres correspondantes. Et l'on observe que, autant la valeur propre du premier mode est significativement plus importante que les autres (plus 50% de la variabilité du système correspondent à cette composante), autant les composantes principales d'ordres supérieurs ne représentent pas une signification particulière quant à la variabilité des mesures.

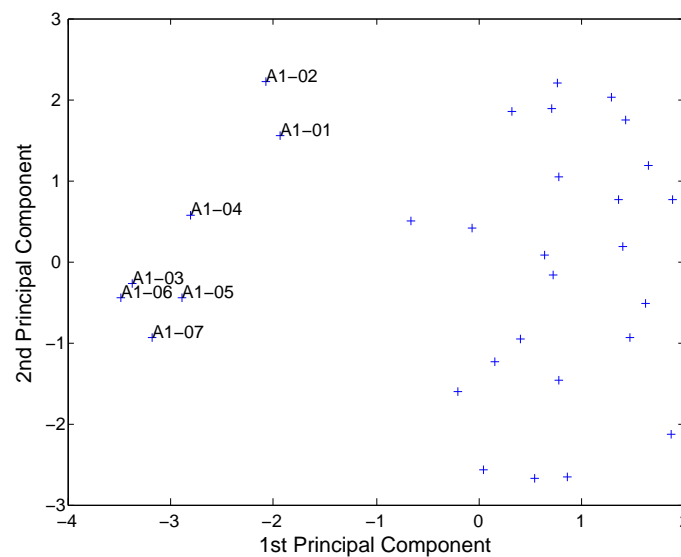


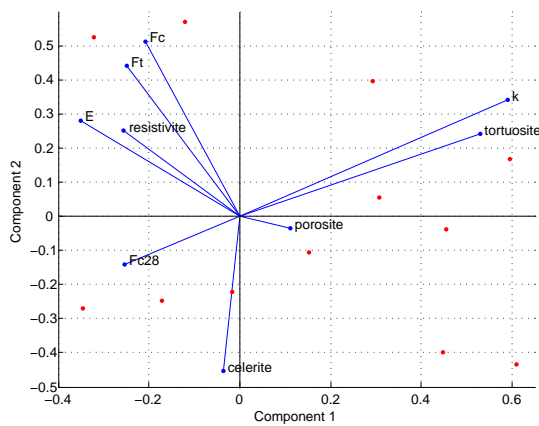
FIG. 1.26: Mise en évidence dans l'espace des composantes principales d'un groupe d'éprouvettes à durée de conservation différente (chantier A1)

L'une des applications pertinentes des ACP est illustrée dans la FIG.1.26, qui correspond à une ACP pratiquée sur les données du chantier A1. Dans l'espace défini par les composantes principales (là encore on considère dans un premier temps les deux premières composantes), il est possible de représenter les échantillons. On voit alors clairement apparaître un groupe d'échantillons distincts des autres éprouvettes, ce qui n'était pas apparu à l'observation simple des variables initiales (cf. §5.1) : il s'agit des premières éprouvettes de cette formulation. Il se trouve en effet que ces éprouvettes-là ont été testées après une année de conservation en solution saturée de chaux, tandis que cette période de cure a été plus longue pour le reste des échantillons (environ 18 mois, en raison de l'indisponibilité de la presse). La présence de cendre volante dans la formulation A1 peut expliquer cette incidence de la période de cure au-delà d'un an. Quoiqu'il en soit, l'ACP permet d'isoler un groupe d'individus aux caractéristiques différentes du reste de la population étudiée.

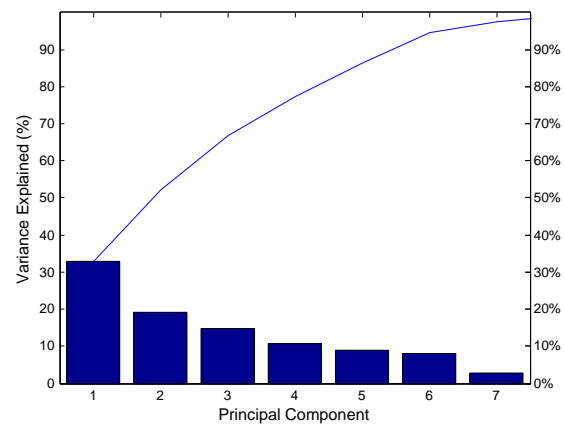
Pour conclure, on peut observer dans la FIG.1.27 les résultats des ACP pratiquées sur les données des chantiers A1 et A2-2. Leur interprétation est moins claire que dans le cas du chantier

A2-1. On retrouve (cf. FIG.1.27(a)) l'opposition entre des paramètres de diffusion (τ et k_0) d'un côté et les paramètres de performances mécaniques (E , F_c , F_t) et la résistivité de l'autre. Toutefois, l'observation des valeurs propres dans les deux cas considérés (cf. FIG.1.27(b) et 1.27(d)) montre que ces modes propres ont une signification modérée quant à la variabilité des systèmes considérés.

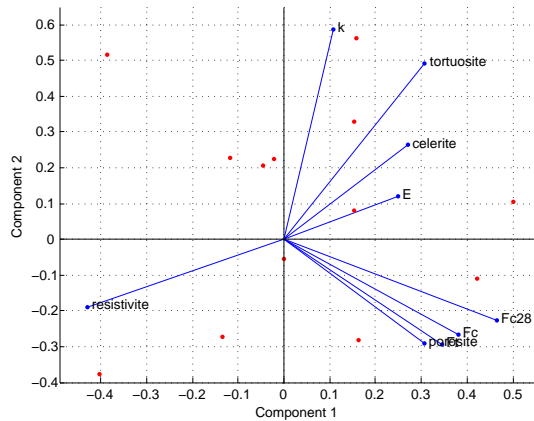
Il ressort principalement de ces ACP sur les données expérimentales du projet qu'aucune corrélation claire ne saurait être proposée entre les indicateurs étudiés, de même qu'aucun groupement de variables ne saurait être isolé des autres. Si cette conclusion est décevante d'un point de vue expérimental (et pratique), puisqu'il est de fait difficile de proposer le diagnostic de certains indicateurs du comportement, notamment vis-à-vis de la durabilité, à partir de mesures non destructives par exemple, cela corrobore en revanche l'hypothèse, simplificatrice pour les modélisateurs, que la variabilité de chaque paramètre est indépendante de celle des autres variables.



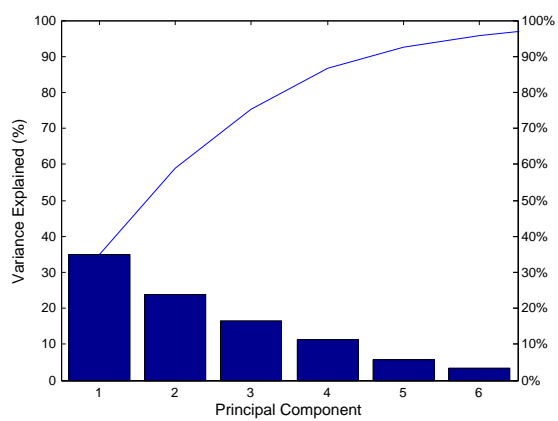
(a) Chantier A1 : variables initiales dans l'espace définies par les deux premières composantes principales



(b) Chantier A1 : part de variance imputable à chaque composante principale



(c) Chantier A2-2 : variables initiales dans l'espace définies par les deux premières composantes principales



(d) Chantier A2-2 : part de variance imputable à chaque composante principale

FIG. 1.27: Résultats de l'analyse en composantes principales sur les éprouvettes des chantiers A1 et A2-2

Chapitre 2

Lixiviation sous température variable : modélisation et analyse inverse

Dans ce chapitre sont présentées les bases théoriques sur lesquelles un modèle numérique a été développé pour la lixiviation des bétons sous température variable. Une description du phénomène physique est proposée dans un premier temps, avant de considérer sa transcription en équations puis l'application du schéma numérique des volumes finis à ces équations. Une étude paramétrique a permis de déterminer quels étaient les paramètres influents en terme de cinétique de dégradation, afin de focaliser sur ceux-là la démarche d'analyse inverse. Cette dernière repose sur l'utilisation de réseaux de neurones artificiels et sera explicitée, illustrée et justifiée dans ce chapitre.

Sommaire

1	La lixiviation des bétons	53
1.1	Influence du matériau et des paramètres extérieurs	53
1.2	Influence de la lixiviation sur les propriétés de transport	55
1.3	Modélisations de la lixiviation	56
2	Modèle physique et numérique de la lixiviation	57
2.1	Modélisation simplifiée : conservation de la masse de calcium	57
2.2	Le schéma numérique des volumes finis	58
2.3	Modélisation de la dépendance de la diffusivité à la porosité	61
2.4	De la pâte de ciment au béton : introduction de la tortuosité	61

2.5	Modélisation de la lixiviation accélérée	63
2.6	Validation du modèle	65
3	Étude d'influence des paramètres d'entrée du modèle	70
3.1	Recensement des paramètres du modèle	70
3.2	Étude paramétrique	71
3.3	Prédominance des paramètres de diffusion	75
3.4	Détermination des quantités d'intérêt	76
4	Lixiviation sous température variable	77
4.1	Solubilité des hydrates	78
4.2	Thermo-activation de la diffusion	79
4.3	Dilatation de la porosité	79
4.4	Validation des hypothèses : dégradations à températures constantes	79
5	Analyse inverse : identification de la tortuosité	80
5.1	Introduction aux réseaux de neurones	81
5.2	Prise en compte des variations de température	84
5.3	Apprentissage du réseau	86
5.4	Validation du processus d'identification	88
6	Synthèse	88

1 La lixiviation des bétons

L'objectif premier du modèle numérique développé dans cette thèse est de disposer d'un outil de simulation pertinent pour reproduire les essais de lixiviation accélérée présentés dans le CHAP.1, §3.3. De la synthèse bibliographique présentée dans le CHAP.1, §3.1, il ressort qu'il survient, au cours du processus de lixiviation, une dissolution successive des différents minéraux à base de calcium dans la pâte de ciment, à commencer par la portlandite qui est la première à se dissoudre ; viennent ensuite les monosulfoaluminates puis l'ettringite, tandis que les différents C-S-H se dissolvent progressivement. Dans tous les cas, on observe un front de dissolution raide de la portlandite, pris comme front de dégradation en lixiviation. C'est à partir de ce point que la porosité augmente significativement sous l'effet de la dégradation.

Avant de présenter les détails de la modélisation numérique proposée dans la thèse, complétons l'état de l'art sur la lixiviation, les phénomènes physiques et chimiques impliqués et les modélisations existantes.

1.1 Influence du matériau et des paramètres extérieurs

Comme on l'a évoqué au CHAP.1, §3.1.2, la diffusion des espèces est lente par rapport aux phénomènes de précipitation/dissolution, de sorte que l'on suppose que l'équilibre chimique local est atteint en tout point (Adenot 1992; Gérard 1996; Faucon 1997). Ainsi, la cinétique de la dégradation par lixiviation, correspondant à la vitesse de pénétration du front de dissolution de la portlandite, est régie par la cinétique des processus de diffusion, laquelle suit une loi en racine carrée du temps (dans le cas d'une dégradation unidirectionnelle en milieu semi-infini). Certains paramètres liés aux propriétés intrinsèques des matériaux influencent fortement la cinétique de dégradation. D'autres, liés aux protocoles expérimentaux et à l'évolution de la chimie des solutions lixiviantes, peuvent également faire varier ces cinétiques. L'influence de ces paramètres (intrinsèques ou externes) sur la dégradation est décrite ci-dessous.

1.1.1 Nature du ciment et ajouts minéraux

Les additions minérales (cendres volantes, laitiers de hauts fourneaux, fumées de silice, etc.) qui sont ajoutées aux ciments modifient les caractéristiques physico-chimiques de la pâte ; notamment, les pâtes réalisées à partir de ciments composés (CEM II, CEM III, CEM V) ou enrichies en fumée de silice contiennent moins de portlandite que les pâtes de ciment ordinaire CEM I. Tout d'abord, par simple effet de dilution, parce que le clinker contient moins de CaO et d'autre part en raison des réactions pouzzolaniques dues aux additions et qui consomment, par réactions secondaires, la portlandite. En outre, les C-S-H que produisent ces réactions pouzzolaniques ont des rapports C/S généralement plus faibles que les C-S-H provenant de l'hydratation directe du clinker (Duchesne et Bérubé 1995).

Un grand nombre d'études (Atkins *et al.* 1992; Duchesne et Readon 1999; Richardson 1999; Puertas *et al.* 2000) s'attache également à décrire la diminution du pH de la solution interstitielle due aux additions minérales. Ceci est en lien direct avec la consommation de la portlandite et le rapport C/S des C-S-H et des hydrates formés (Harris *et al.* 2002; Chen *et al.* 2004).

D'une manière générale, la diffusivité d'un matériau diminue avec les additions minérales, d'un ordre de grandeur entre un ciment CEM I et un ciment CEM V/A, que ce soit en considérant le coefficient de diffusion à l'eau tritiée (Richet 1992) ou les ions chlorures par exemple (Hassan

et al. 2000). Les propriétés de transfert dépendent des caractéristiques du réseau poreux : quantité de pores par rapport à la matrice solide, taille, tortuosité et connectivité des pores. Il semblerait que les additions minérales ne diminuent pas nécessairement la porosité totale mais augmentent la tortuosité de la porosité tout en réduisant la taille des pores et leur connectivité (Ramezani pour et Malhotra 1995; Delagrave *et al.* 1998), ce qui explique la diminution du coefficient de diffusion et donc le ralentissement du processus d'hydrolyse.

Mentionnons également les travaux de Codina (2007), montrant que les pâtes de liants à bas pH se dégradent en lixiviation avec une cinétique environ quatre fois inférieure à celle des pâtes de ciment Portland.

1.1.2 Influence des granulats

Dans un béton, les granulats sont entourés d'une auréole de transition où la porosité est plus importante que dans la pâte de ciment, facilitant donc les transports diffusifs puisqu'il s'agit d'une zone de porosité accrue interconnectée (Bentz et Garboczi 1995; Ollivier *et al.* 1995; Garboczi *et al.* 1995; Care 2003). Des études de dégradation ont montré que le front de dégradation progressait de façon transgranulaire et parallèlement au front d'attaque (Bourdette 1994; Badouix 2000), de sorte que l'on puisse considérer que les granulats sont relativement inertes et que les auréoles de transition ne constituent pas une zone de dégradation accélérée (sous réserve toutefois d'un choix pertinent de granulats, certains pouvant présenter des caractéristiques de dégradation bien plus rapide que la pâte de ciment). Bourdette (1994) a également montré que même des auréoles de transition interconnectées n'induisaient pas d'accélération de la pénétration du front de dégradation.

1.1.3 Rôle de la fissuration

Dans la mesure où la fissuration augmente la porosité du béton, et donc son coefficient de diffusion, elle favorise les processus de diffusion qui participent à la lixiviation. Des essais de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium ont été menés (Danèse 1997) sur des échantillons pré-fissurés. Il apparaît que l'épaisseur dégradée est moindre en fond de fissure que sur les bords de l'échantillon. L'accumulation de calcium dans l'espace restreint que représente la fissure engendre un ralentissement de la dégradation en fond de fissure. En effet la solution lixivante dans la fissure se charge rapidement en calcium et le pH augmente réduisant ainsi les gradients de concentration ce qui ralentit la dégradation. Il semble ainsi que la cinétique de dégradation sur les lèvres et au fond de la fissure est fortement gouvernée par l'ouverture des fissures (Gérard 1996; Tognazzi 1998; Torrenti *et al.* 1998; Torrenti *et al.* 1999; Mainguy *et al.* 2001). L'épaisseur dégradée y est proportionnelle à la racine quatrième du temps, sous condition que le phénomène principal de transfert reste la diffusion, de sorte que l'influence de la fissuration sur la lixiviation reste relativement limitée. En revanche, si la fissuration est traversante, elle constitue un raccourci non négligeable en terme de transport (Tognazzi 1998; Torrenti *et al.* 1999).

1.1.4 Protocole de dégradation

Comme évoqué précédemment, il existe plusieurs protocoles de dégradation. On distingue principalement les protocoles de dégradation à l'eau déminéralisée à pH contrôlé (Adenot 1992), les protocoles de dégradation accélérée par une solution de nitrate d'ammonium (Carde 1996; Tognazzi 1998; Le Bellégo 2001), les protocoles de dégradation accélérée sous champ électriques

(Gérard 1996) et enfin les protocoles de dégradation accélérée par élévation de température (Moudilou 2000; Le Bellégo 2001; Kamali 2003).

Les phénomènes mis en jeu lors de l'hydrolyse par nitrate d'ammonium sont proches de ceux de la dissolution en eau pure, de sorte que la cinétique de propagation du front de dégradation est également proportionnelle à la racine carrée du temps, mais jusqu'à 100 fois supérieure à ce que l'on observe en eau pure (Carde 1996). Plus la concentration de la solution agressive en nitrate d'ammonium est forte, plus la cinétique de dégradation est élevée (Schneider et Chen 1999), du moins jusqu'à un certain niveau de concentration où des phénomènes de cristallisation des nitrates viennent interférer avec la diffusion des espèces ioniques (Goncalves et Rodrigues 1991).

Vis-à-vis des protocoles de dégradation mis en place, l'un des paramètres les plus importants correspond au contrôle de la chimie de la solution lixiviante. Cette chimie est contrôlée par des renouvellements de la solution de lixiviation et par soit un maintien soit un suivi de son pH. L'impact de la variation de ces deux paramètres est renseigné ci-dessous.

Comme on l'a déjà mentionné précédemment, le moteur de la réaction de dégradation est la diffusion des ions de la solution interstitielle vers le milieu extérieur, et de ce fait, la cinétique de dégradation est régie notamment par le gradient de concentration qui peut exister entre les deux milieux. Il en résulte que la fréquence de renouvellement de la solution agressive, c'est-à-dire l'attention que l'on porte à maintenir à un niveau constant les concentrations des espèces ioniques en solution doit avoir une influence significative sur la cinétique de propagation du front de dégradation.

Un certain nombre d'études a été mené avec un protocole de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium similaire, sur des matériaux sensiblement analogues, mais avec des critères de renouvellement différents : renouvellement mensuel (Carde 1996; Schneider et Chen 1999), renouvellement par rapport à un seuil de pH entre 8,5 et 9,25 (Tognazzi 1998; Loosveldt 2002; Heukamp 2003) voire pas de renouvellement (Le Bellégo 2001). Il ressort de ces études que plus la concentration de la solution lixiviante est maintenue basse, plus le facteur d'accélération par rapport à une dégradation à l'eau pure est important. Précisons cependant que le protocole sans renouvellement de solution agressive (Le Bellégo 2001) prévoit tout de même un volume de solution suffisamment grand pour que la solution lixiviante induise une dilution suffisamment importante des ions provenant de la dégradation des matériaux et pour que la dégradation complète des éprouvettes puisse être effective sur la durée de l'expérimentation.

Le pH de la solution interstitielle du béton est conditionné soit par la concentration des alcalins, soit, en absence d'alcalin, par la solubilité de la portlandite. Il est de fait généralement très élevé (respectivement de l'ordre de 12,5 à 13,5). Lorsque le pH de la solution agressive est inférieur à cette valeur, un gradient de concentration en ions hydroxyles provoque le transfert de ceux-ci vers la solution agressive et donc vers le milieu extérieur. La diminution du pH qui en résulte dans la solution interstitielle est compensée par la dissolution de la matrice. Ainsi plus le pH du milieu extérieur est bas, plus la cinétique de dégradation sera importante (Delagrave 1996; Adenot *et al.* 1997).

1.2 Influence de la lixiviation sur les propriétés de transport

1.2.1 Porosité

De nombreuses études ont permis de quantifier précisément la modification de la porosité due à la décalcification de la pâte de ciment (Bajza et Rousekova 1990; Goncalves et Rodrigues

1991; Adenot 1992; Bourdette 1994; Carde 1996; Loosveldt 2002). La dissolution des cristaux de portlandite, dont la taille varie de quelques micromètres à plusieurs centaines, crée des pores suffisamment gros pour contribuer à l'augmentation de la porosité capillaire, tandis que l'hydrolyse des C-S-H n'a d'incidence que sur la nanoporosité des gels d'hydrates (Le Bellégo 2001; Ulm *et al.* 2003). Il semblerait en réalité que la décalcification n'affecte que la mésoporosité (Matte et Moranville 1999), entre la micro et la macroporosité. Comme l'hydrolyse de la portlandite et des C-S-H n'est pas simultanée, on observe une évolution de la porosité sur l'épaisseur dégradée, avec une zone plus exposée à la solution agressive et de fait fortement dégradée et très poreuse, et une zone plus protégée où les C-S-H à haut rapport C/S perdurent.

1.2.2 Diffusion

L'évolution de la porosité et son impact sur le coefficient de diffusion, dans la mesure où la décalcification augmente également la connectivité des pores, ont été quantifiés et modélisés (Bentz et Garboczi 1995; Delagrave 1996; Richet *et al.* 1997; Peycelon *et al.* 2001; Planel 2002; Kamali-Bernard *et al.* 2009). Pour une pâte de ciment CEM I avec un rapport E/C de 0,4, le coefficient de diffusion du matériau sain est de $3,7 \cdot 10^{-12}$ m²/s et monte à $3,0 \cdot 10^{-10}$ m²/s pour un matériau dégradé. Idem pour une pâte de ciment CEM V de même rapport E/C avec un coefficient de diffusion passant de $3,0 \cdot 10^{-13}$ à $8,3 \cdot 10^{-12}$ m²/s (Lovera 1999). En revanche, la présence de fumée de silice permet de diminuer la teneur en portlandite susceptible d'être lixiviée (par réaction pouzzolanique). Plus il y a de fumée de silice en remplacement d'une certaine quantité de ciment, plus la porosité capillaire créée par la lixiviation est faible, de sorte que la porosité créée dans les gels de C-S-H est de trop faible dimension pour former un réseau de percolation qui aurait une incidence significative sur le coefficient de diffusion.

1.3 Modélisations de la lixiviation

1.3.1 Approche géochimique

La lixiviation de la matrice cimentaire peut-être décrite intégralement par la propagation de plusieurs fronts de dissolution dans le matériau, correspondant aux divers composants minéraux de la pâte de ciment. Une première approche de modélisation consiste à prendre en compte la totalité des espèces chimiques présentes. Dans ce cas, les modèles répondant à cette approche suivent le même processus de raisonnement : il s'agit de décrire la diffusion des ions de la solution poreuse, l'équilibre entre les phases solides et liquides du matériau, et enfin les équations cinétiques de dissolution et de précipitation pouvant survenir dans le milieu. La difficulté réside souvent dans la détermination de toutes les données et dans la résolution du système d'équations finalement obtenu...

Adenot (1992) a développé et validé un modèle des processus physico-chimiques de la dégradation en eau pure en intégrant directement les équations d'équilibre dans les équations de transport (via les concentrations) et en résolvant le système d'équations non linéaires ainsi obtenu. Ce modèle, DIFFUZON, lui permet de décrire la dégradation du matériau comme une succession de zones limitées par une suite de fronts de dissolution et de précipitation, chaque zone étant de composition minéralogique constante. Ce modèle s'avère très efficace pour prévoir l'altération des différents hydrates et la pénétration du front de dégradation. Cela étant, il se limite au cas unidimensionnel, car la résolution numérique du problème se révèle extrêmement problématique

dès que l'on veut coupler les équations en plusieurs dimensions ou que l'on souhaite intégrer de nouveaux paramètres (pour une étude mécanique par exemple).

Les travaux de Planel (2002) s'inscrivent dans une démarche analogue pour modéliser la dégradation de la pâte de ciment en milieu sulfaté à l'aide du code HYTEC (utilisant le logiciel de géochimie-transport CHESS). Ce modèle permet de déterminer la position des fronts de dissolution/précipitation des différentes espèces chimiques initialement présentes dans le matériau.

Guillon (2004) a proposé une approche de transports réactifs pour prédire l'évolution des minéraux de la matrice cimentaire, par dissolution ou précipitation, et celle de la solution interstitielle. La microstructure du matériau, évoluant au cours des processus de transformations chimiques et de transport, est générée grâce au modèle CEMHYD3D développé par Bentz (1997) au NIST.

1.3.2 Approche simplifiée

Afin de faciliter les calculs et de permettre de prendre en compte dans les modèles certains couplages, les conditions aux limites du problème au cours du temps ou des simulations tridimensionnelles, des modélisations simplifiées ont été proposées (Buil *et al.* 1990; Gérard 1996; Carde 1996; Torrenti *et al.* 1998; Tognazzi 1998; Ulm *et al.* 1999; Mainguy *et al.* 2000; Nguyen 2005; Perlot 2005; Lacarrière *et al.* 2006), consistant à modéliser de façon simplifiée le phénomène de lixiviation en ne prenant en compte que la dissolution du calcium. En revanche, il est difficile de tenir compte avec de telles approches d'interactions chimiques avec les autres ions extérieurs, notamment les sulfates, les carbonates ou les chlorures, dans la mesure où ces ions, à l'instar des ions calcium, modifient l'équilibre liquide-solide du matériau.

2 Modèle physique et numérique de la lixiviation

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle simplifié, basé sur la conservation de la masse de calcium, que nous avons développé et implémenté dans un schéma numérique de volumes finis, pour la lixiviation des bétons.

2.1 Modélisation simplifiée : conservation de la masse de calcium

La modélisation simplifiée présentée ici s'attache à reproduire les résultats expérimentaux (Adenot 1992; Tognazzi 1998) en considérant que l'épaisseur dégradée en lixiviation correspond à la position du front de dissolution de la portlandite. Étant donné que la cinétique de dissolution est très rapide par rapport à celle du transport des espèces ioniques et notamment du calcium dans la solution interstitielle, on considèrera par la suite que la dissolution est instantanée par rapport à la diffusion. Sous cette hypothèse, on peut écrire simplement l'équation de la lixiviation (2.1), en faisant apparaître C_{Ca} et S_{Ca} , respectivement les concentrations en calcium en solution (exprimée en moles de calcium par m^3 de porosité) et solide (exprimée en moles de calcium par m^3 de béton). ϕ est la porosité, D_{Ca} le coefficient de diffusion du calcium dans la solution poreuse, et $\mu_{S \rightarrow L}^{Ca}$ est le terme source de l'équation de diffusion représentant le taux d'échange massique du calcium entre les phases solides et liquides. Cette équation, initialement proposée par Buil *et al.* (1992), est ni

plus ni moins que l'équation de conservation de la masse appliquée au calcium.

$$\begin{cases} \frac{\partial(C_{Ca}\phi)}{\partial t} = -div(-D_{Ca}(\phi)grad(C_{Ca})) + \mu_{S \rightarrow L}^{Ca} \\ \frac{\partial S_{Ca}}{\partial t} = -\mu_{S \rightarrow L}^{Ca} \end{cases} \quad (2.1)$$

La non-linéarité de l'équation (2.1) provient d'une part de la dépendance du coefficient de diffusion par rapport à la porosité, elle-même étant fonction de la concentration en calcium solide, et d'autre part de la relation elle-même non-linéaire qui existe entre les concentrations en calcium solide et liquide. La résolution numérique de cette équation a été mise en œuvre par les méthodes des différences finies (Moskowicz *et al.* 1996; Maisse *et al.* 1995) et des éléments finis (Celia *et al.* 1990). Des simulations aux éléments finis ont été menées en 2 et 3 dimensions, sur des structures en béton de grandes dimensions, de façon efficace, notamment par Lacarrière *et al.* (2006). Toutefois, dans notre cas, pour des simulations sur des structures de petites dimensions (dans la mesure où il s'agit de reproduire la dégradation d'éprouvettes cylindriques de 11 cm de diamètre), et où une estimation précise de la position du front de dégradation est requise, la méthode des volumes finis présente l'avantage d'être particulièrement adaptée aux équations de conservation de matière et de diffusion (elle est conservative), et d'être spécifiquement robuste (Eymard *et al.* 1998). C'est pourquoi nous avons retenu le schéma numérique des volumes finis pour cette étude, comme cela avait été proposé par Mainguy *et al.* (2000).

Précisons ici que, étant donné les valeurs des concentrations en espèces ioniques rencontrées dans la porosité de la pâte de ciment, il conviendrait de considérer non pas les concentrations des ions comme moteur des phénomènes diffusifs, mais davantage l'activité chimique. Toutefois, par souci de simplification, nous ferons l'hypothèse de négliger les interactions électrostatiques entre les ions, de sorte à considérer directement les concentrations dans la modélisation de la diffusion.

2.2 Le schéma numérique des volumes finis

2.2.1 Définitions et notations

τ est un maillage admissible de volumes finis du volume d'étude Ω si et seulement si :

1. τ est un ensemble d'ouverts disjoints de Ω tels que :

$$\bigcup_{K \in \tau} \bar{K} = \bar{\Omega} \quad (2.2)$$

2. Pour tout $(K, L) \in \tau^2$, $K \neq L$, $e_{K,L} = \bar{K} \cap \bar{L}$ est l'interface commune à K et L et appartient à un hyperplan de \mathbb{R}^N n'intersectant ni K ni L.
3. Pour tout $K \in \tau$, il existe $x_K \in K$ tel que pour tout $(K, L) \in \tau$:

$$\frac{x_L - x_K}{\|x_L - x_K\|} = \vec{n}_{K,L} \quad (2.3)$$

On note $m(K)$ la mesure du volume de contrôle K pour la mesure de Lebesgue sur \mathbb{R}^N , $m(e_{K,L})$ la mesure de l'interface entre deux volumes de contrôle voisins K et L¹. $\vec{n}_{K,L}$ est le vecteur unitaire

¹Dans le cas 2D, la mesure du volume de contrôle sera sa surface, et la mesure de l'interface sera la longueur de l'arête commune aux deux volumes contigus. Dans le cas 1D axisymétrique qui va être mis en œuvre ici dans un premier temps, on se ramènera de la même façon à la surface du volume considéré et à la longueur de l'interface.

normal à $e_{K,L}$ de K vers L. On note également $\varepsilon = \{(K,L) \in \tau^2, K \neq L, m(e_{K,L}) \neq 0\}$ l'ensemble des volumes de contrôle voisins. De sorte que pour un volume de contrôle K donné, on note l'ensemble de ses voisins : $N(K) = \{L \in \tau, (K,L) \in \varepsilon\}$. Enfin on introduit deux notations utiles (2.4).

$$d_{K,L} = \|x_L - x_K\| \quad \tau_{K,L} = \frac{m(e_{K,L})}{d_{K,L}} \quad (2.4)$$

2.2.2 Maillage admissible

On voit sur la FIG.2.1 un maillage de volumes finis admissible au sens où nous l'avons défini précédemment, et qui est celui que nous allons utiliser pour la modélisation de la lixiviation sur un cas unidimensionnel axisymétrique, comparable au type de dégradation étudié sur les éprouvettes décrites dans le CHAP.1, §3.3. Le centre de l'éprouvette se situe donc en r_0 coïncidant avec x_0 exceptionnellement pour le volume de contrôle central K_0 . Pour ce maillage, les valeurs des mesures des volumes et des interfaces, ainsi que les distances entre les centres des volumes, apparaissent dans l'équation (2.5).

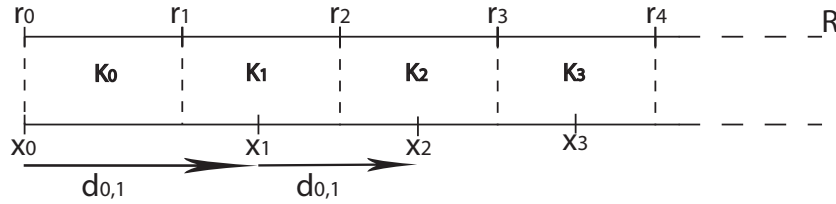


FIG. 2.1: Maillage admissible de volumes finis pour le cas 1D axisymétrique

$$\begin{cases} m(K_i) = \pi(r_{i+1}^2 - r_i^2) \\ m(e_{i,i+1}) = 2\pi r_{i+1} \\ d_{i,i+1} = x_{i+1} - x_i \end{cases} \quad (2.5)$$

2.2.3 Conditions aux limites et conditions initiales

Il ne reste plus qu'à définir les conditions aux limites et l'état initial de notre problème. Concernant les conditions initiales, il s'agit d'imposer les conditions aux deux extrémités du maillage unidimensionnel. En r_0 , ce qui correspond au centre de l'éprouvette, on impose un flux nul (correspondant aux conditions d'axisymétrie²). Sur la face de l'éprouvette exposée à la solution agressive, on impose une concentration en calcium liquide nulle.

En ce qui concerne les conditions initiales du problème, il s'agit simplement d'imposer les conditions de concentration en calcium liquide et solide correspondant à l'état du matériau sain (2.6).

$$S_{Ca} = 14700 \text{ mol/m}^3 \quad C_{Ca} = 22 \text{ mol/m}^3 \quad (2.6)$$

²Il est à préciser que ce maillage est facilement adaptable pour étudier non plus un cas axisymétrique mais un cas de diffusion unidimensionnelle sur une largeur d'ouvrage donnée sans prendre en compte les phénomènes diffusifs dans les directions orthogonales à celle de l'écoulement principal. Dans ce cas, tous les volumes de contrôle sont appelés à avoir la même mesure. La condition de flux nul correspondrait alors à un mur soumis à une solution agressive sur sa face extérieure, et isolé sur sa face intérieure, ou encore à une condition de symétrie.

2.2.4 Choix d'une variable de référence

Parmi les différentes variables qui apparaissent dans l'équation (2.1), il est nécessaire de choisir une unique variable de référence (grâce à laquelle les autres variables peuvent être calculées). On choisit de se ramener à la variable S_{Ca} , à savoir la concentration de calcium en phase solide. Ce choix se justifie par l'allure des lois apparaissant dans les FIG.1.8 et 2.2. On exprime alors la concentration massique de calcium en phase liquide C_{Ca} comme une fonction de S_{Ca} (cf. FIG.1.8, d'après Berner (1990) ; cf. également (Gérard *et al.* 1998; Ulm *et al.* 1999; Gérard *et al.* 2002)), de même que la porosité ϕ (cf. FIG.2.2, d'après Revertégat *et al.* (1992)).

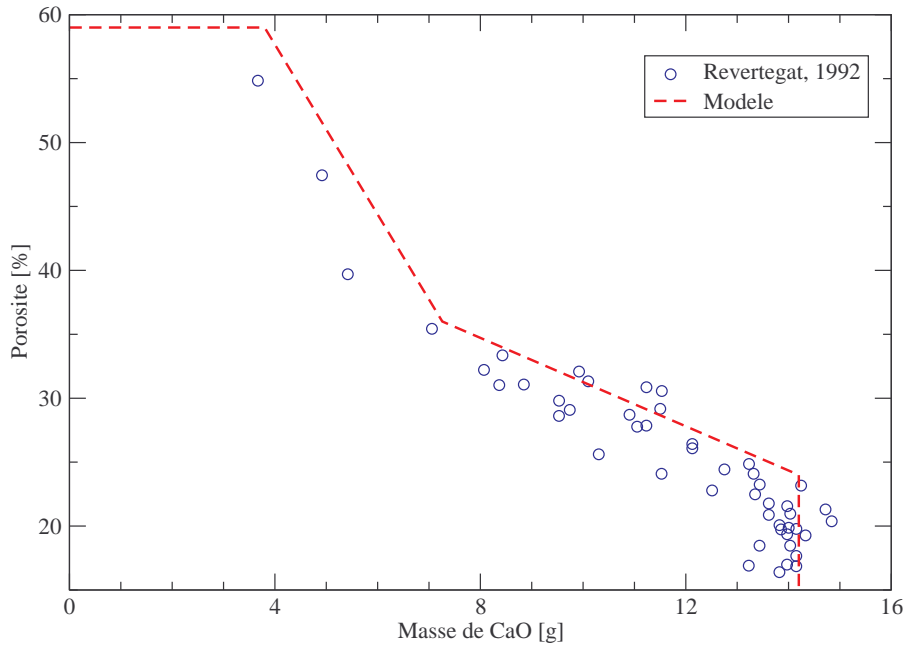


FIG. 2.2: Évolution de la porosité du matériau en fonction de la concentration massique de calcium (d'après Revertégat *et al.* 1992)

2.2.5 Schéma implicite appliqué à la lixiviation

Pour trouver les équations exploitables dans le cadre de la théorie des volumes finis, il faut intégrer l'équation de diffusion 2.1 sur un volume de contrôle K . On obtient alors l'équation (2.7) dans laquelle les indices font références aux volumes de contrôle, K étant le volume sur lequel on a intégré (2.1), l'indice $L \in N(K)$ renvoyant aux volumes de contrôle voisins de K . Les exposants correspondent aux pas de temps ; on voit que l'on a choisi d'utiliser un schéma implicite, ce que l'on retrouve également dans l'équation (2.8) où est explicité le coefficient de diffusion utilisé pour les termes d'échanges entre deux volumes de contrôle voisins et qui est pris comme étant la moyenne des coefficients de diffusion des volumes de contrôle considérés au pas de temps $n + 1$.

$$m(K) \frac{\phi(S_K^{n+1})C(S_K^{n+1}) - \phi(S_K^n)C(S_K^n)}{\Delta t} + m(K) \frac{S_K^{n+1} - S_K^n}{\Delta t} - \sum_{L \in N(K)} \tau_{K,L} D_{K,L}^{n+1} (C(S_L^{n+1}) - C(S_K^{n+1})) = 0 \quad (2.7)$$

$$D_{K,L}^{n+1} = \frac{1}{2} \left(D(\phi(S_K^{n+1})) + D(\phi(S_L^{n+1})) \right) \quad (2.8)$$

Pour la mise en œuvre numérique de ce schéma, il suffit de considérer l'équation (2.7) pour chacun des volumes de contrôle et d'écrire ces équations sous forme matricielle tel que cela apparaît dans les équations (2.9) et (2.10), la première indiquant la forme matricielle du problème, la seconde affichant la fonctionnelle considérée pour chaque volume de contrôle. Cette équation sera ensuite résolue grâce à la méthode de Newton-Raphson (convergence pour un résidu de 10^{-5}).

$$\mathbf{F}(\mathbf{S}^{n+1}) = \begin{bmatrix} F_1(S_1^{n+1}) \\ \vdots \\ F_K(S_K^{n+1}) \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.9)$$

$$F_K(S_K^{n+1}) = \frac{m(K)}{\Delta t} \left(\phi(S_K^{n+1})g(S_K^{n+1}) + S_K^{n+1} \right) - \tau_{K,J} D_{K,J}^{n+1} (C(S_J^{n+1}) - C(S_K^{n+1})) - \tau_{K,L} D_{K,L}^{n+1} (C(S_L^{n+1}) - C(S_K^{n+1})) - \frac{m(K)}{\Delta t} \left(\phi(S_K^n)g(S_K^n) + S_K^n \right) \quad (2.10)$$

2.3 Modélisation de la dépendance de la diffusivité à la porosité

On exprime le coefficient de diffusion du calcium dans le milieu poreux à partir de la porosité (Tognazzi 1998) suivant la loi apparaissant dans l'équation (2.11). On y introduit 2 paramètres, D_0 et k , que l'on prendra égaux respectivement à $2,35 \cdot 10^{-13}$ m²/s et 9,95. Ces valeurs ont été proposées par Tognazzi (1998) et Mainguy *et al.* (2000) pour reproduire les résultats expérimentaux de Adenot (1992) et Richet *et al.* (1997), comme on peut le voir sur la FIG.2.3. Précisons toutefois que les valeurs de ces paramètres ont été établies pour une pâte de ciment CEM I, et que ces paramètres dépendent de la nature du ciment utilisé. Notons également que ces résultats ont été validés sur des matériaux sains, c'est-à-dire non lixiviés, et que les variations de porosité étudiées résultaient de différents rapports E/C dans la formulation de ces pâtes. C'est donc une hypothèse fondamentale de cette étude que de supposer que le coefficient de diffusion suit la même évolution lorsque la porosité du matériau augmente au fur et à mesure que la décalcification se poursuit³.

$$D = D_0 e^{k\phi} \quad (2.11)$$

2.4 De la pâte de ciment au béton : introduction de la tortuosité

2.4.1 Quelques hypothèses...

Les équations présentées jusqu'ici sont valables pour la lixiviation d'une pâte de ciment, mais il faut formuler un certain nombre d'hypothèses supplémentaires pour appliquer ces équations aux bétons. Dans un premier temps, nous allons supposer que le processus de dissolution ne concerne

³Cette hypothèse semble raisonnable puisque, comme nous l'avons vu, la décalcification modifie en grande partie la porosité capillaire, et que le rapport E/C modifie également essentiellement ce même paramètre (Baroghel-Bouny 1994))

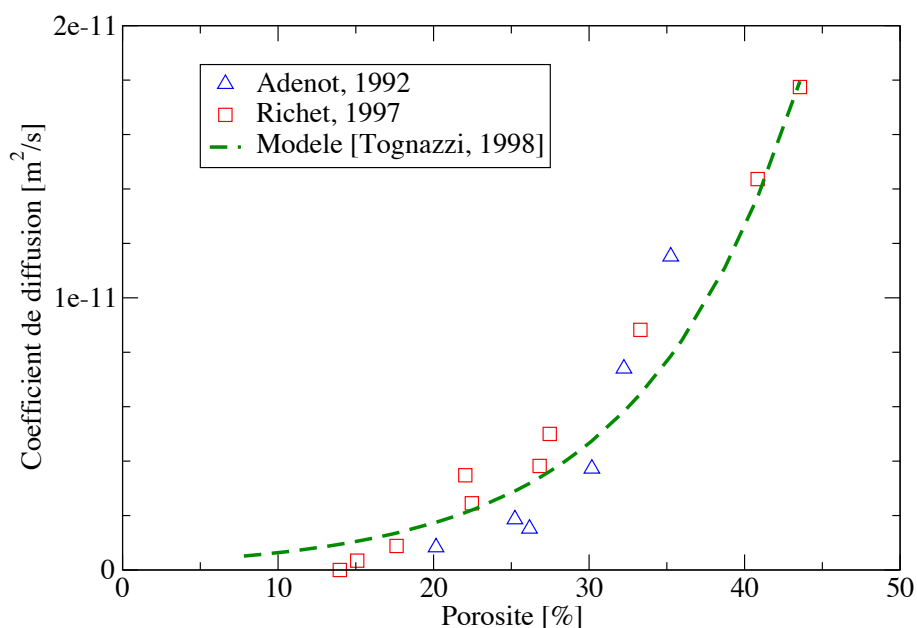


FIG. 2.3: Évolution du coefficient de diffusion avec la porosité d'un pâte de ciment saine

que les phases calcaïques de la pâte de ciment ; autrement dit, les granulats n'interviennent pas dans l'équilibre chimique local⁴.

Une autre hypothèse porte sur les granulats, dont la porosité sera supposée très faible devant celle de la pâte de ciment, de sorte qu'on considérera que le phénomène de diffusion n'aura lieu qu'à travers la porosité de la pâte de ciment.

La dernière hypothèse porte sur la prise en compte des effets contradictoires des granulats sur la diffusion dans le matériau. En effet, d'une part les granulats sont une zone où (par hypothèse) ne survient aucune diffusion, mais d'autre part ils introduisent une auréole de transition dans laquelle la porosité est plus élevée que dans la pâte de ciment simple et où par conséquent le phénomène de diffusion prend une ampleur plus importante (Bourdette 1994; Bentz et Garboczi 1995; Ollivier *et al.* 1995).

Il semblerait que pour des inclusions granulaires de petites dimensions (c'est-à-dire pour le sable, lorsque l'on considère du mortier plutôt que de la pâte de ciment), ces effets contraires des granulats puissent se compenser, d'autant plus que le volume des auréoles de transition reste relativement faible par rapport à celui de la pâte non altérée. En effet, il n'est pas observé de différences notables dans la cinétique de dégradation entre une pâte de ciment et un mortier réalisé avec une pâte de ciment dont le rapport E/C est le même (Tognazzi 1998; Nguyen *et al.* 2007). Cependant, cette considération n'est plus valable pour le béton, c'est-à-dire à partir du moment où l'on considère des inclusions granulaires de grandes dimensions (le gravier). Dans ce cas en effet, la distance que les espèces ioniques dans la solution interstitielle doivent parcourir pour atteindre une profondeur donnée dans le matériau est accrue du fait de la tortuosité induite par les gros granulats. Les différentes étapes pour passer de la modélisation de la diffusion dans la pâte de

⁴On peut voir d'ores-et-déjà la limite de validité de cette hypothèse dans la mesure où les granulats calcaires vont certainement contribuer au phénomène de lixiviation.

ciment à la diffusion dans le béton en passant par celle dans le mortier sont schématisées dans la FIG.2.4.

2.4.2 ... mises en équations

Si la notion de tortuosité est connue depuis longtemps (Bruggeman 1935; Archie 1942), nous retiendrons le modèle proposé par Nguyen *et al.* (2006) avec l'introduction d'un coefficient de tortuosité τ dans l'expression du coefficient de diffusion (2.12)⁵. Dans cette équation, $\tilde{\phi}$ est la porosité du béton, et ϕ est celle de la pâte de ciment. Le lien entre les deux est spécifié dans l'équation (2.13). Le paramètre $f_{p/m}$ est la fraction volumique de pâte de ciment par rapport au mortier, c'est un paramètre de formulation rendant compte de la quantité de sable dans la formulation du béton. Un autre paramètre de formulation est $f_{m/b}$ qui est la fraction volumique de mortier dans le béton, et qui rend compte de la teneur du béton en gros granulats.

$$D(\tilde{\phi}) = \tau f_{p/m} D_0 e^{k\tilde{\phi}} \quad (2.12)$$

$$\tilde{\phi} = f_{p/m} f_{m/b} \phi \quad (2.13)$$

Précisons enfin que la différence entre la pâte de ciment et le béton transparaît aussi dans l'état initial du matériau (2.14) et dans l'expression de l'équilibre chimique du calcium (2.15).

$$\tilde{S}_{Ca}^{ini} = f_{p/m} f_{m/b} S_{Ca}^{ini} \quad (2.14)$$

$$C_{Ca} = g(f_{p/m} f_{m/b} S_{Ca}) \quad (2.15)$$

Il convient ici de préciser que le coefficient de tortuosité tel que présenté ici est un paramètre macroscopique du modèle, qui représente l'influence des inclusions granulaires de grandes dimensions (type gravier) sur le phénomène macroscopique de diffusion dans le milieu par rapport à la diffusion dans le mortier. La tortuosité de la porosité de la pâte de ciment apparaît dans le coefficient D_0 utilisé pour modéliser le coefficient de diffusion macroscopique dans la pâte de ciment.

2.5 Modélisation de la lixiviation accélérée

L'un des objectifs pour le modèle développé ici est de simuler avec pertinence les essais de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium afin de pouvoir interpréter les cinétiques de dégradation mesurées. La campagne expérimentale et les éprouvettes servant de support à cette étude sont détaillées dans le CHAP.1, §3.3.

Il existe deux approches sensiblement équivalentes pour prendre en compte la présence du nitrate d'ammonium dans la modélisation simplifiée de la lixiviation telle que présentée ici.

⁵Physiquement, le coefficient de tortuosité peut être considéré comme l'inverse de la distance que doit parcourir réellement une espèce ionique pour traverser une longueur unitaire du milieu poreux. Ce coefficient de tortuosité apparaît comme une "boîte noire" par laquelle on modélise les effets de la présence des granulats sur le phénomène de diffusion. L'hypothèse des granulats ne participant pas à la lixiviation va se retrouver dans ce coefficient de tortuosité : la présence de granulats calcaires ralentissant la cinétique de dégradation va se traduire par un coefficient de tortuosité plus bas que celui qu'on aurait pu avoir pour des granulats en tout point identiques, à la différence de leur nature minéralogique (des granulats siliceux par exemple).

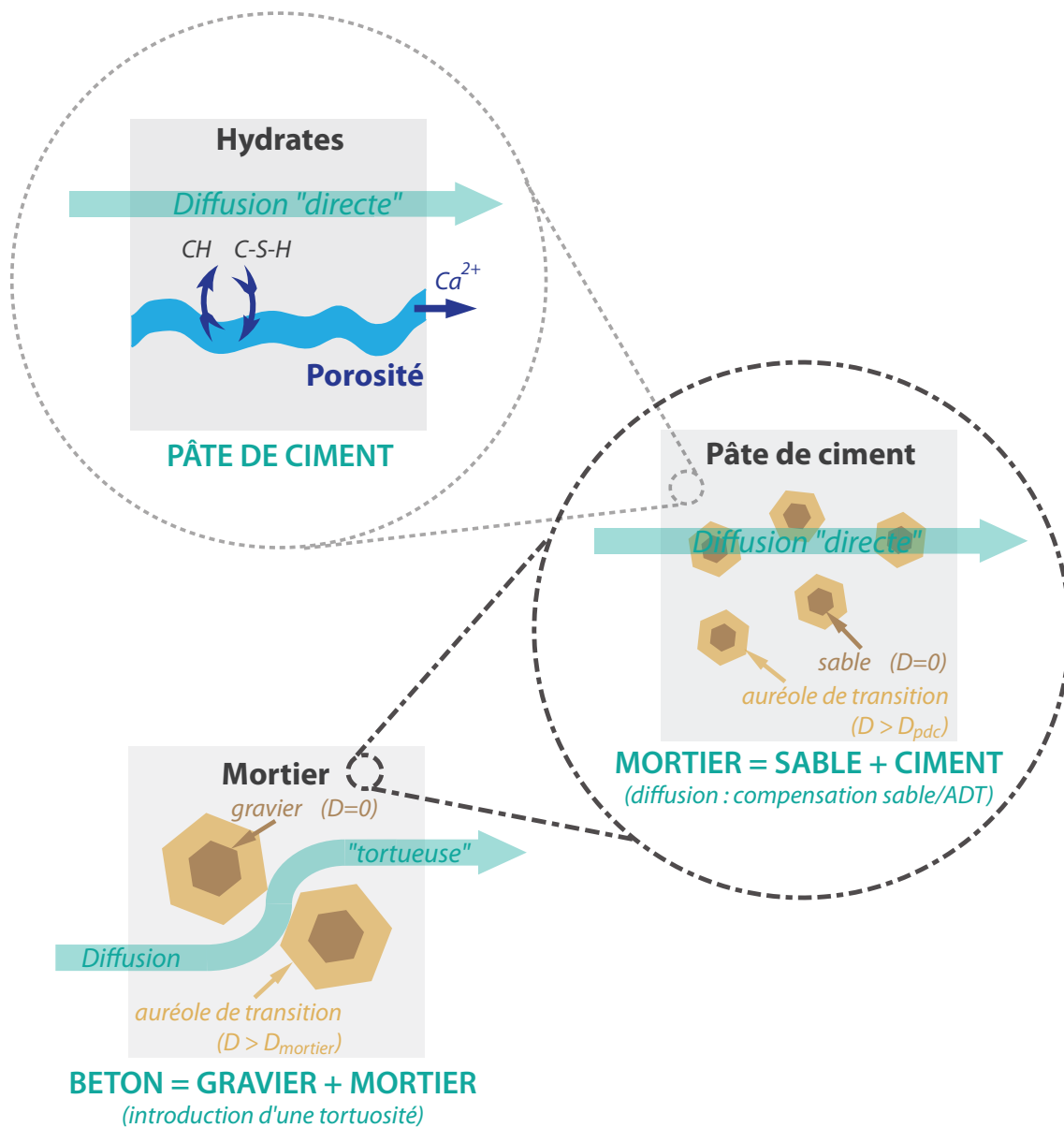


FIG. 2.4: Schéma de principe de la modélisation de la diffusion dans les pâtes de ciment, les mortiers et les bétons

La première approche (et la plus classique) consiste à modifier la concentration d'équilibre du calcium en solution dans la solution interstitielle afin de tenir compte du produit de solubilité de la portlandite en présence d'ions ammonium, de sorte que la concentration initiale en calcium passe de 22 mol/m^3 à 2730 mol/m^3 . Cette valeur est valable pour le nitrate d'ammonium 6-molaire. Sous les hypothèses d'un équilibre chimique local et d'un processus de diffusion relativement lent, on peut supposer que cette concentration d'équilibre de la portlandite est la valeur initiale de concentration en ion calcium dans tout le matériau. Il résulte de cette modification des conditions initiales du matériau une forte augmentation du gradient de concentration en calcium, et par là-même de la cinétique de dégradation.

La seconde approche a été proposée par Sellier (2006) et Lacarrière *et al.* (2006). Elle repose sur l'hypothèse d'une transformation homothétique des profils de concentration en calcium solide dans le matériau. Peu ou prou, cette hypothèse amène essentiellement à appliquer au coefficient de diffusion un coefficient amplificateur de 125 (pour un CEM I) : ce ratio est sensiblement le même que celui que l'autre méthode, présentée ci-dessus, applique à la concentration initiale. De fait, d'un point de vue physique, les deux approches sont analogues, la principale différence s'observant au niveau de l'implantation numérique. Il s'est avéré que la première méthode était dans notre cas légèrement plus stable, c'est pourquoi nous l'avons retenue pour la suite.

2.6 Validation du modèle

2.6.1 Simulations numériques vs. résultats expérimentaux

Pour valider les simulations numériques de la lixiviation que permettait le modèle décrit ci-dessus, nous avons utilisé des résultats expérimentaux issus de la littérature scientifique et pour lesquels nous disposons de suffisamment d'informations pour en identifier les paramètres matériau. La première validation est basée sur les résultats de Adenot (1992) pour la dégradation d'une pâte de ciment en eau pure. Il s'agit d'une éprouvette cylindrique de 50 mm de diamètre et 70 mm de hauteur, en pâte de ciment CEM I avec rapport E/C de 0,4. Pour deux échéances de dégradation (85 et 240 jours), on peut comparer les épaisseurs dégradées mesurées (1,44 mm et 2,0 mm) et celles simulées (1,4 mm et 2,2 mm).

La validation définitive des simulations de dégradation de pâtes de ciment et de mortiers au nitrate d'ammonium s'est faite par comparaison avec des résultats expérimentaux issus de la littérature : on peut comparer les dégradations simulées et celles observées par Tognazzi (1998) sur la FIG.2.5(a) ou par Nguyen (2005) sur la FIG.2.5(b).

La FIG.2.6 montre le profil de concentration en calcium dans l'éprouvette pour différentes échéances au cours de la dégradation au nitrate d'ammonium 6-molaire d'un échantillon cylindrique de pâte de ciment (à comparer aux essais de Tognazzi (1998)). Observons le front très raide entre 8085 et 14700 mol/m^3 de calcium qui correspond à la dissolution de la portlandite, et dont la position est ce que nous considérons comme étant l'épaisseur dégradée.

La FIG.2.7 permet de comparer les résultats expérimentaux obtenus par Nguyen *et al.* (2007) pour la dégradation d'un béton en nitrate d'ammonium 6-molaire. On voit sur la figure que deux schémas numériques ont été testés : l'un semi-implicite, l'autre complètement implicite. La seule différence entre les deux schémas est que pour le schéma semi-implicite, le coefficient de diffusion, et lui seul, est exprimé de façon explicite : autrement dit, au pas de temps n les équations font intervenir le coefficient de diffusion exprimé à cet instant $D(t_n)$ au lieu de son expression au pas de temps suivant $D(t_{n+1})$ comme c'est le cas dans le schéma implicite. Ce schéma semi-implicite

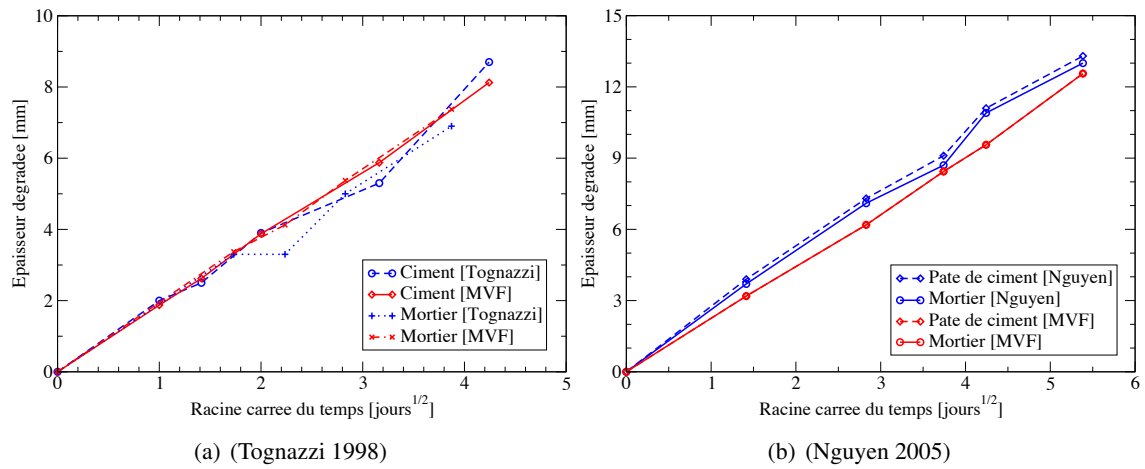


FIG. 2.5: Lixiviation d'une pâte de ciment et d'un mortier : comparaison entre des résultats expérimentaux et des simulations numériques avec la modélisation aux volumes finis (MVF)

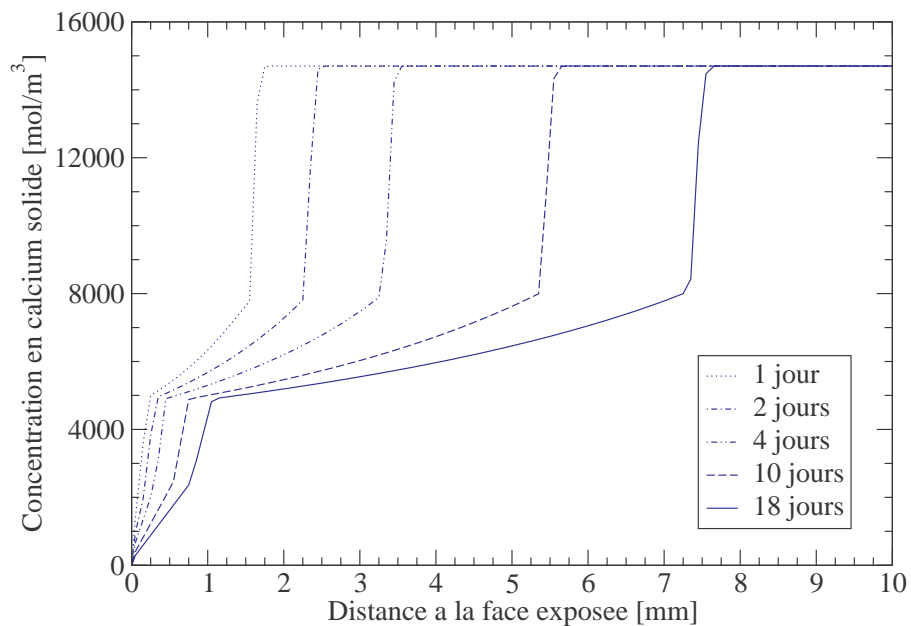


FIG. 2.6: Profils successifs de concentration en calcium solide dans le matériau au cours d'une dégradation au nitrate d'ammonium d'une éprouvette de pâte de ciment (données correspondant à la simulation des essais de Tognazzi 1998)

a été proposé par Mainguy *et al.* (2000). Il s'est révélé cependant que le gain de temps de calcul conséquent à l'adoption de ce schéma au détriment d'un schéma complètement implicite était extrêmement mince, pour un résultat de simulation légèrement moins pertinent, de sorte qu'il a été décidé de conserver le schéma totalement implicite.

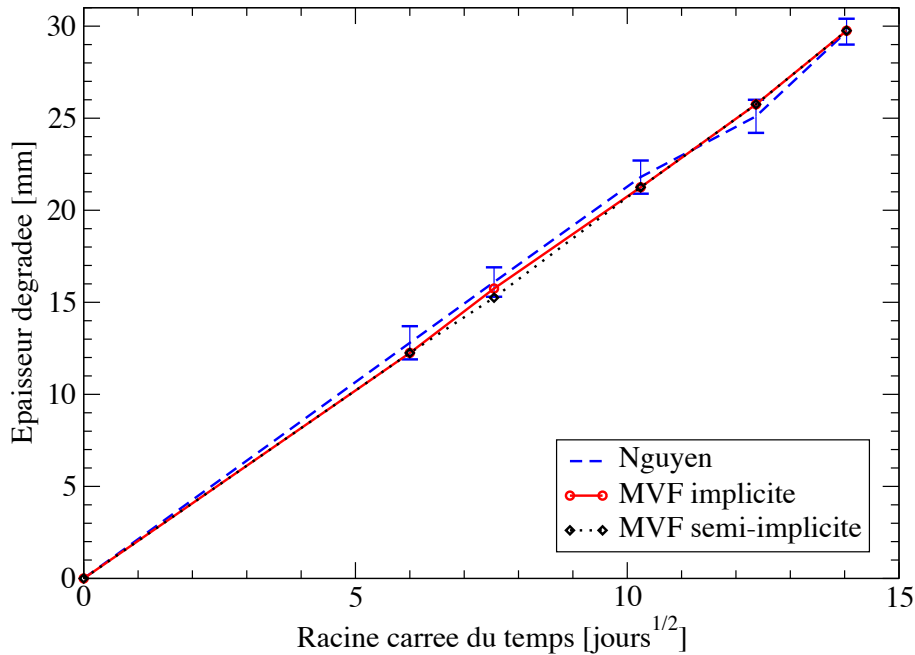


FIG. 2.7: Comparaison entre des résultats expérimentaux et des simulations numériques (schéma implicite et semi-implicite appliqué au modèle aux volumes finis – MVF) pour la dégradation d'un béton au nitrate d'ammonium

2.6.2 Influence de la finesse du maillage

La FIG.2.8 montre le profil de concentration en calcium à partir de la face exposée après 18 jours de dégradation, selon le nombre de volumes de contrôle utilisés pour la simulation (évidemment, plus il y a de volumes de contrôle, plus le maillage est fin et plus le calcul est long). Il s'agit de reproduire les essais de dégradation accélérée au nitrate d'ammonium 6-molaire sur une éprouvette de pâte de ciment cylindrique de 70 mm de diamètre qui sont présentés par Mainguy *et al.* (2000). On y voit que le gain dans l'estimation du profil de concentration en calcium entre 40 et 100 ou 200 volumes est très faible. Quand le nombre de volumes diminue, on observe que le profil de dégradation est moins précis, et notamment moins raide au niveau de la dissolution de la portlandite. Cependant, ce n'est pas le profil de dégradation à proprement parler qui nous intéresse, mais plutôt la position du front de dissolution de la portlandite, qui est ce que l'on peut mesurer effectivement au cours de la campagne expérimentale (cf. CHAP.1, §3.3). Et de ce point de vue, on voit que raffiner le maillage n'apporte pas d'amélioration significative. Un bémol à cette constatation toutefois : le programme de simulation par les volumes finis, pour évaluer la position du front de dégradation, détermine le premier volume à partir du centre de l'éprouvette où la concentration en calcium solide est inférieure à celle du matériau sain (la concentration

initiale). Le programme renvoie, comme position du front de dissolution de la portlandite, la coordonnée du barycentre du volume de contrôle correspondant⁶. De fait, plus le nombre de volumes est grand, plus ceux-là sont petits, et plus leurs barycentres sont rapprochés les uns des autres et conséquemment l'estimation de la position du front est plus fine. A titre informatif, un calcul avec 100 volumes de contrôle dure 25 fois plus longtemps qu'un calcul avec 40 volumes, et 125 fois pour un calcul avec 200 volumes.

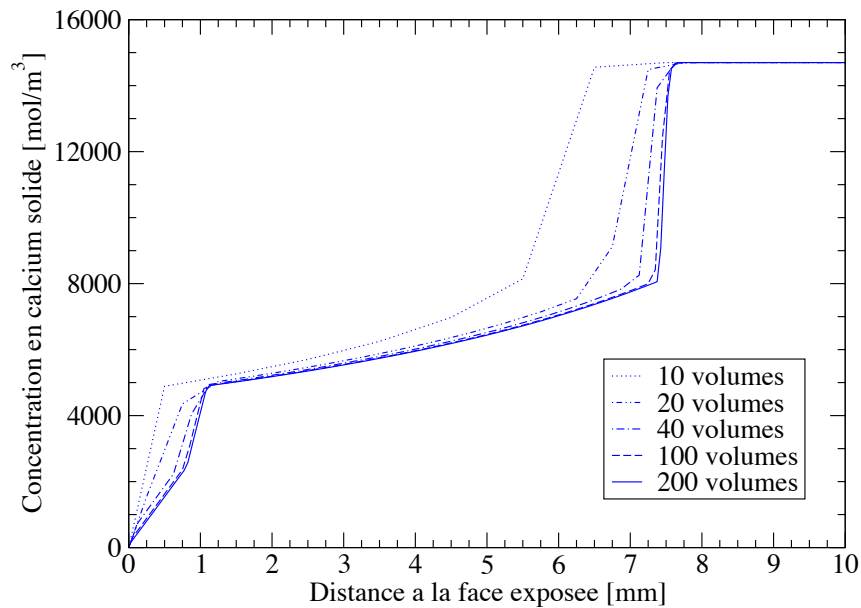


FIG. 2.8: Influence de la finesse du maillage sur la simulation du profil de concentration en calcium solide (dégradation d'une pâte de ciment au nitrate d'ammonium 6-molaire, après 18 jours d'exposition)

2.6.3 Dégradation à cœur

La dernière étape de validation a été de simuler une dégradation d'une éprouvette cylindrique de béton sur une période longue (547 jours), un essai correspondant ayant été réalisé par Nguyen *et al.* (2007). Les résultats apparaissent sur la FIG.2.9 où l'on voit apparaître les résultats expérimentaux et des résultats d'une simulation numérique sous hypothèse uniaxiale unidirectionnelle pour différentes valeurs de coefficient de tortuosité et une simulation plus réaliste sous hypothèse axisymétrique. Et l'on voit que la simulation axisymétrique ne garantit pas la linéarité de l'épaisseur dégradée avec la racine carrée du temps. Ce résultat, bien que légèrement surprenant dans la mesure où l'idée de cette linéarité est couramment répandue dans la littérature, est en réalité tout-à-fait conforme aux hypothèses de base de la modélisation (la démonstration en est apportée dans l'annexe A).

On observe en effet sur la FIG.2.9 que la simulation uniaxiale respecte la linéarité en racine carré du temps, quand la simulation sous hypothèse axisymétrique présente une inflexion marquée

⁶Autrement dit, il n'y a pas d'interpolation, linéaire ou autre, pour estimer la position exacte du front entre deux volumes voisins où le front a été repéré.

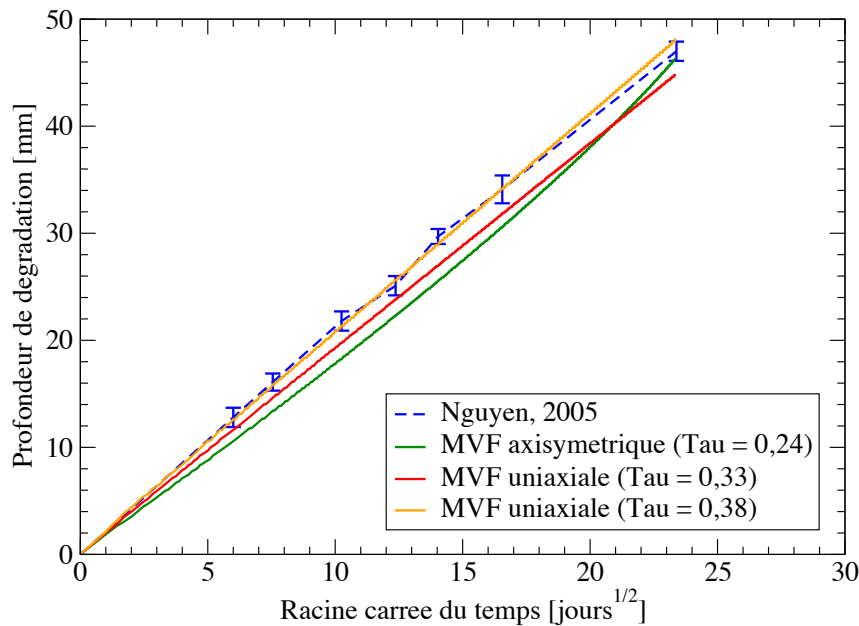


FIG. 2.9: Simulation numérique pour la dégradation à cœur d'une éprouvette de béton

aux abords du centre de l'éprouvette et une accélération de la dégradation. De sorte que pour une même durée nécessaire pour la dégradation à cœur de l'éprouvette cylindrique, la simulation axisymétrique nécessite une valeur de tortuosité sensiblement plus faible que celle utilisée pour une simulation uniaxiale. Précisons également que l'essai réalisé par Nguyen *et al.* (2007) ne semble pas montrer d'inflexion aux abords du centre de l'éprouvette (mais la dernière épaisseur dégradée mesurée est de 47 mm pour un rayon de l'éprouvette de 55 mm), raison pour laquelle les simulations uniaxiales présentées sur la FIG.2.9 ont été réalisées afin d'encadrer les mesures expérimentales.

2.6.4 Comparaison volumes finis vs. éléments finis

Pour conclure, il a été décidé de comparer les résultats des simulations obtenues avec ce modèle implanté dans le schéma numérique des volumes finis, et des simulations basées sur le même modèle, réalisées à l'aide d'un code de calcul aux éléments finis (Cast3m – cf. CEA), pour vérifier que les résultats des deux types de simulations étaient analogues pour des paramètres matériau identiques. Le résultat apparaît sur la FIG.2.10. Les résultats expérimentaux apparaissent sous la forme d'intervalle de confiance à 99% obtenus à partir des mesures sur une éprouvette à diverses échéances. Il ne s'agit pas ici de résultats expérimentaux issus de la littérature mais de mesures effectuées au cours de la thèse (cf. CHAP.1, §3.3). Le modèle volumes finis restitue, comme position du front de dégradation à chaque pas de temps, le barycentre du premier volume de contrôle à partir du centre de l'éprouvette pour lequel la concentration en calcium est inférieure à la concentration initiale dans le matériau. Un tel critère de détection du front est impossible à implanter dans le code éléments finis, en raison de la relative instabilité numérique de ce schéma qui provoque des oscillations du profil de concentration calculé autour de la valeur "réelle" de concentration dans la zone saine (particulièrement en début de calcul, lorsque la cinétique de dégradation

est la plus importante, comme cela apparaît dans la FIG.2.10). De fait, le critère de détection de la position du front a été ramené à 99% de la concentration initiale. Une autre simulation avec le schéma des volumes finis a été effectuée avec le même critère de détection du front (la différence de position entre les deux critères s'explique par la chute très brutale de concentration calcique correspondant à la dissolution de la portlandite). Il s'avère au final que les deux schémas numériques sont équivalents en terme de résultat, même si le schéma des volumes finis assure une plus grande stabilité numérique (c'est la raison pour laquelle il a été retenu).

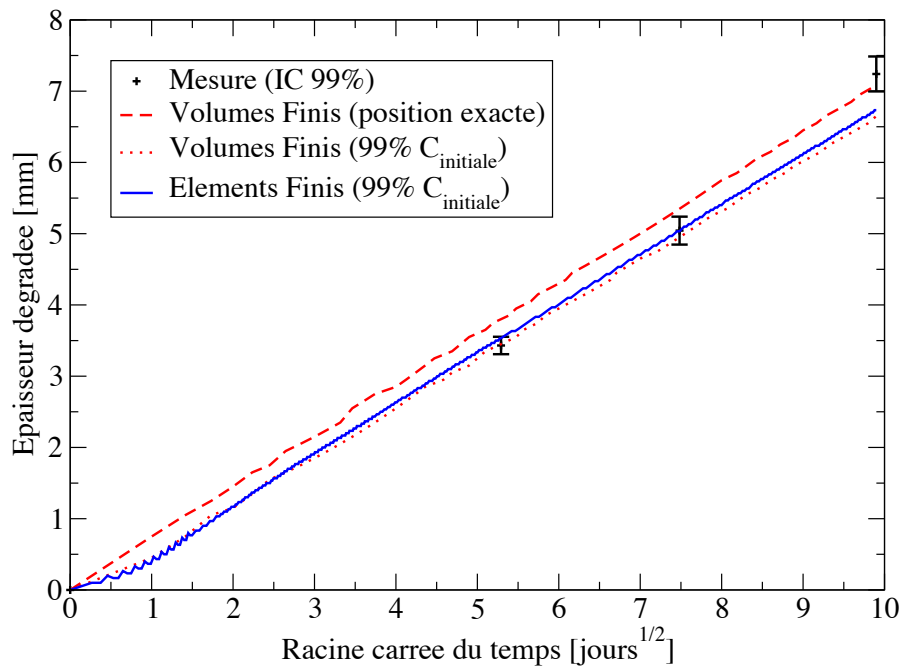


FIG. 2.10: Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations numériques pour les schémas des volumes finis et des éléments finis

3 Étude d'influence des paramètres d'entrée du modèle

3.1 Recensement des paramètres du modèle

La première étape est de recenser l'ensemble des paramètres d'entrée du modèle :

- le paramètre D_0 de la loi de diffusion,
- le coefficient k de la loi de diffusion,
- le coefficient de tortuosité τ ,
- la fraction volumique de pâte par rapport au mortier $f_{p/m}$,
- la fraction volumique de mortier par rapport au béton $f_{m/b}$,
- les valeurs seuils de concentration en calcium solide (l'équilibre chimique du calcium),
- les valeurs seuils de porosité (l'évolution de la porosité au fur et à mesure que la dissolution s'accroît).

Pour rappel, les trois premiers paramètres interviennent dans l'expression du coefficient de diffusion en fonction de la porosité (2.16). Les deux fractions volumiques sont des paramètres de formulation du béton, et les deux derniers paramètres représentent l'évolution de l'état chimique du matériau.

$$D(\phi) = \tau \cdot D_0 \cdot e^{k\phi} \quad (2.16)$$

Les paramètres de l'état chimique du matériau (équilibre du calcium liquide/solide et porosité) apparaissent à travers des rapports de transformations homothétiques appliqués aux courbes d'équilibre (cf. FIG.1.8 pour l'équilibre chimique du calcium entre ses phases solides et liquides et FIG.2.2 pour la porosité). Ces paramètres sont notés $X_{S_{Ca}}$ et X_{ϕ} et la FIG.2.11 illustre comment ces paramètres sont appliqués aux courbes d'équilibre initiales.

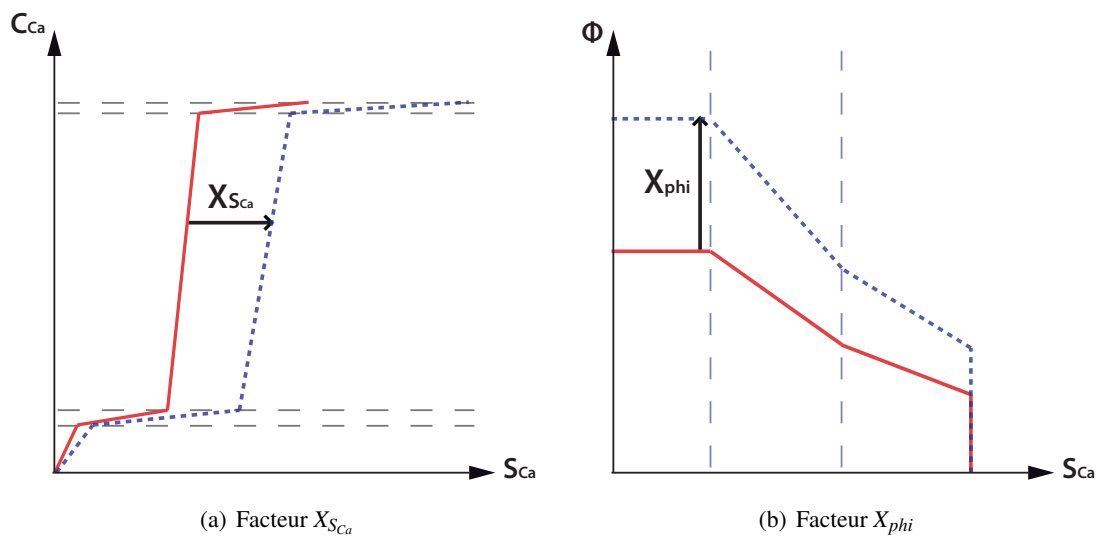


FIG. 2.11: Représentation schématique des facteurs $X_{S_{Ca}}$ et X_{ϕ} , appliqués à l'équilibre des phases calciques et à la porosité

Pour chacun de ces paramètres, il a été trouvé dans la littérature (Adenot 1992; Tognazzi 1998; Nguyen 2005) un intervalle de valeurs englobant largement celles des matériaux testés dans le cadre de la thèse.

3.2 Étude paramétrique

L'étude paramétrique à proprement parler consiste à quantifier l'influence relative de chacun des paramètres d'entrée du modèle sur les données de sortie, en l'occurrence la cinétique de dégradation.

3.2.1 Échantillonnage par hypercube latin

Le but de l'échantillonnage est de limiter le nombre de jeux de paramètres testés. Notons p le nombre de paramètres à tester (dans notre cas, $p = 7$) et n est le nombre de jeux de paramètres que l'on veut tester. L'échantillonnage par hypercube latin (McKay *et al.* 1979; Iman et Conover 1980)

consiste à diviser l'intervalle des valeurs pour chaque paramètre en n intervalles équiprobables (i.e. de taille égale dans le cas d'une répartition uniforme). Dans chacun des n intervalles de chacun des p paramètres, il n'y aura qu'un et un seul jeu de paramètres à avoir une valeur, de sorte que, à chacun des intervalles pour chaque paramètre, correspond un unique jeu de paramètres. Illustrons ce principe grâce à la FIG.2.12, pour un espace de 2 paramètres, X et Y, pour lesquels nous voulons 3 jeux de paramètres. Au départ, comme sur la FIG.2.12(a), nous découpons l'espace de sorte à avoir 3 intervalles (c'est-à-dire autant que de jeux de paramètres) sur chacun des axes. Il y a donc 9 (ie. 3^2 , ou encore n^p) sous-espaces, chacun représentant un jeu de paramètres possible, et nous devons en choisir 3 parmi ces 9. La FIG.2.12(b) montre comment l'on choisit, au hasard, le premier jeu de paramètres (le point "1" de la FIG.2.12(b)), et que ce choix condamne les sous-espaces correspondant, pour chaque paramètre, au même intervalle (ce sont les cases rouges de la FIG.2.12(b)). Parmi les cases restant blanches, c'est-à-dire les sous-espaces "inoccupés", on peut choisir (au hasard) un emplacement pour le second jeu de paramètres (le point "2" de la FIG.2.12(c)), ce qui, comme précédemment, condamne un certain nombre de sous-espaces (les cases vertes de la FIG.2.12(c)). On a déjà choisi 2 jeux de paramètres sur les trois, et pour le dernier il ne reste qu'un sous-espace "disponible" : le point "3" de la FIG.2.12(d) sanctionne ce dernier choix de jeu de paramètres.

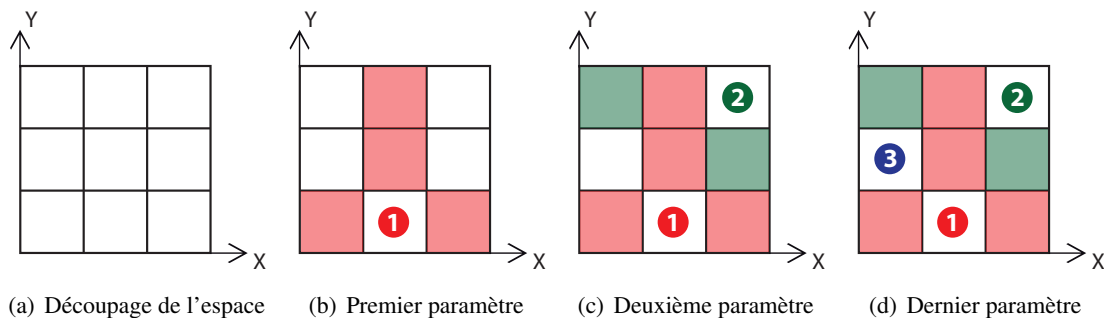


FIG. 2.12: Illustration de l'échantillonnage par hypercube latin en 2 dimensions pour 3 jeux de paramètres

3.2.2 Optimisation par algorithme du recuit simulé

Si le principe de l'hypercube latin donne l'idée générale de l'échantillonnage, rien n'indique en revanche que les jeux de paramètres retenus soient optimaux, au sens où rien ne garantit qu'ils soient répartis d'une façon à peu près homogène dans l'espace. Le risque dans ce cas est qu'une partie de l'espace soit "sur-représentée" par la gamme d'échantillons retenue par rapport au reste de l'espace.

Pour prévenir ce risque, la répartition des échantillons est optimisée grâce à l'algorithme du recuit simulé, initialement décrit par Kirkpatrick *et al.* (1983) et Cerny (1985). Il s'agit d'une variante de l'algorithme de Metropolis-Hastings (Metropolis *et al.* 1953). Décrivons brièvement les étapes de cet algorithme :

1. Une fonction calcule l'"énergie" du système, basée sur les distances entre les points les plus proches. Plus l'énergie d'un système est élevée (plus il existe des groupes de points

rapprochés), moins il est “performant”.

2. Un nouveau système est généré à partir du précédent. Pour cela, les points qui contribuaient le plus à l'énergie du système sont remplacés par d'autres, générés aléatoirement. L'énergie de ce nouveau système est calculée.
3. Si le nouveau système est meilleur que le précédent, il est accepté⁷. Sinon, il n'est pas nécessairement refusé : il s'agit ici d'éviter tant que possible les minima locaux d'énergie de systèmes. Pour savoir si ce système est accepté, on génère aléatoirement un seuil d'acceptation compris entre 0 et 1 ; puis on calcule une probabilité d'acceptation du système. Si cette probabilité est supérieure au seuil, le système est accepté. Sinon, on reste avec le système précédent. Cette probabilité d'acceptation est calculée en fonction de l'énergie du nouveau système, de celle du précédent, et d'un paramètre que nous appellerons la température. Plus l'énergie du nouveau système est supérieure à celle de l'ancien, plus la probabilité d'acceptation est faible. De même, plus la température diminue, plus la probabilité d'acceptation diminue également. Cette température diminue à chaque fois que les étapes de l'algorithme sont reprises (sur le modèle d'une exponentielle décroissante). L'idée est de faire en sorte que, au départ, il soit facile d'accepter un système moins performant, mais que ce soit de plus en plus difficile au fur et à mesure que les itérations passent.
4. On arrête les itérations de l'algorithme soit lorsque leur nombre est estimé suffisant, soit lorsque le système obtenu a une énergie suffisamment faible pour être considéré comme satisfaisant.

On peut observer sur la FIG.2.13(a) un exemple de système généré aléatoirement pour 2 paramètres et 50 points voulus. On voit notamment que certaines zones de l'espace défini par les deux paramètres ne sont pas couvertes par les points initiaux. La FIG.2.13(b) montre le même système après optimisation par l'algorithme du recuit simulé.

3.2.3 Coefficient de corrélation linéaire de Pearson

L'étude paramétrique consiste à calculer le coefficient de corrélation de Pearson⁸ entre chacun des paramètres d'entrée et les épaisseurs dégradées calculées à 28, 56, 98 et 210 jours. Pour mener cette étude paramétrique, on a testé 100 jeux de paramètres dans les intervalles retenus pour chacun des paramètres. Les cas extrêmes de ces intervalles ont également été testés. Les résultats ont été recensés dans la FIG.2.14. Les valeurs extrêmes pour chaque paramètre apparaissent dans la légende de la FIG.2.14.

La FIG.2.14 montre d'une part que l'influence relative des paramètres est constante au cours de la durée de la dégradation : il n'y a pas de paramètre qui serait plus important par exemple au début de la dégradation qu'à la fin. D'autre part, il apparaît que la porosité est le paramètre le plus influent sur la cinétique de la lixiviation, ce qui est relativement normal dans la mesure où c'est le paramètre qui intervient aussi bien dans le processus de diffusion que dans celui de dissolution des phases calciques. Viennent ensuite les paramètres de diffusion : D_0 , k et la tortuosité τ . Il apparaît pour conclure que les autres paramètres (formulation et équilibre chimique) ont une influence très faible sur la cinétique de dégradation. Là encore, ces résultats sont conformes avec l'hypothèse de l'équilibre chimique local, induisant que la cinétique de la dégradation est dirigée par celle de la

⁷Ce que l'on appelle “acceptation” du système, c'est le fait de prendre ce nouveau système comme état initial avant de reprendre les étapes de l'algorithme.

⁸Cf. CHAP.1, §5.1 pour la définition du coefficient de corrélation linéaire de Pearson.

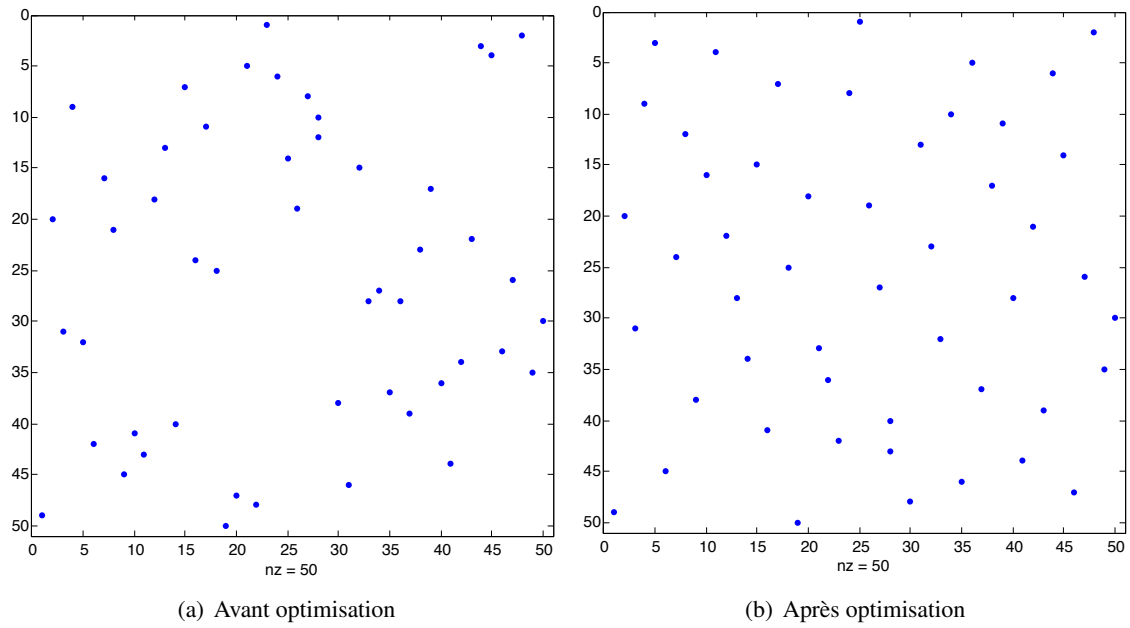


FIG. 2.13: Application de l'algorithme du recuit simulé en deux dimensions

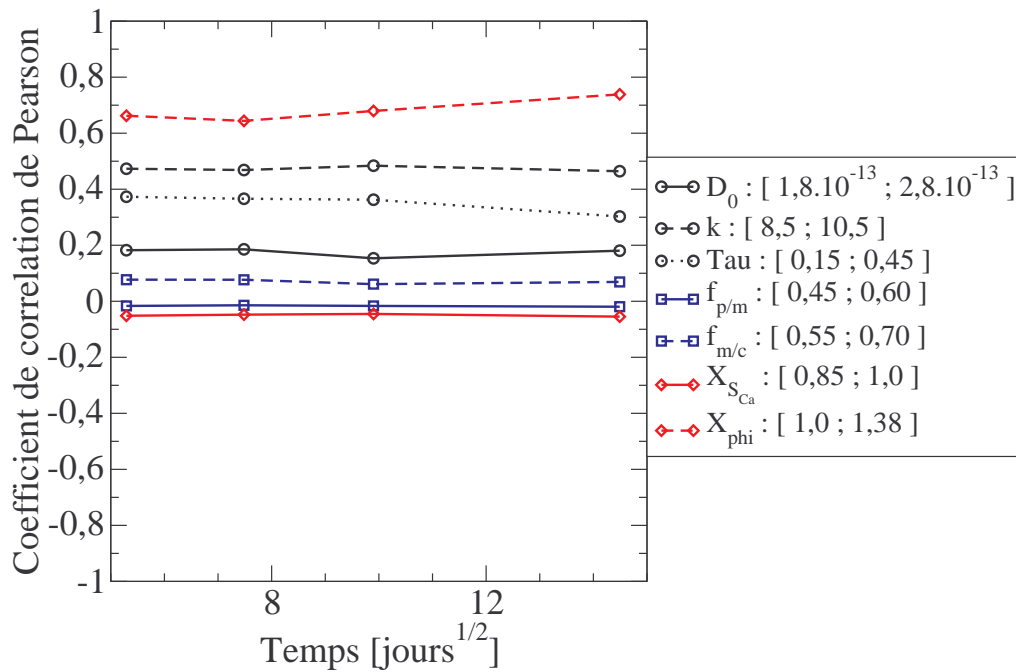


FIG. 2.14: Influence relative de tous les paramètres d'entrée du modèle de lixiviation

diffusion. Précisons pour conclure que, dans la mesure où ils apparaissent dans le modèle sous la forme du produit de l'un par l'autre, les paramètres τ et D_0 devraient avoir une influence identique quant à la cinétique de dégradation. La différence observée dans la FIG.2.14 découle de ce que l'intervalle de variation retenu pour τ est plus large que celui de D_0 .

3.3 Prédominance des paramètres de diffusion

3.3.1 Non-unicité des paramètres de diffusion

Mettons ici l'accent sur un des problèmes que l'on peut rencontrer en considérant les paramètres de la diffusion, illustré sur la FIG.2.15 : les paramètres ne sont pas indépendants les uns des autres, et il est possible, pour différents couples de paramètres, k et τ par exemple, d'obtenir la même cinétique de dégradation.

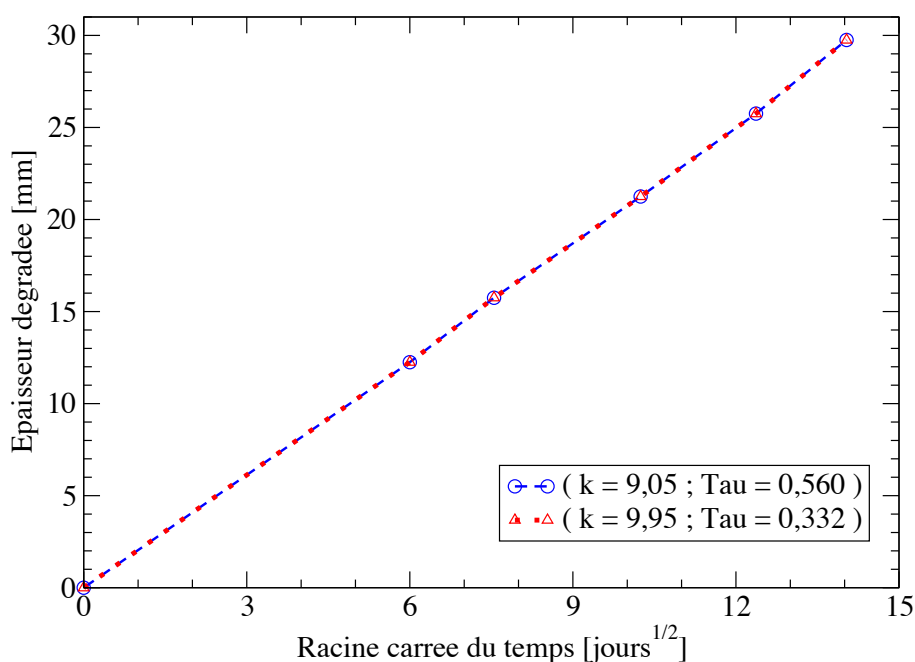


FIG. 2.15: Non-unicité des paramètres de diffusion : deux couples de paramètres pour une même cinétique de dégradation

D'autre part, les paramètres D_0 et τ ne sont pas non plus indépendants de façon évidente : ils apparaissent dans le modèle sous la forme du produit de l'un par l'autre. Une nouvelle étude a donc été menée en considérant une variabilité qui porterait directement sur le produit $\tau \cdot D_0$, afin de comparer son influence à celle du paramètre k et à celle de la porosité. Le résultat de cette étude apparaît dans la FIG.2.16. On y retrouve la prédominance de la porosité et une influence équivalente pour le produit $\tau \cdot D_0$ d'une part et k d'autre part.

Il ressort finalement de cette étude paramétrique que les paramètres les plus influents sur la cinétique de dégradation et donc ceux sur lesquels il semble opportun de porter notre attention dans le cadre de la démarche d'analyse inverse, sont la porosité et les trois paramètres de diffusion. Mais ces paramètres ne sont pas indépendants les uns des autres.

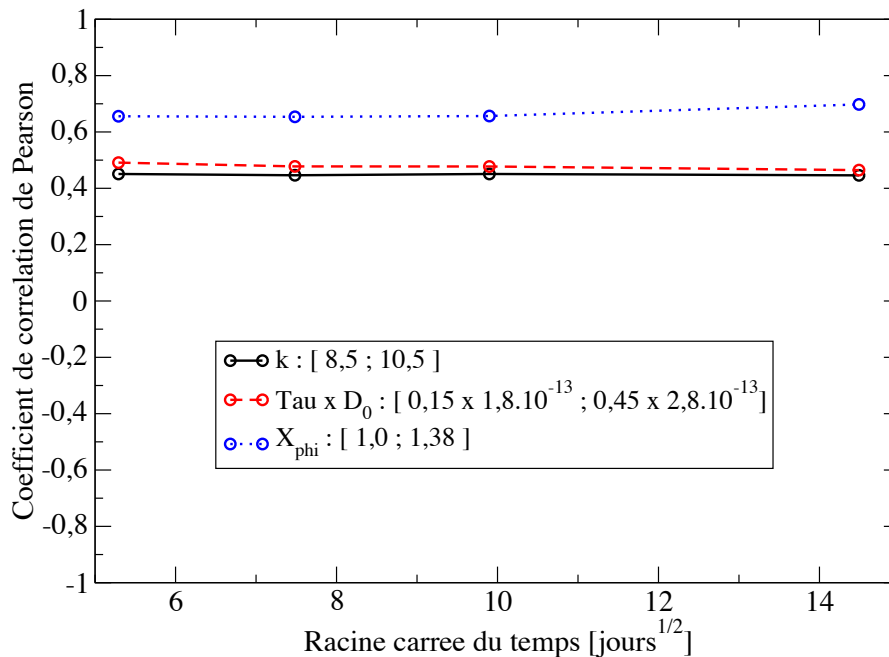


FIG. 2.16: Influence relative des paramètres de diffusion et de la porosité

3.3.2 Validation des paramètres par défaut pour la pâte de ciment

Des essais de lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium 6-molaire ont été réalisés au CEA par Pierre *et al.* (2009), dans les mêmes conditions expérimentales que les essais de lixiviation de la thèse, sur des échantillons de pâte de ciment, avec la même formulation et les mêmes matériaux que ceux du béton du premier chantier de la thèse (cf. CHAP.1). Une simulation a été lancée en prenant comme valeurs du coefficient de diffusion D_0 et de k celles proposées par défaut par Tognazzi (1998) pour une pâte de ciment saine⁹. La comparaison entre les mesures expérimentales et les résultats de cette simulation apparaît dans la FIG.2.17. La bonne concordance observée ici nous a amenés à conserver ces paramètres par défaut et à orienter nos recherches sur le coefficient de tortuosité.

3.4 Détermination des quantités d'intérêt

La principale conclusion de cette étude paramétrique sur le modèle développé pour la lixiviation est que les paramètres dont la variabilité a une importance conséquente sur celle de la cinétique de dégradation sont la porosité et le coefficient de diffusion. On a vu que la variabilité du coefficient de diffusion apparaîtrait à travers celle du coefficient de tortuosité.

Rappelons que l'un des objectifs du modèle développé est de simuler les essais de dégradation réalisés dans le cadre de la thèse (cf. CHAP.1, §3.3). Plus particulièrement, en ce qui concerne la problématique traitée dans ce chapitre, il se trouve que la porosité du matériau est mesurée, ainsi que la cinétique de dégradation en lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium 6-molaire.

⁹Dans la simulation de la lixiviation de la pâte de ciment, le coefficient de tortuosité n'intervient pas.

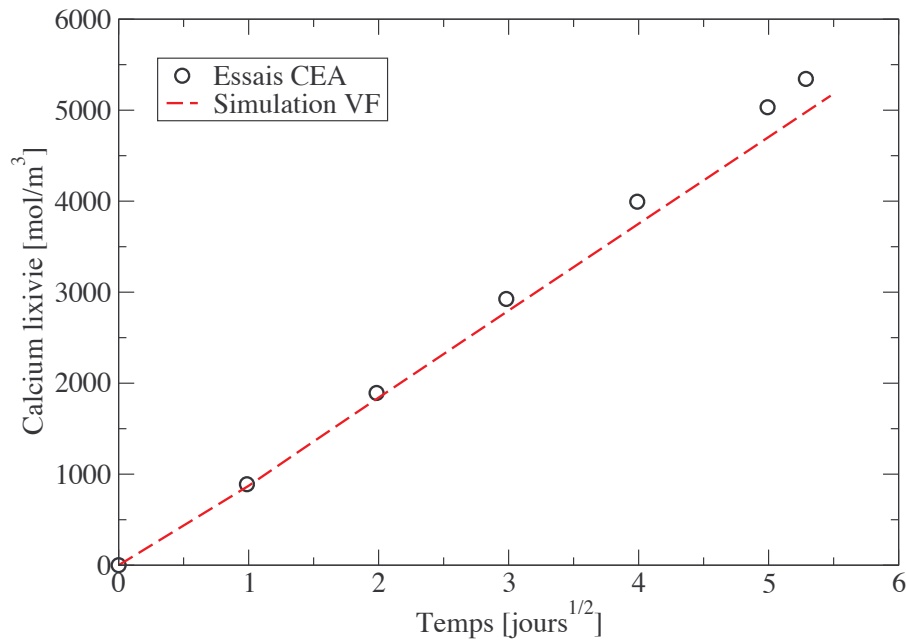


FIG. 2.17: Validation des paramètres par défaut de la diffusion dans une pâte de ciment saine (essais CEA)

En revanche, la tortuosité, dont nous avons convenu qu'elle serait un paramètre majeur pour la modélisation de la lixiviation, ne peut pas faire l'objet d'une mesure expérimentale directe. En conséquence de quoi nous nous proposons de développer un outil d'analyse inverse pour identifier le coefficient de tortuosité du matériau à partir des mesures de porosité et de dégradation accélérée.

Toutefois, pour que l'outil d'analyse inverse soit performant, il convient que le modèle sur lequel il repose soit à même de simuler avec pertinence les essais considérés. Il se trouve que le modèle de lixiviation présenté dans ce chapitre repose sur une hypothèse de dégradation isotherme, c'est-à-dire à température constante. Or, on peut comparer sur la FIG.2.18(a), pour une éprouvette, les valeurs observées d'épaisseurs dégradées avec une estimation de la dégradation sous hypothèse de dégradation isotherme. Un regard sur ces mesures d'épaisseurs dégradées montre une différence notable par rapport aux simulations que peut proposer le modèle : la dégradation n'est pas linéaire en \sqrt{t} . Cela est dû aux variations de température que subit l'éprouvette au cours de l'essai (la FIG.2.18(b) représente les variations de température subie par l'éprouvette dont l'évolution de l'épaisseur dégradée apparaît dans la FIG.2.18(a)). En effet, les écarts de température sur la durée de l'essai ne sont pas négligeables, ce qui nous amène à intégrer au modèle une prise en compte de la température.

4 Lixiviation sous température variable

Les études montrent que la cinétique d'altération par hydrolyse/décalcification d'un matériau cimentaire augmente fortement avec la température (Adenot *et al.* 1997; Torrenti *et al.* 1999; Moudilou 2000; Le Bellégo 2001; Kamali 2003). Il apparaît que :

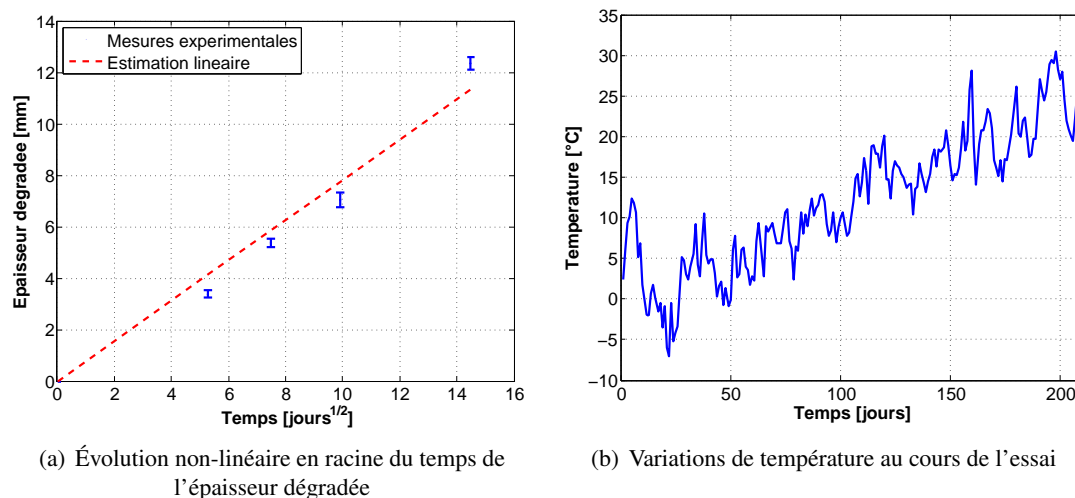


FIG. 2.18: Illustration de la nécessité de prendre en considération les variations de température au cours d'un essai de dégradation accélérée

- les phases majeures de matériaux cimentaires (portlandite, C-S-H) sont thermodynamiquement plus stables quand la température augmente (solubilité rétrograde) ;
- pour ces phases majeures, les modifications de solubilité liées à l'augmentation de la température ne remettent pas en cause, au cours de la dégradation, la stabilité des phases les unes par rapport aux autres ;
- pour les vitesses de dégradation, l'augmentation de la stabilité des phases minéralogiques comme la portlandite et les C-S-H ne contrebalance pas la forte augmentation des coefficients de diffusion qui, eux, suivent une loi d'Arrhenius.

Les épaisseurs dégradées sont donc plus importantes pour un essai sous température élevée que dans ceux réalisés à température ambiante. Par rapport à une dégradation à 25°C, pour une même durée d'essai sur une pâte de ciment CEM I, ces épaisseurs sont multipliées par 1,6 lorsque la température est de 50°C et par 2,6 lorsqu'elle est de 85°C (Peycelon *et al.* 2001). Les résultats expérimentaux et les modélisations associées ont montré que cette accélération due à l'augmentation des coefficients de diffusion était indépendante du type de matériau puisque les mêmes facteurs d'accélération ont été obtenus sur des matériaux à base de CEM I et de CEM V.

4.1 Solubilité des hydrates

La portlandite, qui est le premier des hydrates à se dissoudre et dont le front de dissolution très raide est pris pour estimer l'épaisseur dégradée, est d'autant plus stable que la température augmente. Ce phénomène de solubilité rétrograde a été observé de façon analogue par Dickson *et al.* (2004) pour les C-S-H. Une modélisation a été proposée par Gawin *et al.* (2009), à partir des résultats expérimentaux de Yokozeckia *et al.* (2004) et sur la proposition de Atkins et De Paula (2002), selon laquelle l'effet de la température sur l'équilibre entre les hydrates du ciment et la solution interstitielle pourrait être décrit par une loi d'Arrhenius comme n'importe quel autre processus thermoactivé. Il s'agit d'utiliser une équation globale (2.17) avec une énergie d'activation

apparente négative $E_A^C = -3.22$ kJ/mol (la négativité de cette énergie d'activation représente la solubilité rétrograde de la portlandite). La température de référence T_0 est 298,15 K. La concentration C_0 est la concentration d'équilibre pour l'hydrate considéré à cette température de référence.

$$C = C_0 \exp\left(-\frac{E_A^C}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \quad (2.17)$$

4.2 Thermo-activation de la diffusion

La thermoactivation du phénomène de diffusion est principalement due à l'évolution des propriétés de l'eau contenue dans la porosité du béton, et plus spécifiquement la diminution de la viscosité de l'eau lorsque la température augmente. Cette dépendance en température de la diffusivité des espèces ioniques dans l'eau peut être décrite par une loi de thermoactivation (2.18), comme cela a été proposé et validé expérimentalement par Peycelon *et al.* (2006), avec une valeur d'énergie d'activation E_A^D de 44 kJ/mol (valeur classique pour la diffusion des espèces ioniques dans l'eau pure). Cette valeur d'énergie d'activation est corroborée par plusieurs résultats expérimentaux (Fuhrmann *et al.* 1990; Goñi *et al.* 1995; Liang *et al.* 2003).

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_A^D}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \quad (2.18)$$

Les considérations précédemment exposées sur la thermoactivation de la diffusion ou celle des équilibres chimiques des phases calcaïques contenues dans la pâte de ciment sont bâties sur ces observations expérimentales en eau pure. Il sera supposé par la suite que les lois (2.17) et (2.18) sont toujours valables lorsque la solution agressive est du nitrate d'ammonium 6-molaire au lieu d'eau pure, et notamment que les valeurs d'énergie d'activation sont inchangées.

4.3 Dilatation de la porosité

Une augmentation de température entraîne, par effet de dilatation thermique, une légère augmentation de la porosité du béton, comme on le voit dans (2.19) avec une valeur du paramètre de dilatation thermique A de $1,7 \cdot 10^{-4}$ (Gawin *et al.* 1999).

$$\phi = \phi_0 + A(T - T_0) \quad (2.19)$$

Toutefois, pour l'intervalle de température balayé au cours des essais de dégradation accélérée, les effets de la dilatation de la porosité sont parfaitement négligeables par rapport à ceux de la solubilité rétrograde des hydrates et de la thermo-activation de la diffusion (de Larrard *et al.* 2010a).

4.4 Validation des hypothèses : dégradations à températures constantes

Il a été supposé une température constante dans le matériau à un instant donné, ce qui implique qu'il n'y a pas de gradient thermique qui puisse interférer avec le processus de lixiviation. Des modèles plus complexes, comme par exemple celui de Gawin *et al.* (2009), prennent en compte les gradients de température pour représenter l'effet Soret. Cette hypothèse est justifiée par la relativement faible amplitude des variations de température sur une journée (pas suffisantes pour induire un gradient de température significatif sur les faibles épaisseurs dégradées que nous sommes amenés à considérer dans nos tests), et parce que les variations de température de grande

amplitude interviennent sur plusieurs jours, ce qui est assez lent pour que le gradient thermique à un instant donné puisse être négligé.

Ce modèle de lixiviation sous température a été validé par comparaison entre des simulations numériques et des résultats expérimentaux obtenus pour des essais de lixiviation menés à différentes valeurs de température, maintenue constante au cours de l'essai. Ces essais ont été réalisés au CEA par Pierre *et al.* (2009). Une éprouvette de béton, de même provenance que celle étudiée dans le cadre de la thèse, a été séparée en 4 tronçons, chacun se retrouvant dégradé dans une solution de nitrate d'ammonium 6-molaire à une température constante mais différente pour chaque échantillon : 5, 15, 25 et 35°C. La FIG.2.19 montre les résultats de ces mesures ainsi que les simulations correspondantes, qui s'avèrent relativement concordantes. Les écarts-types qui apparaissent dans la FIG.2.19 sont issus de la mesure de l'épaisseur dégradée sur plusieurs rayons d'une éprouvette cylindrique.

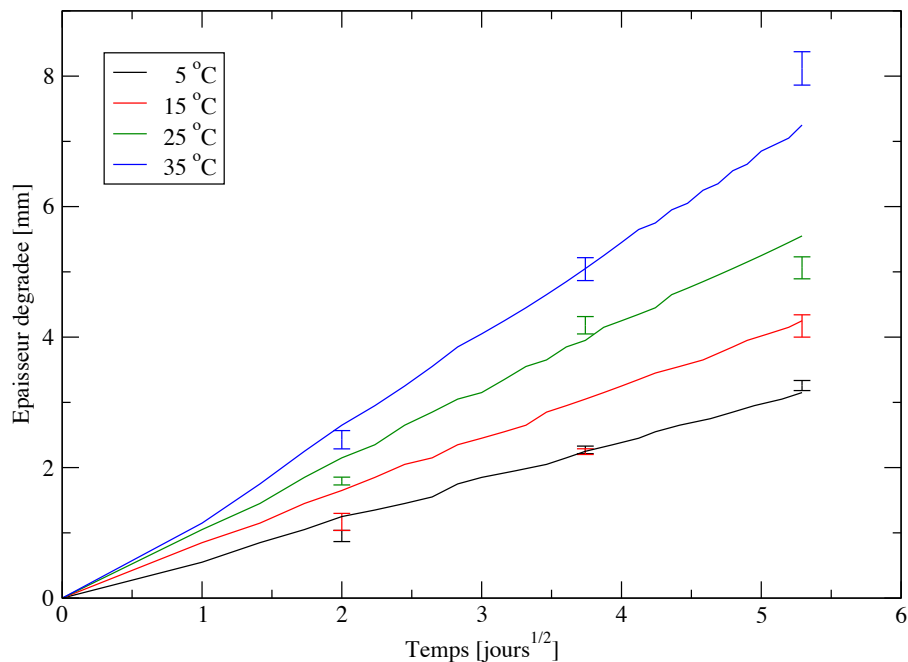


FIG. 2.19: Influence de la température sur la cinétique de dégradation (essais isothermes par Pierre et al. 2009)

5 Analyse inverse : identification de la tortuosité

À ce stade de l'étude, on a développé un modèle numérique pour la lixiviation sous température variable, et on dispose d'un certain nombre d'informations expérimentales (notamment les épaisseurs dégradées à différentes échéances, la porosité initiale du matériau et l'historique de température au cours de l'essai de lixiviation). Le lien entre les deux est le coefficient de tortuosité, indispensable pour réaliser une simulation numérique, mais non mesurable par des méthodes expérimentales directes. La FIG.2.20 représente de façon schématique le fonctionnement du modèle aux volumes finis, avec d'un côté les données d'entrée (porosité, température, tortuosité) et de

l'autre les données de sortie (cinétique de dégradation).

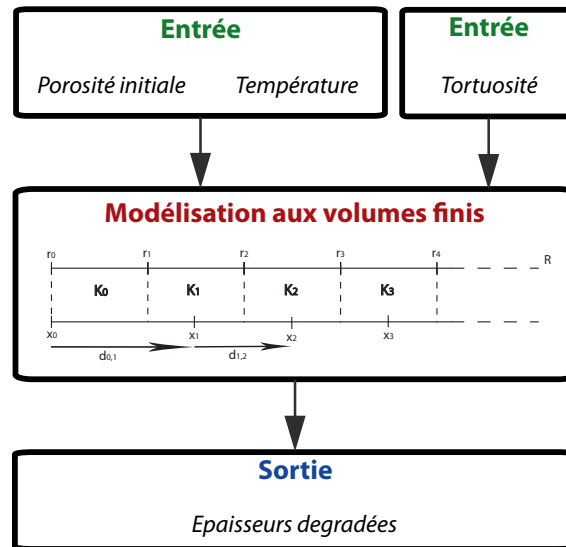


FIG. 2.20: Représentation schématique des données d'entrée et de sortie pour le modèle aux volumes finis

Le principe de l'analyse inverse est d'identifier, à partir de certains résultats expérimentaux, des paramètres du matériau que l'on ne peut pas mesurer directement (en l'occurrence le coefficient de tortuosité). De nombreuses méthodes d'analyse inverse existent ; nous avons choisi d'utiliser celle des réseaux de neurones artificiels (Hertz *et al.* 1991; Haykin 1998). Le réseau de neurones artificiels (RNA) peut être utilisé comme estimateur d'une fonction inconnue, et peut être entraîné, à partir de données observées, afin d'améliorer ses aptitudes d'estimation. Dans notre cas, la fonction inconnue sera le processus d'identification du coefficient de tortuosité à partir des valeurs mesurées de porosité et d'épaisseurs dégradées. Précisons que la caractéristique principale du réseau de neurones est d'être indépendant de la physique du système qu'il représente, et que son efficacité repose sur la qualité de l'entraînement auquel il est soumis, et donc des données utilisées pour cet apprentissage. Notons également que la raison pour laquelle cette méthode a été retenue pour l'identification du coefficient de tortuosité plutôt que des méthodes basées sur des algorithmes tels que Levenberg-Marquardt par exemple, c'est que le réseau de neurones ne nécessite pas de calculer des différentielles (celles de l'épaisseur dégradée par rapport aux diverses variables du problème).

5.1 Introduction aux réseaux de neurones

5.1.1 Définition et fonctionnement

Un neurone artificiel est un intégrateur qui effectue la somme pondérée de ses entrées, et soumet le résultat de cette somme à une fonction de transfert qui produit la sortie du neurone. Ce fonctionnement est illustré sur la FIG.2.21(a) (d'après Parizeau (2004)), où l'on note p_i les R entrées du neurone, w_i les poids de la somme pondérée et b le biais du neurone, encore appelé seuil d'activation. Si l'on note n la sortie de l'intégrateur, on a la formule (2.20). Ce résultat n

est le niveau d'activation du neurone. Si la somme pondérée $\sum_{i=1}^R w_i p_i$ est supérieure au seuil, l'argument de la fonction de transfert f est positif. Dans la plupart des cas, et dans les réseaux que nous utiliserons, la fonction de transfert sera une fonction seuil, telle que représentée sur la FIG.2.21(b) (Parizeau 2004).

$$n = \sum_{i=1}^R w_i p_i - b \quad (2.20)$$

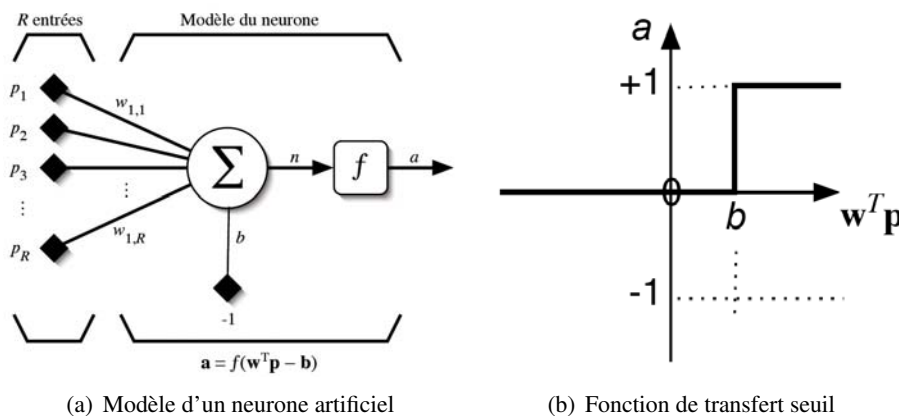


FIG. 2.21: Illustration du fonctionnement d'un neurone, d'après Parizeau (2004)

Un réseau de neurones artificiels (RNA) est un maillage de plusieurs neurones, organisé en couches. La FIG.2.22 (Parizeau 2004) représente une couche de S neurones : les neurones de la couche sont tous reliés à toutes les entrées de la couche, mais avec des poids différents pour chaque neurone. Pour construire un réseau, il suffit de combiner des couches de neurones, de sorte que les sorties des neurones d'une couche soient les entrées des neurones de la couche suivante.

La dernière couche du réseau est la "couche de sortie" et elle compte autant de neurones qu'il y a de données de sortie au réseau. Les couches précédentes sont appelées les "couches cachées". En utilisant deux couches (une cachée et une de sortie) on peut entraîner un réseau à approximer la plupart des fonctions. C'est ce type d'architecture que nous retiendrons pour la suite de l'étude.

5.1.2 Apprentissage

L'apprentissage, encore appelé entraînement du réseau de neurones, consiste à fixer les valeurs des poids et des biais du réseau afin que l'approximation de la relation entrée/sortie du réseau soit la plus proche possible de celle que l'on vise. Il s'agit d'un processus itératif permettant de modifier les paramètres du réseau à partir de stimuli qu'il reçoit de son environnement, par exemple des couples entrées/sorties connus.

La règle la plus couramment utilisée pour l'apprentissage des réseaux est celle de la correction d'erreur. On peut l'utiliser lorsqu'on dispose de suffisamment d'informations, en l'occurrence des jeux de données entrée/sortie complets, que l'on connaît *a priori*. Ainsi, à un instant t donné de l'apprentissage, on peut calculer une sortie $a(t)$ du réseau à un stimulus d'entrée p et évaluer l'erreur commise par le réseau (2.21) en comparant cette sortie $a(t)$ avec la valeur visée d que l'on

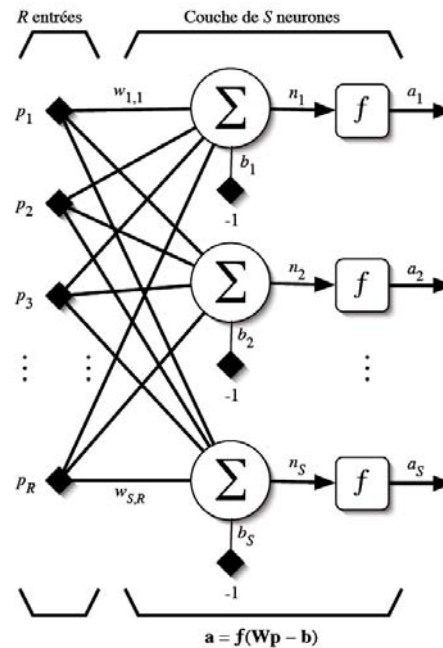


FIG. 2.22: Couche de S neurones, d'après Parizeau (2004)

sait correspondre au paramètre d'entrée p .

$$e(t) = d - a(t) \quad (2.21)$$

Ainsi, l'apprentissage par correction d'erreur consiste à minimiser un indice de performance basé sur les signaux d'erreurs pour chaque neurone (par exemple la somme des erreurs quadratiques $\sum_{i=1}^S e_i^2(t)$) dans le but de faire converger les sorties du réseau vers les valeurs qu'on souhaite atteindre.

Il existe plusieurs critères pour arrêter l'apprentissage. Le premier est tout simplement un nombre maximal de périodes d'entraînement, c'est-à-dire de passage dans l'algorithme d'apprentissage. Un deuxième critère porte sur l'erreur commise par le réseau : l'apprentissage s'arrête dès que l'erreur est suffisamment faible. Mais ces deux critères ne sont pas suffisants pour garantir que le réseau soit capable de "généraliser" sur d'autres valeurs de paramètres d'entrée. En effet, l'apprentissage se fait sur un certain nombre de jeux de données entrée/sortie, sur lesquels l'erreur est mesurée. Or si ces données sont correctement représentatives du processus physique décrit par le réseau, et que l'algorithme a convergé sur un minimum global de l'erreur, on peut espérer que le réseau sera performant sur d'autres données issues du même processus physique. Mais si les données utilisées pour l'apprentissage ne sont pas bonnes, rien ne prouve, même en ayant minimisé l'erreur, que le réseau sera capable de généraliser. Par exemple sur la FIG.2.23 (Parizeau 2004), on voit en pointillés la droite représentative de la fonction que l'on veut estimer avec le réseau, et les points noirs sont les données utilisées pour l'apprentissage du réseau. La courbe en trait plein montre ce qu'un réseau pourrait apprendre à partir de ces points : l'erreur sur le jeu de données d'apprentissage est faible, mais si l'on teste le réseau sur une autre valeur, l'erreur sera significative. Dans ce cas, on parle de "sur-apprentissage" du réseau : l'annulation de l'erreur a amené le réseau à construire une fonction d'approximation "trop complexe".

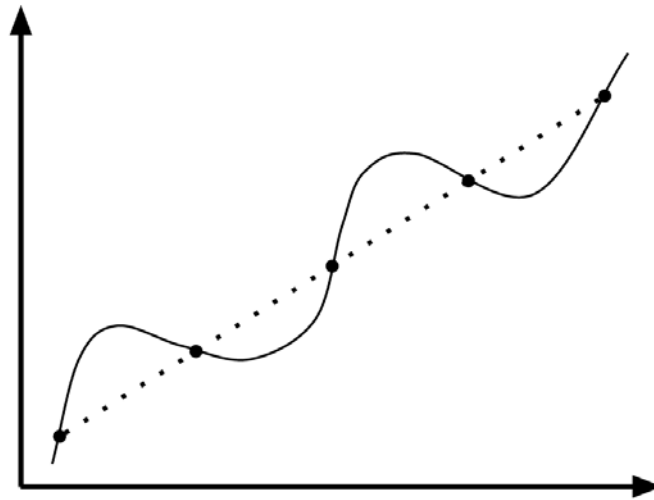


FIG. 2.23: Illustration du phénomène de sur-apprentissage pour un cas simple d'approximation de fonction, d'après Parizeau (2004)

La solution à ce problème est de procéder à une “validation croisée” consistant à utiliser deux ensembles indépendants de données pour entraîner le réseau : l'un pour l'apprentissage à proprement parler, l'autre pour la validation, c'est-à-dire le calcul d'un indice de performance (d'une erreur sur ce second jeu de données). Le critère d'arrêt consiste à arrêter l'apprentissage lorsque l'indice de performance sur les données de validation cesse de s'améliorer pendant plusieurs périodes d'entraînement. La FIG.2.24 (Parizeau 2004) montre un exemple de validation croisée : la courbe en pointillés montre l'erreur sur le jeu d'apprentissage, la courbe pleine montre celle sur le jeu de validation. Il existe un moment où l'erreur continue de diminuer sur le jeu d'apprentissage, mais augmente sur celui de validation : il faut alors cesser l'entraînement.

Le réseau que nous utiliserons est un réseau de neurones avec une couche cachée et une couche de sortie, où les neurones sont totalement connectés, et où l'information se propage uniquement de l'entrée vers la sortie du réseau.

5.2 Prise en compte des variations de température

Le premier problème avec les réseaux de neurones est qu'ils sont totalement indépendants de la physique du problème qu'ils traitent. De fait, ils sont dépendants des données qu'on leur donne à traiter et surtout de la façon dont ces données sont apprêtées.

En particulier, dans le cas qui nous concerne, les données d'entrée du problème, et donc du réseau, sont la porosité, les mesures d'épaisseurs dégradées et l'historique des variations de température enregistrées au cours de l'essai correspondant. Concrètement, la porosité est un scalaire, les épaisseurs dégradées sont 4 scalaires (les mesures après 28, 56, 98 et 210 jours d'essai), mais la température, c'est 24 valeurs par jour pendant les 210 jours que dure l'essai ! En conséquence, on comprend bien que si les données étaient présentées telles quelles au réseau, d'une part cela amènerait à considérer un réseau avec un très grand nombre de neurones, ce qui est difficilement gérable en terme d'apprentissage et de maîtrise de l'erreur, et d'autre part le poids

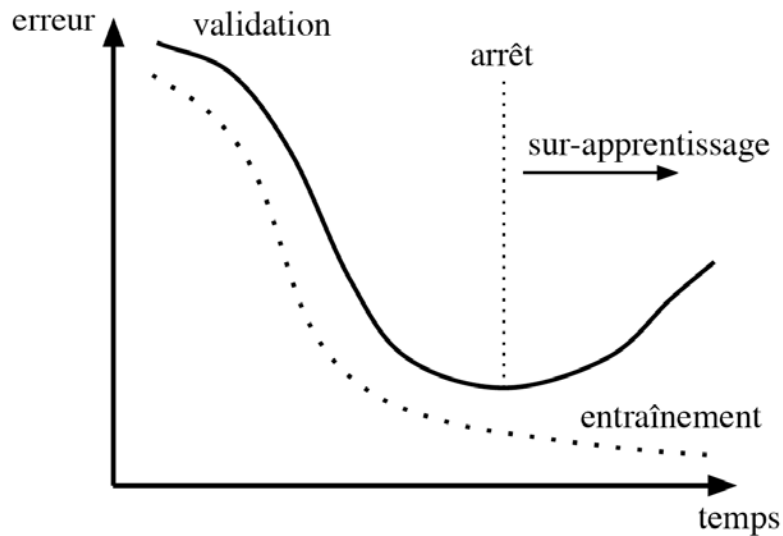


FIG. 2.24: Illustration de la validation de l'apprentissage du RNA, d'après Parizeau (2004)

accordé à la température serait totalement surévalué par rapport à l'information de porosité ou d'épaisseur dégradée (sur les 5045 scalaires des paramètres d'entrée, 5040 seraient dévolus à la température).

Il a donc fallu trouver un moyen de synthétiser l'information sur la température afin de la ramener à un "volume" plus raisonnable par rapport à la porosité et aux épaisseurs dégradées (5 scalaires, donc). Nous avons donc considéré une éprouvette pour laquelle nous connaissions les variations de température au cours de l'essai de dégradation, et nous avons retenu une seule information scalaire de température pour chaque période de dégradation (de 0 à 28 jours, de 28 à 56 jours, de 56 à 98 jours et enfin de 98 à 210 jours). Nous avons tout simplement retenu la valeur moyenne de la température sur cette période. Il est à noter que la moyenne a un effet atténuateur d'autant plus fort que la période considérée est longue. Toutefois, n'oublions pas que la dégradation est quasiment linéaire en racine carrée du temps, de sorte que les premières périodes, bien que plus courtes, sont également plus significatives en terme de cinétique de dégradation. La FIG.2.25 montre, pour une série d'éprouvettes, l'évolution réelle de la température qui a été mesurée dans les bacs de nitrate d'ammonium au cours de l'essai, et les valeurs moyennes correspondantes pour les 4 périodes de dégradation considérées.

Afin de déterminer si cette simplification de l'information sur la température amenait à un niveau satisfaisant concernant les quantités d'intérêt (les épaisseurs dégradées aux 4 échéances considérées), nous avons donc comparé, pour une éprouvette donnée, les épaisseurs dégradées mesurées à 28, 56, 98 et 210 jours, avec des résultats de simulation numérique prenant en compte, pour l'une, une variation horaire de la température, correspondant à une simulation "réaliste" de l'essai, et pour l'autre une valeur de température constante entre deux mesures (information "simplifiée"). Cette comparaison s'observe sur la FIG.2.26, où les épaisseurs dégradées observées expérimentalement apparaissent à travers les intervalles de confiance à 99% sur chaque mesure (cf. CHAP.1, §3.3 pour plus d'explications sur le protocole de mesure). On y observe que, bien que la simulation avec température moyenne ne permette pas de simuler avec le même niveau de précision les accélérations et décélérations de la cinétique de dégradation que la simulation avec

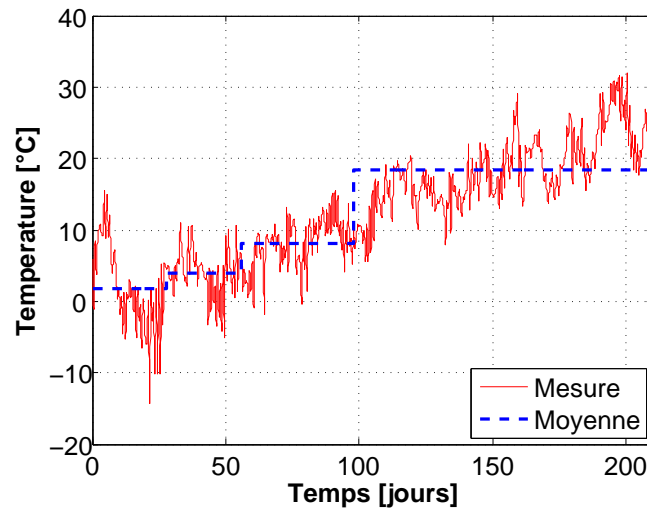


FIG. 2.25: Histoire de température pour une série d'éprouvettes : évolution enregistrée heure par heure et la valeur moyenne considérée entre deux points de mesure

température horaire, le niveau de précision quant à l'épaisseur dégradée aux échéances expérimentales est quasiment identique.

Il ressort de cette étude que l'information sur les variations de température peut être synthétisée sous la forme d'une valeur scalaire pour chaque période de dégradation. De ce fait, on a réduit à 9 le nombre de paramètres d'entrée pour solliciter le réseau de neurones. La FIG.2.27 propose une représentation schématique de l'utilisation que l'on fait du réseau de neurones avec la porosité, les épaisseurs dégradées et les températures correspondantes comme données d'entrée, et le coefficient de tortuosité comme valeur cible, en sortie.

5.3 Apprentissage du réseau

Pour réaliser l'apprentissage du réseau de neurones, il convient de disposer de jeux de données complets, c'est-à-dire d'avoir d'un côté les paramètres d'entrée du réseau (porosité, épaisseurs dégradées et température) et de l'autre le coefficient de tortuosité correspondant. On ne dispose évidemment pas de telles données expérimentales, puisque l'on a besoin du réseau de neurones pour identifier la tortuosité. Il a donc fallu créer un jeu de données numériques, artificielles donc, à partir duquel le réseau a été entraîné.

Pour générer ce jeu, on a utilisé le modèle numérique déterministe de lixiviation présenté au §2. Sur le principe de l'hypercube latin optimisé par recuit simulé, on a donc généré 500 jeux de paramètres d'entrée du modèle déterministe : une valeur de porosité ($0,11 \leq \phi \leq 0,18$), une valeur de tortuosité ($0,13 \leq \tau \leq 0,25$) et des valeurs moyennes de température pour les périodes de dégradation ($0 \text{ °C} \leq T \leq 30 \text{ °C}$). Les intervalles considérés correspondent aux observations expérimentales en ce qui concerne la porosité et la température. L'intervalle retenu pour le coefficient de tortuosité a été choisi de sorte à retrouver des cinétiques de dégradation analogues à celles mesurées au cours de la campagne d'essais.

Pour chacun de ces 500 cas, on a calculé, grâce au modèle numérique de lixiviation, une

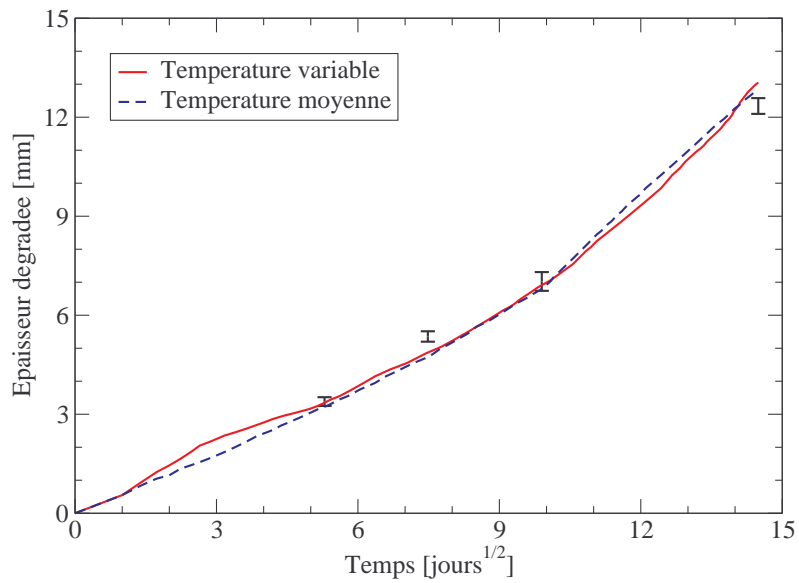


FIG. 2.26: Équivalence entre les différentes prises en compte de la température pour l'estimation de l'épaisseur dégradée

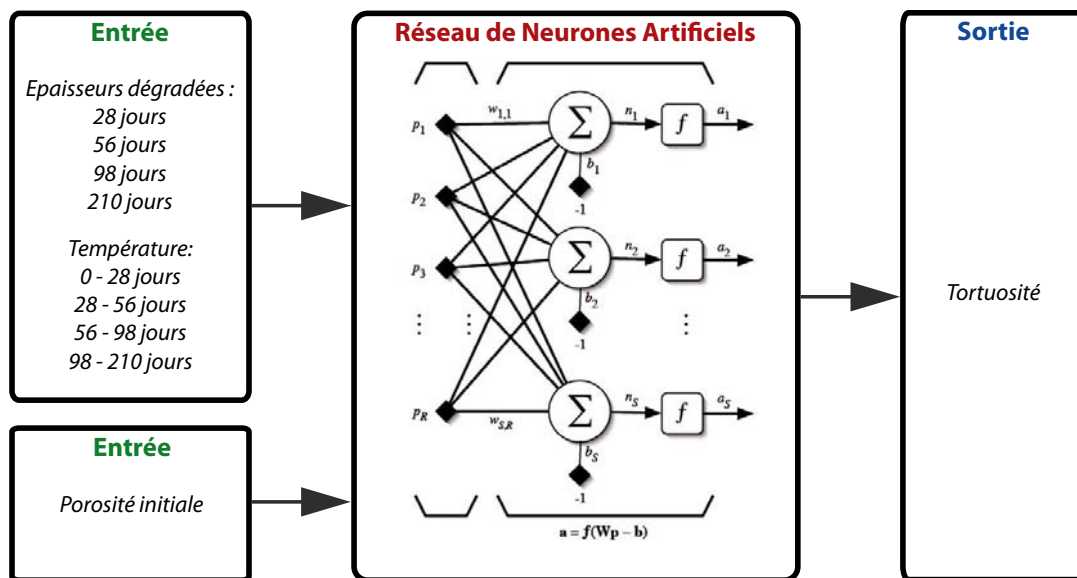


FIG. 2.27: Représentation schématique du réseau de neurones mis en œuvre pour l'identification du coefficient de tortuosité

estimation des épaisseurs dégradées correspondantes à 28, 56, 98 et 210 jours. Ces 500 jeux de données complets ont été utilisés pour une validation croisée du processus d'entraînement : 300 jeux (choisis aléatoirement parmi les 500) ont été utilisés pour l'apprentissage, et les 200 restants pour la validation.

5.4 Validation du processus d'identification

La dernière étape consiste à vérifier que le réseau est bien capable d'identifier des valeurs pertinentes du coefficient de tortuosité, c'est-à-dire d'une part qu'il est susceptible d'interpoler correctement entre les différentes valeurs qui lui ont servi pour son apprentissage (ce qui a été vérifié normalement au cours de l'apprentissage par le processus de la validation croisée), mais aussi au-delà des bornes dans lesquelles son apprentissage a été effectué, et d'autre part que les coefficients de tortuosité ainsi identifiés ont une signification physique plausible. En effet, l'apprentissage du réseau ne s'est fait qu'avec des données "virtuelles", c'est-à-dire exclusivement numériques. Il importe de savoir si la confrontation à des données expérimentales réelles va permettre l'identification correcte du coefficient de tortuosité.

Ainsi, pour une éprouvette donnée, on a mesuré d'une part la porosité initiale du matériau, d'autre part les épaisseurs dégradées à 28, 56, 98 et 210 jours (en mesurant les variations de température au cours de cet essai). À l'aide de ces données expérimentales, on a pu, grâce au réseau de neurones, identifier une valeur de coefficient de tortuosité. Pour vérifier la pertinence du processus d'identification, on a utilisé le modèle déterministe aux volumes finis du §2, avec comme paramètres d'entrée la porosité initiale du matériau (mesurée), l'histoire de température (observée) et le coefficient de tortuosité (identifié). Et on a comparé les épaisseurs dégradées mesurées expérimentalement avec les résultats de la simulation ainsi obtenue. La FIG.2.28 illustre cette comparaison pour deux éprouvettes de chacune des formulations testées au cours de la campagne d'essais (cf. CHAP.1) – on a retenu pour l'illustration les extrêmes en terme de cinétique de dégradation. La concordance satisfaisante entre ces résultats de simulation et les observations expérimentales nous ont conduits à accepter cet outil d'analyse inverse pour identifier le coefficient de tortuosité de nos éprouvettes. Les résultats de ce processus d'identification apparaissent dans le TAB.1.10 du CHAP.1, §3.6.

6 Synthèse

En conclusion de ce chapitre, nous avons développé un modèle numérique simple pour la lixiviation sous température variable, à partir duquel nous avons, grâce aux réseaux de neurones artificiels, construit un outil d'analyse inverse pour l'identification du coefficient de tortuosité. Cet outil permet notamment le dépouillement d'essais de lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium, en identifiant un paramètre majeur du processus de la diffusion et en s'affranchissant des effets de la température (ce que ne permet pas l'observation directe des épaisseurs dégradées). De ce fait, à l'aide de cet outil, un dépouillement complet de la campagne d'essais a pu être proposé dans le CHAP.1.

Le modèle numérique présenté ici pour la lixiviation, dans sa version isotherme, a été développé dans le but d'étudier la propagation de l'incertitude sur des problèmes de durabilité appliqués à des structures en béton. La variabilité sur les paramètres d'entrée du problème est renseignée par la campagne expérimentale du CHAP.1. Il s'agit à présent d'estimer la variabilité sur la durée de

vie de la structure considérée, par la mise en œuvre notamment de la méthode de Monte-Carlo. Cela est l'objet du CHAP.3.

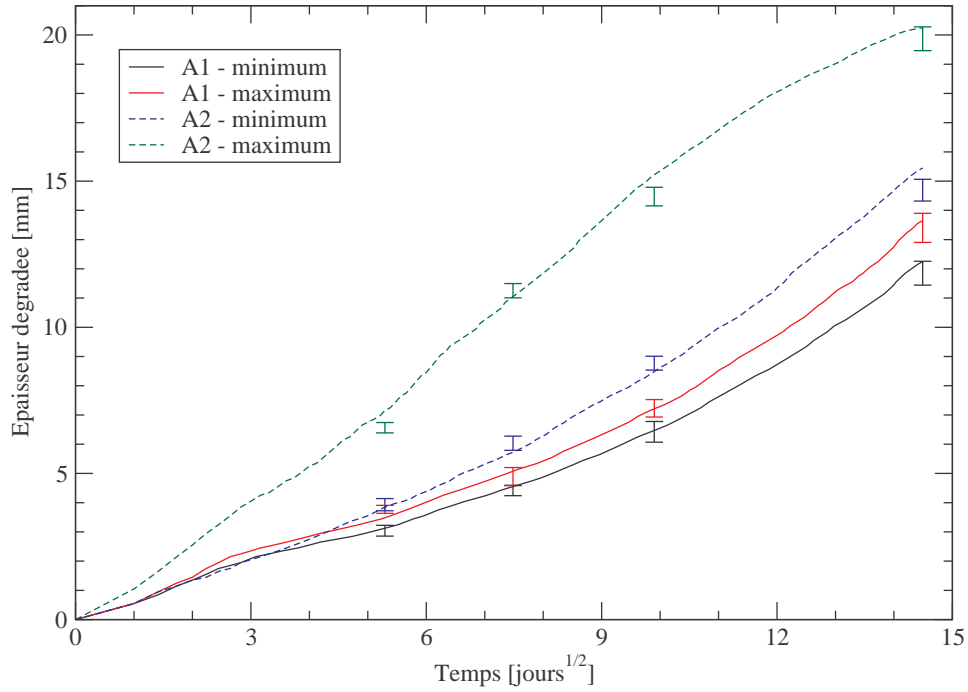


FIG. 2.28: Comparaison entre mesures expérimentales de dégradation et résultats des simulations menées avec les paramètres identifiés

Chapitre 3

Applications à la durabilité des structures : prise en compte de la variabilité des propriétés

Ce chapitre est constitué de deux parties qui sont autant d'applications du modèle numérique de lixiviation à des structures, afin d'évaluer l'influence de la variabilité des caractéristiques du matériau sur la durée de vie d'un ouvrage. La première application propose un couplage entre le fluage et la lixiviation sur un cas mécanique élémentaire unidimensionnel, et évalue la propagation de l'incertitude depuis les paramètres d'entrée des modèles mécaniques et de dégradation chimique vers l'évolution de l'endommagement dans la structure. La seconde application porte sur l'influence de la variabilité spatiale des paramètres de la cinétique de dégradation en lixiviation dans une structure en trois dimensions, et quantifie la différence entre une estimation de la durée de vie par une simulation considérant des champs constants, égaux aux espérances des propriétés, et une approche de Monte-Carlo tenant compte de la variabilité spatiale de ces champs.

Sommaire

1	Évolution de l'endommagement sous lixiviation et fluage couplés	93
1.1	Modélisation du fluage	94
1.2	Endommagements chimique et mécanique	97

1.3	Variabilité des paramètres d'entrées	104
1.4	Résultats et discussion	108
1.5	Synthèse	112
2	Influence de la variabilité spatiale sur la lixiviation d'une structure	113
2.1	Contexte et problématique	113
2.2	Caractère probabiliste et ingénierie logicielle	116
2.3	Génération de champs aléatoires	119
2.4	Résultats et analyse	124
2.5	Synthèse	130

La question qui sous-tend les études présentées dans ce chapitre est la suivante : quelles peuvent être les conséquences, en termes de durabilité d'une structure en béton, de la variabilité des caractéristiques du matériau, mise en évidence dans le CHAP.1 ?

La problématique des deux applications suivantes est la lixiviation des structures en béton, pour le comportement à très long terme d'ouvrages représentatifs du stockage de déchets radioactifs. La première application s'attache à étudier l'évolution de l'endommagement dans une structure simple pour un cas de chargement élémentaire, lorsque le matériau est soumis de façon simultanée à la lixiviation couplée à un chargement mécanique (de Larrard *et al.* 2010b). La seconde application porte sur la variabilité spatiale des paramètres liés à la lixiviation et ses conséquences sur la vitesse de propagation du front de dégradation dans la structure.

Par souci de simplification, on parlera, pour les études présentées ici, de "valeur déterministe" pour un résultat de simulation prenant comme paramètres d'entrée les espérances des variables aléatoires considérées. Cette "valeur déterministe" est donc la valeur de référence par rapport à la distribution des résultats de simulations de type Monte-Carlo. Dans la plupart des cas, l'espérance considérée pour les variables d'entrée sera prise égale à la valeur moyenne des observations expérimentales du CHAP.1.

1 Évolution de l'endommagement sous lixiviation et fluage couplés

Afin d'étudier l'influence de la variabilité des caractéristiques du matériau sur son comportement à très long terme, nous avons choisi d'étudier une structure très simple sous un cas de chargement idéal, de sorte que le problème mécanique qui en résulte puisse être traité analytiquement, et que la principale difficulté d'un point de vue numérique soit l'étude de la propagation de cette variabilité vers la durée de vie de la structure considérée.

Il s'agit d'un poteau de béton, sans armature, cylindrique de 40 cm de diamètre, sollicité en compression simple à un niveau de charge constant. Cette charge correspond à la force que peut reprendre la section de béton sollicitée à 30% de la résistance caractéristique en compression f_c (chargement typique d'un dimensionnement). Simultanément au chargement mécanique et au fluage qui en découle, le poteau est exposé à une dégradation en eau pure.

Pour simplifier la résolution du problème, quelques hypothèses sont avancées. Il est supposé que le matériau est saturé et ne connaît pas de variations hydriques. Pour le couplage entre la lixiviation et le comportement mécanique, nous reprenons la modélisation simplifiée proposée par Torrenti *et al.* (2008), à savoir que le matériau dégradé ne reprend aucune contrainte, et que l'ensemble de la charge est reprise par le matériau sain. De sorte que, au fur et à mesure que le front de dégradation progresse dans la section de matériau, la surface reprenant la charge mécanique diminue de même, et donc la contrainte dans la partie saine augmente.

Les hypothèses simplificatrices très fortes formulées pour la résolution de ce problème (contrainte uniaxiale, dégradation unidirectionnelle en lixiviation, pas d'armatures, couplage ne considérant que le fluage, etc.) impliquent que les conclusions, notamment d'un point de vue quantitatif, tirées de cette étude ne peuvent être étendues à d'autres structures et restent plutôt qualitatives. Un couplage faible est supposé dans ce problème. En effet, la cinétique de dégradation en lixiviation est supposée indépendante de l'évolution de l'endommagement au cours du temps dans la section de matériau (alors qu'on peut supposer qu'avec l'apparition d'un endommagement correspondant à une microfissuration, les propriétés de transport du matériau seraient accrues, et la vitesse de dégradation chimique également). En revanche, la lixiviation contribue à accentuer le phénomène

de fluage par la réduction de section, et donc l'augmentation de contrainte dans le matériau sain. Les simulations de la lixiviation sont obtenues grâce au modèle présenté dans le CHAP.2.

1.1 Modélisation du fluage

1.1.1 Bibliographie succincte

Il ne saurait être question ici de proposer une bibliographie exhaustive sur le fluage, d'autant que ce n'est pas le cœur de notre problème. Nous proposons simplement un bref tour d'horizon des modélisations les plus couramment adoptées pour le fluage sous contraintes élevées (fluage secondaire et tertiaire), et nous présentons le modèle que nous avons retenu pour notre application.

Les mécanismes associés au phénomène de fluage restant toujours discutés, la prédiction du comportement du béton en fluage reste difficile (Jennings et Xi 1992), d'autant plus que dès que le niveau de contrainte en compression est élevé, la loi de comportement contrainte-déformation devient non-linéaire (Roll 1964; Li 1994; Mazzotti et Savoia 2003). Parmi les nombreuses approches proposées pour la modélisation du fluage non-linéaire, les suivantes semblent être les mieux adaptées.

- En s'appuyant sur la théorie de l'endommagement, Li (1994) a proposé de faire évoluer explicitement le taux d'endommagement mécanique en fonction du temps pour modéliser l'influence du fluage. Le principal inconvénient de cette approche est que, du fait de la loi d'évolution temporelle, la prédiction peut s'avérer mauvaise en cas de faible taux de chargement, pour lequel on ne devrait pas avoir d'endommagement mécanique, tandis que ce modèle en fait apparaître néanmoins.
- Bazant et Xiang (1997) ont proposé un modèle basé sur la mécanique de la rupture, estimant que la non linéarité du comportement en fluage est due à la propagation d'une microfissuration dans le matériau, dont la croissance est directement liée au facteur d'intensité des contraintes.
- Le comportement non-linéaire peut également être imputé à la redistribution des contraintes liée à une répartition hétérogène de l'endommagement (Ozbolt et Reinhardt 2001) : la fissuration dans une éprouvette de béton est un phénomène localisé, induisant une redistribution des zones les plus endommagées vers les moins sollicitées. Cette hypothèse de modélisation requiert donc de prendre en considération les défauts initiaux du matériau, à l'origine de la redistribution hétérogène des contraintes.
- Le modèle visco-élastique linéaire peut être étendu en multipliant la complaisance de fluage par une fonction non-linéaire dépendant de l'état de contrainte (Bazant et Prasanna 1989). Cette fonction vaut 1 pour les faibles niveaux de chargement (où le comportement reste linéaire).
- Le couplage entre fluage et fissuration peut être modélisé en combinant un modèle visco-élastique et un modèle visco-plastique. Cette approche, proposée par Berthollet *et al.* (2002) repose sur une approche de Duvaut-Lions (Duvaut et Lions 1972) appliquée à partir de l'intégration d'un modèle de Maxwell généralisé. Cette approche est pertinente pour simuler le fluage visco-élastique et la rupture en fluage.
- Mazzotti et Savoia (2003) ont proposé de modéliser les déformations de fluage non-linéaires en introduisant, dans le modèle de "solidification" (solidification theory) proposé par Bazant et Prasanna (1989), un facteur de réduction du taux de contrainte qui serait une fonction de la variable d'endommagement. En outre, une déformation effective est introduite en rem-

placement de la déformation équivalente du modèle d'endommagement de Mazars (1986), proposé pour l'estimation de l'endommagement pour un chargement instantané (pas de déformations différées). Cette déformation effective est obtenue en ajoutant à la déformation élastique instantanée une partie des déformations de fluage. Omar *et al.* (2003) ont repris une approche similaire.

Parmi toutes ces approches, celle que nous avons retenue s'inspire de celle proposée par Mazzotti et Savoia (2003), dans la mesure où l'endommagement permet un couplage simple entre le fluage et la lixiviation à travers le concept de contrainte effective. Le modèle choisi pour l'évolution des déformations de fluage est celui proposé par Bazant *et al.* (1997), basé sur la théorie de la micro-précontrainte. Ce modèle se révèle particulièrement adapté à la prévision des évolutions à long terme, voire très long terme, de la déformation de fluage¹, et se révèle en bonne concordance avec les quelques résultats expérimentaux disponibles pour le fluage à long terme (cf. par exemple les essais de Brooks (2005) pour du fluage sur 30 ans). Cette approche, initialement proposée par Mazzotti et Savoia (2003), a été utilisée par Reviron *et al.* (2007) et Torrenti *et al.* (2008) avec des résultats satisfaisants pour la modélisation des essais de fluage du béton aussi bien en compression qu'en traction.

1.1.2 Prévision des déformations de fluage à long terme

Bazant *et al.* (1997) ont proposé une modélisation du fluage basée sur la théorie de la consolidation par microprécontrainte. Pour un problème unidirectionnel, le comportement mécanique peut être représenté par la chaîne rhéologique de la FIG.3.1.

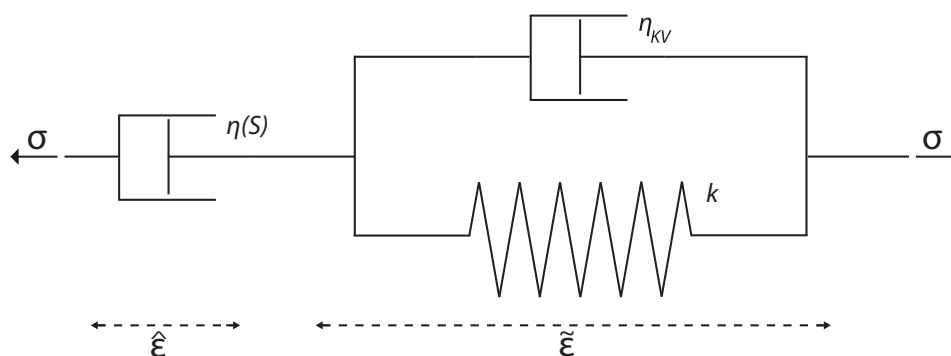


FIG. 3.1: Modèle mécanique de fluage correspondant à la théorie de la microprécontrainte : $\hat{\epsilon}$ représente la déformation d'un amortisseur dont la viscosité dépend de la microprécontrainte (mécanisme de relaxation) ; $\tilde{\epsilon}$ représente la déformation d'une chaîne de Kelvin-Voigt

¹Ce modèle est en effet mieux adapté que les modèles rhéologiques "classiques", constitués de cellules de Kelvin-Voigt en série, avec différents temps caractéristiques, et incapables de prédire une évolution des déformations de fluage au-delà du plus grand temps caractéristique de la chaîne. Il prévoit en outre une évolution des déformations de fluage en logarithme du temps, qui semble en accord avec les observations expérimentales pour le fluage sur de longues périodes (Brooks 2005).

1.1.3 Relaxation de la microprécontrainte

La théorie de la consolidation par microprécontrainte amène à introduire un amortisseur dont la viscosité dépend de la microprécontrainte afin de représenter le mécanisme de relaxation de cette microprécontrainte. Conséquemment, grâce à cet amortisseur, ce modèle est apte à simuler de façon pertinente le vieillissement du matériau (i.e. la dépendance à l'âge de chargement), même au-delà de la phase d'hydratation. La microprécontrainte est un niveau de contrainte induit dans le matériau par la pression capillaire (ou pression de disjonction), et qui évolue au cours du temps avec l'hydratation du matériau et les variations d'humidité relative dans les pores. L'évolution de la déformation $\hat{\varepsilon}$ pour cet amortisseur est donnée par l'équation (3.1), où $\hat{\sigma}$ est la contrainte effective imposée au matériau (cf. §1.2.2), η est la viscosité de l'amortisseur et S est la microprécontrainte.

$$\frac{d\hat{\varepsilon}}{dt} = \frac{\hat{\sigma}}{\eta(S)} \quad (3.1)$$

La détermination de la loi d'évolution de la viscosité de l'amortisseur en fonction de la microprécontrainte, ainsi que celle de la microprécontrainte elle-même au cours du temps, rend complexe l'utilisation de ce modèle. Sous l'hypothèse d'un matériau saturé (c'est-à-dire qu'on considère qu'il n'y a aucun échange hydrique avec l'environnement extérieur durant les processus de dégradation chimique et de fluage) et déjà parvenu à maturité (de sorte qu'il n'y a plus de phénomène d'hydratation en cours au moment de l'application de la charge), les évolutions de la microprécontrainte et de la viscosité sont simples (Bazant *et al.* 1997) et amènent à l'équation (3.2), où α est un paramètre de fluage supposé constant et ne dépendant que du matériau.

$$\frac{d\hat{\varepsilon}}{dt} = \hat{\sigma}_{n+1} \frac{\alpha}{t} \quad (3.2)$$

Si l'on considère un schéma d'intégration numérique implicite en supposant que la contrainte est constante au cours du pas de temps, l'équation (3.2) devient (3.3), où t_n est le pas de temps précédent, et t_{n+1} l'actuel, de sorte que $\hat{\sigma}_{n+1}$ est la contrainte effective (constante entre t_n et t_{n+1}), $\hat{\varepsilon}_n$ est la déformation connue à t_n et $\hat{\varepsilon}_{n+1}$ est la déformation inconnue à t_{n+1} , à déterminer.

$$\hat{\varepsilon}_{n+1} = \hat{\varepsilon}_n + \hat{\sigma}_{n+1} \alpha \ln \left(\frac{t_{n+1}}{t_n} \right) \quad (3.3)$$

1.1.4 Recouvrance de fluage

Le principal inconvénient avec un modèle rhéologique comprenant un amortisseur seul est qu'il est inadéquat pour modéliser la recouvrance de fluage : lorsque la charge est retirée, la déformation n'évolue pas². Pour pallier cette lacune, une chaîne de Kelvin-Voigt est introduite en série de l'amortisseur dans le modèle (cf. FIG.3.1). La chaîne de Kelvin-Voigt est composée d'un amortisseur visqueux (viscosité η_{KV}) monté en parallèle d'un ressort élastique (de raideur k). Illston (1965) ont montré que le phénomène de recouvrance de fluage durait approximativement une semaine ; c'est pourquoi nous retenons une valeur de 7 jours pour le temps caractéristique $\tau_{KV} = \eta_{KV}/k$ de la chaîne de Kelvin-Voigt. L'évolution de la déformation de la chaîne de Kelvin-Voigt est donnée dans l'équation (3.4), où $\tilde{\varepsilon}$ est la déformation de fluage dans l'élément sous une

² $\hat{\sigma} = 0$ dans l'équation (3.1).

contrainte $\widehat{\sigma}$. Dans le cas d'un schéma numérique implicite, de même que précédemment, il en résulte l'équation (3.5), où Δt est l'intervalle entre deux pas de temps.

$$\frac{\widehat{\sigma}}{k} = \widetilde{\varepsilon} + \tau_{KV} \frac{d\widetilde{\varepsilon}}{dt} \quad (3.4)$$

$$\widetilde{\varepsilon}_{n+1} = \widetilde{\varepsilon}_n e^{-\Delta t/\tau_{KV}} + \frac{\widehat{\sigma}_{n+1}}{k} \left(1 - e^{-\Delta t/\tau_{KV}}\right) \quad (3.5)$$

Les équations (3.3) et (3.5) permettent, dans le cadre d'un schéma d'intégration totalement implicite, de déterminer la déformation totale de fluage ($\widehat{\varepsilon}_{n+1} + \widetilde{\varepsilon}_{n+1}$) à partir des déformations de fluage du pas de temps précédent, et de la valeur de la contrainte pendant le pas de temps actuel $\widehat{\sigma}_{n+1}$. Cette valeur évolue au cours du temps avec l'augmentation de l'endommagement dans le matériau. Toutes ces équations peuvent être considérées pour un calcul en trois dimensions en utilisant un coefficient de proportionnalité entre les déformations longitudinales (dans l'axe du chargement) et les déformations latérales, considéré égal au coefficient de Poisson élastique (cf. §1.2.3).

1.2 Endommagements chimique et mécanique

Le couplage entre le comportement mécanique (et plus spécifiquement l'évolution de l'endommagement) et la dégradation chimique du béton a fait l'objet de nombreuses études (Carde *et al.* 1996; Carde et Francois 1997; Saetta *et al.* 1998; Torrenti *et al.* 2008; Bangert *et al.* 2001; Nguyen *et al.* 2007). Mentionnons plus particulièrement le modèle proposé par Gérard (1996) et Gérard *et al.* (1998) : il s'agit d'une modélisation simplifiée de la dégradation chimique couplée à la loi d'évolution de l'endommagement proposée par Mazars (1986). Le couplage apparaît en faisant dépendre l'évolution du coefficient de diffusion de la variable d'endommagement. Le modèle proposé par Ulm *et al.* (1999) repose sur la théorie des milieux poreux et couple le phénomène de dissolution des hydrates avec l'évolution de la porosité et des déformations. Le modèle de Kuhl *et al.* (2003a) et Kuhl *et al.* (2003b) propose de décomposer la porosité en trois parties : porosité initiale, porosité due à la dégradation chimique et porosité due à l'endommagement mécanique. Ce modèle représente avec pertinence l'irréversibilité des dégradations chimiques et mécaniques. Concluons en évoquant les travaux de Lacarrière *et al.* (2006) qui proposent une modélisation du fluage également dans la zone dégradée.

1.2.1 Définition d'un endommagement chimique

Une variable d'endommagement chimique D^X est associée au processus de dégradation en lixiviation sous eau pure du béton (cf. CHAP.2) et est définie comme le rapport entre la section dégradée sur la section totale du matériau. Dans le cas de notre application à un poteau cylindrique de 20 cm de rayon (noté R), si l'on note e_{n+1} l'épaisseur dégradée à t_{n+1} , alors la variable d'endommagement chimique au même moment sera notée D_{n+1}^X et son expression est donnée en (3.6). Cette définition de la variable d'endommagement chimique se fonde sur l'hypothèse d'une dégradation unidirectionnelle.

$$D_{n+1}^X = \frac{e_{n+1}}{R} \left(2 - \frac{e_{n+1}}{R}\right) \quad (3.6)$$

La notion d'endommagement chimique rejoint celle de l'endommagement mécanique par la notion de microfissuration. Les observations expérimentales par microtomographie par rayons X

de Rougelot *et al.* (2010) montrent en effet une microfissuration induite par la lixiviation dans la pâte de ciment, plus particulièrement aux alentours des granulats. Rougelot *et al.* (2010) expliquent cette microfissuration par les contraintes de traction créées dans la pâte de ciment par le retrait de séchage gêné par les granulats. La perte de résistance mécanique liée à la lixiviation implique alors la fissuration du matériau.

Les études menées sur matériaux lixiviés (Carde *et al.* 1996; Gérard 1996) ont quantifié la diminution des caractéristiques mécaniques résiduelles dans le matériau chimiquement dégradé. Cette perte dépend principalement des adjuvants et additions minérales entrant dans la composition du béton, et varie selon la zone dégradée considérée : la résistance résiduelle après dissolution de la portlandite seule est sensiblement plus importante que lorsque la dissolution des C-S-H est complète. Dans un souci de simplicité, et en raison de la faible quantité de résultats expérimentaux disponibles sur matériaux dégradés, nous formulerons l'hypothèse forte que les contraintes reprises dans la zone dégradée sont négligeables. En outre, considérer des comportements mécaniques différents selon la dégradation chimique amènerait à considérer davantage de paramètres d'entrée du modèle, et de fait une plus grande variabilité. C'est déjà sur cette hypothèse que Torrenti *et al.* (2008) ont mené leur étude de la durabilité d'une structure sous lixiviation couplée au fluage. En outre, cette hypothèse conduit à une sous-estimation de la durée de vie de la structure, ce qui est bénéfique du point de vue de la sécurité.

La FIG.3.2 montre comment la contrainte chimiquement effective $\tilde{\sigma}$ est définie à partir de la contrainte apparente σ , appliquée sur toute la section de matériau (y compris la zone dégradée) : nous supposons que la contrainte qui est en réalité appliquée au matériau chimiquement sain s'accroît dans le même ratio que diminue cette section en raison de la progression du front de lixiviation. La contrainte chimiquement effective $\tilde{\sigma}_{n+1}$ au temps t_{n+1} apparaît dans l'équation (3.7).

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = \frac{\sigma}{1 - D_{n+1}^\chi} \quad (3.7)$$

En raison de l'augmentation de contrainte dans le matériau sain suite à la dégradation chimique, une microfissuration fait son apparition dans le matériau sous contrainte et conduit à l'introduction d'une variable d'endommagement mécanique D^c .

À partir de la FIG.3.2, le rapport des sections conduit alors à définir une variable d'endommagement total D par la relation (3.8). Ce type de couplage entre les endommagements chimique et mécanique a déjà été utilisé par Le Bellégo (2001) notamment.

$$(1 - D) = (1 - D^\chi)(1 - D^c) \quad (3.8)$$

1.2.2 Évolution de l'endommagement mécanique

La variable scalaire d'endommagement mécanique D^c est associée au processus de dégradation mécanique dans le matériau découlant de la propagation d'une microfissuration. Cette variable est définie comme le rapport entre la surface de ces microfissures et celle de la section totale de matériau. Ce mécanisme est illustré sur la FIG.3.2 : la contrainte effective $\hat{\sigma}$ qui s'applique sur le matériau chimiquement sain et non fissuré découle de la contrainte apparente et des variables d'endommagement chimique D^χ et mécanique D^c , comme cela apparaît dans l'équation (3.9) où $\hat{\sigma}_{n+1}$ est la contrainte effective à l'instant t_{n+1} .

$$\hat{\sigma}_{n+1} = \hat{\sigma}(t_{n+1}) = \frac{\sigma}{(1 - D_{n+1}^\chi)(1 - D_{n+1}^c)} \quad (3.9)$$

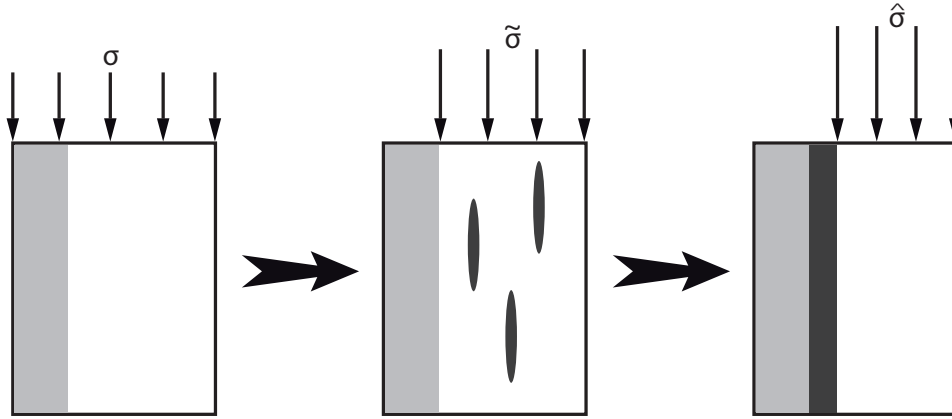


FIG. 3.2: Définition de la contrainte effective sur matériau endommagé : aucune contrainte n'est reprise par la section dégradée chimiquement (gris clair), de sorte que la contrainte réelle σ devient $\tilde{\sigma}$ reprise par le matériau sain (blanc). Due à l'endommagement mécanique, une microfissuration (gris foncé) réduit la section chargée, ce qui induit une contrainte effective $\hat{\sigma}$ dans le matériau sain non fissuré

La variable d'endommagement mécanique représente les conséquences d'une microfissuration progressive, due au chargement extérieur, sur le module de Young du matériau. La modélisation de l'évolution de l'endommagement mécanique est celle proposée par Mazars (1984) et Mazars (1986). Cette modélisation repose sur la définition (3.10) de la déformation équivalente de Mazars ε^{eq} , où $\langle \varepsilon \rangle_+$ est la partie positive du tenseur des déformations. La loi d'évolution pour cette variable d'endommagement mécanique est donnée en (3.11), où ε_D est le seuil d'endommagement, A et B sont des paramètres du matériau pilotant la partie adoucissante de la loi de comportement.

$$\varepsilon^{eq} = \sqrt{\langle \varepsilon \rangle_+ : \langle \varepsilon \rangle_+} \quad (3.10)$$

$$D^c = 1 - \frac{\varepsilon_D(1-A)}{\varepsilon^{eq}} - \frac{A}{\exp(B(\varepsilon^{eq} - \varepsilon_D))} \quad \text{si } \varepsilon^{eq} \geq \varepsilon_D \quad (3.11)$$

1.2.3 Couplage entre fluage et endommagement

Le couplage entre l'endommagement et le fluage apparaît en lien avec deux aspects. D'une part, les déformations de fluage sont considérées comme pilotées par les contraintes effectives et non les contraintes réelles (seul le matériau non fissuré est soumis au fluage, comme cela a été proposé par Benboudjema *et al.* (2005a) et Benboudjema et Torrenti (2008)). Ce couplage augmente légèrement les valeurs des déformations de fluage à partir du moment où l'endommagement apparaît en compression, mais ce n'est pas suffisant pour expliquer le fluage non-linéaire. D'autre part, l'estimation de la déformation équivalente (3.12) fait intervenir les déformations de fluage pondérées par un coefficient de couplage β , que l'on peut identifier à partir d'un simple essai de fluage non-linéaire (Mazzotti et Savoia 2003)³. Dans l'équation (3.12), ε^e est le tenseur de

³On trouvera dans l'annexe B une illustration de ce processus d'identification du coefficient de couplage à partir d'essais de fluage sous 4 niveaux de chargement.

déformation élastique, $\widehat{\varepsilon}$ est le tenseur de déformation correspondant aux déformations de fluage de l'amortisseur du modèle rhéologique tandis que $\widetilde{\varepsilon}$ est celui correspondant aux déformations de la chaîne de Kelvin-Voigt.

$$\varepsilon^{eq} = \sqrt{\langle \varepsilon^e + \beta(\widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon}) \rangle_+ : \langle \varepsilon^e + \beta(\widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon}) \rangle_+} = \sqrt{\langle \bar{\varepsilon} \rangle_+ : \langle \bar{\varepsilon} \rangle_+} \quad (3.12)$$

Dans cette étude, la structure considérée est un poteau en compression simple, de sorte que les déformations principales d'extension sont proportionnelles à la déformation principale en compression à travers le coefficient de Poisson ν , comme cela apparaît dans les équations (3.13), (3.14), (3.15) et (3.16) montrant respectivement le tenseur des contraintes effectives, le tenseur des déformations élastiques consécutives, celui des déformations équivalentes $\bar{\varepsilon}$ (prenant en compte les déformations de fluage avec le coefficient de couplage) et enfin le tenseur des déformations totales ε .

$$\widehat{\sigma} = \begin{bmatrix} \widehat{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon^e = \begin{bmatrix} \widehat{\sigma}/E & 0 & 0 \\ 0 & -\nu\widehat{\sigma}/E & 0 \\ 0 & 0 & -\nu\widehat{\sigma}/E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^e & 0 & 0 \\ 0 & -\nu\varepsilon^e & 0 \\ 0 & 0 & -\nu\varepsilon^e \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon^e + \beta(\widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon}) & 0 & 0 \\ 0 & -\nu(\varepsilon^e + \beta(\widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon})) & 0 \\ 0 & 0 & -\nu(\varepsilon^e + \beta(\widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon})) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon^e + \widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu(\varepsilon^e + \widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon}) & 0 \\ 0 & 0 & -\nu(\varepsilon^e + \widehat{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon}) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Sous l'hypothèse du schéma d'intégration numérique totalement implicite mentionné ci-dessus, l'équation (3.17) conduit à l'expression de la contrainte équivalente ε_{n+1}^{eq} à l'instant t_{n+1} à partir du coefficient de Poisson ν_{n+1} , de la déformation élastique de compression ε_{n+1}^e (3.18), et les déformations de fluage de l'amortisseur $\widehat{\varepsilon}_{n+1}$ (3.3) et de la chaîne de Kelvin-Voigt $\widetilde{\varepsilon}_{n+1}$ (3.5).

$$\varepsilon_{n+1}^{eq} = \sqrt{2 \nu_{n+1}^2 (\varepsilon_{n+1}^e + \beta(\widehat{\varepsilon}_{n+1} + \widetilde{\varepsilon}_{n+1}))^2} \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_{n+1}^e = \frac{\widehat{\sigma}_{n+1}}{E} \quad (3.18)$$

Précisons ici que le coefficient de Poisson pour le phénomène de fluage simple est légèrement inférieur au coefficient de Poisson élastique (Benboudjema 2002). En outre, le coefficient de Poisson est différent selon que l'on considère le matériau sain ou dégradé en lixiviation (Heukamp *et al.* 2001). De telles notions pourraient relativement aisément être incorporées dans le modèle. Toutefois, la variabilité qu'il faudrait intégrer est mal maîtrisée du fait de la faible quantité de données relatives disponibles. C'est pourquoi un unique coefficient de Poisson est considéré pour les déformations élastiques et de fluage, et ce aussi bien que dans le matériau sain que dans le matériau lixivié.

Le modèle d'endommagement que nous nous proposons d'utiliser est un modèle isotrope, ce qui présente l'inconvénient de ne pas pouvoir modéliser la dilatance, dans la mesure où c est la déformation d'extension qui pilote l'endommagement mécanique. En effet, la déformation de traction augmente plus rapidement que la déformation de compression, longitudinale par rapport à la direction de chargement, après apparition de la fissuration, ce qui induit une dilatance. Il faudrait utiliser un modèle d'endommagement élasto-plastique ou un modèle d'endommagement anisotrope pour modéliser cette dilatance (Benboudjema *et al.* 2005b; Jason *et al.* 2006). Néanmoins, l'utilisation d'un modèle plus complexe s'accompagne de l'introduction de davantage de paramètres, et donc d'une nouvelle source de variabilité, difficile à estimer. C'est la raison pour laquelle, dans un souci de simplification du problème considéré, est introduite la notion de coefficient de Poisson apparent, afin de reproduire les effets de la dilatance sous l'hypothèse d'un état de contrainte uniaxial. Cette évolution du coefficient de proportionnalité entre les déformations de compression et d'extension est définie comme une fonction de la déformation longitudinale totale (3.19), où ν_0 est un coefficient de Poisson initial, $\tilde{\nu}$ et γ sont des paramètres du matériau déterminés par une procédure d'optimisation par comparaison avec des résultats expérimentaux (Kupfer *et al.* 1969). Ce modèle de coefficient de Poisson apparent, ainsi que les valeurs numériques pour ν_0 , $\tilde{\nu}$ et γ ont été proposées par Mazzotti et Savoia (2003). À noter que des approches similaires, à la différence près qu'elles considéraient un coefficient de Poisson constant (Torrenti *et al.* 2008), ont de fait été amenées à utiliser des coefficients de couplage β différents.

$$\nu_{n+1} = \nu_0 \left(1 + \tilde{\nu}(\varepsilon_{n+1}^e + \hat{\varepsilon}_{n+1} + \tilde{\varepsilon}_{n+1})^\gamma \right) \quad (3.19)$$

1.2.4 Algorithme de résolution numérique

L'algorithme de résolution numérique utilisé pour ce problème est partitionné. Quelle que soit la situation, l'épaisseur dégradée en lixiviation est supposée indépendante de l'endommagement mécanique, et l'épaisseur de dégradation chimique est estimée par simulation numérique à partir du modèle numérique développé pour la lixiviation présenté dans le CHAP.2 et par de Larrard *et al.* (2010a). De ce fait, à chaque pas de temps, l'épaisseur dégradée en lixiviation e_{n+1} et par conséquent l'endommagement chimique correspondant D_{n+1}^χ sont connus.

1. Tant que la déformation équivalente ε_{n+1}^{eq} est inférieure au seuil d'endommagement ε_D , il n'y a pas d'endommagement mécanique, et seul l'endommagement chimique évolue. La contrainte effective est explicitement tirée de l'équation (3.9). Il en découle les valeurs des déformations et du coefficient de Poisson apparent par les équations (3.3), (3.5), (3.18) et (3.19). Finalement, la déformation équivalente est calculée par l'équation (3.17).
2. Une fois que la déformation équivalente ε_{n+1}^{eq} atteint le seuil d'endommagement ε_D , le schéma numérique implicite conduit à une équation non-linéaire dont la seule inconnue est $\hat{\sigma}_{n+1}$. Cette équation est obtenue en introduisant dans l'équation (3.9) l'expression de l'endommagement mécanique (3.11) couplée à (3.17). Afin d'exprimer toutes les variables comme des fonctions de la contrainte effective $\hat{\sigma}_{n+1}$, on utilise les équations (3.3), (3.5) et (3.18). Cette équation non-linéaire est résolue à chaque pas de temps par un algorithme de Gauss-Newton. Une fois la contrainte équivalente déterminée, toutes les autres variables du problème découlent explicitement.
3. L'algorithme cesse lorsque la variable d'endommagement atteint la valeur critique de 1.

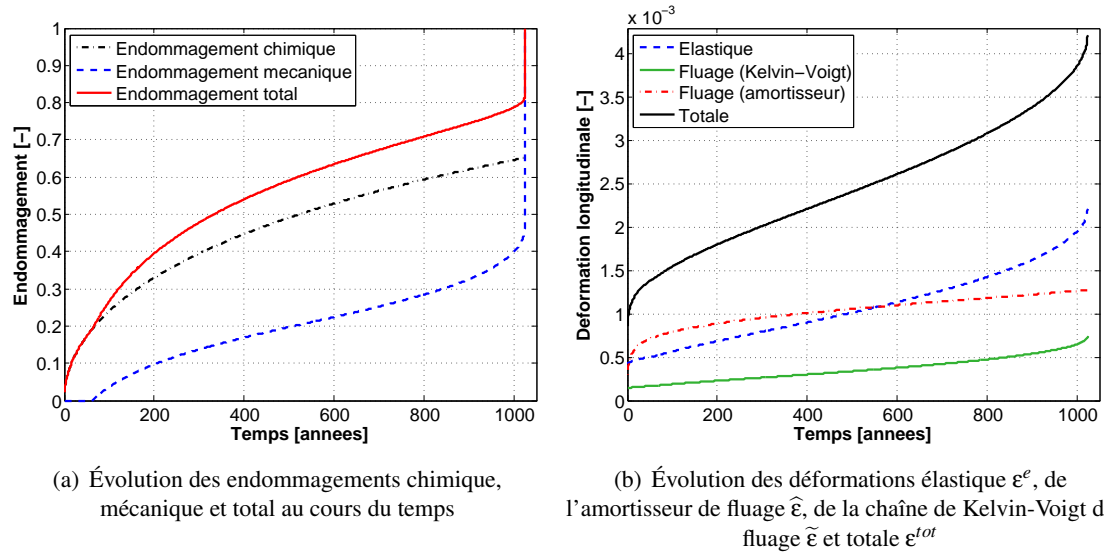


FIG. 3.3: Évolutions de l'endommagement et de la déformation pour un cas de dégradation sous eau pure et fluage simultanés

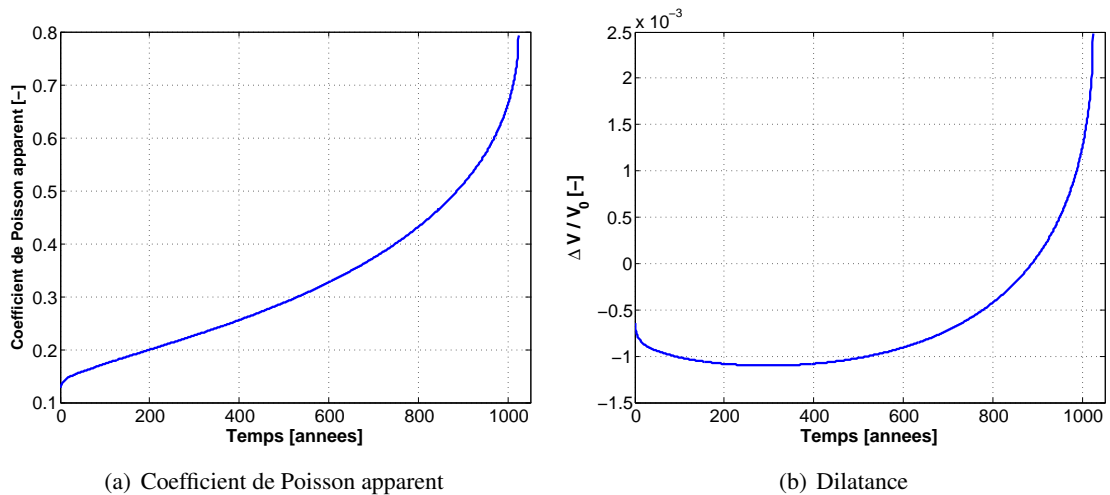


FIG. 3.4: Évolution du phénomène de dilatance au cours du temps

La FIG.3.3(a) est un exemple d'évolution de l'endommagement au cours du temps : sont représentés sur cette figure les endommagements chimiques, mécaniques et totaux. Les valeurs des paramètres d'entrée du modèle pour cette simulation apparaissent dans le TAB.3.1. Pour ce même cas, on peut observer dans la FIG.3.3(b) l'évolution des déformations au cours du temps. La première constatation est que la déformation élastique est pilotée par le comportement mécanique du matériau : linéaire au début (avant apparition de l'endommagement mécanique) et avec une augmentation très rapide à l'approche de la rupture. La déformation de fluage correspondant à la chaîne de Kelvin-Voigt demeure relativement faible par rapport à la déformation de fluage de l'amortisseur. Les trois phases du fluage (primaire au début, secondaire pendant une longue période avec une pente constante, et enfin tertiaire emmenant très rapidement le matériau à la ruine) sont particulièrement visibles sur les FIG.3.3(a) et 3.3(b). Précisons que le tout début de la courbe correspond à la période où la contrainte équivalente n'a pas atteint la valeur seuil d'endommagement, de sorte que l'endommagement total est strictement égal à l'endommagement chimique dû à la lixiviation (l'endommagement mécanique est nul).

TAB. 3.1: Valeurs des paramètres d'entrée pour la simulation de la FIG.3.3

ϕ	[-]	0,142
τ	[-]	0,169
E	[GPa]	52,3
ν_0	[-]	0,113
α	[Pa ⁻¹]	$4,30 \cdot 10^{-12}$
k	[GPa]	157,1
β	[-]	0,10
ε_D	[$\mu\text{m}/\text{m}$]	138
A	[-]	0,77

La FIG.3.4(a) représente l'évolution du coefficient de Poisson apparent au cours du temps. Ce coefficient augmente avec la déformation totale et pour une valeur suffisante de la variable d'endommagement mécanique (ce qui signifie un état de microfissuration répartie relativement important dans le matériau) le coefficient de Poisson apparent dépasse la valeur critique de 0,5 : c'est le phénomène de dilatance, le volume global de l'éprouvette augmente à cause de la fissuration. En parallèle, la FIG.3.4(b) représente l'augmentation de volume relative de l'éprouvette par rapport à son volume initial. À la fin de la simulation, le volume apparent global de l'éprouvette excède le volume initial.

Des simulations numériques ont été menées avec un pas de temps de 1, 70, 140, 280 ou 560 jours. Les résultats sont identiques. Le schéma implicite d'intégration numérique induit une totale indépendance vis-à-vis du pas de temps. Néanmoins, un pas de temps important réduit la quantité d'information disponible quant à l'évolution de l'endommagement. C'est pourquoi les simulations présentées dans la suite sont menées avec un pas de temps de 280 jours.

Le modèle numérique présenté jusqu'à présent compte donc un bon nombre de paramètres d'entrée et le paragraphe suivant s'attache à déterminer lesquels d'entre eux doivent être considérés comme des variables du problème tandis que les autres peuvent être considérés comme des paramètres constants.

1.3 Variabilité des paramètres d'entrées

1.3.1 Recensement des paramètres du modèle

Parmi tous les paramètres d'entrée du modèle, on peut considérer ceux liés à la modélisation de la lixiviation séparément des autres, dans la mesure où la simulation de la dégradation chimique n'est pas influencée par le comportement mécanique du matériau, et que ces paramètres n'apparaissent pas dans la modélisation du fluage et de l'endommagement mécanique. Suite à l'étude de sensibilité du CHAP.2, §3.2, nous retenons la variabilité de deux paramètres les plus influents : la porosité ϕ et le coefficient de tortuosité τ .

Les paramètres du problème relatifs au fluage sont la viscosité α de l'amortisseur du modèle rhéologique (3.3), la raideur k du ressort de la chaîne de Kelvin-Voigt et le temps caractéristique τ_{KV} . Les paramètres α et k sont considérés comme des variables du problème, tandis que τ_{KV} est fixé à 7 jours et considéré constant.

Le comportement mécanique du matériau est modélisé grâce au module de Young E , considéré comme une variable, et le coefficient de Poisson, dont l'évolution est donnée par la loi (3.19) dont les paramètres sont ν_0 (considéré comme une variable), $\tilde{\nu}$ et γ (fixés constants respectivement à $3,37 \cdot 10^6$ et $2,42$ – ce sont les valeurs expérimentales proposées par Mazzotti et Savoia (2003)). La modélisation de l'évolution de l'endommagement mécanique requiert le coefficient de couplage β pour définir la déformation équivalente, et le seuil d'endommagement ε_D , tous deux paramètres considérés comme des variables du problème. Enfin, les paramètres A et B apparaissent dans l'équation (3.11) : alors que le paramètre A pilote principalement le comportement du matériau avant son maximum de résistance en compression, B influe davantage sur le comportement post-pic. Il a été décidé de considérer B constant égal à 150, et A comme une variable du problème (afin d'obtenir une variabilité sur la résistance en compression).

Il ne reste désormais plus qu'à proposer une quantification de la variabilité pour chacune des variables du problème.

La variabilité considérée pour cette étude est celle observée pour le béton du premier chantier étudié dans le cadre du projet APPLLET (cf. CHAP.1). Pour les paramètres de la cinétique de dégradation chimique, la variabilité est directement celle identifiée sur le chantier A1 (de Larrard *et al.* 2010a). La variabilité expérimentale observée sur ce béton pour le module de Young et les résistances en compression (via le paramètre A de la loi d'endommagement – cf. §1.3.3) et en traction (via le seuil d'endommagement ε_D).

1.3.2 Paramètres de fluage

Comme mentionné dans le §1.1.2, le modèle que nous avons choisi pour modéliser le fluage repose sur la théorie de la consolidation par microprécontrainte de Bazant *et al.* (1997). Ce modèle a été retenu en raison de son aptitude à estimer de façon satisfaisante les déformations de fluage à très long terme. Ce modèle, menant aux équations (3.3) et (3.5), introduit des paramètres relatifs exclusivement au fluage : la viscosité α , la raideur k et le temps caractéristique τ_{KV} . Si la valeur de ce dernier paramètre est prise égale à 7 jours, il reste à identifier les valeurs de α et k .

Dans la mesure où les phénomènes (lixiviation et fluage) sont considérés sur une grande échelle de temps, il convient de caler les paramètres de fluage sur des mesures de déformations à très long terme. C'est la raison pour laquelle les essais de Brooks (2005) ont été choisis pour l'identification des valeurs de k et α : l'évolution des déformations de fluage a été mesurée sur 30 ans. Spécifions que, parmi tous les matériaux testés par Brooks (2005), nous avons retenu celui dont la

formulation se rapprochait le plus du béton du projet APPLET. Les conditions expérimentales sont également similaires aux hypothèses de calcul retenues : les éprouvettes de béton ne sont soumises à aucun échange hydrique avec le milieu extérieur. Néanmoins, le module de Young du béton de Brooks (2005) est de 30 GPa tandis que celui d'APPLET est, en moyenne, égal à 45 GPa. Nous faisons l'hypothèse que les paramètres de fluage sont reliés au module de Young (ACI Committee 209 2008). Nous avons donc corrigé les paramètres de fluage identifiés sur les essais de Brooks (2005) par un rapport 1,5 observé sur les modules d'élasticité. La FIG.3.5 montre la concordance entre les valeurs expérimentales pondérées de ce coefficient 1,5 et le modèle de fluage avec les paramètres k et α identifiés par la méthode des moindres carrés. Dans l'algorithme d'identification, une pondération a été introduite afin d'accentuer l'importance des points à très long terme. Les valeurs des paramètres retenues sont : $k = 137,7$ GPa et $\alpha = 5,25 \cdot 10^{-12}$ Pa $^{-1}$.

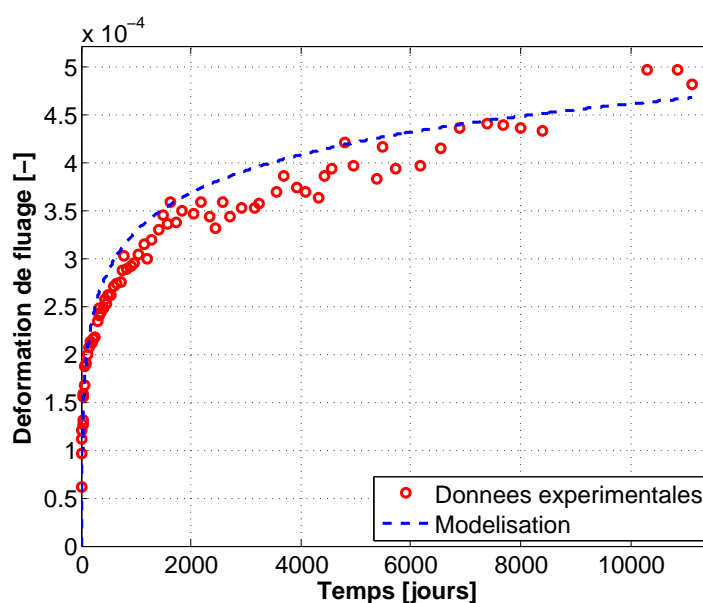


FIG. 3.5: Évolution des déformations de fluage au cours du temps : comparaison entre les résultats expérimentaux de Brooks et l'estimation du modèle

1.3.3 Paramètres d'endommagement

La loi d'évolution de l'endommagement (3.11) est utilisée pour modéliser le comportement mécanique du béton en compression. En prenant la valeur moyenne du module de Young, et pour un paramètre d'endommagement B fixé égal à 150, les bornes de variation du paramètre A sont identifiées de façon que les résistances en compression correspondantes coïncident avec les bornes de variations de F_c mesurées dans la campagne expérimentale (cf. CHAP.1). Ainsi, le coefficient A varie dans l'intervalle : $0,73 \leq A \leq 1,17^4$. La FIG.3.6 montre les courbes contraintes-

⁴Précisons qu'une valeur du paramètre d'endommagement A différente de 1 entraîne que les contraintes apparentes ne tendent pas vers 0 lorsque la déformation équivalente tend vers l'infini, mais l'endommagement tend vers 1. Toutefois, dans notre cas, l'intervalle considéré pour A est suffisamment étroit autour de 1 pour ne pas rencontrer de problème particulier, d'autant plus que les simulations sont arrêtées lorsque l'endommagement atteint la valeur de 1 (pas de pilo-

déformations obtenues pour les valeurs extrêmes de A , et correspondant aux valeurs limites observées pour la résistance en compression.

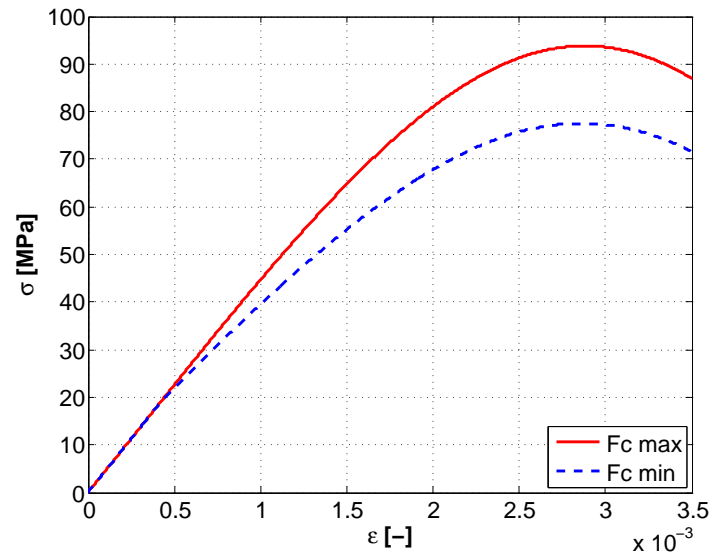


FIG. 3.6: Réponse du modèle mécanique en compression simple

1.3.4 Distribution des variables

Afin d'étudier l'influence de la variabilité sur la durée de vie de la structure, et dans le but de déterminer quels paramètres sont les plus influents sur l'évolution de l'endommagement, 1000 structures de béton sont simulées avec l'algorithme précédemment décrit (cf. §1.2.4). Les 1000 jeux de paramètres d'entrée correspondant sont générés aléatoirement sur le principe de l'échantillonnage par hypercube latin (cf. CHAP.2, §3.2.1) optimisé par un algorithme de recuit simulé (cf. CHAP.2, §3.2.2).

Chacune des 9 variables d'entrée du problème est distribuée suivant une loi de distribution bêta(2,2)⁵. Ce type de distribution a été retenu parce qu'il n'est pas en désaccord avec les distributions observées dans le cadre du projet APPLET, et qu'il permet de faire varier les variables dans un intervalle fermé (afin d'éviter des valeurs non physiques – une porosité négative par exemple – comme on pourrait en rencontrer avec une loi normale). La FIG.3.7 illustre la distribution observée pour le module de Young pour les 1000 réalisations.

tage en contrainte).

⁵Les lois bêta forment une famille de lois de probabilité continues, définies sur $[0,1]$ par deux paramètres de formes α et β , de sorte que la densité de probabilité de la loi bêta est donnée par :

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{\int_0^1 u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1} du}$$

L'espérance et la variance d'une variable aléatoire distribuée suivant une loi bêta sont respectivement $\alpha/(\alpha + \beta)$ et $\alpha\beta/(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)$. Les variables ainsi distribuées dans $[0,1]$ sont transposées par un simple changement de variable pour retrouver l'espérance et la variance requise.

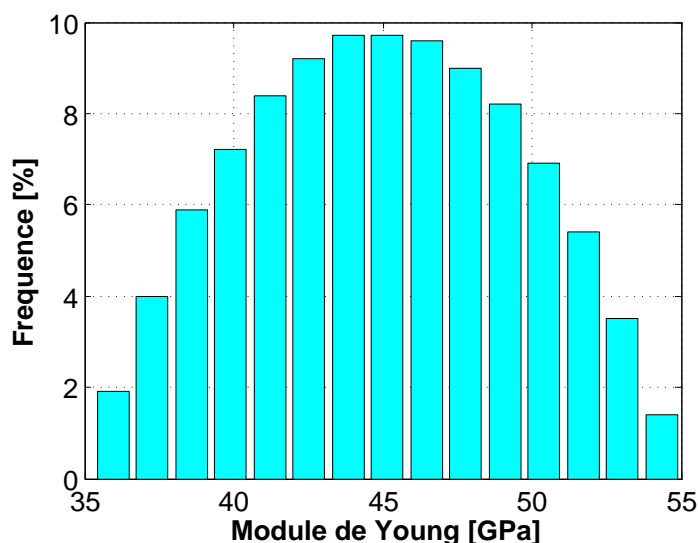


FIG. 3.7: Distribution du module de Young pour les 1000 réalisations considérées (suivant une loi bêta)

Les valeurs moyennes et écarts-types pour chaque variable du modèle sont recensées dans le TAB.3.2. Pour les paramètres ϕ , τ , E et ε_D , les données statistiques proviennent directement de la campagne expérimentale du projet APPLET (cf. CHAP.1). Les moyennes de α et k ont été identifiées (cf. §1.3.2), et il a été décidé de leur appliquer un coefficient de variation identique à celui du module de Young. Les valeurs moyennes pour β et ν_0 sont tirées des travaux de Mazzotti et Savoia (2003). Les écarts-types pour ces paramètres sont une synthèse de ce que l'on peut trouver dans la littérature (Reviron *et al.* 2007; Berveiller *et al.* 2007; Torrenti *et al.* 2008; Reviron 2009). Les bornes de variations de A ont été identifiées (cf. §1.3.3) pour retrouver un encadrement pertinent des observations expérimentales d'APPLET.

TAB. 3.2: Valeur moyenne et écart-type pour les 9 variables d'entrée du modèle

		Valeur moyenne	Écart-type
ϕ	[-]	0,129	0,010
τ	[-]	0,134	0,020
E	[GPa]	45,0	4,5
ν_0	[-]	0,178	0,044
α	[Pa ⁻¹]	$5,25 \cdot 10^{-12}$	$5,25 \cdot 10^{-13}$
k	[GPa]	137,7	13,8
β	[-]	0,15	0,03
ε_D	[$\mu\text{m}/\text{m}$]	109	16
A	[-]	0,95	0,10

Toutes les variables sont supposées indépendantes les unes des autres. Cette hypothèse est en

accord avec les conclusions de l'étude expérimentale visant à établir des corrélations entre les différents indicateurs du comportement du matériau (cf. CHAP.1, §5).

Les quantités d'intérêt des 1000 simulations lancées sont d'une part la durée de vie de la structure (définie comme étant le moment de la ruine de structure, lorsque la variable d'endommagement atteint la valeur de 1), et d'autre part l'évolution de l'endommagement au cours du temps.

1.4 Résultats et discussion

1.4.1 Distribution des durées de vie de la structure

L'espérance de la durée de vie de la structure en béton, évaluée sur les 1000 réalisations, est de 980 ans (contre 928 ans pour une simulation déterministe avec comme paramètre d'entrée l'espérance de chaque variable), pour un écart-type de 393 ans, ce qui correspond à un coefficient de variation de 40%. L'espérance est à peu près égale à la durée de vie estimée par une simulation avec les valeurs moyennes de chaque paramètre. Cette valeur importante de variabilité sur la quantité d'intérêt du problème est à mettre en regard de la variabilité introduite sur les variables d'entrée, laquelle varie de 10 à 25% selon les paramètres considérés. De fait, le problème couplé que nous étudions propage l'incertitude.

Notons que l'on peut représenter la distribution des durées de vie par une loi log-normale, bien que les paramètres d'entrées aient été distribués suivant une loi bêta. La loi-lognormale admet des réalisations pour lesquelles la durée de vie tend vers l'infini, ce qui n'est pas réaliste dans la mesure où ne serait-ce que par la lixiviation seule la durée de vie du poteau est limitée (au maximum 13 500 ans pour une dégradation en lixiviation seule et pour les minimums de porosité et de coefficient de tortuosité). Toutefois, dans la mesure où nous nous intéressons principalement aux réalisations pour lesquelles la durée de vie est la plus courte, et que la loi de distribution log-normale fournit une approximation satisfaisante des résultats de simulations dans cette optique, nous négligeons cet inconvénient. Les paramètres de la distribution log-normale sont calculés à partir de l'espérance et de l'écart-type observés sur la durée de vie, considérée comme une variable aléatoire. Les paramètres (μ_T, σ_T) de la loi log-normale sont exprimés respectivement par les équations (3.20) et (3.21), où E_T et V_T sont l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire.

$$\mu_T = \ln(E_T) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{V_T^2}{E_T^2}\right) \quad (3.20)$$

$$\sigma_T = \ln\left(1 + \frac{V_T^2}{E_T^2}\right) \quad (3.21)$$

La FIG.3.8 représente la distribution des durées de vies des 1000 réalisations calculées, à comparer avec la répartition log-normale dont on a calculé les paramètres (μ_T, σ_T) . Les valeurs de ces paramètres sont $\mu_T = 6,81$ et $\sigma_T = 0,39$.

La fonction de répartition des distributions permet de déterminer des fractiles quant à la population considérée : 1% des poteaux de béton avec la variabilité considérée atteignent leur ruine avant 370 ans, 5% avant 482 ans et 10% avant 554 ans. Ces valeurs sont à comparer aux 980 ans de l'espérance.

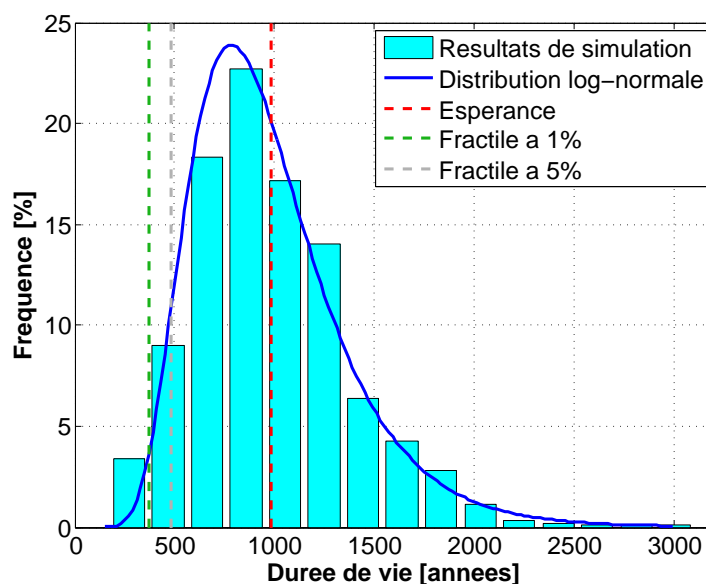


FIG. 3.8: Distribution des durées de vie : résultats des simulations et loi de distribution log-normale

1.4.2 Étude paramétrique

Ce paragraphe s'attache à déterminer quels paramètres, parmi les 9 dont la variabilité est étudiée, ont la plus grande influence sur la variabilité de la durée de vie de la structure. Pour mener cette étude, le coefficient de corrélation de Pearson est calculé à chaque pas de temps entre la variable d'endommagement total et chacune des 9 variables d'entrée du problème. Le coefficient de Pearson est un indicateur de corrélation linéaire présenté au CHAP.1, §5.1. Rappelons simplement ici qu'il varie entre -1 et 1, qu'une valeur de 1 ou -1 indique une relation linéaire entre les deux variables considérées et qu'un coefficient positif indique un sens de variation identique pour les deux variables. Un coefficient nul indique une absence totale de corrélation linéaire entre les variables. C'est un indicateur de la sensibilité du modèle par rapport à la variabilité de ses paramètres.

La FIG.3.9 représente l'évolution au cours du temps du coefficient de Pearson calculé pour chacune des 9 variables d'entrée du modèle. La première observation est qu'il existe deux périodes distinctes. En effet, avant 175 ans à peu près, les 1000 réalisations de la structure présentent une variable d'endommagement qui évolue, tandis qu'au-delà de cette période, certaines réalisations ont déjà atteint la ruine, de sorte que la variable d'endommagement correspondante est constante égale à 1. Cela signifie que pour une longue période, de nombreuses réalisations ont une variable d'endommagement constante, ce qui minimise l'influence de la variabilité des paramètres d'entrée. C'est en quelque sorte un effet tampon qui explique pourquoi le coefficient de corrélation, quelle que soit la variable considérée, tend vers 0 avec le temps.

La première observation est que le paramètre dont la variabilité est la plus influente sur celle de l'endommagement est le paramètre A de la loi d'évolution de l'endommagement de Mazars. En effet, ce coefficient pilote directement le comportement mécanique du matériau. Schématiquement, on pourrait dire que plus le coefficient A est élevé, plus la résistance en compression sera impor-

tante. C'est pourquoi il est logique de retrouver une valeur forte en valeur absolue, et négative, pour le coefficient de Pearson calculé en regard de ce coefficient A .

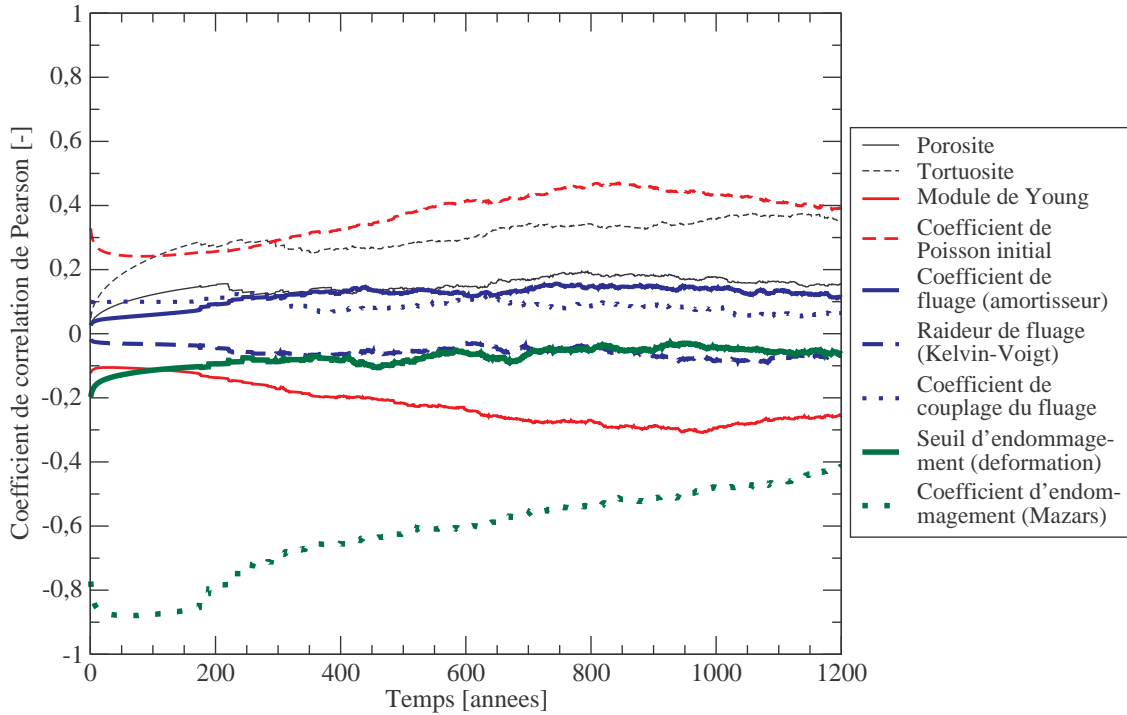


FIG. 3.9: Évolution au cours du temps du coefficient de corrélation de Pearson calculé pour chacun des paramètres d'entrée par rapport la variable d'endommagement total

Le second paramètre par ordre d'importance est le coefficient de Poisson ν_0 . En effet, dans le cas bien spécifique que nous étudions, la structure est chargée en compression, mais le matériau ne s'endommage que par les déformations d'extension qui en découlent. Or il apparaît distinctement, notamment dans les équations (3.16) et (3.17), que le coefficient de Poisson est le lien entre la déformation longitudinale et les déformations latérales d'extension. De fait, plus ce coefficient de Poisson sera important, plus grandes seront les déformations d'extension.

Quasiment aussi significatif que le coefficient de Poisson, le coefficient de tortuosité pilote la cinétique de dégradation en lixiviation, et donc la partie de l'endommagement correspondant à l'endommagement chimique. Il apparaît clairement sur la FIG.3.3(a) que l'endommagement chimique représente une partie importante de l'endommagement total avant la phase de fluage tertiaire amenant la ruine du matériau. Celle-ci est pilotée par l'endommagement mécanique. On peut supposer que l'influence de la porosité sur la variabilité de l'endommagement chimique est masquée par la variabilité du coefficient de la tortuosité, plus importante que celle de la porosité (de Larrard *et al.* 2010a).

Un autre paramètre dont la variabilité a une influence importante sur celle de l'endommagement est le module de Young E . Là encore, on retrouve le fait que le matériau est sollicité par un chargement de compression simple, et que l'endommagement mécanique apparaît du fait des déformations latérales d'extension : plus le matériau est rigide, moins la déformation longitudinale est importante pour un niveau de chargement donné, les déformations d'extensions *idem*, et donc

l'endommagement mécanique.

On peut noter enfin l'importance du seuil d'endommagement dans les premières années. Physiquement, le rôle de ce paramètre est évident : l'endommagement mécanique n'apparaît qu'à partir du moment où la déformation équivalente a atteint ce seuil d'endommagement. De ce fait, plus le seuil est élevé, plus l'endommagement apparaît tard dans le matériau. L'influence déclinante de ce paramètre est due au fait qu'il est surtout important pour l'apparition de l'endommagement et la phase de fluage primaire, moins au-delà.

Spécifions enfin que les paramètres de fluage ont une influence faible sur la variabilité de l'endommagement, particulièrement la raideur k de la chaîne de Kelvin-Voigt du modèle rhéologique et le coefficient de couplage β . En outre, il est notable que l'endommagement au cours des premières années est piloté par les variables de la dégradation chimique et le seuil d'endommagement, tandis que l'endommagement des dernières années est plutôt piloté par le module de Young et le coefficient de Poisson, c'est-à-dire les paramètres du comportement mécanique. Précisons pour expliquer cela que la dégradation croît peu ou prou linéairement par rapport à la racine carrée du temps, de sorte que, au fur et à mesure des années, l'accroissement de l'endommagement chimique a tendance à diminuer. L'augmentation de l'endommagement à l'approche de la ruine résulte du fluage tertiaire et est donc entièrement pilotée par les paramètres de l'endommagement et du comportement mécaniques.

1.4.3 Classification des structures selon leur durée de vie et explication des variables

L'étude présentée dans le paragraphe précédent sur le coefficient de corrélation de Pearson a mis en lumière l'importance primordiale du coefficient d'endommagement de Mazars A , du coefficient de Poisson ν_0 , du module de Young E et du coefficient de tortuosité τ . L'étape suivante consiste à établir une hiérarchie entre ces paramètres, et à établir des valeurs seuils pour chacun d'eux afin d'évaluer à partir de ces paramètres si une structure se trouve dans une catégorie de durée de vie potentiellement inquiétante du point de vue de la sécurité.

Ceci est obtenu en construisant un arbre de décision à partir des données des simulations (Breiman *et al.* 1984). Le principe est de définir des classes de durées de vie, et d'organiser les réalisations en fonction de la classe de durée de vie à laquelle elles appartiennent. La première catégorie est celle des structures les plus pathogènes : ce sont celles dont la durée de vie est inférieure à 370 ans (il s'agit du fractile à 1% – cf. FIG.3.8). La seconde catégorie est une classe intermédiaire, pour les structures dont la durée de vie est comprise entre 370 et 482 ans (fractile à 5%). La dernière catégorie est composée de toutes les autres réalisations, dont la durée de vie est supérieure à 482 ans, soit 95% des structures.

Le principe de construction de l'arbre de décision est d'ordonner les catégories sur une succession de conditions portant sur les paramètres. Chaque condition (du type : tel paramètre est-il plus ou moins grand qu'une valeur seuil donnée ?) est un embranchement. Le point de départ est donc un tronc : la première condition sur un paramètre donne naissance à deux branches, correspondant à deux catégories de population : les individus satisfaisant la condition, et ceux ne la satisfaisant pas. Sur chaque branche, une nouvelle condition donnera naissance à deux nouvelles branches, et ainsi de suite jusqu'aux extrémités des branches. Ces extrémités sont appelées des feuilles ; les feuilles sont une des catégories définies au départ (dans notre cas, une classe de durée de vie). Ainsi chaque catégorie sur la quantité d'intérêt principale (la durée de vie) est définie par une succession de conditions sur les paramètres du modèle. Précisons toutefois que plusieurs feuilles peuvent correspondre à la même catégorie d'individus.

Considérer un arbre de décision dans sa totalité peut être compliqué et difficilement lisible, surtout si, comme c'est le cas ici, le nombre de paramètres est important, de sorte que le nombre d'embranchements est grand. On procède dans ce cas à un élagage, c'est à dire qu'on remplace un embranchement par une feuille, correspondant à la catégorie principale apparaissant au-delà de cet embranchement. L'élagage permet de ramener l'arbre de décision à une dimension qui le rend facilement lisible, en ne faisant apparaître que les critères les plus importants sur les paramètres les plus significatifs.

Le résultat de ce processus apparaît de façon schématique dans la FIG.3.10. On peut résumer les conclusions de l'arbre de décision, en accord avec celles de l'étude du coefficient de Pearson, comme suit :

1. si $A \geq 0,84$, alors la structure est non pathogène (durée de vie supérieure à 482 ans) ;
2. si $A < 0,84$ mais $v_0 < 0,19$, alors la structure est non pathogène ;
3. si $A < 0,84$ et $v_0 \geq 0,19$ et $E \geq 45$ GPa mais $\tau < 0,126$, alors la structure est non pathogène ;
4. si $A < 0,84$ et $v_0 \geq 0,19$ et $E \geq 45$ GPa mais $\tau \geq 0,126$, alors la structure est dans le fractile à 5% (durée de vie intermédiaire entre 370 et 482 ans).
5. si $A < 0,84$ et $v_0 \geq 0,19$ et $E < 45$ GPa, alors la structure est dans le fractile à 1% (les durées de vie les plus courtes).

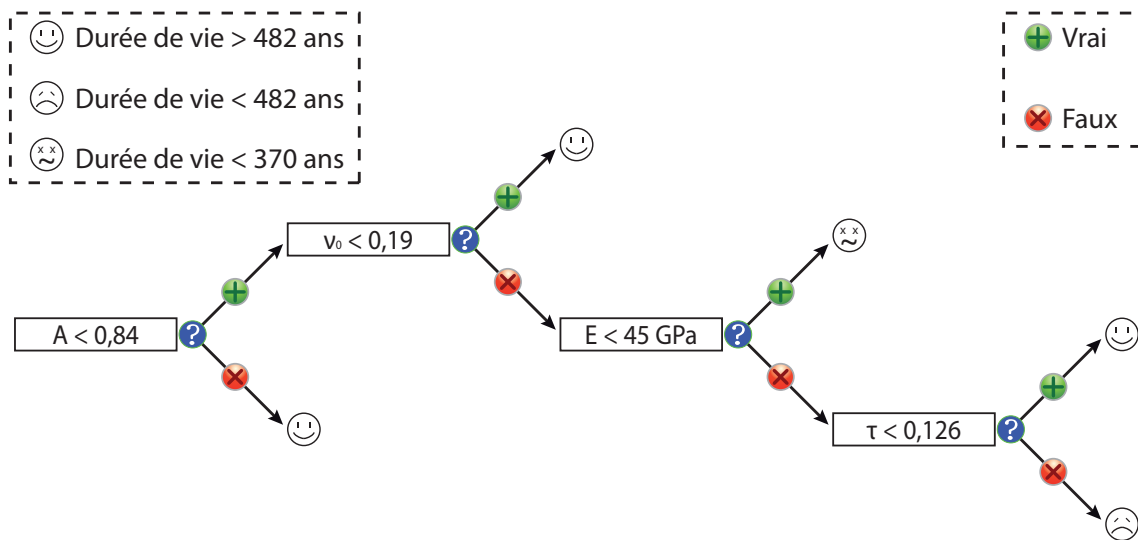


FIG. 3.10: Représentation schématique de l'arbre de classification : chaque case représente une condition sur un paramètre, la branche de l'arbre vers le haut signifie que la condition est satisfaite, la branche vers le bas qu'elle ne l'est pas. Le visage souriant ☺ indique une structure dont la durée de vie est supérieure à 482 ans. Le visage triste ☹ correspond à une durée de vie entre 370 et 482 ans. Le visage malade ☹ correspond à une durée de vie critique (inférieure à 370 ans)

1.5 Synthèse

La question initiale à laquelle cette étude se proposait de répondre était de savoir quelle pouvait être la conséquence, sur la variabilité de la durée de vie d'une structure, de la variabilité

observée d'un certain nombre de paramètres indicateurs du comportement (mécanique ou dans une problématique de durabilité) du matériau. Cette étude a été menée pour un cas simple, sous un certain nombre d'hypothèses simplificatrices fortes : géométrie simplifiée, cas de chargement idéal, modèles théoriques simples pour le comportement mécanique, le fluage et la dégradation chimique, couplage faible entre les phénomènes. Malgré la relative simplicité du modèle proposé ici, il apparaît que l'incertitude introduite sur les paramètres d'entrée du modèle se retrouve amplifiée sur la quantité d'intérêt, ce qui justifie la mise en œuvre de méthodes probabilistes pour estimer la durée de vie des structures.

L'utilisation d'un outil de classification, tel que les arbres de décisions, permet d'établir une hiérarchie entre les paramètres d'entrée afin de déterminer lesquels ont une importance significative sur la variabilité de la durée de vie de la structure. En outre, cette méthode de classification permet d'établir des valeurs seuils pour classer les réalisations selon leur durée de vie.

L'application suivante propose un exemple simple de méthode probabiliste appliquée à l'estimation de la durée de vie d'un tunnel de stockage de déchets radioactifs, en tenant compte de la variabilité spatiale des paramètres d'entrée du modèle.

2 Influence de la variabilité spatiale sur la lixiviation d'une structure

Le but de ce paragraphe est d'étudier l'influence de la variabilité spatiale des champs de caractéristiques du béton sur le comportement du matériau. Dans le cas qui nous intéresse, nous observons l'influence de la variabilité spatiale des paramètres les plus influents par rapport à la cinétique de dégradation en lixiviation (porosité et coefficient de tortuosité – cf. CHAP.2, §3.2) sur la vitesse de propagation dans une structure en béton du front de dissolution de la portlandite. Les considérations sur la variabilité spatiale de ces champs au sein d'une structure découlent des observations expérimentales menées sur le voile étudié dans le CHAP.1, §4.

2.1 Contexte et problématique

2.1.1 Structure étudiée

La structure sur laquelle nous menons cette étude est un tunnel de stockage de déchets radioactifs. Elle s'inscrit dans le cadre de l'étude du stockage à très long terme des déchets de haute activité et à longue vie. L'objectif est de confiner ces déchets dans une formation géologique profonde afin de protéger l'environnement des radionucléides qu'ils contiennent. Ce confinement s'effectue sur de grandes échelles de temps (jusqu'à plusieurs centaines de milliers d'années) sans devoir nécessiter de maintenance ou d'entretien à long terme (ANDRA 2005).

Le processus de stockage est illustré sur la FIG.3.11, issue du rapport de l'ANDRA (2005)⁶. Les déchets sont contenus dans des colis en métal ou en béton, selon la nature des déchets. Ces colis sont disposés dans des alvéoles de stockage, cavités creusées dans la roche en profondeur. Dans le cadre du stockage réversible, les colis sont simplement entreposés dans les alvéoles. Si l'option du stockage souterrain est retenue définitivement, les alvéoles, puis les galeries souterraines y donnant accès, seront scellées.

La structure que nous étudions est une de ces alvéoles de stockage. Par souci de simplification, et afin d'alléger les calculs, la géométrie considérée pour la structure est très schématique : nous

⁶Le Dossier 2005 Argile de l'ANDRA est public et téléchargeable à l'adresse : <http://www.andra.fr/download/site-principal/document/editions/266.pdf>

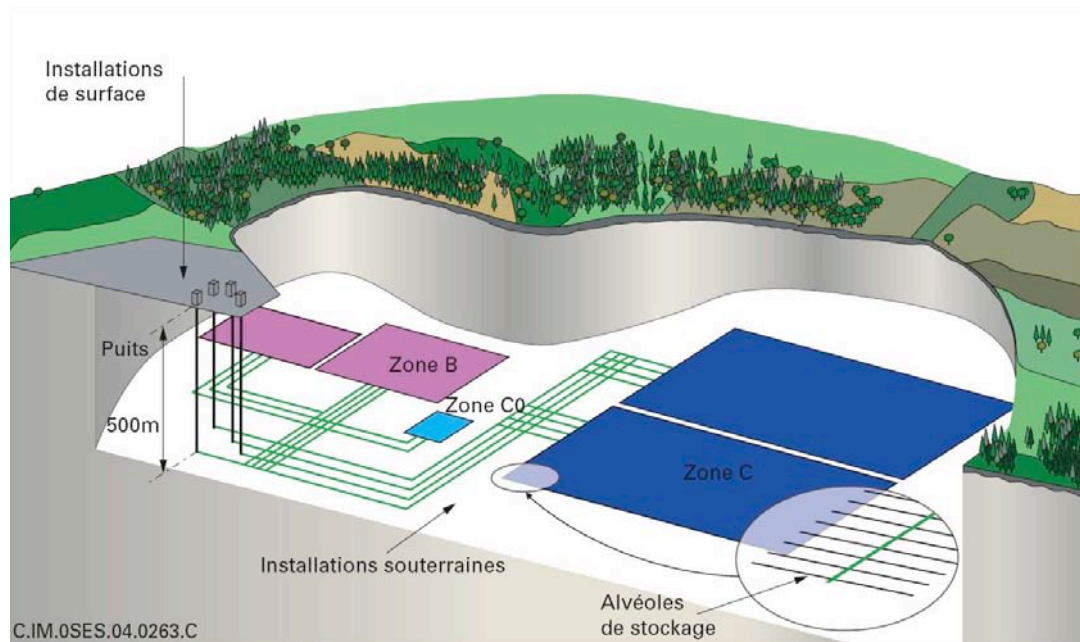


FIG. 3.11: Schéma de principe d'une architecture de stockage (ANDRA 2005)

considérons simplement un cylindre creux, de 8 m de rayon extérieur, et de 1 m d'épaisseur. L'alvéole de stockage peut atteindre des longueurs de plusieurs centaines de mètres. La FIG.3.12 représente de façon schématique le problème que nous modélisons. Un tunnel pour le dépôt des colis de déchets est creusé dans le massif de sol, et une paroi de béton protège l'environnement des containers de déchets contenus à l'intérieur du tunnel. L'eau de site contenue dans le sol expose le béton du tunnel à un risque de lixiviation, dégradation certes lente mais à considérer dans la mesure où la durée de vie requise pour ce type de structures est de plusieurs centaines de milliers d'années.

Dans la mesure où la précision de l'estimation de la position du front de dégradation dépend de la finesse du maillage aux volumes finis, où la corrélation spatiale des champs considérés correspond à une longueur de corrélation de l'ordre du mètre, et où la mise en œuvre de la méthode de Monte-Carlo requiert un nombre important de calculs, il a été choisi de ne pas modéliser la totalité de l'alvéole de stockage, mais seulement une partie de celle-ci. Le tronçon considéré dans cette application est d'une longueur de 1 m, et correspond à une fraction angulaire de $\pi/12$. Il apparaît en rouge sur la FIG.3.12. C'est environ un bloc de 1 m de hauteur, de largeur et de longueur.

Précisons également ici que ce problème est traité sous un certain nombre d'hypothèses très fortes, outre la simplification géométrique de la structure :

- l'influence de la température est négligée, c'est-à-dire que les simulations seront faites à température constante sur toute la durée de vie de l'ouvrage⁷ ;
- toute autre interaction avec le milieu environnant que la lixiviation en eau pure n'est pas prise en compte dans la modélisation ;

⁷Cette hypothèse sur la température va conduire à surestimer la durée de vie de l'ouvrage dans la mesure où les premières années de stockage des déchets se font sous température modérément élevée : jusqu'à 60°C pendant 10 ans ou 50°C pendant 100 ans selon les déchets.

- la dégradation en lixiviation se fait avec de l'eau pure : en réalité, l'eau de site n'est pas une eau pure mais est chargée en différents ions ;
 - aucun couplage avec le comportement mécanique de la structure n'est pris en considération.
- Pour conclure, spécifions que l'on entend par durée de vie de la structure le temps mis par le front de dissolution de la portlandite pour atteindre la paroi interne du tunnel.

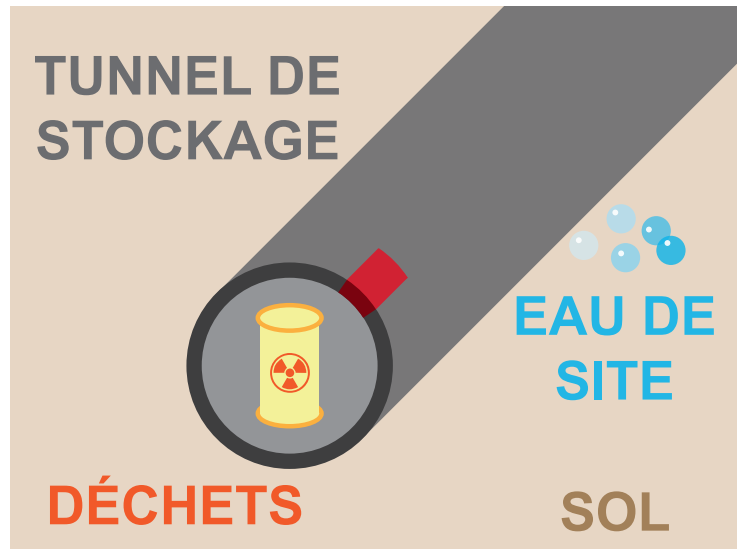


FIG. 3.12: Schéma du tunnel de stockage des déchets radioactifs : la portion de tunnel modélisée apparaît en rouge

2.1.2 Variabilité des paramètres d'entrée et simulation déterministe de référence

La variabilité spatiale imposée en entrée du problème est celle observée sur les échantillons du chantier A1 de la campagne expérimentale (cf. CHAP.1). Le TAB.3.3 recense la variabilité considérée pour la porosité ϕ et le coefficient de tortuosité τ . Ces deux variables sont supposées indépendantes. Trois valeurs de longueurs de corrélation sont testées, de l'ordre de grandeur des longueurs de corrélations identifiées sur le voile expérimental : 0,5 m, 1 m et 2 m.

TAB. 3.3: Variabilité des paramètres d'entrée : espérance et coefficient de variation des champs de porosité et du coefficient de tortuosité

	Espérance	CdV [%]
ϕ [-]	0,129	8
τ [-]	0,134	15

Les durées de vie de la structure évaluées en prenant en compte la variabilité des paramètres d'entrée sont à considérer par rapport à une valeur de référence qui est donnée par un calcul déterministe, c'est-à-dire une simulation avec des champs de porosité et coefficient de tortuosité

uniformes, égaux à l'espérance de ces paramètres. En effet, l'espérance des sorties d'un problème n'est pas égale à la sortie du même problème considéré avec les espérances de ses paramètres d'entrée.

Pour mener à bien ces simulations, le code numérique aux volumes finis présenté dans le CHAP.2, §2 est adapté pour des simulations en trois dimensions. La FIG.3.13 montre le maillage choisi pour ces simulations. Les faces latérales de l'élément considéré, non exposée à l'eau de site, sont par hypothèse soumises à un flux nul. On compte 10 volumes de contrôle sur la longueur de la structure (parallèlement à une génératrice du cylindre), 10 volumes en orthoradial et 20 volumes dans l'épaisseur. Les équations fondamentales du code de calcul sont les mêmes que celles présentées dans le CHAP.2, §2 pour un cas unidimensionnel à la différence qu'au lieu de considérer un unique flux radial, on considère également un flux orthoradial et un flux parallèle à l'axe central du tunnel.

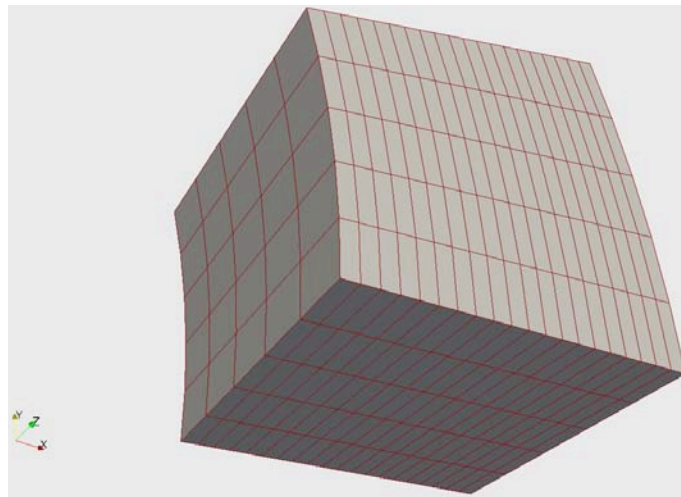


FIG. 3.13: Maillage aux volumes finis du tronçon de tunnel modélisé

Une simulation de référence est donc menée avec des champs de porosité et de coefficient de tortuosité uniformes dans la structure et égaux respectivement à 12,9% et 0,134. On obtient dans ce cas une valeur de référence de la durée de vie du tunnel de 254 000 ans.

2.2 Caractère probabiliste et ingénierie logicielle

La mise en place d'un problème probabiliste consiste à transposer un problème déterministe – et dans notre cas déjà discrétisé – dans un espace probabilisé. Dans ce nouvel espace, la question de l'intégration stochastique peut être abordée numériquement de plusieurs manières. On distingue notamment deux types d'approches (Spanos et Ghanem 2002). D'une part les méthodes d'intégrations directes, dont la plupart relève du principe des simulations de Monte-Carlo (Metropolis et Ulam 1949; Caffisch 1998), sont les plus utilisées. Elles nécessitent le calcul d'un grand nombre de réalisations numériques du problème, et de fait sont relativement lourdes à mettre en œuvre numériquement. D'autre part, les méthodes stochastiques de type Galerkin proposent de décomposer la solution sous forme d'une série de termes produits de fonctions aléatoires dépendant du temps ou de l'espace (Spanos et Ghanem 2002; Keese 2003). Une fois les coeffi-

cients du développement en série calculés, un traitement statistique du problème peut être appliqué analytiquement ou par échantillonnage à partir du développement sériel. On peut dans ce cas être amené à résoudre un système d'équations assez important, dont la taille augmente de façon exponentielle avec la dimension stochastique et le degré d'interpolation. Malgré les récentes évolutions remarquables apportées à ces méthodes, elles restent limitées à des problèmes linéaires de relativement faibles dimensions. En outre, bien que le taux de convergence des méthodes de Monte-Carlo soit relativement faible, ce taux n'est dépendant que du nombre de réalisations considérées. Ce sont les raisons pour lesquelles la méthode de Monte-Carlo directe a été choisie pour intégrer ce problème.

2.2.1 Méthode de Monte-Carlo

Le principe général de la méthode de Monte-Carlo est d'estimer la valeur de l'intégrale d'une fonction continue sur un espace probabilisé (i.e. l'espérance) par le calcul d'un certain nombre de réalisations, aléatoirement choisies, de cette fonction (Metropolis et Ulam 1949; Caffisch 1998). Ce principe est illustré dans l'équation (3.22), où Ψ est la fonction dont on veut évaluer l'espérance ; $P(\omega)$ est la mesure de la probabilité, N est le nombre de réalisations et ω_i est la variable stochastique correspondant aux réalisations considérées. Notons que même si le taux de convergence de cette méthode est assez lent, il suffit de fournir un nombre suffisant de réalisations pour atteindre la précision souhaitée.

$$\int_{\Omega} \Psi(\omega) dP(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Psi(\omega_i) + o\left(\frac{\sigma_{\Psi}}{\sqrt{N}}\right) \quad (3.22)$$

Pour chaque réalisation ω_i , l'évaluation de la fonction Ψ consiste à résoudre le problème déterministe correspondant grâce au modèle aux volumes finis présentés dans le CHAP.2. Dans la mise en œuvre de la méthode de Monte-Carlo, c'est cette étape qui est la plus longue. Il est donc avantageux que le calcul correspondant à chacune des réalisations soit indépendant des autres, afin de paralléliser les calculs. Ce point est le principal avantage de la méthode de Monte-Carlo. Notons toutefois que pour sa mise en œuvre, il faut disposer de N réalisations indépendantes pour le ou les champs aléatoires considérés. Dans la mesure où le problème que nous traitons implique des champs corrélés, l'outil le plus performant pour la génération des réalisations indépendantes du champ corrélé est la décomposition modale de Karhunen-Loève (Spanos et Ghanem 2002), détaillée dans le §2.3. Avant d'aborder ce point, nous détaillons la mise en œuvre numérique de la méthode de Monte-Carlo, d'un point de vue logiciel.

2.2.2 Aspect logiciel

L'idée de base du développement logiciel attaché au traitement numérique de notre problème est de séparer les différentes tâches du processus et de les faire traiter par des composants indépendants les uns des autres. De fait, chaque logiciel inclus dans un composant est consacré à une tâche unique (par exemple, dans le cas que nous considérons, générer une réalisation du champ de porosité, ou simuler la progression du front de dégradation en lixiviation dans la structure), en sorte que chacun des composants puisse être réutilisé dans un contexte différent (Szyperski 1998). Du point de vue de l'utilisateur, chaque composant n'apparaît que par les données d'entrée qu'on lui fournit et les quantités d'intérêt qu'il restitue.

Ce type de développement numérique nécessite l'utilisation d'un middleware, qui est une couche d'interface assurant la communication entre les différents composants. Parmi les middlewares existants, nous utilisons Components Template Library (CTL) développé par Matthies *et al.* (2006).

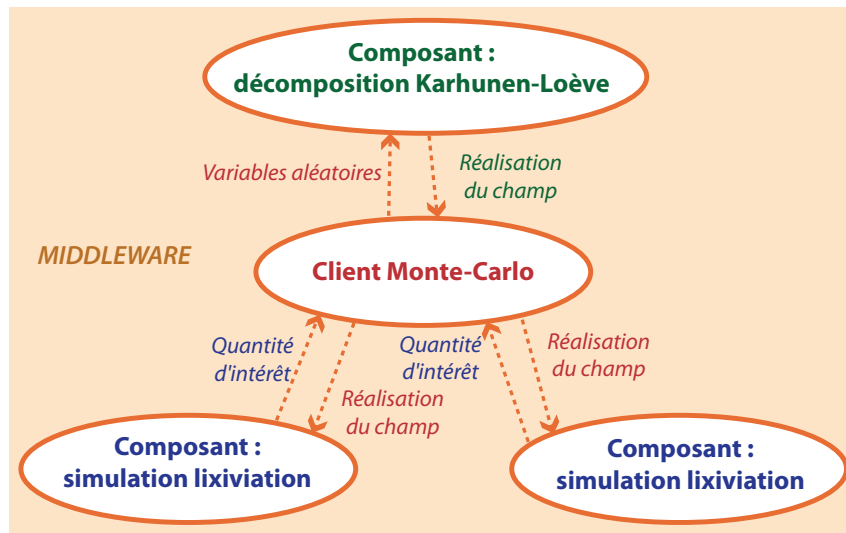


FIG. 3.14: Schéma de l'architecture en composants adaptée aux simulations de Monte-Carlo

La FIG.3.14 montre l'architecture en composants utilisée pour cette étude. La capsule centrale représente le composant Monte-Carlo, appelé ici "client", dont le rôle est de générer la génération de variables aléatoires (il s'agit d'un simple générateur de nombres aléatoires, dont l'utilité sera explicitée dans le §2.3 consacré à la décomposition de Karhunen-Loève) et le traitement statistique des quantités d'intérêt du problème déterministe (la durée de vie de la structure). Le client a un rôle central dans la mesure où il est en communication avec tous les autres composants, qu'il appelle lui-même. Ainsi parmi les composants au service du client, on trouve le composant Karhunen-Loève dont le rôle est d'assurer, à partir d'un jeu de variables aléatoires scalaires fournies par le client, la génération d'une réalisation des champs aléatoires de porosité et de coefficient de tortuosité. L'autre composant est le simulateur de lixiviation qui, pour une réalisation donnée des champs de porosité et de coefficient de tortuosité, restituée par le client, estime la durée de vie de la structure. Dans la mesure où cette étape (la simulation de la lixiviation) est la plus longue du processus, et où chaque simulation de la lixiviation est indépendante des autres, il est possible d'instantier simultanément plusieurs composants de lixiviation, ce qui correspond à une parallélisation naturelle du processus de Monte-Carlo. Cette parallélisation est particulièrement efficace avec un ordinateur multiprocesseurs ou un réseau d'ordinateurs utilisés en cluster. Avec CTL, le réseau peut exploiter n'importe quel protocole de transfert de données (MPI, Pipe ou TCP/IP). Précisons enfin que l'un des avantages de CTL est que tous les composants peuvent être écrits dans des langages de programmation différents. La communication des données entre les différents composants est gérée par le middleware, ce qui facilite la construction de l'architecture du logiciel.

2.3 Génération de champs aléatoires

Comme cela a été souligné dans le §2.2.1, l'un des points clefs de la mise en œuvre de la méthode de Monte-Carlo est la génération de réalisations du champ aléatoire considéré (en l'occurrence la porosité et le coefficient de tortuosité), de sorte que ces réalisations soient indépendantes les unes des autres mais tiennent compte de la corrélation spatiale du champ. Spanos et Ghanem (2002) ont montré que la décomposition modale de Karhunen-Loève était l'outil le plus performant pour parvenir à cette fin.

2.3.1 Décomposition modale de Karhunen-Loève

La décomposition modale de Karhunen-Loève (Spanos et Ghanem 2002) propose une décomposition d'un champ aléatoire $f(\vec{x}, \omega)$ en l'écrivant sous la forme d'une série infinie (3.23).

$$f(\vec{x}, \omega) = \bar{f}(\vec{x}) + \sum_{i=0}^{+\infty} \sqrt{\lambda_i} \phi_i(\vec{x}) \xi_i(\omega) \quad (3.23)$$

L'un des principaux atouts de cette méthode est qu'elle permet un découplage des variables spatiales \vec{x} et stochastiques ω . Le premier terme de la décomposition est l'espérance spatiale du champ aléatoire, $\bar{f}(\vec{x})$ qui de fait ne dépend pas des variables stochastiques. La dépendance stochastique se retrouve à travers les variables aléatoires ξ_i , tandis que la dépendance spatiale apparaît dans les modes propres (λ_i, ϕ_i) du noyau de covariance, où λ_i sont les valeurs propres et ϕ_i les vecteurs propres correspondants, comme cela apparaît dans l'équation (3.24). Notons que $cov_f(\vec{x}, \vec{y})$ est la fonction de covariance du champ aléatoire f , à travers laquelle va s'exprimer la corrélation spatiale du champ.

$$\int_{\Omega} cov_f(\vec{x}, \vec{y}) \phi_i(\vec{y}) d\vec{y} = \lambda_i \phi_i(\vec{x}) \quad (3.24)$$

En outre, les variables ξ_i forment un jeu de variables orthonormales par rapport à la mesure de probabilité $P(\omega)$. Si les ξ_i sont des variables gaussiennes, indépendantes, la décomposition de Karhunen-Loève permet qu'il en soit de même pour les différentes réalisations du champ gaussien. La décomposition modale de Karhunen-Loève (3.23) permet donc, pourvu que l'on connaisse les modes propres du noyau de covariance, de générer facilement un grand nombre de réalisations indépendantes du champ aléatoire gaussien souhaité.

2.3.2 Problème aux valeurs propres généralisées

La mise en œuvre numérique de la décomposition de Karhunen-Loève pour construire une approximation d'un champ aléatoire gaussien nécessite une discrétisation spatiale. En effet, dans la résolution du problème aux valeurs propres généralisées (3.24), nous voulons déterminer les plus grandes valeurs propres (Newman 1996) dans la mesure où ce sont les modes qui ont la plus grande part dans l'écriture en série (3.23). Un moyen pertinent de déterminer une approximation de ces modes est de procéder à une discrétisation de type éléments finis de l'espace (Keese 2003) appliquée à l'équation (3.24) pour aboutir à un problème aux valeurs propres discrétisé (3.25), où \mathbb{M} est la matrice de masse de la géométrie considérée avec une densité unitaire, et \mathbb{C} est la matrice de covariance.

$$\mathbb{M}\mathbb{C}\vec{\phi} = \lambda\mathbb{M}\vec{\phi} \quad (3.25)$$

Ce problème numérique est parfaitement analogue aux problèmes aux valeurs propres rencontrés pour les calculs dynamiques sur les structures. C'est pourquoi un code de calcul aux éléments finis, en l'occurrence FEAP (Taylor et Zienkiewicz 2005), est utilisé pour déterminer les modes de la décomposition de Karhunen-Loève, en réutilisant les routines de calcul du code avec les matrices concernées par le problème de Fredholm (3.25). Notons que même si la matrice de masse \mathbb{M} est une matrice bande, de par les propriétés des éléments finis, la matrice de covariance \mathbb{C} est pleine, ce qui peut entraîner des restrictions dans la taille des problèmes traités.

Une fois les plus grandes valeurs propres déterminées, ainsi que les vecteurs propres correspondants, par une troncation de la série (3.23), la décomposition de Karhunen-Loève permet une approximation du champ aléatoire (3.26). Dans cette approximation, m est le nombre de modes propres retenus, et les travaux de Karhunen (1947) et Loève (1978) montrent que l'approximation proposée en (3.26) est la meilleure pour m modes. Pour un champ aléatoire γ gaussien, les variables aléatoires ξ sont distribuées suivant une loi normale, de moyenne nulle et de variance unitaire. La troncation de la série introduit bien entendu une erreur dans l'approximation du champ, que l'on réduit en augmentant le nombre de modes retenus.

$$\gamma_{ij} = \bar{\gamma}_i + \sum_{k=1}^m \sqrt{\lambda_k} \phi_{ki} \xi_{kj} \quad (3.26)$$

Dans l'équation (3.26), γ_{ij} est l'expression de la valeur approchée du champ aléatoire en chaque nœud du maillage spatial, référencé par l'indice i (renvoyant à la dépendance spatiale), et pour chaque réalisation, repérée par l'indice j (dépendance stochastique). L'indice k renvoie à l'ordre du mode propre : plus k est petit, plus la valeur propre correspondante λ_k est grande. Le champ déterministe $\bar{\gamma}$ est l'espérance du champ aléatoire gaussien en chaque nœud.

Spécifions ici que la décomposition de Karhunen-Loève est mise en œuvre ici en utilisant la seule fonction de covariance pour modéliser la corrélation spatiale du champ. Parmi les différents moyens de modéliser la covariance, une fonction très simple a été retenue.

2.3.3 Fonction de covariance et longueur de corrélation

Chaque terme C_{ij} de la matrice de covariance \mathbb{C} est la valeur de la fonction de covariance calculée entre les nœuds i et j du maillage. Les vecteurs \vec{x}_i et \vec{x}_j donnent la position des nœuds correspondants. L'expression de la fonction de corrélation apparaît dans l'équation (3.27), où l'on introduit la variance V du champ aléatoire gaussien et une longueur de corrélation L_c . Ce dernier paramètre est celui qui gouverne l'importance de la corrélation spatiale dans le champ. Plus ce paramètre est important, plus la corrélation est forte, c'est-à-dire que pour une réalisation donnée, la valeur du champ en un point est d'autant plus dépendante des valeurs aux points voisins. Ainsi si la longueur de corrélation tend vers l'infini, la covariance entre tous les points tend vers la variance, c'est le cas d'un champ uniforme ; tandis que pour une longueur de corrélation tendant vers 0, la covariance tend vers 0 entre deux points, quels qu'ils soient : c'est le cas d'un champ totalement décorrélé, un bruit blanc. La fonction de covariance présentée en (3.27) a l'avantage d'être simple, de nécessiter peu de paramètres, et d'être différentiable en 0.

$$C_{ij} = V \exp\left(-\frac{\|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|^2}{L_c^2}\right) \quad (3.27)$$

Notons qu'on trouve relativement peu d'études dans la littérature scientifique sur la longueur de corrélation et les valeurs qu'elle peut prendre. Mentionnons les travaux de Vu et Stewart (2005)

sur le module de Young, la concentration en chlorures et la résistance mécanique du béton, ou ceux de de Vasconcellos *et al.* (2003) sur la résistance en compression ou encore ceux de Berveiller *et al.* (2007) sur la diffusion qui proposent pour la longueur de corrélation des valeurs d'un ordre de grandeur analogue à celui identifié sur le voile expérimental (cf. CHAP.1, §4). Nous retiendrons trois cas que nous étudierons pour ce paramètre : 0,5 m, 1 m et 2 m.

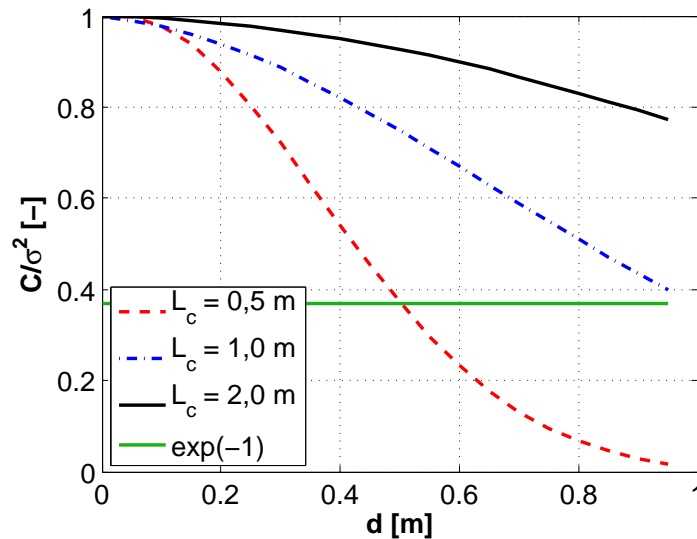


FIG. 3.15: Covariance normée par rapport à la variance pour différentes longueurs de corrélation (calculée sur 1000 réalisations du champ aléatoire)

Une illustration de l'influence de la longueur de corrélation sur la covariance du champ aléatoire apparaît dans la FIG.3.15, représentant l'évolution de la covariance du champ normée par rapport à la variance (de sorte que cette covariance normée est bornée entre 0 et 1) calculée sur les réalisations des champs aléatoires obtenues grâce à la mise en œuvre de la décomposition de Karhunen-Loève⁸. En 0, c'est-à-dire lorsque l'on calcule la covariance d'un point avec lui-même, la covariance est égale à la variance, puis elle décroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne. Étant donnée la fonction de covariance choisie (3.27), on identifie la longueur de corrélation comme étant la distance par rapport au point de référence à laquelle la covariance atteint la valeur de $\exp(-1) = 1/e$. De fait, comme attendu, on vérifie que plus la longueur de corrélation est petite, plus la décroissance de la covariance est rapide.

2.3.4 Modes propres de la décomposition

La FIG.3.16 représente certains vecteurs propres obtenus pour une longueur de corrélation de 0,5 m. Ces modes sont en trois dimensions, mais la représentation proposée ici est une coupe sui-

⁸Pour rappel, lorsque l'on dispose de plusieurs réalisations d'un champ aléatoire, on calcule la covariance entre deux points x et y en appliquant la définition mathématique de la celle-ci : $C(x,y) = E[(\gamma(x) - E[\gamma](x))(\gamma(y) - E[\gamma](y))]$, où l'on note $E[\gamma]$ l'espérance du champ aléatoire γ .

Dans notre application, et avec les notations introduites précédemment, on calcule la covariance entre les nœuds i et j du maillage, pour N réalisations du champ γ avec la formule suivante dans laquelle $\bar{\gamma}_i$ est l'espérance du champ γ au nœud i , calculée à partir des N valeurs en ce point des réalisations du champ aléatoire : $C_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N ((\gamma_{ip} - \bar{\gamma}_i)(\gamma_{jp} - \bar{\gamma}_j))$.

vant un plan parallèle à l'axe central du tunnel : tous les points ont la même coordonnée angulaire dans un référentiel cylindrique. Il est intéressant de constater que plus l'ordre du mode augmente, plus la fréquence des oscillations du vecteur propre correspondant est élevée, à l'instar des modes propres de vibration d'une structure dans un problème de dynamique.

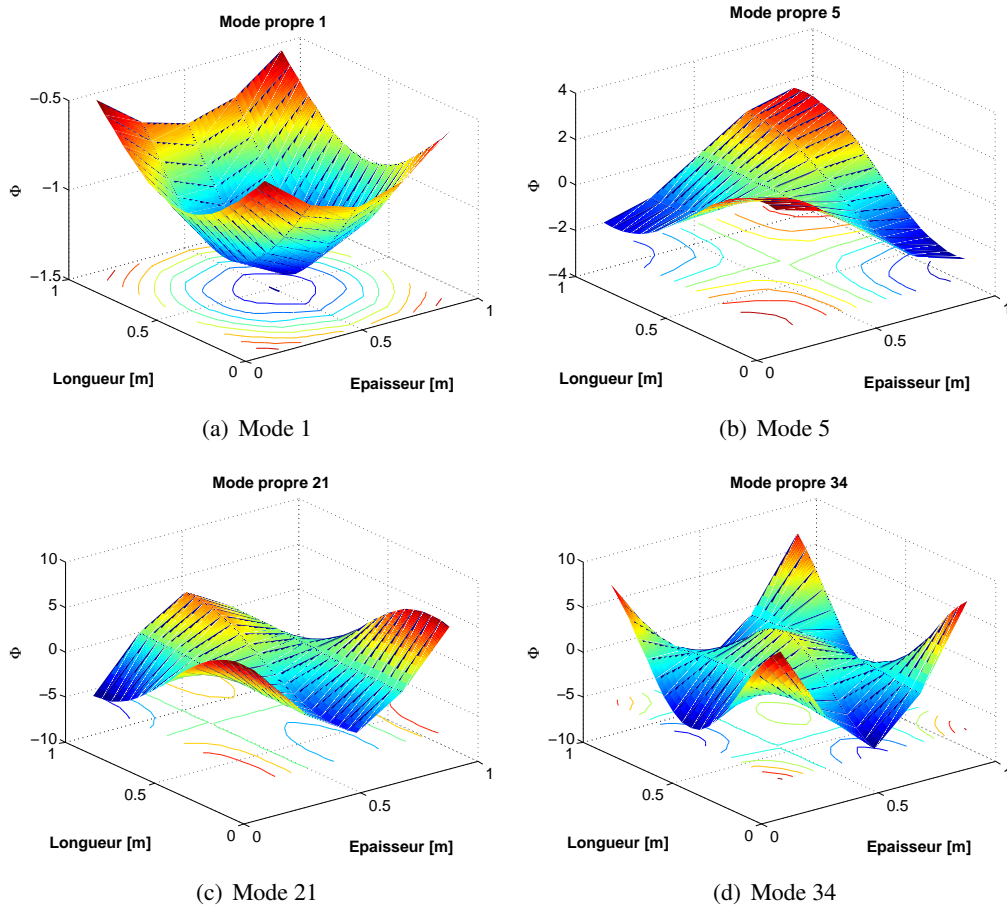


FIG. 3.16: Représentation de vecteurs propres du noyau de covariance pour une longueur de corrélation de 0,5 m

Ainsi, pour un champ à grande longueur de corrélation, c'est-à-dire un champ fortement corrélé, on retrouve dans la décomposition de Karhunen-Loève une prédominance des premiers modes (modes à basses fréquences) par rapport aux modes d'ordre élevé (modes à hautes fréquences d'oscillations). Ce principe est illustré dans la FIG.3.17, représentant l'évolution des valeurs propres avec l'augmentation de l'ordre des modes. On constate que plus la longueur de corrélation est importante, plus les valeurs propres correspondant aux premiers modes sont importantes par rapport à celles des modes d'ordre élevé, et plus la décroissance des valeurs propres avec l'ordre du mode est rapide. Cette décroissance des valeurs propres est à mettre en rapport avec l'expression des facteurs de la série (3.26) : plus la valeur propre est importante, plus le mode correspondant a une influence marquée sur l'allure des réalisations du champ aléatoire. De sorte que pour les champs fortement corrélés (grande longueur de corrélation), la prédominance des modes à basses

fréquences est fortement marquée et traduite par la décroissance rapide des valeurs propres.

Comme cela apparaît dans l'équation (3.26), la série de Karhunen-Loève est tronquée, et seuls les m premiers modes sont retenus pour la génération des réalisations du champ aléatoire. La FIG.3.17 illustre la pertinence de négliger les modes d'ordre élevé, dans la mesure où les valeurs propres correspondantes sont négligeables devant celles des premiers modes. Le critère retenu pour fixer le nombre de modes retenus pour la décomposition de Karhunen-Loève est que la valeur propre du premier mode rejeté est inférieure au millième de la valeur propre du premier mode. Ce critère nous amène à considérer 40 modes pour une longueur de corrélation de 0,5 m, 32 modes pour une longueur de corrélation de 1 m et 16 modes pour une longueur de corrélation de 2 m.

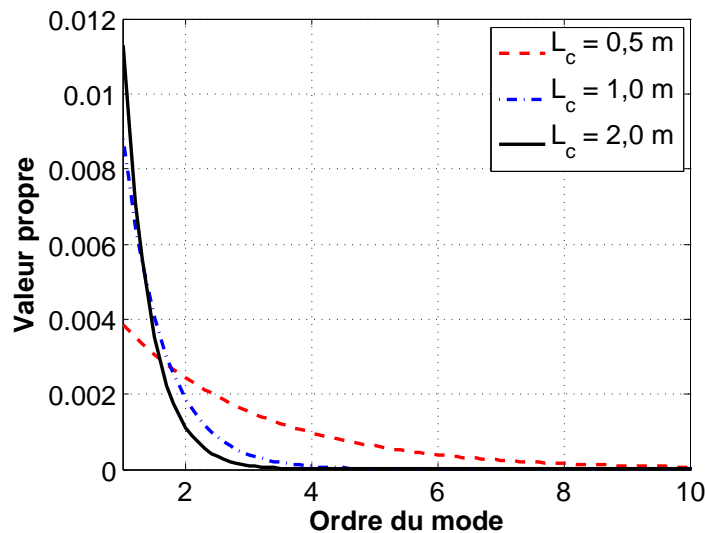


FIG. 3.17: Décroissance des valeurs propres : prédominance des modes basses fréquences pour les champs fortement corrélés

Une fois les modes propres de la décomposition de Karhunen-Loève calculés pour une géométrie et une fonction de covariance données, il est possible de générer très facilement autant de réalisations du champ aléatoire que l'on souhaite, avec l'espérance, la variance et la covariance souhaitées.

2.3.5 Champs gaussiens et log-normaux

Comme cela a été souligné précédemment, la décomposition de Karhunen-Loève permet, à partir de variables gaussiennes de générer des réalisations indépendantes d'un champ gaussien. Néanmoins, dans le cas qui nous préoccupe ici, un champ gaussien pourrait amener à considérer des valeurs négatives pour la porosité ou le coefficient de tortuosité, ce qui est difficilement concevable d'un point de vue physique. C'est pourquoi nous avons retenu pour les champs aléatoires de porosité et de coefficient de tortuosité une loi de distribution positive et couramment répandue : une distribution lognormale, avec les mêmes caractéristiques statistiques (espérance, variance, longueur de corrélation) que celles énoncées précédemment. Rappelons que les distributions lognormales sont en accord avec les observations expérimentales présentées dans le CHAP.1, §2.1.4 et 3.5.3.

La décomposition modale de Karhunen-Loève permet donc de générer un champ gaussien $\gamma(\vec{x}, \omega)$ duquel on déduit un champ log-normal $k(\vec{x}, \omega)$ suivant la relation (3.28).

$$k(\vec{x}, \omega) = \exp(\gamma(\vec{x}, \omega)) \quad (3.28)$$

La difficulté est que le calcul des modes de la décomposition de Karhunen-Loève requiert de connaître l'espérance, la variance et la longueur de corrélation requise pour le champ gaussien. Or ces moments statistiques sont déterminés pour le champ log-normal déduit du champ gaussien. On peut montrer (Colliat *et al.* 2007) que les deux premiers statistiques du champ gaussien s'expriment facilement à partir de ceux du champ log-normal, suivant respectivement les équations (3.29) et (3.30). Dans ces équations, on note \bar{k} l'espérance du champ log-normal, σ_k étant l'écart-type de ce champ. $\bar{\gamma}$ et σ_γ sont l'espérance et l'écart-type du champ gaussien, déterminés afin que les caractéristiques du champ log-normal déduit correspondent à celles visées.

$$\bar{\gamma} = \ln \left(\frac{\bar{k}}{\sqrt{1 + \sigma_k^2 / \bar{k}^2}} \right) \quad (3.29)$$

$$\sigma_\gamma^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_k^2}{\bar{k}^2} \right) \quad (3.30)$$

Il en est de même pour la longueur de corrélation, dont l'expression de celle du champ gaussien est fonction de celle du champ log-normal (3.31). Une démonstration de cette expression est proposée dans l'annexe C. Notons que la relation entre la longueur de corrélation du champ gaussien et de celle du champ log-normal dépend de la fonction de covariance choisie.

$$L_\gamma = \left(\ln \left(\frac{1}{\sigma_\gamma^2} \ln \left(1 + \frac{\sigma_k^2}{\bar{k}^2} \exp \left(-\frac{1}{L_k^2} \right) \right) \right) \right)^{-1/2} \quad (3.31)$$

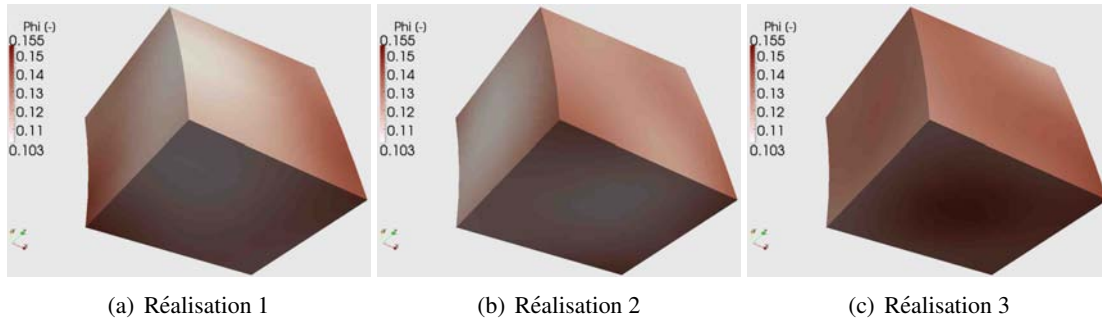


FIG. 3.18: Trois réalisations du champ de porosité (pour $L_c = 0,5$ m)

2.4 Résultats et analyse

Pour chaque valeur de longueur corrélation testée (0,5 m, 1 m et 2 m), 1000 réalisations indépendantes des champs de porosité et de coefficient de tortuosité sont générées, et pour les

1000 couples de champs (ϕ, τ) , une simulation de lixiviation est menée pour déterminer la durée de vie de la réalisation de tunnel correspondante.

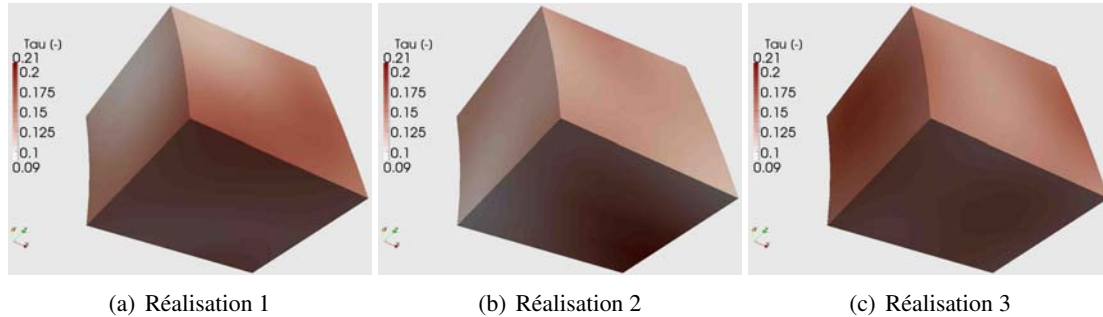


FIG. 3.19: Trois réalisations du champ de coefficient de tortuosité (pour $L_c = 0,5$ m)

2.4.1 Réalisations des champs et dégradation

Pour chaque cas de longueur de corrélation étudié, aussi bien pour la porosité que pour le coefficient de tortuosité, la première étape est de vérifier que le champ aléatoire considéré a bien les caractéristiques statistiques requises : espérance, écart-type et longueur de corrélation (cf. FIG.3.15 pour ce dernier paramètre).

On peut voir des exemples de réalisations du champ de porosité dans la FIG.3.18 pour une longueur de corrélation de 0,5 m ; idem avec le champ de coefficient de tortuosité dans la FIG.3.19.

La FIG.3.20 illustre la simulation de la dégradation correspondant aux réalisations de porosité et de coefficient de tortuosité représentées respectivement dans les FIG.3.18(a) et 3.19(a). En rouge sombre est représenté le matériau complètement sain. Le passage en orange correspond à la dissolution de la portlandite. Le dégradé de couleur orange correspond à la dissolution progressive des autres hydrates. On peut donc observer le profil de concentration en calcium dans la réalisation du tronçon de tunnel à différentes étapes. Dans la FIG.3.20(a) on voit le matériau à l'état initial, sain. Dans les FIG.3.20(b) et 3.20(c), on observe la pénétration progressive du front de dissolution de la portlandite au bout de 76 000 ans et 152 000 ans. On observe notamment que le front de dégradation ne progresse pas de façon uniforme dans le matériau. Enfin la FIG.3.20(d) montre le front de dissolution de la portlandite atteignant la paroi interne du tunnel. On notera que le coin du tronçon de tunnel où le front de dégradation a progressé le plus rapidement est celui où l'on peut observer dans la 3.19(a) que le coefficient de tortuosité dans cette zone est plus important (cinétique de dégradation plus rapide).

Le traitement statistique sur la durée de vie de l'ouvrage consiste à rassembler les résultats des simulations, la quantité d'intérêt pour chacune d'elle étant le temps mis par le front de dissolution de la portlandite pour atteindre la paroi intérieure du tunnel.

2.4.2 Distribution des durées de vie

Observons les résultats pour le cas d'une longueur de corrélation égale à 0,5 m. La FIG.3.21 montre les résultats des simulations de Monte-Carlo et permet de comparer les durées de vie probabiliste à la durée de vie déterministe (obtenue en considérant des champs uniformes égaux

aux valeurs moyennes de porosité et coefficient de porosité). La FIG.3.21(a) montre la distribution des durées de vie, et l'on observe notamment que l'espérance des durées de vie est sensiblement inférieure à la valeur déterministe (227 554 ans au lieu de 254 000 ans). Sur cette figure, on peut également observer une loi de distribution généralisée aux valeurs extrêmes, qui est la loi statistique qui reproduit le mieux la distribution des résultats.

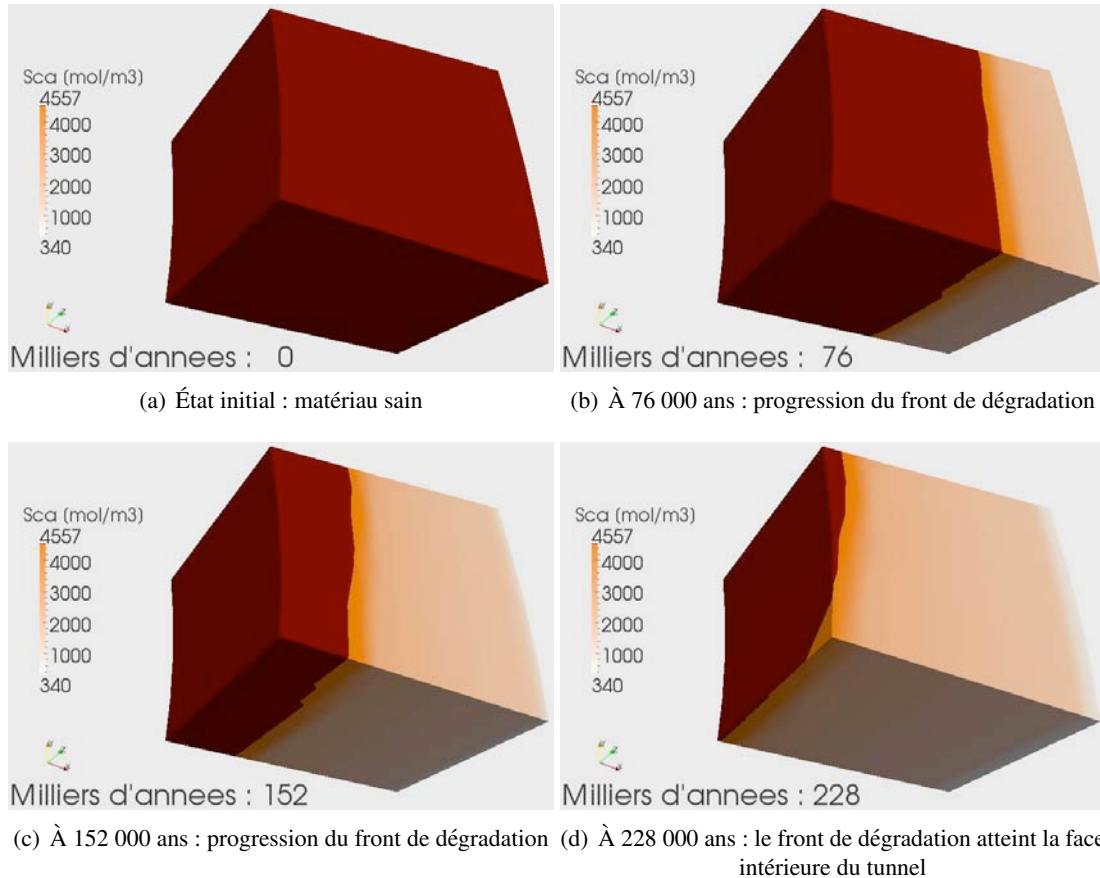


FIG. 3.20: Exemple de pénétration du front de dégradation dans le tunnel avec champs variables de porosité et coefficient de tortuosité

La loi de distribution généralisée aux valeurs extrêmes est une loi statistique à 3 paramètres : μ un paramètre de position, σ un paramètre de dispersion, ζ un paramètre de forme. Ces trois paramètres sont identifiés par optimisation par rapport à la distribution réelle des résultats de simulations. La densité de probabilité $f_{gev}(x, \mu, \sigma, \zeta)$ d'une telle loi est donnée en (3.32) et la fonction de répartition correspondante $F_{gev}(x, \mu, \sigma, \zeta)$ apparaît dans l'équation (3.33).

$$f_{gev}(x, \mu, \sigma, \zeta) = \frac{t(x)^{\zeta+1} \exp(-t(x))}{\sigma} \quad \text{avec} \quad t(x) = \begin{cases} (1 + \zeta \frac{x-\mu}{\sigma})^{-1/\zeta} & \text{si } \zeta \neq 0 \\ \exp(-\frac{x-\mu}{\sigma}) & \text{si } \zeta = 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

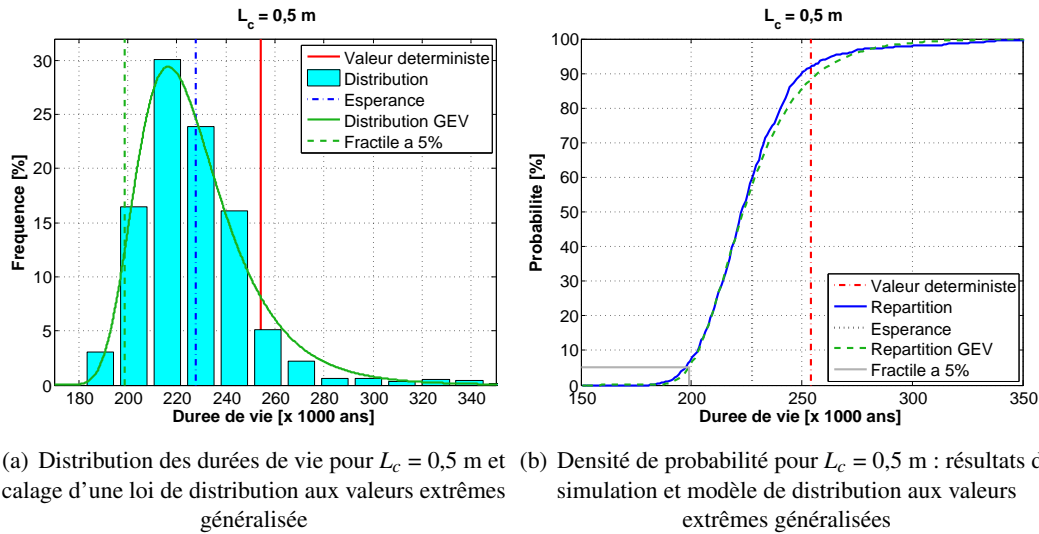


FIG. 3.21: Calage des paramètres d'une loi de distribution aux valeurs extrêmes généralisées (Generalized Extreme Value – GEV) pour le cas $L_c = 0,5 \text{ m}$

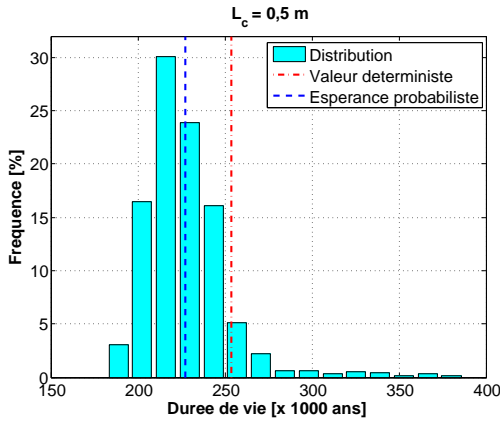
$$F_{gev}(x, \mu, \sigma, \zeta) = \exp(-t(x)) \quad \text{avec} \quad t(x) = \begin{cases} (1 + \zeta \frac{x-\mu}{\sigma})^{-1/\zeta} & \text{si } \zeta \neq 0 \\ \exp(-\frac{x-\mu}{\sigma}) & \text{si } \zeta = 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

La FIG.3.21(b) permet de comparer la répartition des résultats de simulation avec le modèle obtenu par la loi de distribution des valeurs extrêmes généralisées. On observe une bonne concordance entre le modèle et la distribution réelle, particulièrement en queue de distribution. Connaître la loi de distribution correspondant aux données permet notamment d'établir des fractiles. On peut ainsi observer qu'environ 90% des structures considérées en prenant en compte la variabilité des paramètres d'entrée ont une durée de vie inférieure à la durée de vie de référence estimée par un calcul déterministe (à champs uniformes). On notera également que 5% des structures a une durée de vie inférieure à 198 760 ans, à comparer aux 254 000 ans de la simulation de référence, soit une différence de près de 22%.

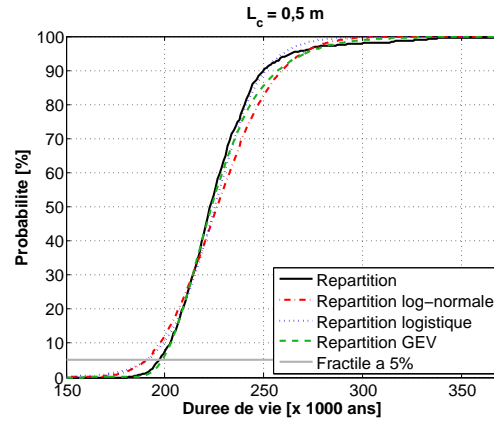
2.4.3 Étude des longueurs de corrélation

Observons dans la FIG.3.22 les résultats obtenus pour les simulations menées pour les trois cas considérés de longueur de corrélation. Les FIG.3.22(a), 3.22(c) et 3.22(e) permettent de comparer la durée de vie de référence de la structure avec la distribution des durées de vie pour des longueurs de corrélation de respectivement 0,5 m, 1 m et 2 m.

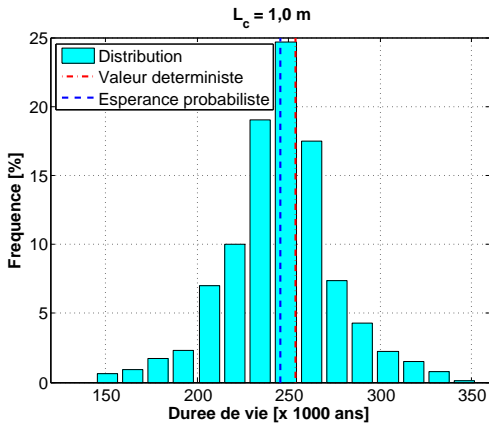
On vérifie notamment que dans tous les cas l'espérance des simulations tenant compte de la variabilité des champs est sensiblement inférieure à la valeur déterministe de la durée de vie : 227 554 ans, 245 648 ans et 225 883 ans pour respectivement une longueur de corrélation de 50 cm, 1 m et 2 m, au lieu de 254 000 ans pour des champs uniformes. Le coefficient de variation augmente avec la longueur de corrélation : 10,6% pour $L_c = 50 \text{ cm}$, 12,0% pour $L_c = 1 \text{ m}$ et 16,4%



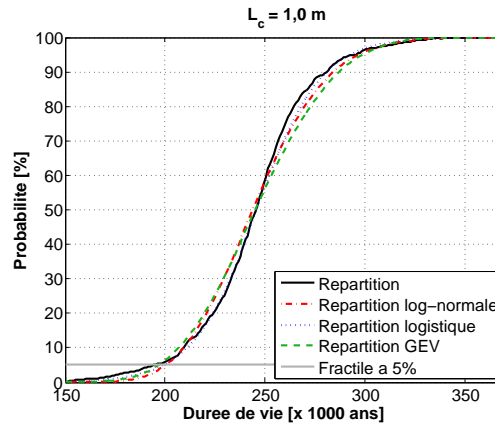
(a) Distribution des durées de vie pour $L_c = 0,5$ m



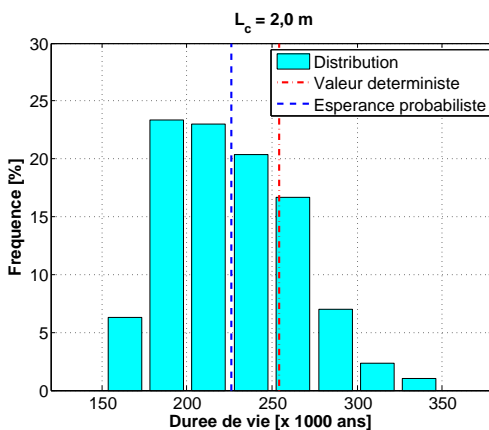
(b) Densité de probabilité et identification d'une loi de répartition pour $L_c = 0,5$ m



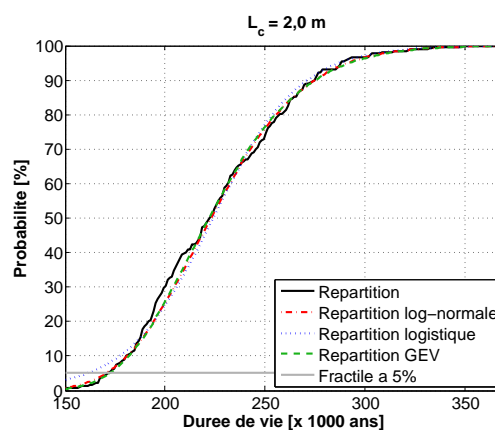
(c) Distribution des durées de vie pour $L_c = 1,0$ m



(d) Densité de probabilité et identification d'une loi de répartition pour $L_c = 1,0$ m



(e) Distribution des durées de vie pour $L_c = 2,0$ m



(f) Densité de probabilité et identification d'une loi de répartition pour $L_c = 2,0$ m

FIG. 3.22: Comparaison des distributions des durées de vie selon la longueur de corrélation et correspondance avec les lois de distributions log-normales, logistiques et généralisées aux valeurs extrêmes

pour $L_c = 2$ m. Cette augmentation du coefficient de variation avec la longueur de corrélation s'explique par le fait qu'une grande longueur de corrélation (dans le dernier cas la longueur de corrélation est deux fois plus importante que l'épaisseur du tunnel) favorise l'existence de "cas extrêmes" parmi les réalisations, c'est-à-dire de réalisations uniformément basses (ou au contraire hautes), ce qui va induire des vitesses de pénétration du front de dégradation sensiblement plus petites (ou grandes) par comparaison au cas réellement uniforme avec valeurs moyennes de porosité et de coefficient de tortuosité.

Pour chaque cas, on identifie les paramètres des lois statistiques de distributions log-normales, logistiques et aux valeurs extrêmes généralisées. Ces trois lois ont des "allures" similaires. La loi log-normale est celle suivant laquelle sont distribués les champs aléatoires en entrée du problème (porosité et coefficient de tortuosité). La loi aux valeurs extrêmes généralisées a été introduite au §2.4.2, (cf. (3.32) et (3.33)). Si cette dernière est une loi à trois paramètres, les lois log-normales et logistiques sont des lois à seulement deux paramètres : μ un paramètre de position et σ un paramètre de dispersion. Rappelons dans un premier temps la fonction de probabilité $f_{ln}(x, \mu, \sigma)$ et la fonction de répartition $F_{ln}(x, \mu, \sigma)$ de la loi log-normale dans les équations (3.34) et (3.35).

$$f_{ln}(x, \mu, \sigma) = \frac{\exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (3.34)$$

$$F_{ln}(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \quad (3.35)$$

Idem pour la fonction de probabilité $f_{log}(x, \mu, \sigma)$ et la fonction de répartition $F_{log}(x, \mu, \sigma)$ de la loi logistique dans les équations (3.36) et (3.37).

$$f_{log}(x, \mu, \sigma) = \frac{\exp(-(x-\mu)/\sigma)}{\sigma(1+\exp(-(x-\mu)/\sigma))^2} \quad (3.36)$$

$$F_{log}(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{1+\exp(-(x-\mu)/\sigma)} \quad (3.37)$$

Les valeurs des paramètres des lois statistiques, identifiées sur les résultats des simulations pour les trois cas de longueurs de corrélation étudiées, sont recensées dans le TAB.3.4.

TAB. 3.4: Valeurs identifiées des paramètres pour les lois de distributions log-normales, logistiques et aux valeurs extrêmes généralisées

	Distribution log-normale		Distribution logistique		Distribution aux valeurs extrêmes généralisées		
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	ζ
$L_c = 0,5$ m	12,33	0,106	225142	11757	217159	17105	0,036
$L_c = 1,0$ m	12,40	0,119	245842	15837	234648	30045	-0,237
$L_c = 2,0$ m	12,31	0,163	224058	21373	210224	32583	-0,114

Les FIG.3.22(b), 3.22(d) et 3.22(f) permettent de comparer la répartition réelle des résultats de simulation pour les trois valeurs de longueur de corrélation avec les trois modèles de répartition

statistique (log-normale, logistique et valeurs extrêmes généralisées). Notons que, d'un point de vue de la sécurité, il importe de choisir le modèle de distribution le plus pertinent en queue de distribution (structures aux durées de vie les plus courtes). Ainsi les modèles les plus pertinents sont la distribution aux valeurs extrêmes généralisées pour les longueurs de corrélation de 50 cm et 2 m, et la distribution logistique pour la longueur de corrélation de 1 m. Notons également que dans tous les cas, la durée de vie estimée sans considération de la variabilité des champs est largement supérieure à la durée de vie médiane : 90% des structures ont une durée de vie inférieure à 254 000 ans pour $L_c = 0,5$ m, 60% pour $L_c = 1$ m et 75% pour $L_c = 2$ m.

Il ne ressort pas de cette étude une influence particulière de la longueur de corrélation sur l'espérance de la durée de vie (plus importante pour une longueur de corrélation de 1 m que pour 50 cm ou 2 m) : on ne sait pas estimer directement l'espérance de la solution de problème (en l'occurrence la durée de vie) à partir des données d'entrée, de même que l'on ne connaît pas *a priori* son évolution. Les conclusions directes de cette étude sont d'une part que la variabilité de la durée de vie augmente avec la longueur de corrélation, et d'autre part que dans tous les cas traités ici l'espérance est inférieure à la durée de vie de référence (estimée par un calcul déterministe à partir des espérance des paramètres d'entrée). Notons aussi que seules trois longueurs de corrélations ont été testées, relativement proches les unes de autres, et du même ordre de grandeur que la taille de la structure étudiée.

De la même façon, si l'on regarde dans chaque cas la durée de vie correspondant au fractile à 5%, on constate :

- **pour une longueur de corrélation de 50 cm** : 5% des structures ont une durée de vie inférieure à 198 760 ans (soit 22% de moins par rapport à la durée de vie de référence) ;
- **pour une longueur de corrélation de 1 m** : 5% des structures ont une durée de vie inférieure à 199 210 ans (soit 22% de moins par rapport à la durée de vie de référence) ;
- **pour une longueur de corrélation de 2 m** : 5% des structures ont une durée de vie inférieure à 172 150 ans (soit 32% de moins par rapport à la durée de vie de référence).

L'ensemble des informations statistiques déduites des distributions des résultats des simulations de Monte-Carlo menées pour les trois valeurs de longueur de corrélation est rassemblée dans le TAB.3.5.

TAB. 3.5: Synthèse des simulations de Monte-Carlo : espérance, coefficient de variation et fractile à 5% pour les trois valeurs de longueurs de corrélation étudiées

	Espérance [années]	Coefficient de variation [%]	Fractile à 5% [années]
$L_c = 0,5$ m	227 554	10,6	198 760
$L_c = 1,0$ m	245 668	12,0	199 210
$L_c = 2,0$ m	225 883	16,4	172 150

2.5 Synthèse

Les durées de vie évoquées ici sont satisfaisantes du point de vue de la sécurité des structures liées au stockage des déchets radioactifs dans la mesure où il est attendu pour les déchets à plus

haute radioactivité une durée de service de plusieurs centaines de milliers d'années. Toutefois, rappelons que les simulations présentées ici sont menées sous un certain nombre d'hypothèses, de sorte que la durée de vie estimée pour les alvéoles de stockage ne correspond qu'à la réponse de la structure à un risque de lixiviation en eau pure. Il n'est pas tenu compte de la présence éventuelle d'autres espèces dans le milieu, de même qu'aucune considération quant au comportement mécanique de l'ouvrage n'est intégrée à cette estimation. Les conclusions de cette étude doivent de ce fait rester qualitatives.

L'objet de cette étude était d'observer l'effet de la variabilité spatiale des caractéristiques du matériau sur la vitesse de propagation du front de dissolution de la portlandite dans la structure. Il s'avère qu'une simulation considérant des champs uniformes, égaux à la valeur moyenne des observations expérimentales pour les paramètres considérés, conduit à l'estimation d'une durée de vie en réalité supérieure à celle d'au moins 60% des structures intégrant une variabilité. En outre, plus de 5% des structures ont une durée de vie inférieure à 80% de l'estimation par un calcul déterministe à champs constants.

La principale conclusion que l'on peut tirer de cette étude quant à l'influence de la valeur de la longueur de corrélation est essentiellement que la variabilité de la quantité d'intérêt augmente avec la longueur de corrélation, conséquence du fait que la considération d'une longueur de corrélation importante engendre l'apparition de "cas extrêmes" dans les réalisations des champs aléatoires. Toutefois, cette étude est relativement limitée dans la mesure où seules trois valeurs de longueur de corrélation ont été testées, et toutes du même ordre de grandeur (mais correspondant aux observations expérimentales du CHAP.1). En outre, les études sont limitées par la taille de la structure considérée : l'intérêt de simulations avec des longueurs de corrélation très importantes par rapport à la plus grande dimension de la structure est assez limité (on se rapproche dans ce cas de simulations considérant une variable scalaire et non plus un champ aléatoire).

Conclusions et perspectives

Rappelons dans un premier temps le contexte dans lequel s'inscrit cette étude. Il s'agit de l'approche performantielle, visant à optimiser la conception des structures dans leur environnement par rapport à la fonction qu'elles doivent assurer pour une période donnée. Cette approche appelle la mise en œuvre de méthodes probabilistes pour tenir compte des différentes sources d'incertitude pouvant avoir une influence sur la durée de vie de la structure. Plus particulièrement, cette thèse s'est attachée à la variabilité des paramètres matériau, nécessaires pour la simulation du comportement à long terme d'une structure.

Le premier objectif de ce travail de thèse a été de proposer une quantification de la variabilité d'un certain nombre d'indicateurs du comportement du béton, observable entre différentes gâchées pour une même formulation, à partir de mesures effectuées sur des éprouvettes réalisées en conditions réelles de chantier. Il a été observé une variabilité de 10 à 30% pour la résistivité électrique, selon la formulation testée, sans qu'il y ait de corrélation linéaire apparente entre l'espérance de la résistivité et sa variabilité. La variabilité observée sur la vitesse de propagation des ondes ultrasonores longitudinales (mesure liée au module de Young dynamique du matériau) est relativement faible, de l'ordre de 4% quelle que soit la formulation testée. La variabilité sur les paramètres mécaniques est également assez peu dépendante de la formulation (environ 10% pour les résistances en compression et en traction, 6% pour le module de Young). En revanche, la variabilité observée sur la masse volumique apparente et la porosité accessible à l'eau varie avec la formulation, entre 0,7 et 3,5% pour la masse volumique (c'est une variabilité qui reste très faible) et entre 4 et 9% pour la porosité.

Le dépouillement des essais de lixiviation accélérée au nitrate d'ammonium est plus complexe, dans la mesure où la température influence significativement la cinétique de dégradation, et que les éprouvettes ne sont pas toutes dégradées simultanément, ce qui signifie qu'elles ne connaissent pas toutes la même histoire de température au cours de l'essai, de sorte que la variabilité observée directement sur les épaisseurs dégradées n'a aucune signification quant à la variabilité des paramètres relatifs à la cinétique de diffusion dans le matériau. C'est pourquoi il a été proposé deux analyses de cet essai afin de s'affranchir des effets de la température sur la dégradation. La première interprétation de l'essai repose sur l'hypothèse que la pénétration de l'épaisseur dégradée dans le matériau à température constante est linéaire en racine carrée du temps et que le coefficient k_0 de linéarité de cette relation est thermoactivé. Dans ce cadre, on identifie, à partir des épaisseurs dégradées mesurées et des variations de températures enregistrées, un paramètre de cette linéarité. Ainsi, la variabilité de la dégradation en lixiviation est traduite par celle d'un paramètre scalaire que l'on identifie pour chaque éprouvette. La variabilité de ce paramètre peut-être relativement significative selon la formulation (de 5 à 16%).

Un autre dépouillement de l'essai repose sur le même principe : traduire les mesures d'épaisseurs dégradées aux quatre échéances d'essai dans un paramètre scalaire représentatif de la cinéti-

que de dégradation, et indépendant des histoires de température. Cette seconde approche nécessite l'utilisation du modèle numérique développé pour la lixiviation. Il s'agit d'un modèle simplifié, ne prenant en compte que la diffusion et la réactivité chimique des espèces calciques, implémenté dans le cadre de la théorie des volumes finis. Une étude paramétrique montre que parmi les nombreux paramètres d'entrée du modèle (nature du ciment, formulation, porosité, paramètres de diffusion, etc.) les plus influents sur la cinétique de dégradation sont la porosité d'une part et d'autre part le coefficient de tortuosité. Ce coefficient est un paramètre de modélisation phénoménologique traduisant l'impact de la présence d'inclusions granulaires de grandes dimensions sur la cinétique de diffusion dans un matériau poreux (contournement des gros granulats). Or ce paramètre n'est pas mesurable expérimentalement. Comme les équations à partir desquelles est modélisée la lixiviation sont fortement non-linéaires, on propose une identification de ce coefficient à partir des données expérimentales disponibles (porosité, épaisseurs dégradées et histoire des températures) en construisant un réseau de neurones artificiels. Grâce à cet outil d'analyse inverse, on traduit la variabilité de la cinétique de dégradation dans ce coefficient de tortuosité, en s'affranchissant des influences de la température et de la porosité. Là encore la variabilité de ce paramètre dépend de la formulation considérée (de 15 à 25%).

Outre la variabilité des propriétés du matériau, un objectif était d'étudier la structure spatiale de ces indicateurs considérés comme des champs aléatoires. Pour ce faire, des mesures ont été effectuées sur des carottes prélevées dans un voile expérimental dédié. Les valeurs obtenues par cette analyse sont à considérer avec prudence étant donné le faible nombre de points de mesure, et la dispersion observée de ces indicateurs. Néanmoins, une loi simple de corrélation spatiale peut être proposée, en introduisant une longueur de corrélation comme paramètre traduisant l'importance de l'auto-corrélation des champs. Une valeur de ce paramètre de l'ordre du mètre a été identifiée à partir des essais de dégradation accélérée et des mesures de porosité effectués sur les prélèvements du voile.

Le dernier objectif de la campagne expérimentale a été la recherche d'éventuelles corrélations entre les indicateurs étudiés, principalement dans le but de développer un outil de diagnostic d'une structure au regard de sa performance en terme de durabilité, à partir d'essais non destructifs ou très simples (par exemple la résistivité électrique). La recherche de corrélations entre les différentes gâchées d'une même formulation n'a pas permis de mettre en lumière de relations évidentes et fortes entre des paramètres. En ce qui concerne la résistivité électrique, il apparaît que, pour deux des trois formulations testées, la variabilité de ce paramètre est trop faible pour évaluer une tendance d'évolution. En outre, la résistivité électrique ne peut être utilisée pour comparer différentes formulations dans la mesure où la valeur de la résistivité électrique dépend fortement de la composition chimique de la solution interstitielle (influant sur la conductivité de la solution), laquelle évolue considérablement en fonction de la nature du ciment utilisé, etc. Une recherche de corrélations a également été menée par analyse en composantes principales, de laquelle il n'est pas ressorti de corrélation particulière. Du point de vue du modélisateur, la principale conclusion est que chacun des paramètres peut être considéré comme une variable aléatoire indépendante des autres.

Deux applications numériques ont été menées pour évaluer l'impact de la variabilité observée du matériau sur la durée de vie d'une structure. L'investigation statistique s'est faite par la mise en œuvre de la méthode de Monte-Carlo, qui est la méthode d'intégration probabiliste la plus simple au niveau de la mise en œuvre puisqu'il s'agit simplement de calculer un grand nombre de simulations avec des réalisations indépendantes des variables aléatoires d'entrée. La première application consiste à étudier un poteau soumis d'une part à une dégradation en eau pure et d'autre

part au fluage en compression avec endommagement. La modélisation est simple et le cas de chargement idéal, l'idée de cette étude étant d'observer l'influence de la variabilité des nombreux paramètres d'entrée de la simulation (paramètres du comportement mécanique, du fluage, de la lixiviation, de l'évolution de l'endommagement, du couplage entre ces phénomènes) sur la durée de vie du poteau (rupture en fluage tertiaire). D'une part, une étude de la distribution des résultats de simulation permet de proposer une loi de distribution des durées de vie du poteau considérant la variabilité des paramètres. D'autre part, une étude paramétrique et l'utilisation d'un arbre de décision ont permis d'expliquer les paramètres de la modélisation et de déterminer pour lesquels la variabilité avait l'influence la plus significative sur celle de la durée de vie. On retrouve la prédominance des paramètres pilotant l'évolution de l'endommagement mécanique, et ceux de la loi de comportement (module de Young et coefficient de Poisson – ce qui est relativement normal dans la mesure où l'endommagement est piloté par les déformations d'extensions lorsque la structure est sollicitée en compression uniaxiale), ainsi que le coefficient de tortuosité, pilotant la cinétique de la lixiviation et donc l'évolution de l'endommagement chimique de la structure.

La seconde application consiste à considérer un tronçon de tunnel de stockage de déchets radioactifs, structure pour laquelle une grande durée de vie est requise. Nous avons comparé la durée de vie estimée par un calcul "classique", c'est-à-dire en considérant les paramètres d'entrée (porosité et coefficient de tortuosité) uniformes (constants dans l'espace, égaux aux valeurs moyennes observées dans la campagne expérimentale) avec des résultats de simulations de Monte-Carlo en considérant les variables d'entrée comme des champs aléatoires avec corrélation spatiale (dont les caractéristiques statistiques sont en accord avec les observations expérimentales). Cette étude illustre que la variabilité spatiale des paramètres de diffusion amène à considérer des durées de vie notablement plus courtes que l'estimation par champs uniformes : l'espérance de la durée de vie peut être jusqu'à 11% inférieure à la valeur de référence, et pour certaines valeurs des paramètres statistiques de corrélation des champs aléatoires on compte jusqu'à 5% des structures dont la durée de vie est inférieure de 32% à la valeur de référence.

Ce travail appelle plusieurs approfondissements. Le premier est sur la nature des problèmes considérés. Si l'on s'attarde sur les applications présentées ici, on constate que les deux études ont pour point de départ des hypothèses simplificatrices fortes : couplage faible entre la lixiviation et le fluage, modèle d'endommagement isotrope, chargement idéalisé pour l'une, géométrie simplifiée, dégradation isotherme, pas d'interaction avec les autres espèces minérales, dégradation en eau pure au lieu d'eau de site pour la seconde. La première perspective devrait être de coupler les simulations de dégradation chimique avec des calculs mécaniques (type simulations aux éléments finis) pour évaluer le comportement mécanique à long terme de la structure dégradée. Du point de vue de l'estimation de la durée de vie de la structure dans son environnement réel, il convient également de prendre en compte les interactions physico-chimiques du matériau avec son environnement, autres que simplement l'équilibre chimique du calcium. En outre, il faudrait être en mesure de considérer ces phénomènes en interaction les uns avec les autres, et simuler le comportement d'une structure complète avec la variabilité spatiale de tous les paramètres des modèles intégrée aux simulations probabilistes. Notons que dans cette optique, l'outil numérique CTL (Matthies *et al.* 2006), présenté dans le CHAP.3, semble adapté au développement de composants dédiés chacun à la simulation d'un phénomène physique, indépendants les uns des autres à part à travers l'échange de données assuré par le middleware.

Un autre approfondissement porte sur l'acquisition de données relatives à la variabilité des indicateurs. L'étude expérimentale qui a servi de support à ce travail se borne à deux formulations. Il serait intéressant de poursuivre cette quantification de la variabilité par rapport à d'autres chantiers

pour évaluer l'influence de différents types de formulation, de modes et de conditions de mise en œuvre différents, etc. En outre, la campagne expérimentale a mis en lumière une variabilité entre les gâchées, que l'on pourrait considérer comme intervenant à l'échelle de la structure, tandis que la corrélation spatiale des champs aléatoires a été étudiée au sein de la même gâchée. Il serait sans doute pertinent de proposer une quantification de la variabilité en distinguant ces deux échelles, quitte à solliciter des méthodes de calculs multi-échelles pour prendre en compte ces variabilités spatiales dans les simulations du comportement des structures.

En outre les résultats présentés ici sollicitent des méthodes très classiques d'analyse de données développées par les statisticiens (analyse en composantes principales, réseaux de neurones artificiels, arbres de décision), quoiqu'encore relativement peu exploitées en mécanique. Des collaborations plus approfondies avec ce domaine permettraient une exploitation plus aboutie des ressources dont on dispose et notamment des bases de données expérimentales que l'on constitue.

Toutefois, la simulation de problèmes couplés à l'échelle de la structure, dans le cadre d'une théorie probabiliste, amène rapidement à des besoins de puissance de calcul colossaux. C'est pourquoi les méthodes probabilistes envisagées doivent être moins exigeantes que la méthode de Monte-Carlo "classique" en terme de nombre de simulations, c'est-à-dire avoir un taux de convergence plus rapide. Ce dernier point reste à approfondir par rapport au traitement élémentaire proposé dans cette présente étude. Mentionnons également l'ouverture, de plus en plus fréquente pour les problèmes du génie civil, vers des méthodes dites fiabilistes, estimant une probabilité de défaillance de la structure considérée mettant en regard les variabilités liées à l'environnement et au chargement de la structure d'une part, et celles liées à l'aptitude du matériau à résister à la dégradation ou à l'endommagement d'autre part. Néanmoins ces méthodes également peuvent se révéler coûteuse en terme de calculs.

Annexe A

Non linéarité d'un problème de diffusion sous des conditions axisymétriques

Comme il l'a été souligné au CHAP.2, §2.6.3, les simulations numériques d'une dégradation à cœur d'une éprouvette cylindrique ont montré une non-linéarité de l'épaisseur dégradée en fonction de la racine carrée du temps, contrairement à l'idée couramment répandue pour un problème de diffusion analogue à celui de la lixiviation. Nous allons démontrer ici que cette accélération de la pénétration du front de dégradation à l'approche du centre de l'éprouvette est normale. Cette inflexion est par exemple observable de façon très nette sur la FIG.A.1, où l'on voit les résultats de quatre simulations numériques, toutes menées avec les mêmes paramètres. Deux sont menées sous hypothèse purement uniaxiale, avec un coefficient de diffusion supposé constant dans un cas, dépendant de la porosité dans l'autre. On retrouve ces deux cas dans les deux dernières simulations, sous hypothèse axisymétrique. On y voit que l'accélération de la dégradation à l'approche du centre de l'éprouvette est manifeste dès que l'hypothèse d'axisymétrie est prise en compte, et de façon beaucoup plus nette encore lorsque le coefficient de diffusion est supposé non constant.

1 Equation de diffusion axisymétrique

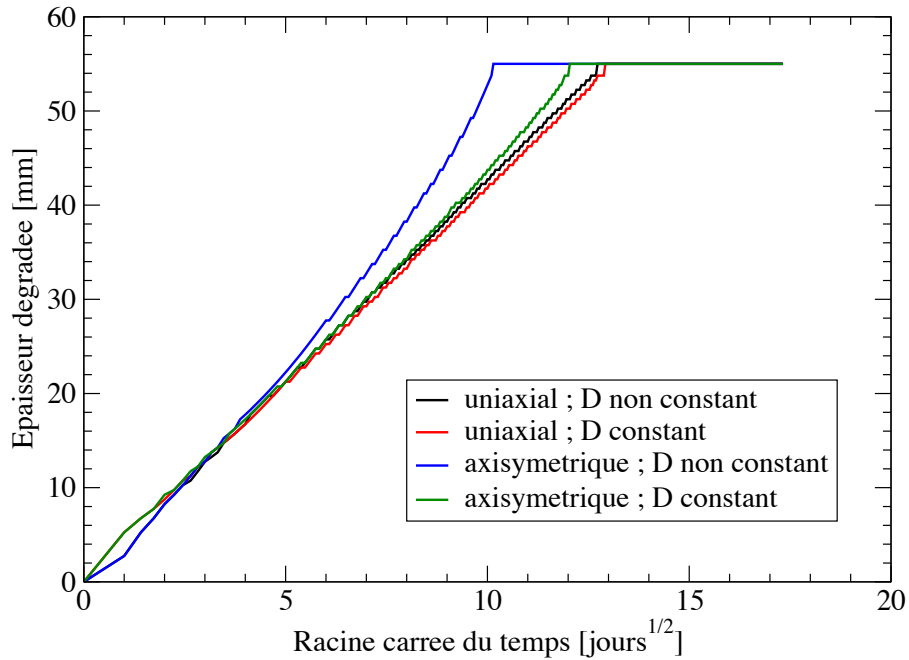
Le point de départ est l'équation de conservation de la masse appliquée au calcium :

$$\frac{\partial(\phi(C)C)}{\partial t} = -div\left(-D(\phi(C))grad(C)\right) - \frac{\partial S(C)}{\partial t} \quad (A.1)$$

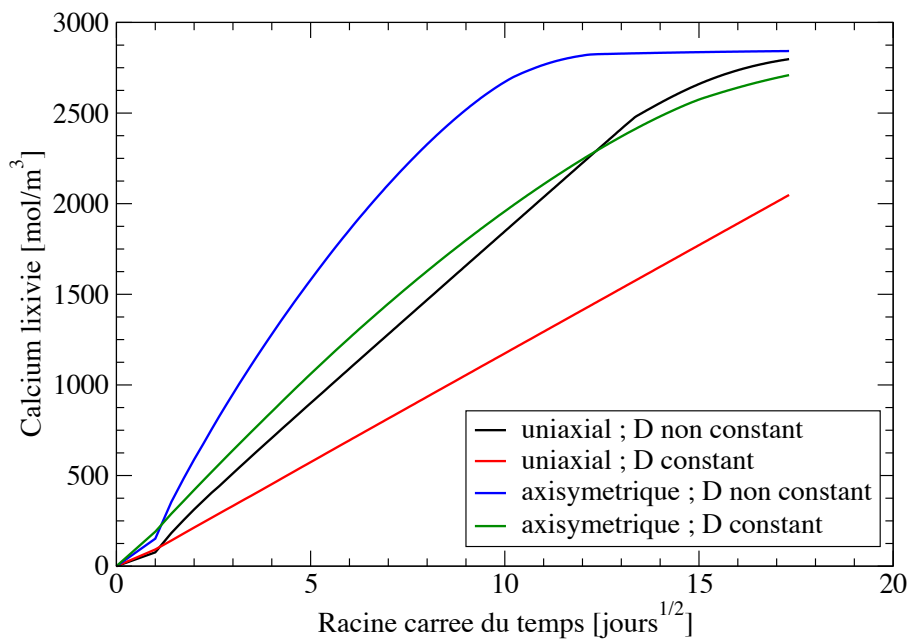
Dans l'équation (A.1), ϕ est la porosité, C la concentration en calcium en solution dans la solution interstitielle, et S la concentration en calcium sous phase solide. D est le coefficient de diffusion du calcium dans le milieu poreux.

Formulons à présent quelques hypothèses permettant une écriture simplifiée du problème, dans le but d'exprimer une solution analytique exacte : la porosité est considérée constante égale à 1 (A.2) ; le coefficient de diffusion est considéré lui aussi constant (A.3) ; on néglige le terme source dans l'équation de conservation de la masse (A.4).

$$\phi(C) = 1 \quad (A.2)$$



(a) Epaisseur dégradée



(b) Quantité de calcium lixivié

FIG. A.1: Simulations numériques de la dégradation à cœur d'une éprouvette

$$D(\phi(C)) = D \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial S(C)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Sous ces hypothèses ; l'équation (A.1) devient :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \operatorname{div}(\operatorname{grad}(C)) \quad (\text{A.5})$$

En coordonnées cylindriques, c'est-à-dire sous hypothèse axisymétrique, l'équation de diffusion (A.5) devient :

$$D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (\text{A.6})$$

C'est de cette équation (A.6) que l'on va donner une solution exacte sous forme analytique.

2 Fonctions de Bessel

La solution analytique fait appel aux fonctions de Bessel, dont on rappelle ici les principales propriétés.

Les fonctions de Bessel sont solutions de l'équation (A.7) pour un entier $n \in \mathbb{N}$:

$$x^2 \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + x \frac{df(x)}{dx} + (x^2 - n^2) f(x) = 0 \quad (\text{A.7})$$

Elles s'expriment sous forme d'une série infinie :

$$J_n(x) = \left(\frac{x}{2} \right)^n \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2^{2p} p! (n+p)!} x^{2p} \quad (\text{A.8})$$

Quelques propriétés utiles par la suite :

$$J_{n+1}(x) = \frac{n J_n(x)}{x} - \frac{dJ_n(x)}{dx} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (\text{A.9})$$

D'où en particulier :

$$J_1(x) = -\frac{dJ_0(x)}{dx} \quad (\text{A.10})$$

Mais aussi :

$$\frac{d}{dx}(x^n J_n(x)) = x^n J_{n-1}(x) \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (\text{A.11})$$

D'où en particulier :

$$J_1(x) + x \frac{dJ_1(x)}{dx} = x J_0(x) \quad (\text{A.12})$$

3 Solution de l'équation de diffusion axisymétrique

Pour un cylindre de rayon R , exposé sur sa face externe à une concentration extérieure C_0 , avec une concentration initiale C_i , la concentration à l'instant t et au rayon r est donnée par l'expression (A.13) :

$$C(r,t) = C_0 + \frac{2(C_i - C_0)}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\omega_n r)}{\omega_n J_1(\omega_n R)} e^{-D\omega_n^2 t} \quad (\text{A.13})$$

Où les ω_n sont les solutions de l'équation (A.14) :

$$J_0(\omega R) = 0 \quad (\text{A.14})$$

La résolution numérique de cette équation (A.14) permet d'identifier les zéros de la fonction de Bessel comme sur la FIG.A.2.

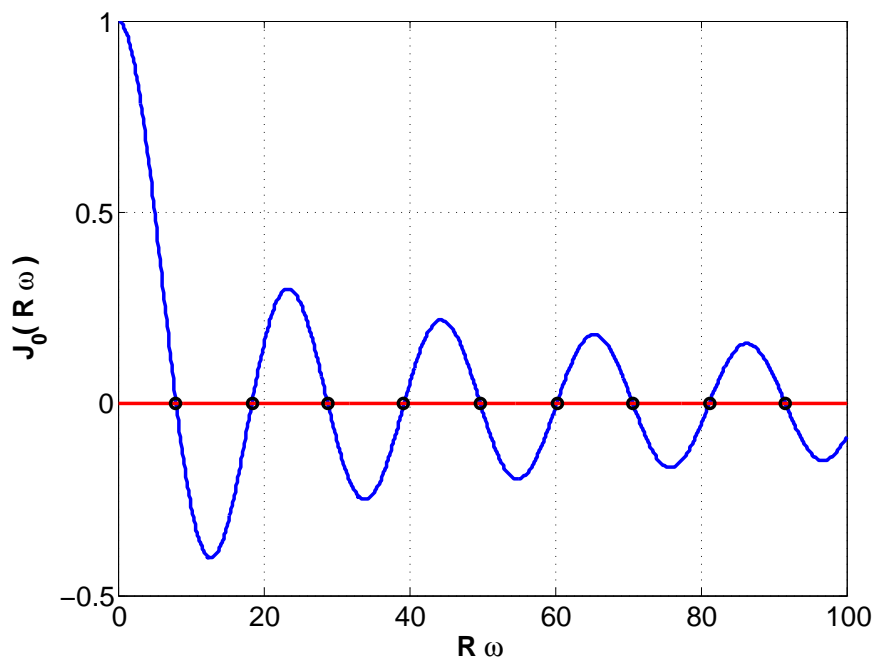


FIG. A.2: Calcul des racines de la fonction de Bessel

Preuve

Grâce aux propriétés (A.10) et (A.12), on montre relativement facilement les égalités suivantes :

$$\frac{\partial C}{\partial r} = -\frac{2(C_i - C_0)}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\omega_n r)}{J_1(\omega_n R)} e^{-D\omega_n^2 t} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} = -\frac{2(C_i - C_0)}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{J_1(\omega_n R)} \left(\omega_n J_0(\omega_n r) - \frac{J_1(\omega_n r)}{r} \right) e^{-D\omega_n^2 t} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{2(C_i - C_0)}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\omega_n r)}{J_1(\omega_n R)} D \omega_n e^{-D\omega_n^2 t} \quad (\text{A.17})$$

En réintroduisant les expressions (A.15) et (A.16) dans le membre de gauche de l'égalité (A.6), on retrouve :

$$\begin{aligned} D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) &= -\frac{2(C_i - C_0)D}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-D\omega_n^2 t}}{J_1(\omega_n R)} \left(\omega_n J_0(\omega_n r) - \frac{J_1(\omega_n r)}{r} + \frac{J_1(\omega_n r)}{r} \right) \\ &= -\frac{2(C_i - C_0)D}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\omega_n r)}{J_1(\omega_n R)} \omega_n e^{-D\omega_n^2 t} \\ &= \frac{\partial C}{\partial t} \end{aligned}$$

La dernière étape du calcul se faisant grâce à (A.17).

La FIG.A.3 illustre le profil de concentration que l'on peut simuler dans une éprouvette cylindrique grâce aux fonctions de Bessel, lorsque le front de dégradation a atteint le cœur de l'échantillon.

Enfin, la FIG.A.4 permet de comparer, pour les mêmes hypothèses (axisymétrie du problème, coefficient de diffusion constant, porosité unitaire, etc.), la pénétration du front de dégradation obtenue de façon analytique grâce aux fonctions de Bessel et par simulation numérique à l'aide du code de calcul par volumes finis présenté dans le CHAP.2 et d'un code de calcul par éléments finis (en l'occurrence Cast3m).

4 Transformation de Boltzmann

4.1 Coordonnées cartésiennes

L'idée couramment répandue d'une solution linéaire en racine du temps pour les problèmes de diffusion vient de la transformation de Boltzmann. L'équation de diffusion sous les quelques hypothèses simplificatrices évoquées ci-dessus est (A.5), et devient (A.18) en coordonnées cartésiennes.

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (\text{A.18})$$

La transformation de Boltzmann consiste à proposer le changement de variable (A.19) et donc d'exprimer en conséquence les dérivées partielles (A.20), (A.21) et (A.22) de l'équation (A.18).

$$\alpha = \frac{x}{2\sqrt{t}} \quad (\text{A.19})$$

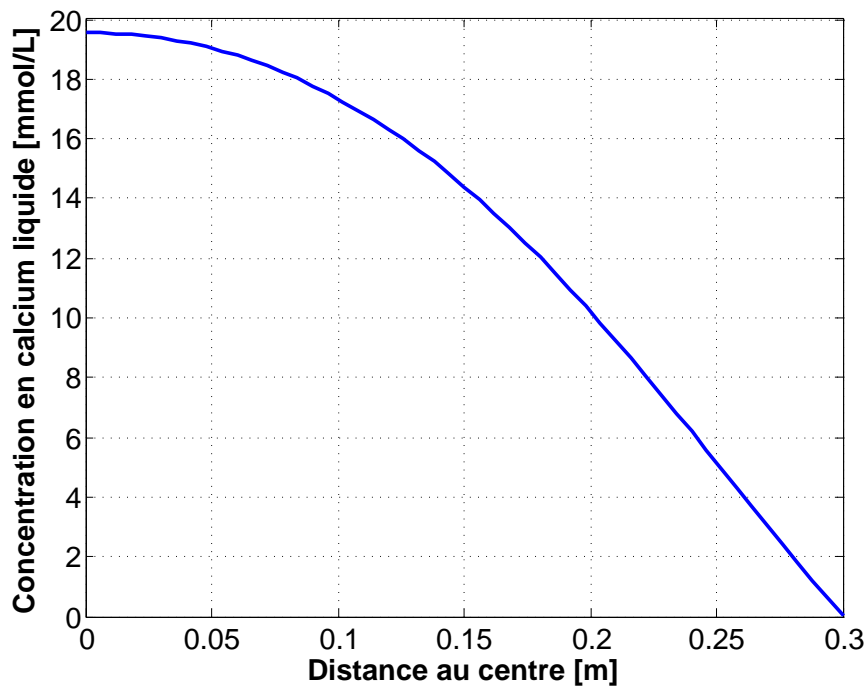


FIG. A.3: Profil de concentration en calcium dans l'éprouvette obtenu avec les fonctions de Bessel

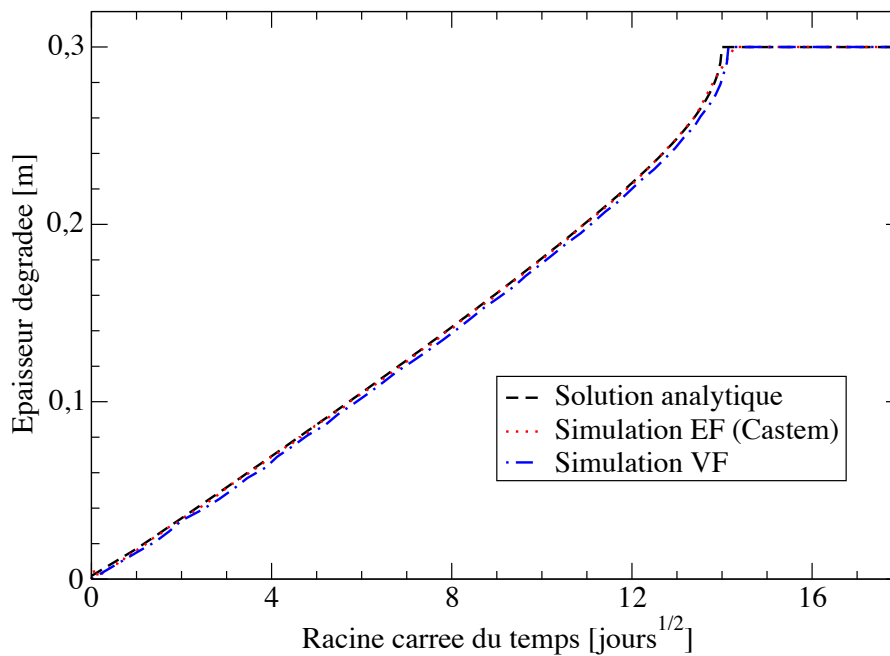


FIG. A.4: Comparaison de la solution analytique du problème de diffusion avec des résultats de simulations numériques (volumes finis et éléments finis)

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{t}} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right) = \frac{1}{2\sqrt{t}} \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial^2 C}{\partial \alpha^2} = \frac{1}{4t} \frac{\partial^2 C}{\partial \alpha^2} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{-x}{4t\sqrt{t}} \frac{\partial C}{\partial \alpha} = \frac{-\alpha}{2t} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \quad (\text{A.22})$$

On peut alors réécrire l'équation (A.18) pour obtenir après simplification (A.23). Cette équation ne dépend que de la variable α de sorte que dans un milieu semi-infini avec une condition aux limites constante on a une unique solution $C(\alpha)$ qui induit un comportement en \sqrt{t} .

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial \alpha^2} = -2\alpha \frac{\partial C}{\partial \alpha} \quad (\text{A.23})$$

4.2 Coordonnées cylindriques

En coordonnées cylindriques, l'équation de diffusion à coefficient de diffusion constant et à porosité constante et unitaire est (A.6). On peut là encore introduire le changement de variable de Boltzmann (A.24), avec les dérivées partielles correspondantes : (A.25), (A.26) et (A.27).

$$\alpha = \frac{r}{2\sqrt{t}} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{1}{2\sqrt{t}} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} = \frac{1}{4t} \frac{\partial^2 C}{\partial \alpha^2} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{-\alpha}{2t} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \quad (\text{A.27})$$

On peut alors réécrire l'équation (A.6) pour obtenir après simplification (A.28).

$$D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \right) = -2\alpha \frac{\partial C}{\partial \alpha} \quad (\text{A.28})$$

Là encore, l'équation obtenue ne dépend que de la variable α . Quelle différence avec le cas cartésien alors ? Le problème est dans les conditions aux limites. En effet, sauf cas particulier, aucune condition aux limites n'est compatible avec la dépendance en α . Dans le cas cartésien 1D, cela fonctionne parce qu'on peut imposer une valeur à tout instant t en $x = 0$ en posant $\alpha = 0$. Dans le cas axisymétrique en revanche, on ne peut pas ajuster de solution $C(r, t)$ ne dépendant que de $\alpha = r/2\sqrt{t}$ avec des conditions aux limites fixes radiales, parce que le seul α indépendant du temps est $\alpha = 0$, or cette valeur est interdite pour une solution $C(\alpha)$ satisfaisant l'équation différentielle (A.28).

À titre informatif, on peut comparer l'estimation des épaisseurs dégradées obtenues avec la solution analytique (basée sur les fonctions de Bessel) avec l'estimation que l'on pourrait obtenir avec la transformation de Boltzmann (c'est-à-dire en supposant une dégradation linéaire par rapport à la racine carrée du temps). C'est ce qui est représenté sur la FIG.A.5 où l'on peut voir l'estimation de l'épaisseur dégradée au cours du temps avec la solution analytique et celle linéaire

en \sqrt{t} . On constate que, tant que l'on est relativement près du bord de l'éprouvette, l'hypothèse de la linéarité est valable, mais aux abords du centre du cylindre, les deux estimations divergent, et que l'hypothèse de la linéarité en racine carrée du temps amène à une sous-estimation de l'épaisseur dégradée.

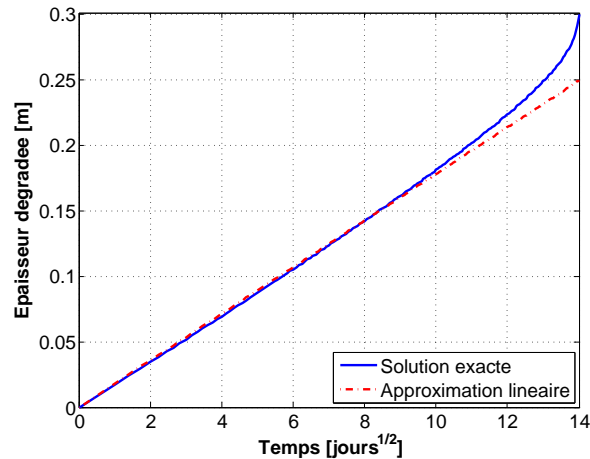


FIG. A.5: Comparaison entre la solution analytique du problème de diffusion et l'estimation supposée linéaire en racine carrée du temps (transformation de Boltzmann)

Pour conclure, la FIG.A.6 permet d'observer l'erreur relative commise sur l'estimation de la position du front de dégradation lorsque l'on adopte l'hypothèse d'une dégradation linéaire en racine carrée du temps, par rapport à la position du front de dégradation donnée par la solution analytique. Là encore, on observe que cette hypothèse donne des résultats satisfaisants tant que l'on reste relativement éloigné du centre mais qu'aux abords de celui-ci l'erreur augmente significativement (jusqu'à quasiment 20% de "retard" lorsque le front atteint le centre du cylindre).

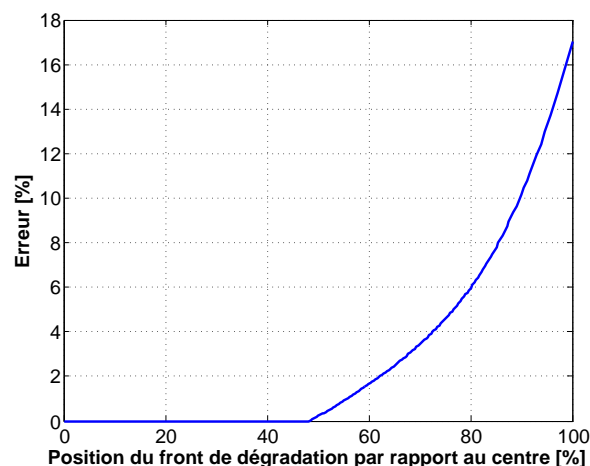


FIG. A.6: Augmentation de l'erreur relative introduite par l'hypothèse de dégradation linéaire au fur et à mesure que la position réelle du front de dégradation se rapproche du centre de l'éprouvette

Annexe B

Identification du coefficient de couplage sur des essais de fluage non-linéaire

Nous allons illustrer dans cette annexe le processus d'identification des paramètres de fluage et du coefficient de couplage fluage-endommagement, avec le modèle présenté dans le CHAP.3, §1.2.3. On compte donc 3 paramètres à identifier :

1. la viscosité α de l'amortisseur du modèle rhéologique de fluage ;
2. la raideur k de la chaîne de Kelvin-Voigt du modèle rhéologique ;
3. le coefficient de couplage β qui pondère les déformations de fluage dans l'estimation de la déformation équivalente de Mazars pour prédire l'évolution de l'endommagement.

À noter que les deux premiers paramètres sont dédiés à la seule modélisation du fluage. Dans l'application présentée dans le CHAP.3, ces paramètres de fluage ont été déterminés à partir d'essais de fluage à très long terme (Brooks 2005).

Pour identifier les trois paramètres α , k et β , nous allons exploiter les résultats expérimentaux de fluage non-linéaire de Roll (1964). Ces essais présentent l'avantage de se composer de mesures de déformations de fluage pour un même matériau sous quatre niveaux de chargement différents : à 20%, 35%, 50% et 65% de la résistance en compression F_c . Pour le cas au plus bas niveau de chargement, on peut supposer qu'il n'y a pas d'endommagement dans le matériau pour un si faible niveau de contrainte et sur la durée de l'essai (210 jours).

Notons que l'on a pris, comme paramètres du comportement mécanique du matériau, un module de Young $E = 30$ GPa, un coefficient de Poisson $\nu_0 = 0,178$, un seuil d'endommagement $\varepsilon_D = 1,1 \cdot 10^{-4}$ et des paramètres pour la loi d'évolution de l'endommagement $A = 1,25$ et $B = 1414$. Enfin, pour les essais de Roll (1964), $F_c = 42$ MPa.

La première étape consiste à identifier les paramètres de fluage, α et k , sur un essai à faible niveau de chargement, afin de ne pas faire apparaître d'endommagement dans le matériau, en l'occurrence nous considérerons l'essai à 20% de F_c . Un algorithme d'identification basé sur la méthode des moindres carrés permet d'identifier sur cet essai les valeurs de $\alpha = 2,16 \cdot 10^{-11}$ Pa⁻¹ et $k = 36,2$ GPa.

Une fois ces paramètres de fluage identifiés, il ne reste plus qu'à identifier la valeur du coefficient de couplage β sur les autres essais, faisant intervenir de l'endommagement. La FIG.B.1 montre les résultats des simulations, à comparer aux valeurs expérimentales des déformations de fluage, pour deux valeurs du coefficient de couplage. Dans la FIG.B.1(a), on voit que la valeur du coefficient β permet de reproduire de façon satisfaisante les essais à 20%, 35% et 50% de F_c ,

mais que pour le cas à 65% de F_c , on surestime l'importance des déformations de fluage dans le calcul de la déformation équivalente, ce qui surestime en conséquence la valeur de l'endommagement. De ce fait, le fluage tertiaire apparaît trop tôt dans la simulation. La FIG.B.1(b) montre les simulations pour un coefficient de couplage pris égal à 0,3. C'est le meilleur compromis que l'on puisse trouver : l'estimation des déformations pour le cas de chargement à 50% de F_c est trop faible, et l'allure de la courbe des déformations au cours du temps pour 65% de F_c n'est pas très satisfaisante, mais une valeur plus élevée de β voit apparaître le fluage tertiaire dans le cas à 50% de F_c avant la fin de l'essai. Une valeur plus faible en revanche amène à une sous-estimation significative de la déformation de fluage. À noter que, quelle que soit la valeur de β , l'estimation est satisfaisante pour les cas de chargements à faible niveau de contrainte, parce qu'il y a, dans ces cas, peu voire pas d'endommagement.

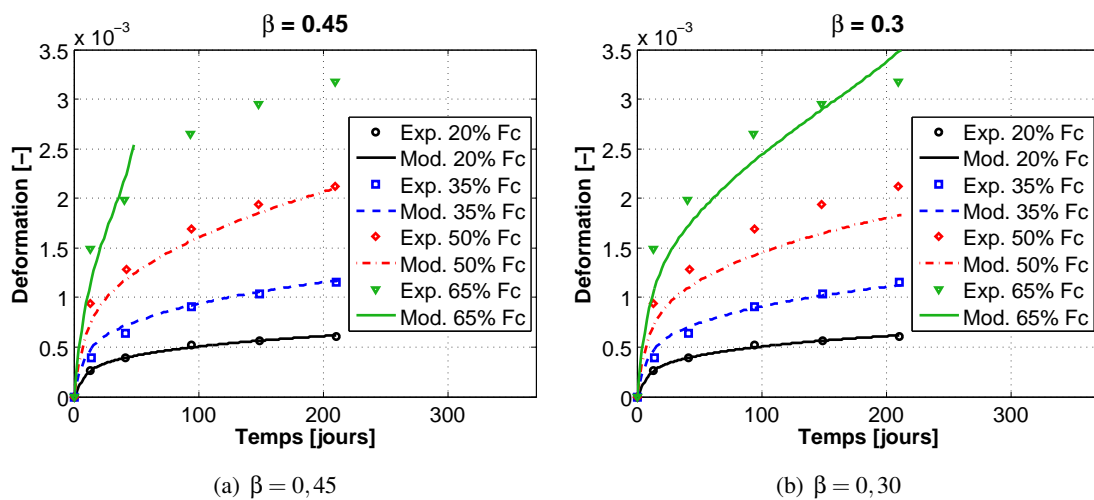


FIG. B.1: Identification du coefficient de couplage et des paramètres de fluage

Les travaux de Torrenti *et al.* (2008) s'appuient sur les résultats expérimentaux de Rüschi *et al.* (1958) pour identifier le coefficient de couplage. Ces résultats montrent que l'on observe, dans des délais expérimentaux raisonnables (c'est-à-dire de l'ordre de la centaine de jours), l'apparition du fluage tertiaire si l'on dépasse la valeur critique de 80% de F_c en chargement. En deçà, l'endommagement n'est pas suffisamment important pour amener le matériau à sa ruine. Au-delà, le fluage tertiaire apparaît et amène rapidement le matériau à rupture. Pour retrouver ce comportement, Torrenti *et al.* (2008) utilisent un coefficient de couplage entre 0,05 et 0,10. Une valeur plus importante du coefficient β s'accompagne de l'apparition précoce du fluage tertiaire à un niveau de chargement plus faible que 80% de F_c . La FIG.B.2 illustre ce résultat pour un β valant 0,10 : la FIG.B.2(a) montre l'évolution de la déformation de fluage pour les niveaux de chargement que l'on retrouve dans les essais de Rüschi *et al.* (1958), tandis que la FIG.B.2(b) met en évidence l'apparition du fluage tertiaire sur la courbe d'évolution de l'endommagement.

En réalité, cette modélisation du couplage fluage-endommagement à travers ce coefficient β est encore mal maîtrisée, et l'intervalle de valeurs pour ce coefficient selon les essais que l'on souhaite simuler est très large. En outre, nous ignorons comment ce coefficient de couplage peut évoluer en fonction de l'âge du matériau ou du niveau de chargement. Mentionnons les travaux de Reviron *et al.* (2007) qui ont proposé un coefficient de couplage à 0,24 ou encore ceux de

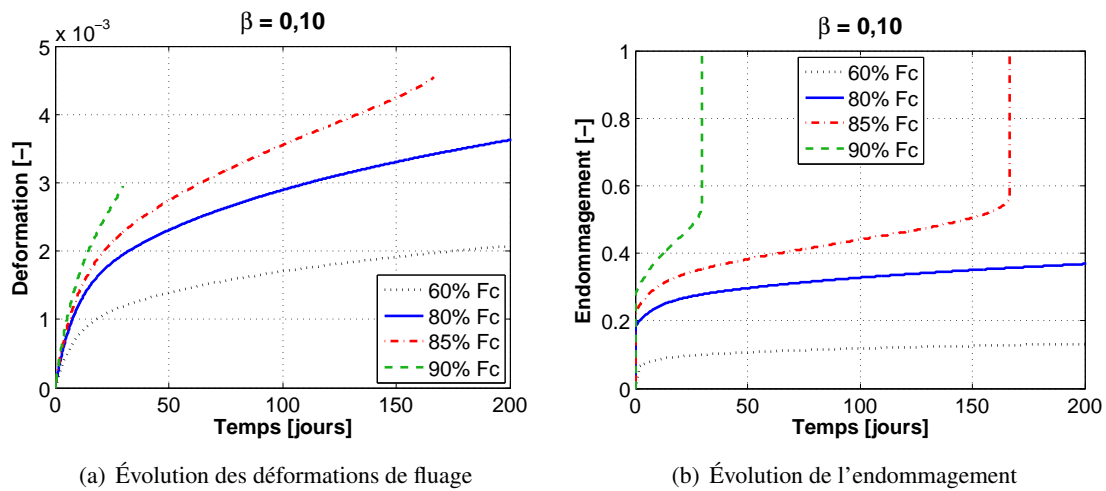


FIG. B.2: Apparition du fluage tertiaire pour un chargement à 80% de la résistance mécanique

Briffaut (2010) qui identifient un coefficient de couplage égal à 0,4 pour un matériau au jeune âge, à partir d'un essai innovant à l'anneau thermique actif. À titre d'illustration, la FIG.B.3 représente la simulation des essais de Roll (1964) pour les différentes valeurs de β trouvées dans la littérature.

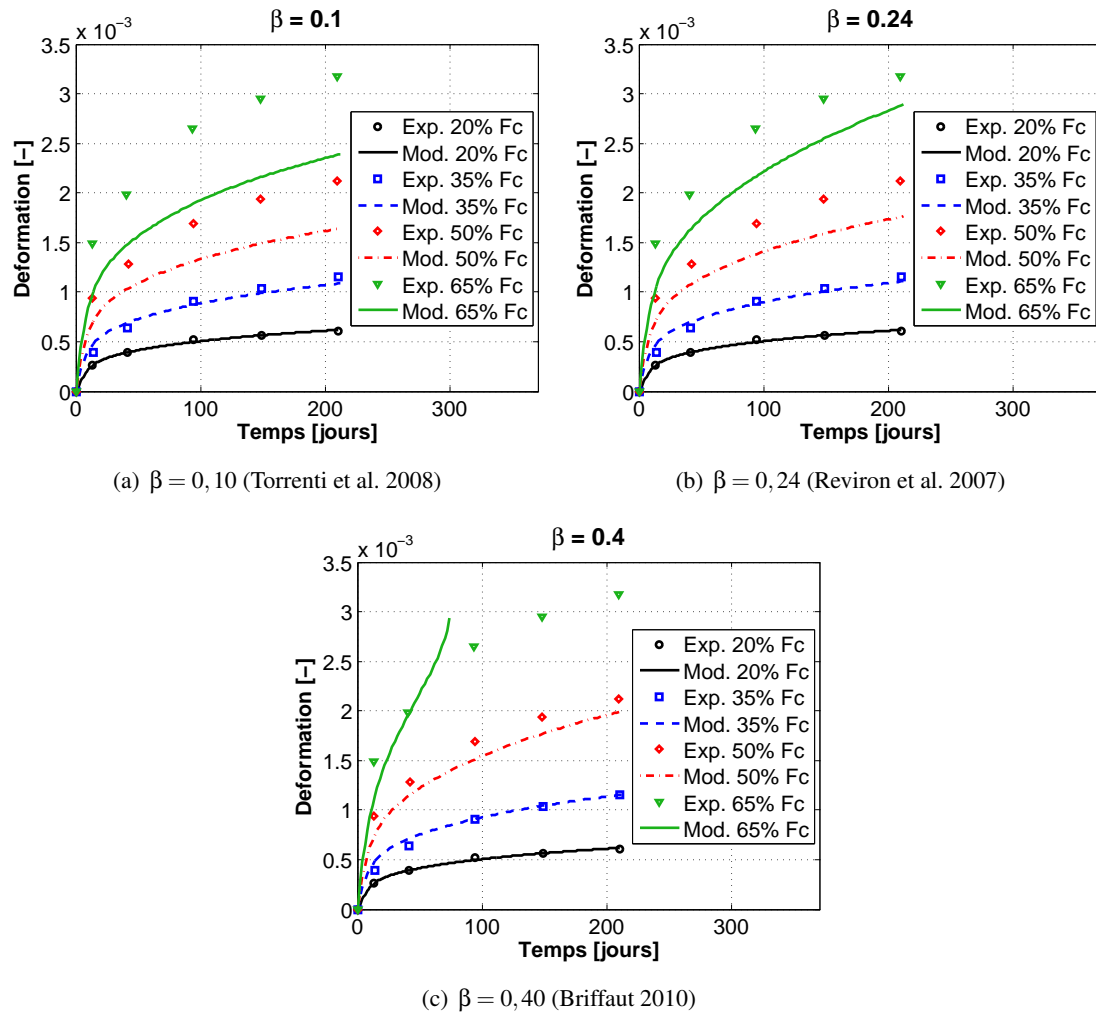


FIG. B.3: Simulations pour différentes valeurs du coefficient de couplage

Annexe C

Caractéristiques d'un champ gaussien pour obtenir un champ log-normal

Notons $k(\vec{x}, \omega)$ un champ lognormal et $\gamma(\vec{x}, \omega)$ un champ gaussien, tel que :

$$k(\vec{x}, \omega) = \exp(\gamma(\vec{x}, \omega))$$

On veut générer des réalisations d'un champ lognormal, quand la décomposition de Karhunen-Loève nous permet de générer des réalisations d'un champ gaussien. Il nous faut donc exprimer les caractéristiques nécessaires pour le champ gaussien de façon à obtenir les caractéristiques souhaitées pour le champ lognormal.

Nous noterons \bar{u} et σ_u respectivement la moyenne et l'écart-type du champ u . Par définition d'un champ log-normal par rapport à un champ gaussien, on a :

$$\bar{k}(\vec{x}) = \exp\left(\bar{\gamma} + \frac{\sigma_\gamma^2}{2}\right) \quad (\text{C.1})$$

La covariance du champ log-normal s'écrit :

$$\text{cov}_k(\vec{x}, \vec{y}) = \int_{\Omega} \exp(\gamma(\vec{x}, \omega) + \gamma(\vec{y}, \omega)) dP(\omega) - \bar{k}^2$$

Or, γ étant un champ gaussien, on peut écrire (décomposition modale de Karhunen-Loève) :

$$\gamma(\vec{x}, \omega) = \bar{\gamma}(\vec{x}) + \sum_{i=0}^{+\infty} \sqrt{\lambda_i} \gamma_i(\vec{x}) \xi_i(\omega)$$

Notons :

$$\begin{aligned} \text{cov}_k(\vec{x}, \vec{y}) &= \int_{\Omega} \exp(\gamma(\vec{x}, \omega) + \gamma(\vec{y}, \omega)) dP(\omega) \\ &= \int_{\Omega} \exp\left(2\bar{\gamma} + \sum_{i=0}^{+\infty} \sqrt{\lambda_i} \gamma_i(\vec{x}) \xi_i(\omega) + \sum_{j=0}^{+\infty} \sqrt{\lambda_j} \gamma_j(\vec{y}) \xi_j(\omega)\right) dP(\omega) \\ &= \exp(2\bar{\gamma}) \prod_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{\infty} \int_{\Omega} \exp(\sqrt{\lambda_i} \gamma_i(\vec{x}) \xi_i(\omega)) \exp(\sqrt{\lambda_j} \gamma_j(\vec{y}) \xi_j(\omega)) dP(\omega) \end{aligned}$$

– Si $i \neq j$, les termes du produit sont indépendants et on peut appliquer le théorème de Fubini :

$$\begin{aligned}
 P &= \int_{\Omega} \exp(\sqrt{\lambda_i} \gamma_i(\vec{x}) \xi_i(\omega)) \exp(\sqrt{\lambda_j} \gamma_j(\vec{y}) \xi_j(\omega)) dP(\omega) \\
 &= \int_{\Omega} \exp(\sqrt{\lambda_i} \gamma_i(\vec{x}) \xi_i(\omega)) dP(\omega) \cdot \int_{\Omega} \exp(\sqrt{\lambda_j} \gamma_j(\vec{y}) \xi_j(\omega)) dP(\omega) \\
 &= \exp\left(\frac{\lambda_i \gamma_i(\vec{x})^2}{2}\right) \exp\left(\frac{\lambda_j \gamma_j(\vec{y})^2}{2}\right) \\
 &= \exp\left(\frac{\lambda_i \gamma_i(\vec{x})^2}{2} + \frac{\lambda_j \gamma_j(\vec{y})^2}{2}\right)
 \end{aligned}$$

– si $i = j$, alors :

$$\begin{aligned}
 P &= \int_{\Omega} \exp(\sqrt{\lambda_i} \gamma_i(\vec{x}) \xi_i(\omega)) \exp(\sqrt{\lambda_j} \gamma_j(\vec{y}) \xi_j(\omega)) dP(\omega) \\
 &= \int_{\Omega} \exp\left(\sqrt{\lambda_i} (\gamma_i(\vec{x}) + \gamma_i(\vec{y})) \xi_i(\omega)\right) dP(\omega) \\
 &= \exp\left(\frac{\lambda_i}{2} (\gamma_i(\vec{x}) + \gamma_i(\vec{y}))^2\right) \\
 &= \exp\left(\frac{\lambda_i}{2} (\gamma_i(\vec{x})^2 + \gamma_i(\vec{y})^2 + 2\gamma_i(\vec{x})\gamma_i(\vec{y}))\right)
 \end{aligned}$$

Pour rappel :

$$\sigma_{\gamma}^2 = \text{cov}_{\gamma}(\vec{x}, \vec{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \gamma_i^2(\vec{x})$$

Rappelons aussi que les modes propres vérifient un problème de Fredholm :

$$\int \text{cov}_{\gamma}(\vec{x}, \vec{y}) \gamma_i(\vec{x}) d\vec{x} = \lambda_i \gamma_i(\vec{y})$$

D'où :

$$\text{cov}_{\gamma}(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{i=0}^{+\infty} \lambda_i \gamma_i(\vec{x}) \gamma_i(\vec{y})$$

De fait, on peut écrire :

$$\text{cor}_k(\vec{x}, \vec{y}) = \exp(2\bar{\gamma}) \prod_{i=1}^{\infty} \exp(\lambda_i \gamma_i(\vec{x}) \gamma_i(\vec{y})) \prod_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{\infty} \exp\left(\frac{\lambda_i \gamma_i(\vec{x})^2}{2} + \frac{\lambda_j \gamma_j(\vec{y})^2}{2}\right)$$

Avec :

$$\prod_{i=1}^{\infty} \exp(\lambda_i \gamma_i(\vec{x}) \gamma_i(\vec{y})) = \exp(\text{cov}_{\gamma}(\vec{x}) \gamma_i(\vec{y}))$$

Et :

$$\prod_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{\infty} \exp\left(\frac{\lambda_i \gamma_i(\vec{x})^2}{2} + \frac{\lambda_j \gamma_j(\vec{y})^2}{2}\right) = \exp\left(\frac{\sigma_{\gamma}^2}{2} + \frac{\sigma_{\gamma}^2}{2}\right) = \exp(\sigma_{\gamma}^2)$$

Il vient :

$$\text{cor}_k(\vec{x}, \vec{y}) = \exp(2\bar{\gamma} + \sigma_{\gamma}^2) \exp(\text{cov}_{\gamma}(\vec{x}) \gamma_i(\vec{y}))$$

D'où :

$$cov_k(\vec{x}, \vec{y}) = \exp(2\bar{\gamma} + \sigma_\gamma^2) \left(\exp(cov_\gamma(\vec{x})\gamma_i(\vec{y})) - 1 \right) \quad (C.2)$$

Finalement :

$$\sigma_k^2 = \exp(2\bar{\gamma} + \sigma_\gamma^2) \left(e^{\sigma_\gamma^2} - 1 \right) \quad (C.3)$$

On inverse facilement le système formé par les équations C.1 et C.3 pour obtenir l'écart-type et la valeur moyenne du champ gaussien :

$$\begin{aligned} \sigma_\gamma^2 &= \ln \left(1 + \frac{\sigma_k^2}{\bar{k}^2} \right) \\ \bar{\gamma} &= \ln \left(\frac{\bar{k}}{\sqrt{1 + \sigma_k^2/\bar{k}^2}} \right) \end{aligned}$$

Il ne reste à présent plus qu'à exprimer la longueur de corrélation L_γ nécessaire pour le champ gaussien, afin d'obtenir la valeur souhaitée de longueur de corrélation pour le champ lognormal L_k . Reprenons à partir de l'expression de la covariance du champ lognormal [C.2] :

$$\begin{aligned} cov_k(\vec{x}, \vec{y}) &= \exp(2\bar{\gamma} + \sigma_\gamma^2) \left(\exp(\sigma_\gamma^2 e^{-\|\vec{x}-\vec{y}\|^2/L_\gamma^2}) - 1 \right) \\ &= \sigma_k^2 \exp \left(-\frac{\|\vec{x}-\vec{y}\|^2}{L_k^2} \right) \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \exp \left(-\frac{\|\vec{x}-\vec{y}\|^2}{L_k^2} \right) &= \frac{\exp(2\bar{\gamma} + \sigma_\gamma^2)}{\sigma_k^2} \left(\exp(\sigma_\gamma^2 e^{-\|\vec{x}-\vec{y}\|^2/L_\gamma^2}) - 1 \right) \\ -\frac{\|\vec{x}-\vec{y}\|^2}{L_k^2} &= 2\bar{\gamma} + \sigma_\gamma^2 - 2 \ln(\sigma_k^2) + \ln \left(\exp(\sigma_\gamma^2 e^{-\|\vec{x}-\vec{y}\|^2/L_\gamma^2}) - 1 \right) \end{aligned}$$

En particulier, si $\|\vec{x}-\vec{y}\| = 1$:

$$-\frac{1}{L_k^2} = 2\bar{\gamma} + \sigma_\gamma^2 - 2 \ln(\sigma_k^2) + \ln \left(\exp(\sigma_\gamma^2 e^{-1/L_\gamma^2}) - 1 \right)$$

Comme :

$$2\bar{\gamma} + \sigma_\gamma^2 = 2 \ln(\bar{k})$$

Il vient :

$$\begin{aligned} \ln \left(\exp(\sigma_\gamma^2 e^{-1/L_\gamma^2}) - 1 \right) &= 2 \ln \left(\frac{\sigma_k}{\bar{k}} \right) - \frac{1}{L_k^2} \\ \exp(\sigma_\gamma^2 e^{-1/L_\gamma^2}) - 1 &= \frac{\sigma_k^2}{\bar{k}^2} \exp \left(-\frac{1}{L_k^2} \right) \\ \sigma_\gamma^2 \exp \left(\frac{-1}{L_\gamma^2} \right) &= \ln \left(1 + \frac{\sigma_k^2}{\bar{k}^2} \exp \left(-\frac{1}{L_k^2} \right) \right) \end{aligned}$$

D'où l'on extrait finalement :

$$L_{\gamma} = \left(\ln \left(\frac{1}{\sigma_{\gamma}^2} \ln \left(1 + \frac{\sigma_k^2}{k^2} \exp \left(-\frac{1}{L_k^2} \right) \right) \right) \right)^{-1/2}$$

Références

- ACI Committee 209, . (2008). Guide for modeling and calculating shrinkage and creep in hardened concrete. Rapport Technique 209.2R-08, American Concrete Institute.
- Adenot, F. (1992). *Durabilité du béton : caractérisation et modélisation des processus physiques et chimiques de dégradation du ciment*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans.
- Adenot, F., J. Maury, et L. Wu (1996). Etude de l'altération des pâtes de ciment par des solutions riches en sulfate, chlorure ou magnésium. Rapport Technique NT SESD 96.58, CEA.
- Adenot, F., E. Revertégat, et L. Wu (1993). Etude de la dégradation d'une pâte de ciment par une eau contenant des carbonates. Note Technique NT SCS/93.52, CEA.
- Adenot, F., C. Richet, et P. Faucon (1997). Long-term prediction of concrete durability in radioactive waste management : influence of the pH of the aggressive solution. In *International Conference on Engineering Materials*.
- AFNOR (2003). Essai pour béton durci - partie 3 : résistance à la compression des éprouvettes. Norme NF EN 12390-1.
- AFNOR (2004). Béton - partie 1 : spécification, performances, production et conformité. Norme NF EN 206-1.
- AFPC-AFREM (1997, décembre). Durabilité des bétons - Méthodes recommandées pour la mesure des grandeurs associées à la durabilité. Compte-rendu des journées techniques AFPC-AFREM. Toulouse, France.
- Albert, B. (2002). *Altération de matrices cimentaires par des eaux de pluie et des eaux sulfatées : approches expérimentales et thermodynamiques*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Saint Etienne.
- ANDRA (2005). Evaluation de la faisabilité du stockage géologique en formation argileuse. Rapport technique, Dossier 2005 Argile.
- Andrade, C., C. Alonso, A. Arteaga, et P. Tanner (2000). Methodology based on the electrical resistivity for calculation of reinforcement service life. In *5th CANMET/ACI International Conference*, pp. 899–915.
- Archie, G. E. (1942). The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics. *Petroleum Technology* 5, 54–62.
- Atkins, M., D. G. Bennett, A. C. Dawes, F. P. Glasser, A. Kindness, et D. Read (1992). A thermodynamical model for blended cements. *Cement and Concrete Research* 22, 497–502.
- Atkins, P. et J. De Paula (2002). *Physical Chemistry*. New York : Oxford University Press.
- Badouix, F. (2000). *Modélisation du comportement à long terme des bétons : prise en compte de la carbonatation*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Bajza, A. et I. Rousekova (1990). Properties and structure of hardened cement pastes corroded by NH_4NO_3 solutions. *Il Cimento* 1, 29–46.

- Bajza, A., I. Rousekova, et O. Vrana (1986). Corrosion of hardened cement paste by ammonium nitrate. In *8th International Congress of the chemistry of cement*, Volume V, pp. 99–103.
- Bangert, F., D. Kuhl, et G. Meschke (2001). Finite element simulation of chemo-mechanical damage under cyclic loading conditions. In R. de Borst, J. Mazars, G. Pijaudier-Cabot, et J. van Mier (Eds.), *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Volume 1, pp. 145–152.
- Barbarulo, R. (2002). *Comportement des matériaux cimentaires : action des sulfates et de la température*. Thèse de doctorat, ENS Cachan et Université Laval (Canada).
- Baroghel-Bouny, V. (1994). *Caractérisation des pâtes de ciment et des bétons. Méthodes, analyses, interprétation*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Bazant, Z. P., A. B. Høgggaard, S. Baweja, et F. J. Ulm (1997). Microprestress-solidification theory for concrete creep. I : Aging and drying effects. *Journal of Engineering Mechanics* 123(11), 1188–1194.
- Bazant, Z. P. et S. Prasannan (1989). Solidification theory for concrete creep. I. Formulation. *Journal of Engineering Mechanics* 115(8), 1691–1703.
- Bazant, Z. P. et Y. Xiang (1997). Crack growth and life time of concrete under long time loading. *Journal of Engineering Mechanics* 123(4), 350–358.
- Benard, A. (2003). *Le plomb et le chrome dans les ciments : spéciation et modélisation du transfert au cours de la lixiviation*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille.
- Benboudjema, F. (2002). *Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations biaxiales. Application aux bâtiments réacteurs de centrales nucléaires*. Thèse de doctorat, Université de Marne-La-Vallée.
- Benboudjema, F., F. Meftah, et J. M. Torrenti (2005a). Interaction between drying, shrinkage, creep and cracking phenomena in concrete. *Engineering Structures* 27, 239–250.
- Benboudjema, F., F. Meftah, et J. M. Torrenti (2005b). Structural effects of drying shrinkage. *Journal of Engineering Mechanics* 131(11), 1195–1199.
- Benboudjema, F. et J. M. Torrenti (2008, October). Early age behaviour of concrete nuclear containments. *Nuclear Engineering and Design* 238(10), 2495–2506.
- Bentz, D. P. (1997). Three-dimensional computer simulation of Portland cement hydration and microstructure development. *Journal of the American Ceramic Society* 80(1), 3–21.
- Bentz, D. P. et E. J. Garboczi (1995). Modeling the leaching of calcium hydroxide from cement paste : effect on pore space percolation and diffusivity. *Materials and Structures* 25, 73–79.
- Berner, U. (1988). Modelling the incongruent dissolution of hydrated cement minerals. *Radiochim. Acta* 44/45, 387–393.
- Berner, U. (1990). A thermodynamic description of the evolution of the pore water chemistry and uranium speciation during the degradation of cement. *NAGRA TR 90-12 & PSI Ber. n°62*.
- Berthollet, A., J. F. Georgin, L. Granger, et J. M. Reynouard (2002, August 20-22). Modeling of the non-linear creep and cracking combined effects on concrete structures. In Elsevier (Ed.), *Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and other quasi-brittle materials*, Boston. Pro. intern. symp.
- Bertron, A., G. Escadeillas, et J. Duchesne (2004). Cement pastes alteration by liquid manure organic acids. *Cement and Concrete Research* 34(10), 1823–1835.
- Berveiller, M., Y. Le Pape, B. Sudret, et F. Perrin (2007). Bayesian updating of the long-term creep deformations in concrete containment vessels using a non intrusive method. In *10th*

- International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, Tokyo, Japan.
- Bourdette, B. (1994). *Durabilité du mortier : prise en compte des auréoles de transition dans la caractérisation et modélisation des processus physiques et chimiques d'altération*. Thèse de doctorat, INSA Toulouse.
- Breiman, L., J. H. Friedman, R. A. Olshen, et C. J. Stone (1984). *Classification and regression trees*. Belmont : Wadsworth.
- Briffaut, M. (2010). *Étude de la fissuration au jeune âge des structures massives : influence de la vitesse de refroidissement, des reprises de bétonnage et des armatures*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Brooks, J. J. (2005, November). 30-year creep and shrinkage of concrete. *Magazine of concrete research* 57(9), 545–556.
- Bruggeman, D. A. (1935). Calculation of various physical constants of heterogeneous substances. *Annalen der Physik (in German)* 24, 636–679.
- Buil, M. et J. P. Ollivier (1992). *La durabilité des bétons*, Chapitre "Conception des bétons : la structure poreuse", pp. 57–106. Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Buil, M., E. Revertégat, et J. Oliver (1992). *A Model of the Attack of Pure Water or Under-saturated Lime Solutions on Cement*, Volume 2nd, pp. 227–241. Philadelphia : American Society for Testing and Materials.
- Buil, M., E. Revertégat, et J. P. Ollivier (1990). Modeling cement leaching by pure water. In *2nd International Symposium on Stabilization/Solidification of Hazardous Radioactive and Mixed Wastes*, Williamsburg, USA.
- Caffisch, R. E. (1998). Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods. *Acta Numerica* 7, 1–49.
- Carde, C. (1996). *Caractérisation et modélisation de l'altération des propriétés mécaniques due à la lixiviation des matériaux cimentaires*. Thèse de doctorat, INSA Toulouse.
- Carde, C. et R. Francois (1997). Effect of the leaching of calcium hydroxyde and C-S-H from cement paste on mechanical and physical properties. *Cement and Concrete Research* 27, 539–550.
- Carde, C., R. Francois, et J. M. Torrenti (1996). Leaching of both calcium hydroxyde and CSH from cement paste. modeling the mechanical behavior. *Cement and Concrete Research* 26(8), 1257–1268.
- Care, S. (2003). Influence of aggregates on chloride diffusion coefficient into mortar. *Cement and Concrete Research* 33, 1021–1028.
- CEA. Commissariat à l'Energie atomique - DEN/DM2S/SEMT. Cast3m logiciel aux éléments finis. <http://www-cast3m.cea.fr/>.
- Celia, M., E. Bouloutas, et R. Zarba (1990). A general mass conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resources Research* 26(7), 1483–1496.
- Cerny, V. (1985). A thermodynamical approach to travelling salesman problem : an efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications* 45, 41–51.
- Chen, J. J., J. J. Thomas, H. F. W. Taylor, et H. M. Jennings (2004). Solubility and structure of calcium silicate hydrate. *Cement and Concrete Research* 34, 1499–1520.
- ChlorTest (2004). Guideline for practical use of methods for testing the resistance of concrete to chloride ingress.

- Chmielewski, T. et E. Konokpa (1999). Statistical evaluations of field concrete strength. *Magazine of concrete research* 51(1), 45–52.
- Clodic, L. (1994). *Modélisation thermodynamique et cinétique de l'hydratation du ciment Portland*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans.
- Codina, M. (2007). *Les bétons bas pH - Formulation, caractérisation et étude à long terme*. Thèse de doctorat, INSA Toulouse.
- Colliat, J. B., M. Hautefeuille, A. Ibrahimbegovic, et H. G. Matthies (2007). Stochastic approach to size effect in quasi-brittle materials. *Comptes Rendus Mécaniques* 335(8), 430–435.
- Courault, A. C. (2001). *Stoechiométrie des C-S-H et propriétés dans différents environnements chimiques*. Thèse de doctorat, Université de Bourgogne.
- Cussigh, F., V. Bonnard, C. Carde, et O. Houdusse (2007). Rion-Antirion bridge project - concrete durability for prevention of corrosion risks. In *CONSEC'07 International Conference on Concrete Under Severe Conditions*, Tours, France.
- Damidot, D., S. Stronach, A. Kindness, M. Atkins, et F. P. Glasser (1994). Thermodynamic investigation of the CaO-Al₂O₃-CaCO₃-H₂O closed system at 25°C and the influence of the Na₂O. *Cement and Concrete Research* 32, 563–572.
- de Larrard, T., F. Benboudjema, J. B. Colliat, J. M. Torrenti, et F. Deleruyelle (2010a). Concrete calcium leaching at variable temperature : experimental data and numerical model inverse identification. *Computational Materials Science* 49, 35–45.
- de Larrard, T., F. Benboudjema, J. B. Colliat, J. M. Torrenti, et F. Deleruyelle (2010b). Uncertainty propagation on damage evolution of a concrete structure subjected to coupled leaching and creep. *European Journal of Environmental and Civil Engineering* 14(6-7), 891–921.
- de Larrard, T., J. B. Colliat, F. Benboudjema, J. M. Torrenti, et G. Nahas (2010). Effect of the young modulus variability on the mechanical behaviour of a nuclear containment vessel. *Nuclear Engineering and Design* 240(12), 4051–4060.
- de Vasconcellos, M., A. Campos Filho, et S. Roberto Maestrini (2003). Response variability in reinforced concrete structures with uncertain geometrical and material properties. *Nuclear Engineering and Design* 226(3), 205–220.
- Delagrave, A. (1996). *Mechanisms of chloride ion penetration of normal and high performance cement based systems*. Thèse de doctorat, Université de Laval, Canada.
- Delagrave, A., J. Marchand, et M. Pigeon (1998). Influence of microstructure on the tritiated water diffusivity of mortar. *Advanced Cement Based Materials* 2, 43–52.
- Dickson, C. L., D. R. M. Brew, et F. P. Glasser (2004). Solubilities of CaO-SiO₂-H₂O phases at 25, 55 and 85°C. *Advanced Cement Research* 16, 35–43.
- Duchesne, J. et M. A. Bérubé (1995). Effect of supplementary cementing materials on the composition of cement hydration products. *Advanced Cement Based Materials* 2, 43–52.
- Duchesne, J. et E. J. Readon (1999). Lime treatment of fly ash : characterization of leachate composition and solid/water reactions. *Waste Managements* 19, 221–231.
- Duvaut, G. et J. L. Lions (1972). *Les inéquations en Mécanique et en Physique*. Dunod.
- Eymard, R., T. Gallouet, D. Hilhorst, et Y. N. Slimane (1998). Finite volumes and non linear diffusion equations. *Mathematical Modelling and Numerical Analysis* 32(6), 747–761.

- Faucon, P. (1997). *Durabilité du béton : physico-chimie de l'altération par l'eau*. Thèse de doctorat, Université de Cergy-Pontoise.
- Fuhrmann, M., R. Pietrzak, J. Heiser, E. Franz, et P. Colombo (1990). The effects of temperature on the leaching behaviour waste forms - the cement/sodium sulfates system. *Materials Research Society 176*, 75–80.
- Gallé, C., V. L'Hostis, H. Peycelon, M. Helie, A. Millard, et P. Lachaize (2004). Durabilité du béton des infrastructures et des colis pour le stockage graphite. Rapport Technique RT-DPC/SCMME/04-672-A, CEA.
- Garboczi, E. J., L. M. Schwartz, et D. P. Bentz (1995). Modeling the influence of the interfacial zone on the DC electrical conductivity of mortar. *Journal of Advanced Cement Based Materials 2*, 169–181.
- Gartner, E. M. et H. M. Jennings (1987). Thermodynamics of calcium silicate hydrates and their solutions. *Journal of the American Ceramic Society 70*, 743–749.
- Gawin, D., C. E. Majorana, et B. Schrefler (1999). Numerical analysis of hygro-thermic behaviour and damage of concrete at high temperature. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials 4*, 37–74.
- Gawin, D., F. Pesavento, et B. Schrefler (2008a). Modeling of cementitious materials exposed to isothermal calcium leaching, considering process kinetics and advective water flow. Part 1 : theoretical model. *International Journal of Solids and Structures 45*, 6221–6240.
- Gawin, D., F. Pesavento, et B. Schrefler (2008b). Modeling of cementitious materials exposed to isothermal calcium leaching, considering process kinetics and advective water flow. Part 2 : numerical solution. *International Journal of Solids and Structures 45*, 6241–6268.
- Gawin, D., F. Pesavento, et B. Schrefler (2009). Modeling deterioration of cementitious materials exposed to calcium leaching in non-isothermal conditions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 198*(DOI :10.1016/j.cma.2009.05.005), 3051–3083.
- Gérard, B. (1996). *Contribution des couplages mécaniques-chimie-transfert dans la tenue à long terme des ouvrages de stockage de déchets radioactifs*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Gérard, B., C. Le Bellégo, et O. Bernard (2002). Simplified modelling of calcium leaching of concrete in various environment. *Materials and Structures 35*, 632–640.
- Gérard, B., G. Pijaudier-Cabot, et C. Laborderie (1998). Coupled diffusion-damage modelling and the implications on failure due to strain localization. *Int. J. Solids Struct. 35*(31-32), 4107–4120.
- Gmira, A. (2003). *Etude texturale et thermodynamique d'hydrates modèles du ciment*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans.
- Goncalves, A. et X. Rodrigues (1991). The resistance of cements to ammonium nitrate attack. In *Durability of concrete, 2nd International Conference*, Montréal, Canada.
- Goñi, S., M. S. Hernandez, A. Guerrero, et M. P. Lorenzot (1995). Effect of temperature on the leaching performance of a simulated cement-based immobilization system. calcium and hydroxyl behaviour. *Construction and Building Materials 10*(3), 171–177.
- Guillon, E. (2004). *Durabilité des matériaux cimentaires : modélisation de l'influence des équilibres physico-chimiques sur la microstructure et les propriétés mécaniques résiduelles*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Hammond, E. et T. Robson (1955). Comparison of electrical properties of various cement and concrete. *The Engineer*, 114–115.

- Harris, A. W., M. C. Manning, W. M. Tearle, et C. J. Tweed (2002). Testing models of the dissolution of cements-leaching of synthetic CSH gels. *Cement and Concrete Research* 32, 267–271.
- Hassan, K. E., J. G. Cabrera, et R. S. Malhieh (2000). The effect of mineral admixtures on the properties of high-performance concrete. *Cement and Concrete Composites* 22, 267–271.
- Haykin, S. (1998). *Neural Networks : A Comprehensive Foundation* (2nd ed.). Prentice Hall.
- Hertz, J., A. Krogh, et R. Palmer (1991). *An Introduction to the Theory of Neural Computation*. Addison Wesley.
- Heukamp, F. H. (2003). *Chemomechanics of calcium leaching of cement based materials at different scales : the role of CH-dissolution and C-S-H degradation on strength and durability performance of materials and structures*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology.
- Heukamp, F. H., F. J. Ulm, et J. T. Germaine (2001). Mechanical properties of calcium-leached cement pastes : triaxial stress states and the influence of the pore pressures. *Cement and Concrete Research* 31(5), 767–774.
- Hild, F. et S. Roux (2006). Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties - a review. *Strain* 42(2), 69–80.
- Illston, J. M. (1965). The components of strains in concrete under sustained compressive stress. *Magazine of concrete research* 17(50), 21–28.
- Iman, R. L. et W. J. Conover (1980). Small sample sensitivity analysis techniques for computer models, with an application to risk assessment. *Communications in Statistics - Theory and Methods* 9(17), 1749–1842.
- Jason, L., A. Huerta, G. Pijaudier-Cabot, et S. Ghavamian (2006). An elastic plastic damage formulation for concrete : application to elementary tests and comparison with isotropic damage model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195(52), 7077–7092.
- Jennings, H. M. et S. K. Johnson (1986). Simulation of microstructure development during the hydration of a cement compound. *Journal of the American Ceramic Society* 69(11), 790–795.
- Jennings, H. M. et Y. Xi (1992). *Relationships between microstructure and creep and shrinkage of cement paste*, *Material Science of Concrete*, pp. 37–69. Westerville, OH : The American Ceramic Society.
- Jolliffe, I. T. (2002). *Principal Component Analysis* (2nd ed.). New York : Springer.
- Kamali, S. (2003). *Comportement et simulation des matériaux cimentaires en environnement agressif : lixiviation et température*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Kamali, S., M. Moranville, et S. Leclercq (2008). Material and environmental parameter effects on the leaching of cement pastes : experiments and modelling. *Cement and Concrete Research* 38, 575–585.
- Kamali-Bernard, S., F. Bernard, et W. Prince (2009, April). Computer modelling of tritiated water diffusion test for cement based materials. *Computational Materials Science* 45(2), 528–535.
- Karhunen, K. (1947). Über lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *ANN. Acad. Sci. Fennicae, Ser. Al. Math.-Phys. (in German)* 37, 1–79.

- Katz, A. et A. Thompson (1987). Prediction of rock electrical conductivity from mercury injection measurements. *Journal of Geophysical Research* 92, 599–607.
- Keese, A. (2003). *Numerical solution of systems with uncertainties - a general purpose framework for stochastic finite elements*. Phd thesis, Technischen Universität Braunschweig, Germany.
- Kelzenberg, A. L., S. L. Tracy, B. J. Christiansen, J. J. Thomas, M. E. Clarage, S. Hodson, et H. M. Jennings (1998). Chemistry of the aqueous phase of ordinary cement pastes at early reaction times. *Journal of the American Ceramic Society* 81, 2349–2359.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt, et M. P. Vecchi (1983). Optimization by simulated annealing. *Science* 220(4598), 671–680.
- Kuhl, D., F. Bangert, et G. Meschke (2003a). Coupled chemo-mechanical deterioration of cementitious materials - part 1 : modeling. *International Journal of Solids and Structures* 41, 15–40.
- Kuhl, D., F. Bangert, et G. Meschke (2003b). Coupled chemo-mechanical deterioration of cementitious materials - part 2 : numerical method and simulation. *International Journal of Solids and Structures* 41, 41–67.
- Kulik, D. A. et M. Kersten (2001). Aqueous solubility diagrams for cementitious waste stabilization systems : II end-member stoichiometries of ideal calcium silicate hydrate solid solutions. *Journal of the American Ceramic Society* 84, 3017–3026.
- Kupfer, H. B., H. K. Hilsdorf, et H. Rusch (1969). Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Journal* 66, 656–666.
- Lacarrière, L., A. Sellier, et X. Bourbon (2006). Concrete mechanical behaviour and calcium leaching weak coupling. *Revue Européenne de Génie Civil* 10(9), 1147–1175.
- Lataste, J., C. Siriex, D. Breyse, et M. Frappe (2003). Electrical resistivity measurement applied to cracking assessment on reinforced concrete structures in civil engineering. *NDTE International* 36, 383–394.
- Le Bellégo, C. (2001). *Couplage chimie-mécanique dans les structures en béton attaquées par l'eau : étude expérimentale et analyse numérique*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Le Bellégo, C., B. Gérard, et G. Pijaudier-Cabot (2001). Mechanical analysis of concrete structures submitted to an aggressive water. *Fracture Mechanics of Concrete Structures, edited by Swets and Zeitlinger*, 239–246.
- Le Bescop, P., C. Solet, et C. Mazoin (2001). Action de solutions coarbonatées sur l'altération chimique des matériaux à base de liants hydrauliques. Rapport Technique NT SESD 99.64, CEA.
- Lea, F. (1970). *The chemistry of cement and concrete*. Arnold Edition.
- Lea, F. M. (1965). The action of ammonium salts on concrete. *Magazine of concrete research* 52, 115–116.
- Lee, J. H., D. M. Roy, B. Mann, et D. Stahl (1995). Integrated approach to modelling long term durability of concrete engineered barriers in LLRW facility. In *MRS Symp. Proc.*, Volume 353, pp. 881–889.
- Li, Z. (1994). Effective creep poisson's ratio for damaged concrete. *International Journal of Fracture* 66, 189–196.
- Liang, H., L. Li, N. D. Poor, et A. A. Saguès (2003). Nitrite diffusivity in calcium nitrite-admixed hardened concrete. *Cement and Concrete Research* 33, 139–146.

- Loève, M. (1978). *Probability theory* (4th ed.), Volume II of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag.
- Longuet, P., L. Burglen, et A. Zelwer (1974). La phase liquide du ciment hydraté. Rapport Technique 219, CERILH.
- Loosveldt, H. (2002). *Etude expérimentale des comportements hydraulique et poromécanique d'un mortier sain ou dégradé chimiquement*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille.
- Lothenbach, B. et F. Winnefeld (2005). Thermodynamic modelling of the hydration of portland cement. *Cement and Concrete Research* 36, 209–226.
- Lothenbach, B., F. Winnefeld, C. Alder, E. Wieland, et P. Lunk (2007). Effect of temperature on the pore solution, microstructure and hydration products of portland cement pastes. *Cement and Concrete Research* 37, 483–491.
- Lovera, P. (1999). Comportement physico-chimique des liants hydrauliques - couplage chimie/hydrodynamique. Rapport Technique NT SESD/99.63, CEA.
- Mainguy, M., C. Tognazzi, J. M. Torrenti, et F. Adenot (2000). Modelling of leaching in pure cement paste and mortar. *Cement and Concrete Research* 30, 83–90.
- Mainguy, M., F. J. Ulm, et F. H. Heukamp (2001). Similarity properties of demineralization and degradation of cracked porous materials. *International Journal of Solids and Structures* 38, 7079–7170.
- Maisse, E., P. Moskowicz, J. Poussin, et F. Sanchez (1995). Diffusion and dissolution/precipitation in a reactive porous medium : modelling and numerical simulations. In *International Conference on Porous Media*, Saint-Etienne.
- Maltais, Y., E. Samson, et J. Marchand (2004). Predicting the durability of portland cement system in aggressive environments – laboratory validation. *Cement and Concrete Research* 34, 1579–1589.
- Martinez, F. et E. Pozzo (1992). Experimental control of deformability at short-term loadings in testing large-span prestressed structures. *Materials and Structures* 25, 231–238.
- Matte, V. et M. Moranville (1999). Durability of reactive powder composites : influence of silica fume on the leaching properties of very low water/binder pastes. *Cement and Concrete Composites* 21, 1–9.
- Matthies, H. G., R. Niekamp, et J. Steinford (2006). Algorithms for strong coupling procedures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195, 2028–2049.
- Mazars, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Mazars, J. (1986). A description of micro and macroscale damage of concrete. *Engineering Fracture Mechanics* 25, 729–737.
- Mazzotti, C. et M. Savoia (2003). Nonlinear creep damage model for concrete under axial compression. *Journal of Engineering Mechanics* 129(9), 1065–1075.
- McKay, M. D., W. J. Conover, et R. J. Beckman (1979). A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics* 21, 239–245.
- Metropolis, N., A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, et E. Teller (1953). Equations of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics* 21(6), 1087–1092.

- Metropolis, N. et S. Ulam (1949). The Monte Carlo Method. *Journal of American Statistical Association* 44(247), 335–341.
- Mirza, S. A., M. Hatzinikolas, et J. G. McGregor (1979). Statistical descriptions of strength of concrete. *Journal of the structural division ASCE* 105.
- Moranville, M., S. Kamali, et E. Guillon (2004, September). Physicochemical equilibria of cement-based materials in aggressive environments - experiment and modeling. *Cement and Concrete Research* 34(9), 1569–1578.
- Morris, W., E. I. Moreno, et A. A. Saguès (1996). Practical evaluation of resistivity of concrete in test cylinders using Wenner array probe. *Cement and Concrete Research* 26(12), 1779–1787.
- Moskowicz, P., J. Poussin, et F. Sanchez (1996). Diffusion and dissolution in a reactive porous medium : Mathematical modelling and numerical simulations. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 66, 377–389.
- Moudilou, E. (2000). *Cinétiques et mécanismes de relargage des métaux lourds présents en trace dans les matériaux cimentaires*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans.
- Naar, S. (2006). *Evaluation non destructive du béton par mesure de résistivité électrique et thermographie infrarouge passive*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- Neall, F. B. (1996). Modelling the long term chemical evolution of cement ground water systems. In *MRS Symp. Proc.*, Volume 412, pp. 483–490.
- Newman, A. J. (1996). Model reduction via the Karhunen-Loeve expansion - part i : an exposition. Technical report, University of Maryland, USA.
- Nguyen, V. H. (2005). *Couplage dégradation chimique-comportement en compression du béton*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Nguyen, V. H., H. Colina, J. M. Torrenti, C. Boulay, et B. Nedjar (2007). Chemomechanical coupling behaviour of leached concrete. part 1 : experimental results. *Nuclear Engineering and Design* 237, 2083–2089.
- Nguyen, V. H., B. Nedjar, H. Colina, et J. M. Torrenti (2006). A separation of scales homogenisation analysis for the modelling of calcium leaching in concrete. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (195), 7196–7210.
- Nguyen, V. H., B. Nedjar, et J. M. Torrenti (2007). Chemomechanical coupling behaviour of leached concrete. part 2 : modelling. *Nuclear Engineering and Design* 237, 2090–2097.
- Ollivier, J., J. C. Maso, et B. Bourdette (1995). Interfacial transition zone in concrete. *Advanced Cement Based Materials* 2, 30–38.
- Omar, M., G. Pijaudier-Cabot, et A. Loukili (2003, March). Numerical models for coupling creep and fracture of concrete structures. In Balkema (Ed.), *Computational Modelling of concrete structures Euro-C*, St Johan. Proc. intern. symp.
- Ozbolt, J. et H. W. Reinhardt (2001). *Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and other quasi-brittle materials*, Chapitre Creep-cracking interaction of concrete - three dimensional finite element model, pp. 221–228. Elsevier, Cambridge : F. J. Ulm, Z. P. Bazant and F. H. Wittmann.
- Parizeau, M. (2004). *Réseaux de neurones*. Polycopié de cours : Université Laval, Canada.
- Park, J. Y. et B. Batchelor (1999). Prediction of chemical speciation in stabilized/solidified wastes using a general chemical equilibrium model. *Cement and Concrete Research* 29, 361–368.

- Perlot, C. (2005). *Influence de la décalcification de matériaux cimentaires sur les propriétés de transferts : application au stockage profond des déchets radioactifs*. Thèse de doctorat, Universités de Toulouse et de Sherbrooke (Canada).
- Peycelon, H., F. Adenot, P. Le Bescop, C. Richet, et C. Blanc (2001). Long-term behaviour of concrete : development of operationnal model to predict the evolution of its containment performance. Application to cemented waste packages. In *Global 2001, International Conference on "Back-End of the Fuel Cycle : From Research to Solutions"*, Paris.
- Peycelon, H., C. Blanc, et C. Mazoin (2006). Long-term behaviour of concrete : Influence of temperature and cement binders on the degradation (decalcification/hydrolysis) in saturated conditions. *Revue Européenne de Génie Civil* 10(9), 1107–1125.
- Pierre, M., P. Le Bescop, et S. Poyet (2009). Projet ANR APPLLET (GT1) caractérisation de la variabilité des bétons : perméabilité au gaz et dégradation accélérée. Rapport DRT 09MMHQ000142, CEA/DEN/DANS/DPC/SCCME/LECBA.
- Planel, D. (2002). *Les effets couplés de la précipitation d'espèces secondaires sur le comportement mécanique et la dégradation chimique des bétons*. Thèse de doctorat, Université de Marne-La-Vallée.
- Planel, D., J. Sercombe, P. Le Bescop, F. Adenot, et J. M. Torrenti (2006). Long-term performance of cement paste during combined calcium leaching-sulfate attack : kinetics and size effect. *Cement and Concrete Research* 36, 137–143.
- Powers, T. C. (1958). Structure and physical properties of hardened portland cement paste. *Journal of the American Concrete Institute* 41(1), 1–6.
- Powers, T. C. et T. L. Brownyard (1947). Study of the physical properties of hardened portland cement paste, part 5. *Journal of the American Concrete Institute* 43, 669–712.
- Poyet, S. et J. M. Torrenti (2010). Caractérisation de la variabilité des performances des bétons. application à la durabilité des structures (groupe de travail APPLLET). *Annales du BTP* 2-3, 6–12.
- Prené, S., A. Gingras, et J. C. Brazier (2000). Effet de la température sur la lixiviation des matériaux cimentaires. Rapport Technique HT-34/00/NNN/A, EDF.
- Puertas, F., S. Martinez-Ramirez, S. Alonso, et T. Vasquez (2000). Alkali-activated fly ash/slag cement. *Cement and Concrete Research* 30, 1625–1632.
- Ramezaniapour, A. A. et V. M. Malhotra (1995). Effect of curing ont the compressive strength, resistance to chloride-ion penetration and porosity of concretes incorporating slag, fly ash or silica fume. *Cement and Concrete Composites* 17, 125–133.
- Revertégat, E., F. Adenot, J. Maury, et L. Wu (1996). Etude de la dégradation d'une pâte de ciment CPA par une eau carbonatée à pH 8,5. Note Technique NT SESD/96.16, CEA.
- Revertégat, E., E. Richet, et P. Gegout (1992). Effect of pH on the durability of cement pastes. *Cement and Concrete Research* 22, 259–272.
- Reviron, N. (2009). *Etude du fluage des bétons en traction. Application aux enceintes de confinement des centrales nucléaires à eau sous pression*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- Reviron, N., F. Benboudjema, J. M. Torrenti, G. Nahas, et A. Millard (2007, June). Coupling between creep and cracking in tension. In *6th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, Italie.
- Richardson, I. G. (1999). The nature of c-s-h in hardened cement. *Cement and Concrete Research* 29, 1131–1147.

- Richet, C. (1992). *Etude de la migration des radioéléments dans les liants hydrauliques : influence du vieillissement des liants sur les mécanismes et la cinétique des transferts*. Thèse de doctorat, Université d'Orsay.
- Richet, C., C. Le Callonec, C. Mazoin, M. Pin, et F. Adenot (1997). Amélioration du modèle de dégradation de la fiabilité du modèle DIFFUZON. Rapport Technique RT SESD/97.60, CEA.
- Roll, R. (1964). Long time creep-recovery of highly stressed concrete cylinders. In *ACI SP-9, Symp. on Creep*, Detroit, pp. 115–128. Portland Cement Association.
- Rougelot, T., N. Burlion, D. Bernard, et F. Skoczylas (2010). About microcracking due to leaching in cementitious composites : X-ray microtomography description and numerical approach. *Cement and Concrete Research* 40, 271–283.
- Rougelot, T., C. Peng, N. Burlion, et D. Bernard (2010). Why is it necessary to use a damage model to simulate the mechanical behavior of concrete under drying and leaching ? *European Journal of Environmental and Civil Engineering* 14, 923–935.
- Rüsch, H., R. Sell, C. Rasch, et S. Stöckl (1958). Investigations on the strength of concrete under sustained load. In *RILEM Symposium on the influence of time on the strength and deformation of concrete*, Munich.
- Saetta, A., R. Scotta, et R. Vitaliani (1998). Mechanical behavior of concrete under physical-chemical attacks. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)* 124, 1100–1109.
- Saleem, M., M. Shameem, S. E. Hussain, et M. Maslehuddin (1996). Effect of moisture, chloride and sulphate contamination on the electrical resistivity of Portland cement concrete. *Construction and Building Materials* 10(3), 209–214.
- Samson, E., J. Marchand, et J. J. Beaudoin (2000). Modelling the influence of chemical reactions on the mechanisms of ionic transport in porous media. *Cement and Concrete Research* 30, 1985–1902.
- Schneider, U. et S. W. Chen (1999). Behavior of high-performance concrete under ammonium nitrate solution and sustained load. *ACI Materials Journal* 96(1), 47–51.
- Sellier, A. (2006). Modélisations numériques pour la durabilité des ouvrages de génie civil. HDR, Université Paul Sabatier, Toulouse.
- Snyder, K. A. (2001, December). The relationship between the formation factor and the diffusion coefficient of porous materials saturated with concentrated electrolytes : theoretical and experimental considerations. *Concrete Science and Engineering* 3(12), 216–224.
- Spanos, P. D. et R. G. Ghanem (2002). *Stochastic finite element, a spectral approach* (Revised ed.). Dover Publication.
- Spencer, R. W. (1937). Measurement of the moisture content of concrete. *Journal of the American Concrete Institute* 9(1), 45–61.
- Szyperski, C. (1998). *Component Software – Beyond Object-Oriented Programming*. Addison-Wesley and ACM Press.
- Taylor, R. L. et O. C. Zienkiewicz (2005). *The finite element method* (6th ed.). Oxford : Elsevier.
- Tennis, P. D. et H. M. Jennings (2000). A model for two types of calcium silicate hydrates in the microstructure of portland cement pastes. *Cement and Concrete Research* 30, 855–863.
- Thomas, J. J., H. M. Jennings, et A. J. Allen (1998). The surface area of cement paste as measured by neutron scattering : evidence for two C-S-H morphologies. *Cement and Concrete Research* 28(6), 897–905.

- Tognazzi, C. (1998). *Couplage fissuration-dégradation chimique dans des matériaux cimentaires : caractérisation et modélisation*. Thèse de doctorat, INSA Toulouse.
- Torrenti, J. M. (2005). Vers une approche probabiliste de la durabilité : application au cas de stockage de déchets nucléaires. In *Conférence GC 2005*, Paris.
- Torrenti, J. M., F. Adenot, C. Tognazzi, S. Danèse, et S. Poyet (1998). Application du modèle de dégradation au cas des milieux fissurés et au couplage avec la mécanique. In *Concrete : from material to structure*. International RILEM Conference (Arles).
- Torrenti, J. M., P. Dantec, C. Boulay, et J. F. Semblat (1999). Projet du processus d'essai pour la détermination du module de déformation longitudinale du béton. *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées* 220, 79–81.
- Torrenti, J. M., O. Didry, J. Ollivier, et F. Plas (1999). *La dégradation des bétons – couplage fissuration-dégradation chimique*. Hermès.
- Torrenti, J. M., V. H. Nguyen, H. Colina, F. Le Maou, F. Benboudjema, et F. Deleruyelle (2008, June). Coupling between leaching and creep of concrete. *Cement and Concrete Research* 38(6), 816–821.
- Ulm, F. J., E. Lemarchand, et F. H. Heukamp (2003). Elements of chemomechanics of calcium leaching of cement-based materials at different scales. *Engineering Fracture Mechanics* 70, 871–889.
- Ulm, F. J., J. M. Torrenti, et F. Adenot (1999). Chemoporoplasticity of calcium leaching in concrete. *Journal of Engineering Mechanics* 125(10), 1200–1211.
- Viallis, H. (2000). *Interaction des silicates de calcium hydratés, principaux constituants du ciment, avec les chlorures d'alcalins*. Thèse de doctorat, Université de Bourgogne.
- Voigt, T., G. Ye, Z. Sun, S. P. Shah, et K. van Breugel (2005). Early age microstructure of Portland cement mortar investigated by ultrasonic shear waves and numerical simulation. *Cement and Concrete Research* 35, 858–866.
- Vu, K. A. T. et M. G. Stewart (2005). Predicting the likelihood and extent of reinforced concrete corrosion-induced cracking. *Journal of Structural Engineering* 131(11), 1681–1689.
- Whittington, H. W., J. Mc Carter, et M. C. Forde (1981). The conduction of electricity through concrete. *Magazine of concrete research* 33(144), 48–60.
- Woelfl, G. A. et K. Lauer (1980). The electrical resistivity of concrete with emphasis on the use of electrical resistance for measuring moisture content. *Cement Concrete and Aggregates* 1(2), 64–67.
- Yokozekia, K., K. Watanabe, N. Sakata, et N. Otsuki (2003). Prediction of changes in physical properties due to leaching of hydration products from concrete. *Journal of Advanced Concrete Research*.
- Yokozekia, K., K. Watanabe, N. Sakata, et N. Otsuki (2004). Modeling of leaching from cementitious materials used in underground environment. *Applied clay science* 26, 293–308.
- Yurtdas, I., S. Xie, J. Secq, N. Burlion, J. F. Shao, M. Sibai, P. Brossolet, et B. Fraboulet (2007). Couplage comportement mécanique et perméabilité : cas d'une pâte de ciment pétrolier dégradé chimiquement à 90°C. *Revue Européenne de Génie Civil* 11(6), 827–837.